

УДК 621.224

Проведено аналіз причин виникнення складної вихрової структури потоку та підвищених втрат енергії, а також аналіз різних математичних моделей в каналах високонапірних РО гідротурбін

Ключові слова: математична модель, радіально-осьова гідротурбіна, втрати енергії

Проведен анализ причин возникновения сложной вихровой структуры потока и повышенных потерь энергии, а также анализ различных математических моделей в каналах высоконапорных РО гидротурбин

Ключевые слова: математическая модель, радиально-осевая гидротурбина, потери энергии

The analysis of the causes of the origination complex swirl structure of the flow and high energy losses is carried out , analysis of different mathematical models in the channels of high-pressure RO water turbines also.

Key words: mathematical model, the radial-axial turbine, the energy loss

ВИХРЕВАЯ СТРУКТУРА ПОТОКА И АНАЛИЗ РАЗЛИЧНЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ПОТОКА В КАНАЛАХ ВЫСОКОНАПОРНЫХ РАДИАЛЬНО-ОСЕВЫХ ГИДРОТУРБИН РО 400, РО 500 И РО 600

О. В. Потетенко

Кандидат технических наук, профессор*

В. Э. Дранковский

Кандидат технических наук, доцент*

А. М. Гришин

Старший преподаватель*

Е. С. Крупа

Младший научный сотрудник*

О. С. Вахрушева

Младший научный сотрудник*

E-mail: seasparrow09@rambler.ru

А. А. Гулахмадов

Аспирант*

*Кафедра "Гидравлические машины"

Национальный технический университет

«Харьковский политехнический институт»

ул. Фрунзе, 21, г. Харьков, 61002

Контактный телефон: (0572) 707-66-46

1. Введение

Вырабатываемая на гидроэлектростанциях электрическая энергия по себестоимости на порядок дешевле, чем на тепловых станциях. Кроме того только гидроагрегаты в силу их быстрой маневренности изменения режима работы, малого времени (2-5 минут) необходимого для пуска на полную мощность или полной остановки, способны работать на пиковых нагрузках суточного регулирования и этим самым обеспечивать благоприятные условия эксплуатации паровых турбин, использующих органические или

атомные источники энергии и в целом оптимизировать работу основных энерговырабатывающих агрегатов, работающих на единую энергосистему.

Основная задача энергосбережения на стадии разработки гидротурбин заключается в уменьшении потерь при преобразовании гидравлической энергии подводимого к турбине потока, т.е. в повышении части энергии преобразованной в электрическую.

Гидравлический КПД лучших образцов натуральных гидротурбин достигает 96%, при КПД модельных гидротурбин 92,5-93,5% ($D_1=0,5$ м). Однако к сожалению КПД модельных гидротурбин ($D_1=0,46-0,5$ м) на напоры 400, 500, 600 м существенно ниже и едва достигает

91,5%. Это связано со сложной вихревой структурой потока в каналах высоконапорных гидротурбин и большими достигающими 2,5-3,5% потерями энергии в подводящих поток к рабочему колесу органах.

Анализ причин возникновения сложной вихревой структуры потока и повышенных потерь энергии является основным этапом решения проблемы уменьшения гидравлических потерь.

2. Анализ вихревой структуры потока при турбулентном движении жидкости в каналах гидротурбин

Завихренность потока или турбулентность в каждом отдельном канале гидротурбины представляет собой сумму свободной, т.е. привнесенной в канал через входное сечение и образуемой в предыдущих каналах завихренности и связанной, т.е. образуемой в рассматриваемом канале вихревой структуры. Таким образом, при строгом решении задачи математического моделирования потока в рассматриваемом канале в качестве граничных условий во входном сечении наряду с осредненными по времени параметрами потока, такими как распределение осредненной скорости и давления необходимо задать и основные параметры турбулентности (завихренности) потока. И здесь возникают определенные трудности решаемые в основном посредством эксперимента по замеру параметров потока на модельной установке.

