Литература

1. Abramov, M. Regional System of Utilization of Solid Waste in the Crimea [Text] / M. Abramov, Y. Shtonda. // Motrol. Commission of Motorization and Energetics in Agriculture Polish Academy of Sciences University of Engineering and Economics in Rzeszow. – 2012. – Vol. 14, Issue 1. – P. 126–131.
2. Артынов, А. Автоматизация управления транспортными системами [Текст] / А. Артынов, В. Ембулаев, А. Пупышев, В. Скалецкий. – М.: Наука, 1984. – 272 с.
3. Stroh, M. B. A Practical Guide to Transportation and Logistics [Text] / M. B. Stroh. – Logistics Network, 2006. – 291 p.
4. Панишев, А. В. Оптимизация замкнутых маршрутов на транспортной сети [Текст] / А. В. Панишев, А. Ю. Левченко, О. Б. Маций. // Штучний інтелект. – 2010. – № 1. – С. 43–49.
5. Бююль, А. Искусство обработки информации. Анализ статистических данных и восстановление скрытых закономерностей [Текст] / А. Бююль, П. Цёфель; пер. с нем. – СПб. : ДиаСофтЮП, 2005. – 608 с.
6. Демиденко, В. М. Релаксационный политоп симметричной задачи о коммивояжере, порождаемый конусом матриц Супника [Текст] / В. М. Демиденко // Весці Нацыянальнай акадэміі навук Беларусі. Серыя фізіка-матэматычных навукі. – 2007. – № 2. – С. 109–115.
7. Авен, О. И. Оптимизация транспортных потоков. [Текст] / О. И. Авен, С. Е. Ловецкий, Г. Е. Моисеенко. – М. : Наука, 1985. – 164 с.
8. Бронштейн, Е. М. Детерминированные оптимизационные задачи транспортной логистики [Текст] / Е. М. Бронштейн, Т. А. Зайко // Автоматика и телемеханика. – 2010. – № 10. – С. 133–147.
9. Tevyashev, A. Geoinformatical Analytic Control System of the Collection of Municipal Solid Waste [Text] / A. Tevyashev, O. Matviienko, O. Shiyan. // Econtechmod. An International Quarterly Journal. – 2014. – Vol. 3, Issue 3. – P. 77–89.
10. Евдокимов, А. Г. Потокораспределение в инженерных сетях [Текст] / А. Г. Евдокимов, В. В. Дубровский, А. Д. Тевяшев. – М. : Стройиздат, 1979. – 199 с.
11. Jain, A. K. Data Clustering [Electronic resource] / A. K. Jain, M. N. Murty, P. J. Flynn. – 1999. – Available at: http://nd.edu/~flynn/papers/Jain-CSUR99.pdf
12. Johnson, D. Modern Logistics [Text] / D. Johnson, D. Wood. – Williams, 2005. – 624 p.
13. Меламед, И. И. Задача коммивояжера. Точные алгоритмы [Текст] / И. И. Меламед, С. И. Сергеев, И. Х. Сигал // Автоматика и телемеханика. – 1989. – № 10. – С. 3–29.

УДК 681.3.06

DOI: 10.15587/1729-4061.2015.40563

РОЗРОБКА СПРОЩЕНОЇ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ СКЛОВАРНОЇ ПЕЧІ

А. І. Жученко
Доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри*

В. С. Цапар
Старший викладач*

*Кафедра автоматизації хімічних виробництв
Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут»
пр. Перемоги, 37, м. Київ, Україна, 03056

Запропоновано спрощену математичну модель скловарної печі, побудова якої основана на способі розділення змінних (метод Фур'є). Розділення змінних – визначення базисних векторів та коефіцієнтів Фур'є – здійснюється за допомогою ортогональної декомпозиції (базисні вектора) та оригінального методу системної ідентифікації на основі математичної моделі у просторі станів (коефіцієнти Фур'є)

Ключові слова: скловарна піч, метод Фур'є, ортогональна декомпозиція, системна ідентифікація, простір станів

Предложена упрощенная математическая модель стекловаренной печи, построение которой основано на способе разделения переменных (метод Фурье). Разделение переменных – определение базисных векторов и коэффициентов Фурье – осуществляется с помощью ортогональной декомпозиции (базисные вектора) и оригинального метода системной идентификации на основе математической модели в пространстве состояний (коэффициенты Фурье)

Ключевые слова: стекловаренная печь, метод Фурье, ортогональная декомпозиция, системная идентификация, пространство состояний

1. Вступ

Сучасні комп'ютерні системи керування, як правило, будуються на основі математичних моделей керованих процесів. Тому при створенні системи керування скловарною піччю – основним технологічним апаратом у виробництві скляної продукції – потрібна математична модель даного об'єкту керування. Така модель запропонована у [1]. Враховуючи, що скловарна піч є об'єктом керування з розподіленими параметрами, запропонована математична модель являє собою систему диференціальних рівнянь у частинних похідних достатньо складного виду. Типовим наслідком моделювання таких систем є трансцендентний характер залежності відповідних передатних функцій від комплексної змінної або опис цієї залежності у вигляді нескінченних рядів [2] навіть відносно зосереджених вхідних діянь, що суттєво ускладнює їх аналіз та використання при синтезі систем керування, що фактично обмежує їх практичне застосування у комп'ютерних системах керування.

Названі вище обставини викликають потребу у розробленні спрощеної математичної моделі скловарної печі, яка б описувала її поведінку з потрібною точністю.

2. Аналіз літературних даних та постановка проблеми

У наш час розроблений цілий ряд методів побудови спрощених математичних моделей систем з розподіленими параметрами (СРП) [3]. Всі вони можуть бути умовно поділені на дві основні групи згідно «предмету апроксимації» [2].

Перша група утворюється різними способами спрощеного представлення самих вихідних диференціальних рівнянь об'єкта, наступний роз'язок яких відомими методами дозволяє отримати задовільні за точністю у визначених конкретних умовах опису властивостей СРП у порівняно простому вигляді.

Методи другої групи базуються на наближеному представленні (як правило, у типовій для систем з зосередженими параметрами (СЗП) формі відповідних передатних функцій) точних розв'язків рівнянь у частинних похідних, які моделюють поведінку СРП [4].

Можливе послідовне застосування до однієї й тієї самої СРП різних методів апроксимації [5], що дозволяють, наприклад, спочатку перейти до спрощеного, що допускає точний аналітичний розв'язок, рівняння об'єкта, для якого потім знайти дробово-раціональне наближення його передатної функції [6], що визначає результуюче наближення опису вихідної моделі об'єкта у вигляді типових моделей СЗП.

3. Цілі та задачі дослідження

Одним з найбільш ефективних методів побудови спрощеної математичної моделі СРП є метод розділення змінних (метод Фур'є) [2], що передбачає представлення функції декількох змінних (часу і просторових координат) у формі нескінченного ряду, кожний член якого являє собою добуток двох функцій однієї змінної – часу та просторової координати

$$T(\xi,t)=\sum_{i=1}^{\infty}a_i(t)\varphi_i(\xi), \qquad (1)$$

де апріорі невідомі функції $a_i(t)$ та $\varphi_i(\xi)$ мають бути вибрані таким чином, щоб керована змінна $T(\xi,t)$ задовольняла граничним умовам задачі.

На практиці ряд (1) обмежують n членами

$$\hat{T}(\xi,t)=\sum_{i=1}^{n}a_i(t)\varphi_i(\xi), \qquad (2)$$

тоді задача апроксимації зводиться до визначення невідомих функцій $a_i(t)$ та $\varphi_i(\xi)$ із умови мінімізації певного функціонала похибки апроксимації та дослідженню збіжності $\hat{T}(\xi,t)$ до $T(\xi,t)$ при $n\to\infty$.

Дана задача розглядалася у працях багатьох авторів, зокрема [2, 7]. Однак існуючі методи не повністю задовольняють дослідників з різних причин: у зв'язку з обчислювальними трудностями як такими, не завжди виконуються умови збіжності обчислювальних процедур, складно оцінити похибку апроксимації тощо.

У зв'язку з цим метою даної статті є розроблення методу апроксимації математичної моделі скловарної печі на основі способу розділення змінних [8], який спрощує обчислювальні процедури та дозволяє оцінити похибку апроксимації.

Для досягнення поставленої мети були поставлені такі завдання:

– апроксимація математичної моделі скловарної печі на основі способу розділення змінних;

– імітаційне моделювання спрощеної математичної моделі скловарної печі;

– дослідження результатів імітаційного моделювання спрощеної математичної моделі скловарної печі.