Общепринято называть основными параметрами характеризующими турбулентность следующие:

1. интенсивность турбулентности;
2. масштаб турбулентности;
3. коэффициент корреляции;
4. амплитудно-частотную характеристику и др.

Интенсивность турбулентности это корень квадратный от отношения кинетической энергии определенной по величине пульсационной компоненты скорости к кинетической энергии определенной по осредненной по времени скорости:

$$N = \frac{\sqrt{V'^2}}{V}$$

Масштаб турбулентности определяется как

$$L_\eta = \int_0^\infty R_{1-2} d\eta$$

где η - произвольно направление, что иллюстрируется на рис. 1, 2.

Коэффициент корреляции определяется по формуле:

$$R_{1-2} = \frac{\overline{V'_{1x} V'_{21}}}{\sqrt{(\overline{V'_{1x}})^2 (\overline{V'_{21}})^2}}$$

Частотно-амплитудная характеристика представляет собой график (рис.3)

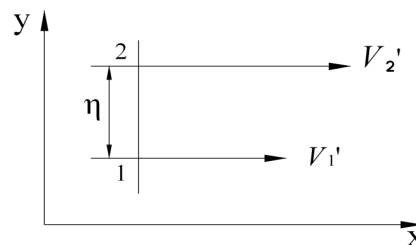


Рис. 1. Иллюстрация к определению коэффициента корреляции

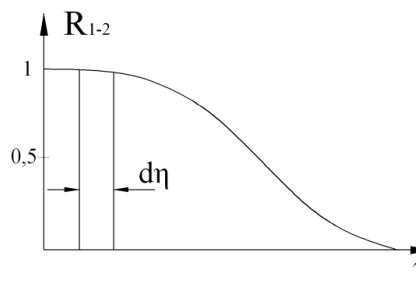


Рис.2. Иллюстрация к определению масштаба турбулентности

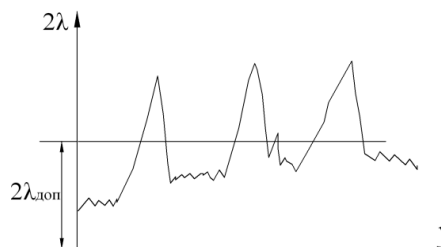


Рис. 3. Частотно-амплитудная характеристика

где 2λ – двойная амплитуда пульсации давления или пульсации скорости;

ν – частота пульсации, в Гц;

$2\lambda_{доп}$ – допустимая величина амплитуды пульсации в соответствии с международными нормами.

Наряду с вышеперечисленными характеристиками турбулентности дополнительными являются степень неоднородности турбулентности (неоднородности распределения в канале параметров турбулентности) и степень неізотропности (анізотропность) турбулентности.

Вихревая структура потока в спиральной камере характеризуется мелкомасштабной анизотропной пристеночной завихренностью и вследствие больших градиентов скорости в радиальном направлении каждого сечения спирали градиентной завихренностью обусловленной выравниванием эпюры скоростей в радиальном направлении за счет диффузионного переноса импульса и, наконец, крупномасштабной вихревой структурой типа «парного вихря» (рис. 4).

Соответственно, градиентная завихренность и «парный вихрь» обладают большой степенью неоднородности и анизотропии. Основной причиной больших гидравлических потерь энергии является то, что поток во входном сечении спирали имеет лишь 50% от момента импульса необходимого для оптимальной, с

минимальными циркуляционными потерями работы гидротурбины. Т.е. спиральная камера, каналы колонн статора и лопаток направляющего аппарата должны выполнить функцию увеличения с минимальными потерями момента импульса (приведенного к единице

$$\text{массового расхода } (V_{ur}) \text{ до величин } (V_{ur})_1 - (V_{ur})_2 = \frac{\eta_r g H}{\omega}$$

при величине $(V_{ur})_2$ на оптимальном режиме равной или близкой к нулю.