4. Загальна характеристика методу спрощення математичної моделі скловарної печі

Спрощення математичної моделі скловарної печі полягає у апроксимації результатів розрахунків за початковою складною моделлю [1] менш складною моделлю (моделлю із меншою кількістю рівнянь). Таким чином, для проведення апроксимації спочатку треба розрахувати змінні $T(\xi,t)$ (зразки) при різних значеннях вхідних змінних u(t) за допомогою початкової математичної моделі. Для формування більш представницьких зразків доцільно сигнал u(t) вибрати у вигляді послідовності псевдовипадкових двійкових сигналів [9]. Отримані у результаті розрахунків зразки доцільно представити у вигляді матриці

$$T_{зраз}(k):=\begin{bmatrix}\tilde{T}(\xi_1,t_1) & \tilde{T}(\xi_1,t_2) & \dots & \tilde{T}(\xi_1,t_K)\\ \tilde{T}(\xi_2,t_1) & \tilde{T}(\xi_2,t_2) & \dots & \tilde{T}(\xi_2,t_K)\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ \tilde{T}(\xi_N,t_1) & \tilde{T}(\xi_N,t_2) & \dots & \tilde{T}(\xi_N,t_K)\end{bmatrix}. \qquad (3)$$

Ці дані по суті є рядом полів просторових змінних, що складаються з N точок, розрахованих для K моментів часу, які містять у собі інформацію щодо динаміки досліджуваного об'єкту.

Розрахунок розподілених у просторі змінних, що визначають стан досліджуваного процесу, здійснюється за формулою (2). Змінні $T(\xi,t)$ виражаються у вигляді ряду ортонормованих базисних векторів (БВ) $\varphi_i(\xi)$ координати ξ, кожна з яких помножена на функцію часу $a_i(t)$ (коефіцієнти Фур'є).

Далі буде використовуватись наступний запис:

$$a(k) := \mathrm{col}\left\{a_i(t_k)\right\}_{i=1}^{N}; \quad (4)$$

$$T(k) := \mathrm{col}\left\{\breve{T}(\xi_l, t_k)\right\}_{l=1}^{N}; \quad (5)$$

$$\varphi_i := \mathrm{col}\left\{\tilde{\varphi}_i(\xi_l)\right\}_{l=1}^{N} \text{ та } \boldsymbol{\Phi} := (\varphi_1 \quad \varphi_2 \quad \ldots \quad \varphi_N). \quad (6)$$

Із урахуванням цього рівняння (2) можна записати так:

$$T(k) = \boldsymbol{\Phi} a(k). \quad (7)$$

Оскільки стовпчики $\boldsymbol{\Phi}$ формують ортонормований базис, то матриця $\boldsymbol{\Phi}$ є ортогональною, що означає $\boldsymbol{\Phi}^T\boldsymbol{\Phi} = \mathbf{I}_N$, де $\mathbf{I}_N$ – одинична матриця $N \times N$. Права частина рівняння (7) містить N базисних векторів і N коефіцієнтів Фур'є. Цей ряд базисних векторів $\left\{\varphi_i\right\}_{i=1}^{N}$ та відповідний ряд коефіцієнтів Фур'є $\left\{a_i(k)\right\}_{i=1}^{N}$ будуть розділені на ряд із n базисних векторів $\left\{\varphi_i\right\}_{i=1}^{N}$ із коефіцієнтами, які визначають апроксимацію $\breve{T}(k) := \sum_{i=1}^{n} a_i(k)\varphi_i$ та ряд із $N-n$ базисних векторів $\left\{\varphi_i\right\}_{i=n+1}^{N}$ із коефіцієнтами, що формують ряд Фур'є вектора похибок $\varepsilon_n(k) := \mathbf{T}(k) - \breve{\mathbf{T}}(k) = \sum_{i=n+1}^{N} a_i(k)\varphi_i$.

Через ортогональність матриці $\boldsymbol{\Phi}$ вага кожного елемента $\varphi_i a_i$ визначається коефіцієнтами:

$$\|\mathbf{T}\|_2^2 = \sum_{k=1}^{K} \mathbf{T}^T(k)\mathbf{T}(k) = \sum_{k=1}^{K} a^T(k)\boldsymbol{\Phi}^T\boldsymbol{\Phi} a(k) =$$
$$= \|a\|_2^2 = \|a_1\|_2^2 + \|a_2\|_2^2 + \cdots + \|a_N\|_2^2.$$

Для заданих змінних $\left\{\breve{T}(k)\right\}_{k=1}^{K}$ базисним вектором є такий вектор $\left\{\varphi_i\right\}_{i=1}^{N}$, l_2-норма коефіцієнтів Фур'є якого задовольняє

$$\|a_1\|_2^2 \geq \|a_2\|_2^2 \geq \cdots \geq \|a_N\|_2^2. \quad (8)$$

Це означає, що для будь-якої довжини ряду n, «енергія» $\sum_{i=1}^{n}\|a_i\|$ в перших n коефіцієнтах Фур'є є максимальною.

Таким чином, якщо ряд Фур'є обмежується n – членами так, що:

$$T(k) = \boldsymbol{\Phi} a(k) = \begin{bmatrix}\boldsymbol{\Phi}_n & \boldsymbol{\Phi}_{\text{кін}}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}a_n(k) \\ a_{\text{кін}}(k)\end{bmatrix},$$

то квадрат l_2-норми вектора змінних можна записати як

$$\|T\|_2^2 = \|a_n\|_2^2 + \|a_{\text{кін}}\|_2^2 = \|a_n\|_2^2 + \|\varepsilon_n\|_2^2,$$

де $a_n(k) \in \mathbf{R}^n$ – вектор, що містить перші n коефіцієнтів Фур'є, $a_{\text{кін}}(k) \in \mathbf{R}^{N-n}$ – вектор, що містить останні $N-n$ коефіцієнтів Фур'є та $\varepsilon_n(k) \in \mathbf{R}^N, \varepsilon_n(k) = \phi_{\text{кін}} a_{\text{кін}}$ – вектор похибок, отриманих внаслідок обмеження ряду. Базисним вектором для такого обмеженого ряду є вектор, що призводить до мінімізації l_2-норми вектора похибок $\|\varepsilon_n\|_2$.

Для побудови спрощеної моделі (2) потрібно визначити БВ та коефіцієнти Фур'є. БВ φ_i (ξ) розраховуються із даних, що сформували матрицю (3). Після цього, рівняння моделі мають бути перетворені на залежність між входами моделі u(t) і коефіцієнтами Фур'є $\left\{a_i(t)\right\}_{i=1}^{n}$. На цьому етапі застосовуються алгоритми системної ідентифікації [10]. Алгоритмами системної ідентифікації визначаються невідомі параметри вибраної структури моделі (наприклад, ряд лінійний алгебраїчних або різницевих рівнянь) на основі даних імітаційного моделювання.

Таким чином, процес спрощення моделі поділяється на два етапи:

1. Визначення ряду БВ $\left\{\varphi_i(\xi)\right\}_{i=1}^{n}$ на основі набору даних моделювання $\left\{\tilde{u}(t_k), \tilde{T}(\xi, t_k)\right\}_{k=1}^{K}$, де K – кількість кроків за часом у процесі моделювання. Знак ~ означає, що дані отримані як результат імітаційного моделювання.

2. Вибір структури моделі залежності між $u(t)$ та $\left\{a_i(t)\right\}_{i=1}^{n}$ та визначення невідомих параметрів цієї моделі на основі даних $\left\{\tilde{u}(t_k)\right\}_{k=1}^{K}$ та $\left\{\tilde{a}_1(t_k), \ldots, \tilde{a}_n(t_k)\right\}_{k=1}^{K}$, де $\tilde{a}_1(t_k)$ можуть бути розраховані із $\varphi_i(\xi)$ та $\tilde{T}(\xi, t_k)$. Після того, як будуть визначені всі параметри, буде отримана спрощена модель, за допомогою якої можна передбачати зміну у часі коефіцієнтів Фур'є в залежності від траєкторії вхідного сигналу $u(k)$.

Як буде показано нижче, перший крок виконується методами ортогональної декомпозиції набору значень змінних процесу, отриманих у результаті моделювання. Другий крок може бути виконаний двома способами:

– застосуванням методу Гальоркіна [2, 8, 11] до рівнянь початкової складної моделі з метою отримання меншого набору з n рівнянь. Цей підхід коротко описано нижче;

– застосуванням методу системної ідентифікації для отримання ряду $\left\{\tilde{a}_i(t)\right\}_{i=1}^{n}$ із подальшим знаходженням моделі, що найкраще апроксимує зміну $\left\{\tilde{a}_i(t)\right\}_{i=1}^{n}$ у часі при дії відповідного вхідного сигналу $u(t_k)$.