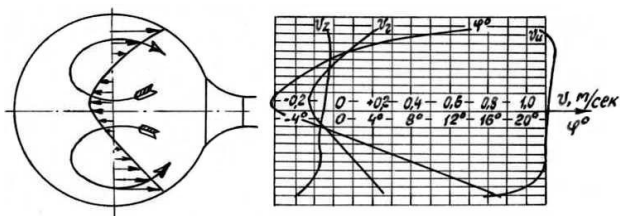


Рис. 4. Структура потока в поперечном сечении спиральной камеры.

Завихренность образуемая в спиральной камере (в качестве свободной) пройдя каналы колонн статора и направляющего аппарата и пополнившись новыми видами завихренности, такими как индуктивные вихревые винтового характера ($\vec{V} \times \text{rot} \vec{V} = 0$) вихри вследствие изменения углов атаки (и соответственно циркуляции) при обтекании профилей колонн статора и лопаток направляющего аппарата и вихрями сбегаящими с выходных кромок типа «дорожки Кармана» наряду с пристеночной и градиентной завихренностью в качестве свободной завихренности поступает в каналы рабочего колеса.

Следует отметить, что в подводящих органах процесс генерации вихрей происходит значительно более интенсивно, чем процесс диссипации и диффузионного переноса вследствие краткости пути движения вихрей и неоднородный и анизотропный по параметрам турбулентности поток поступает в каналы рабочего колеса.

На рис. 5 изображена схема модельной установки и сечения в которых с помощью шаровых зондов определялись параметры потока.

На рис. 6 представлена величина изменения скорости (векторно) $V_1 - \bar{V}_1$ по сравнению с осредненной скоростью в цилиндрическом сечении $r = 212$ мм при диаметре ($D_1 = 400$ мм)

На рис. 7 представлен характер изменения энергии в цилиндрическом сечении пред рабочим колесом.

На рис. 8 представлен характер изменения параметров потока и энергии за рабочим колесом.

Поток в рабочем колесе высоконапорной РО гидротурбины характеризуется свободной завихренностью проходящей вместе с потоком (конвективный перенос) через входное сечение в межлопастные каналы и завихренностью возникающей дополнительно в каналах рабочего колеса (связанная завихренность), т.е. завихренность обусловленную и связанную с геометрией канала.

Как обычно в каналах рабочего колеса дополнительно возникает пристеночная, градиентная и возможно в виде «парного вихря» крупномасштабная за-

вихренность, а также, в силу изменения углов атаки (а следовательно циркуляции скорости вокруг профиля) от корневого сечения к периферии с выходных кромок лопасти будут сбегать индуктивные вихри ($\text{rot} \vec{V} \parallel \vec{V}$) винтового характера и вихри «дорожки Кармана». Однако существенным является и новый вид вихрей генерируемый рабочим колесом – это так называемые крупномасштабные спиралеобразные «вихревые шнуры» создающие низкочастотную с большой амплитудой пульсацию давления в потоке за рабочим колесом. На рис. 9 показано, что вследствие разности скоростей на стороне разрежения и стороне давления профиля лопасти, т.е. вследствие разности интенсивностей вихревых пограничных слоев происходит перекося вихревых линий на ступице и ободе рабочего колеса. Вследствие этого вихревые линии на поверхности ступицы (и обода) вместо характерных для пристеночного слоя направлений $\text{rot} \vec{V} \perp \vec{V}$ приобретают винтовую компоненту и вследствие конвективного переноса через пристеночный слой обтекателя рабочего колеса сносятся в поток за рабочим колесом в отсасывающую трубу суммируясь с вихрем обусловленным циркуляцией потока за рабочим колесом и формируют вышеотмеченные спиралеобразные вихревые шнуры.

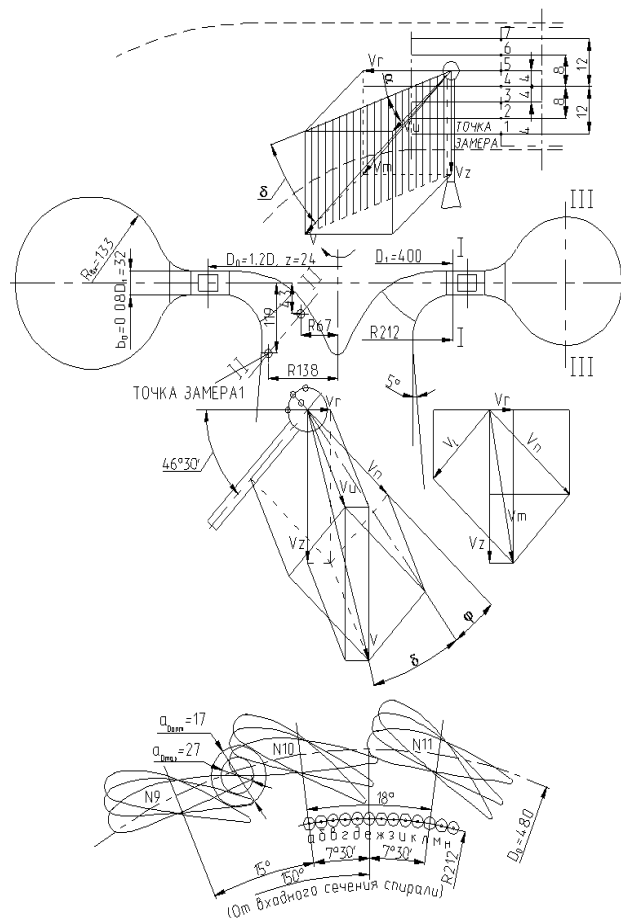


Рис. 5. Расположение мерных сечений в полости турбин и схемы расположения вектора абсолютной скорости