4. 1. Визначення оптимальних базисних векторів

Оптимальні БВ визначаються із умови мінімізації l_2-норми відповідного вектора похибок $\tilde{\varepsilon}_n(k) = \tilde{\mathbf{T}}(k) - \breve{\mathbf{T}}(k)$ (розрахункові дані позначатимуться хвилястою лінією) із усіх ортонормованих базисів n-ного порядку. Враховуючи наведене вище, l_2 норму вектора похибок $\varepsilon_n(k)$ можна мінімізувати шляхом максимізації обмеженого вектора коефіцієнтів Фур'є $a_n(k)$.Таким чином, l_2-норма вектора похибок обмеження $\tilde{\varepsilon}_n(k)$ мінімізується шляхом вибору таких БВ $\left\{\varphi_i\right\}_{i=1}^{n}$, при яких максимізується:

$$F(\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_n) = \sum_{i=1}^{n}\left\|\tilde{\mathbf{T}}^T(k)\varphi_i\right\|_2^2. \quad (9)$$

Якщо

$$\|\varphi_i\|^2 = 1 \quad i = 1, 2, \ldots, n$$

та

$$\left\langle \varphi_i, \varphi_j \right\rangle = 0 \text{ при } i \neq j,$$

де $\|\varphi_i\| := \varphi_i^T \varphi_i$ – Евклідова норма БВ φ_i. Необхідні умови екстремуму $F(\varphi_1, \varphi_2, ..., \varphi_n)$ знаходяться за умови $\|\varphi_i\|^2 = 1$.

Для знаходження БВ доцільно скористатися методом сингулярної декомпозиції (СД) [12] матриці Згідно даного методу матриця зразків $\mathbf{T}_{зраз}$, що містить розраховані значення $\tilde{\mathbf{T}}(k)$, підлягає розкладу за сингулярними значеннями

$$\mathbf{T}_{зраз} = \mathbf{\Phi}_K \sum \mathbf{\Psi}^T = \sum_{i=1}^{\operatorname{rank}(\mathbf{T}_{зраз})} \sigma_i \varphi_i \psi_i^T,$$

де $\mathbf{\Phi}_K \in \mathbf{R}^{N \times K}$ та $\mathbf{\Psi} \in \mathbf{R}^{K \times K}$ – ортонормовані матриці, такі, що $\mathbf{\Phi}_K{}^T \mathbf{\Phi}_K = \mathbf{\Psi}^T \mathbf{\Psi} = \mathbf{I}_K$, $\mathbf{I}_K$ – одинична матриця розміром $K \times K$. Вектори φ_i та ψ_i – стовпчики матриць $\mathbf{\Phi}_K$ та $\mathbf{\Psi}$ відповідно. Матриця $\mathbf{\Sigma}$ є діагональною матрицею, елементи якої σ_i є сингулярними значеннями матриці $\mathbf{T}_{зраз}$.

У даному випадку алгоритм розрахунку БВ має наступний вигляд:

Дано: $\mathbf{T}_{зраз} = \left[\tilde{\mathbf{T}}(1) \quad \tilde{\mathbf{T}}(2) \quad \cdots \quad \tilde{\mathbf{T}}(K) \right]$.

Побудувати: $\mathbf{R} := \mathbf{T}_{зраз} \mathbf{T}_{зраз}{}^T$.

Розрахувати: Декомпозицію власних значень,

$$\mathbf{R}' = \mathbf{\Psi} \mathbf{\Lambda}_{\mathbf{R}'} \mathbf{\Psi}^T$$

при

$$\mathbf{\Lambda}_{\mathbf{R}'} = \operatorname{diag}(\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_K),$$

$$\mathbf{\Psi} \mathbf{\Psi}^T = \mathbf{\Psi}^T \mathbf{\Psi} = \mathbf{I}_K.$$

Результат: $\varphi_i = \mathbf{T}_{зраз} \psi_i (\lambda_i)^{-1/2}$ де ψ_i – є i-им стовпчиком матриці $\mathbf{\Psi}$.