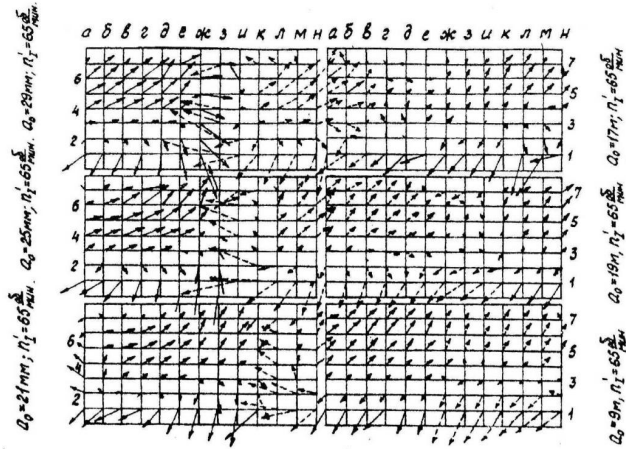


Рис. 6. Картина завихренности потока за направляющим аппаратом

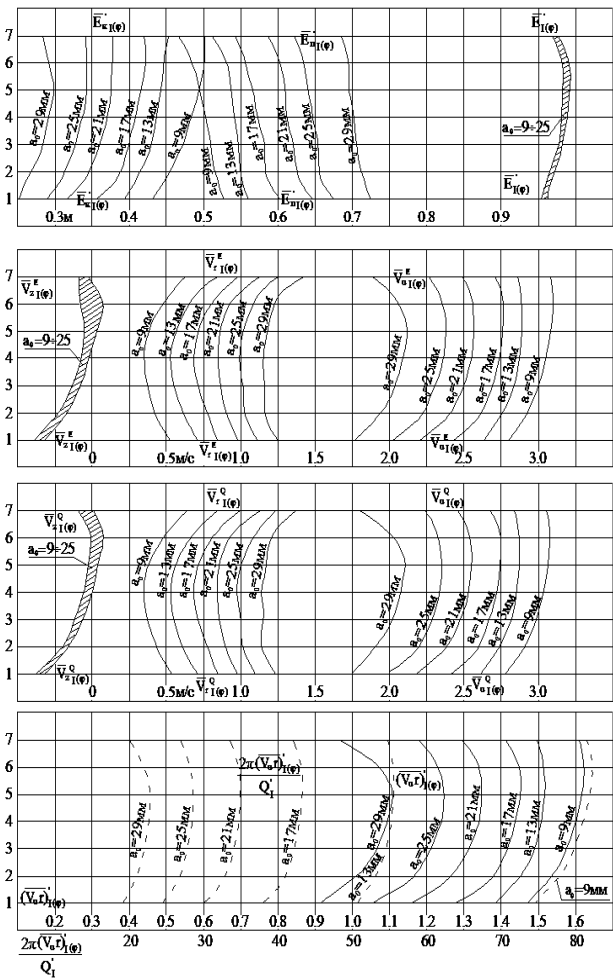


Рис. 7. Осредненные параметры потока перед рабочим колесом РО 5001-26

Рассматривая в целом причины потерь энергии в проточной части высоконапорных гидротурбин на напоры 400, 500 и 600 м можно выделить следующие основные из них:

а) потери энергии в пристеночных пограничных слоях;

б) потери энергии обусловленные переходом кинетической энергии определяемой по осредненной величине скорости в кинетическую энергию средне- и крупномасштабных вихревых структур.

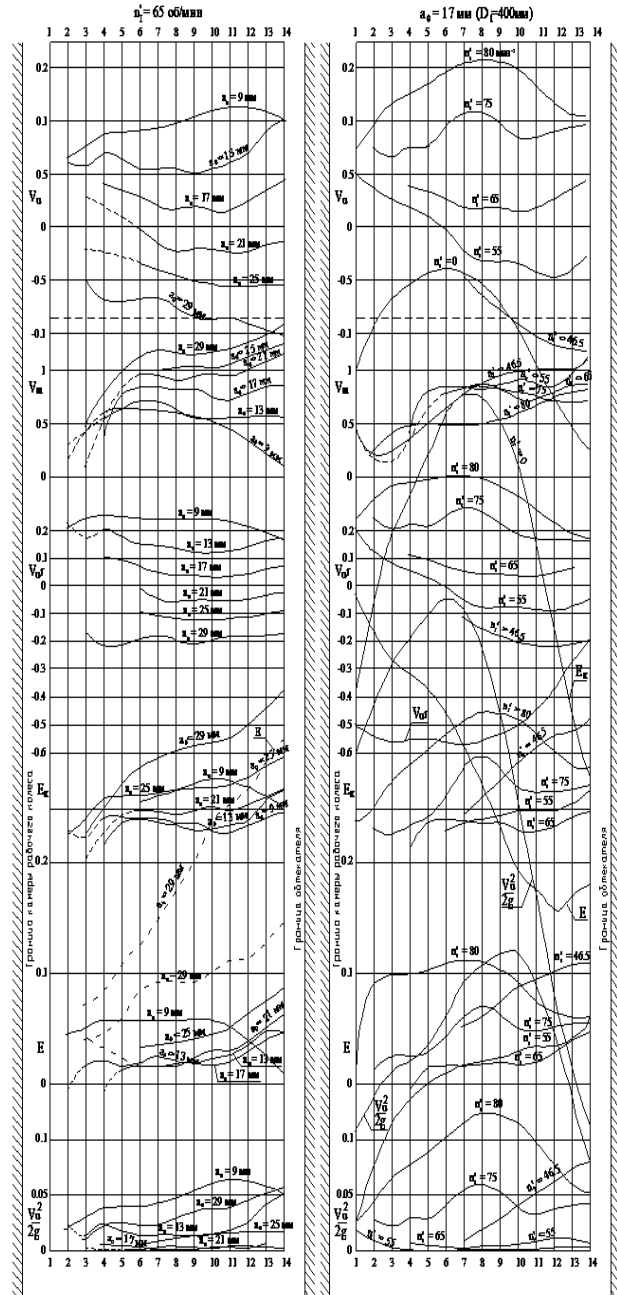


Рис. 8. Параметры потока за рабочим колесом РО 5001-26

Рассмотрим структуру потока в пристеночном турбулентном пограничном слое (рис. 10) потока движущегося вдоль гладкой стенки.