Визначення коефіцієнтів Фур'є методом системної ідентифікації. У системній ідентифікації, коли об'єкт дослідження представляється у вигляді «чорного ящика», існує багато методів знаходження їх динамічних моделей [10]. Згідно цих методів задається структура моделі, після чого проводиться оцінка параметрів моделі за рядом вхідних даних $\{\tilde{u}(k)\}_{k=0}^{K-1}$ та вихідних даних $\{\tilde{a}(k)\}_{k=0}^{K-1}$. Для об'єкта типу «чорний ящик» використовується модель у просторі станів

$$x(k+1) = Ax(k) + B_u u(k), \tag{10}$$

$$a(k) = C_a x(k). \tag{11}$$

У цих рівняннях $x(k) \in \mathbf{R}^{n_x}$ є вектором стану, $u(k) \in \mathbf{R}^{n_u}$ – вектор вхідних даних, $a(k) \in \mathbf{R}^n$ – вектор. У даному випадку вектор стану не відображає реальні величини, а використовується для опису динаміки $a(k)$ Порядок n_x визначається дослідником.

Алгоритми ідентифікації призначені для визначення невідомих параметрів $\mathbf{A} \in \mathbf{R}^{n_x \times n_x}$, $\mathbf{B} \in \mathbf{R}^{n_x \times n_u}$, $\mathbf{C} \in \mathbf{R}^{n \times n_x}$ у моделі (10), (11).

4. 2. Імітаційне моделювання

З метою дослідження якості спрощеної математичної моделі скловарної печі було проведено імітаційне моделювання. Як вхідні змінні використовувались подачі палива на 3 пальники. Значення вхідних змінних були сформовані у вигляді послідовності псевдовипадкових двійкових сигналів [13]. Розрахунок температур $T(\xi, t)$ здійснювалось за допомогою математичної моделі [1]. Схема розташування точок, для яких розраховувались температури, показано на рис. 1.

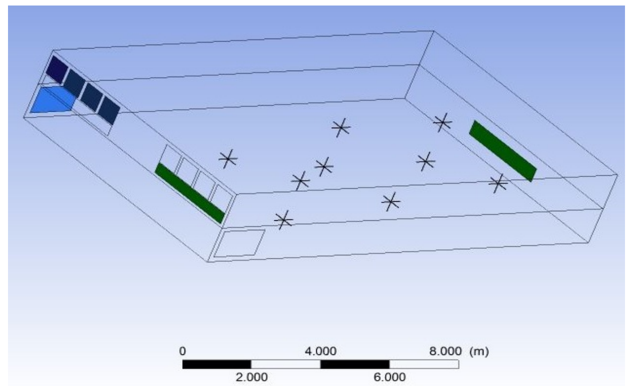

Рис. 1. Схема розташування точок, для яких розраховувались температури

Були отримані вибірки температурних «зразків» обсягом 2000 елементів. Далі були розроблені БВ (n=7) за алгоритмом сингулярної декомпозиції. У процесі дослідження порядок моделі $n_x = 1, 2, ..., 10$, а її якість оцінювалась за дисперсійним показником:

$$J = \left(1 - \frac{(\hat{a} - \tilde{a})^2}{D_{\hat{a}}}\right) \cdot 100\,\%,$$

де $D_{\hat{a}}$ – дисперсія $\hat{a}$.

Результати проведених розрахунків наведені у табл. 1.

Таблиця 1

Розраховані значення дисперсійного показника

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a_1	32.57	75.43	86.88	91.05	87.94	69.36	92.83	94.92	–1000	81.56
a_2	48.02	86.64	97.36	97.81	95.84	67.04	99.01	99.13	–1000	96.80
a_3	98.01	96.84	98.44	98.53	98.56	94.93	97.82	97.81	–1000	98.63
a_4	81.89	94.95	98.87	99.15	98.95	84.78	99.44	99.57	–1000	99.49
a_5	97.38	98.73	98.86	99.21	99.78	99.68	99.89	99.90	–1000	99.78
a_6	96.84	98.76	99.05	99.37	99.76	99.68	99.90	99.85	–1000	99.81

Як видно з представлених результатів, модель з $n_x = 8$ має найбільші значення показника дисперсії. Модель з $n_x = 9$ має значення показника дисперсії $J = -1000$ для всіх коефіцієнтів Фур'є, що говорить про нелінійний характер даної моделі.

Температури, розраховані за спрощеною моделлю при $n_x = 8$, було порівняно з контрольними даними у 9 вибраних точках. Ці точки розташовані на 4 різних висотах, 3 різних позиціях вздовж скловарної печі (від зони завантаження до виходу) та 2 різних позиціях по ширині печі (в середині та збоку). На рис. 2 показані графіки зміни абсолютних похибок у цих точках.

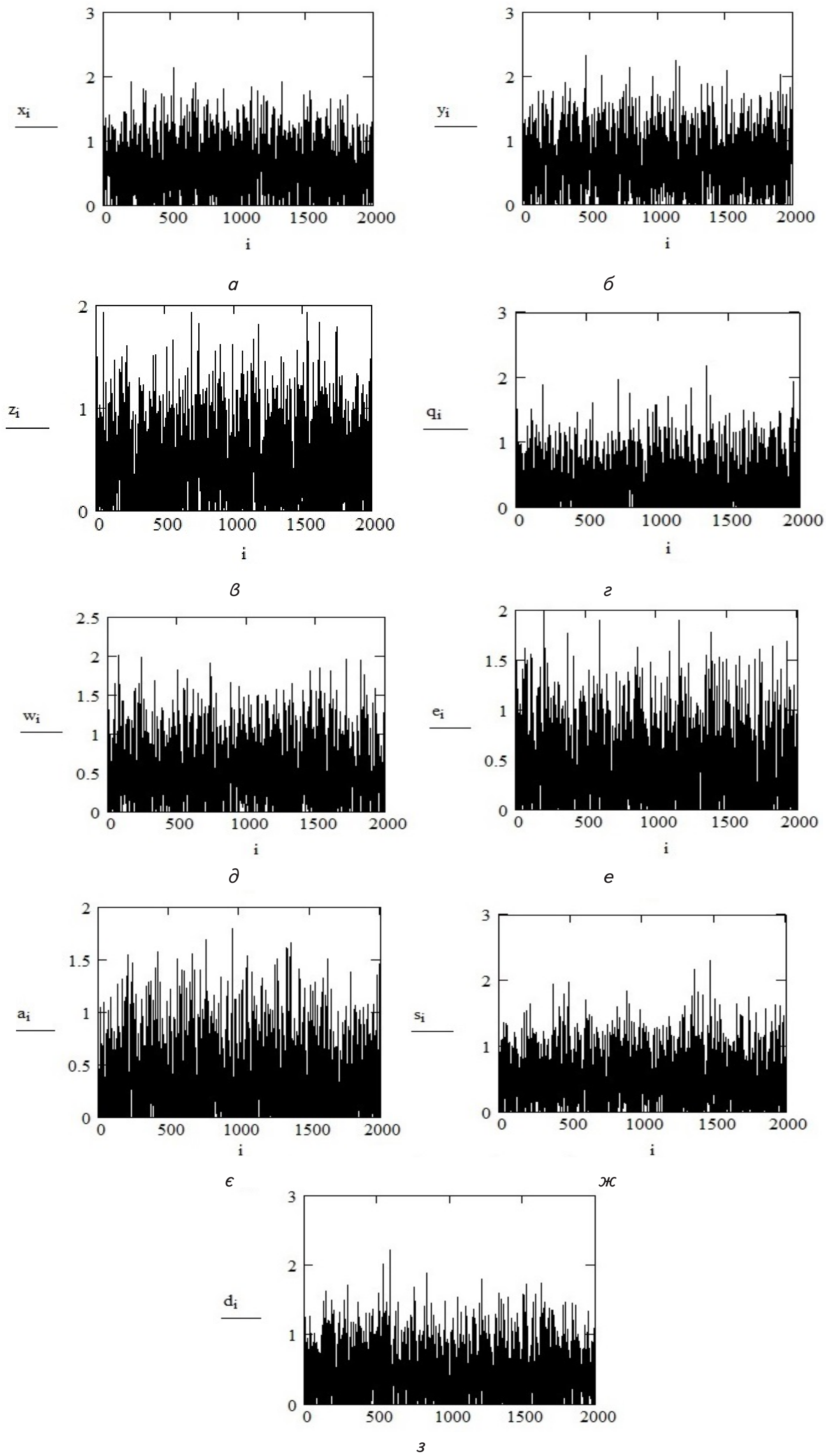

Рис. 2. Графіки зміни абсолютних похибок у вибраних точках: *а* – (1;2;2); *б* – (1.5;4.5;2); *в* – (2;2;2); *г* – (0.5;4.5;7); *д* – (2;4.5;7); *е* – (1;2;7); *є* – (1;4,5;13); *ж* – (2;4.5;13); *з* – (1.5;2;13)

Як видно із наведених графіків час від часу похибки можуть мати значні значення. Проте, аналіз даних графіків свідчить про достатньо високу точність спрощеної математичної моделі. Найбільші похибки моделі виникають при відносно високих швидкостях зміни температур.

5. Висновки

Запропоновано спрощену математичну модель скловарної печі, побудова якої основана на способі розділення змінних (метод Фур'є). Розділення змінних – визначення базисних векторів та коефіцієнтів Фур'є – здійснюється за допомогою ортогональної декомпозиції (базисні вектора) та оригінального методу системної ідентифікації на основі математичної моделі у просторі станів (коефіцієнти Фур'є).

Спрощена модель скловарної печі дозволяє синтезувати на її основі системи керування реального часу, що неможливо зробити на основі початкової складної математичної моделі у частинних похідних у зв'язку з тим, що розрахунок останньої вимагає значного часу.

Проведено імітаційне моделювання спрощеної математичної моделі скловарної печі. Дослідження результатів імітаційного моделювання показали достатньо високу точність спрощеної математичної моделі.

Подальші дослідження пов'язані з розробленням та дослідженням комп'ютерної системи керування скловарною піччю на основі запропонованої спрощеної математичної моделі.

Література

1. Жученко, А. І. Математична модель процесу скловаріння [Текст] / А. І. Жученко, А. Я. Карвацький, В. С. Цапар. // Вісник НТУУ «КПІ»,Серія «Хімічна інженерія, екологія та ресурсозбереження». – 2014. – № 2. – С. 97–104.
2. Демиденко, Н. Д. Управляемые распределенные системы [Текст] / Н. Д. Демиденко. – Новосибирск: Наука, 1999. – 392 с.
3. Рапопорт, Э. Я. Структурное моделирование объектов и систем управления с распределенными параметрами [Текст] / Э. Я. Рапопорт. – Москва: Высшая школа, 2003. – 239 с.
4. Hughes, T. The Finite Element Method: Linear Static and Dynamic Finite Element Analysis [Text] / T. Hughes. – Dover Publishe ers, 2000. – 704 p.
5. Šekara, T. An Efficient Method for Approximation of Non-Rational Transfer Functions [Text] / T. Šekara, M. Rapaić, M. Lazarević // Electronics. – 2013. – Vol. 17, Issue 1. – P. 40–44. doi: 10.7251/els1317040s
6. Djouambi, A. Optimal approximation, simulation and analog realization of the fundamental fractional order transfer function [Text] / A. Djouambi, A., Charef, A. Besançon // International Journal of Applied Mathematics and Computer Science. – 2007. – Vol. 17, Issue 4. – P. 455–462. doi: 10.2478/v10006-007-0037-9
7. Espinoza, R. Differential Equations of Mathematical Physics; Theory and Numerical Simulations [Text] / R. Espinoza, M. Alvarado, G. Omel'yanov. – Hermosillo, Sonora, Mexico, 2005. – 247 p.
8. Мартиненко, Н. А. Конечные интегральные преобразования и их применение к исследованию систем с распределенными параметрами [Текст] / Н. А. Мартиненко, Л. М. Пустыльников. – Москва: Наука, 1986. – 304 с.
9. Chareton, P. G. Computational Mathematics: Theory, Methods and Applications [Text] / P. G. Chareton. – Computational Mathematics and Analysis, 2011. – 443 p.
10. Assi, A. H. Engineering Education and Research Using Matlab [Text] / A. Assi. – InTech, 2011. – 490 p. doi: 10.5772/1532
11. Эйкхофф, П. Основы идентификации систем управления [Текст] / П. Эйкхофф. – Москва: Мир, 1975. – 683 с.
12. Astrid, P. Model Reduction for Process Simulations: A Proper Orthogonal Decomposition Approach [Text]: PhD Thesis / P. Astrid. – Eindhoven, 2004.
13. Фаллагі, А. Методи і засоби формування спеціалізованих псевдовипадкових керованих двійкових послідовностей [Текст]: дис. ... канд. техн. наук : 05.13.05 / А. Фаллагі. – Київ, 2007. – 150 с.