Турбулентный поток вблизи плоской гладкой стенки характеризуется следующими зонами. Будем рассматривать участок плоской стенки со стабилизированной эпюрой скоростей (исключив так называемый «начальный участок») в погранслое. То есть толщина погранслоя $\delta = \text{const}$ не зависящая от координаты X. В этом случае можно утверждать, что энергия генерации вихрей равна энергии диссипации вихрей и коэффи-

коэффициент гидравлических потерь на трение $\lambda = \text{const}$ не зависящей от координаты X . Естественно, что процесс генерации вихрей в погранслоях и диссипация в межлопастных каналах не уравнивают друг друга (т.е. $\delta \neq \text{const}$).

Распределения скоростей в пределах вязкого подслоя «1» имеет прямолинейный характер при толщине $\delta_{\text{в.п.с.}} \approx 0,1\delta$, т.е. на порядок меньше толщины погранслоя имеющего вне $\delta_{\text{в.п.с.}}$ логарифмический закон распределения скоростей «2».

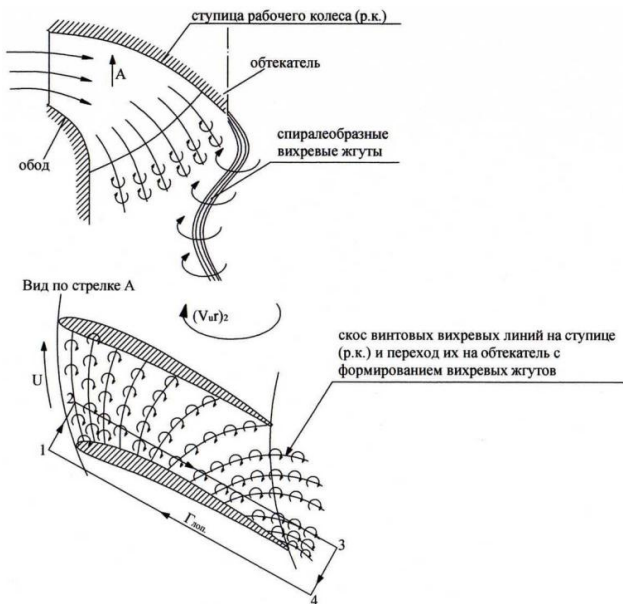


Рис. 9. Структура потока в межлопастных каналах радиально-осевых гидротурбин

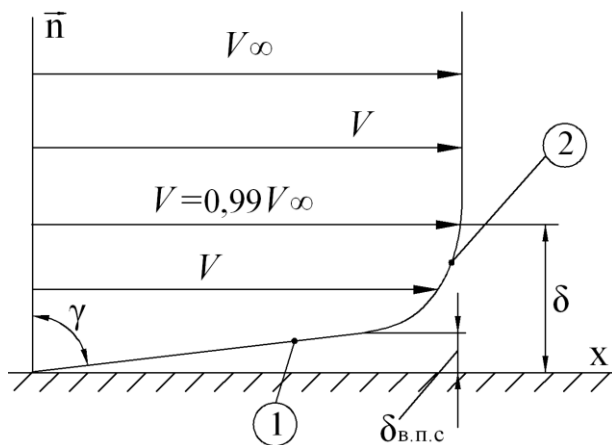


Рис. 10. Структура потока в пристеночном турбулентном пограничном слое

Основные потери энергии в погранслое определяются $\text{tg}\gamma = \frac{dV}{dn}$, т.е. углом наклона прямой линии «1» (рис. 10). Отметим, что толщина погранслоя $\delta \sim \frac{1}{\sqrt{\text{Re}}}$.

Аналогичная (рис. 10) эпюра скоростей в погранслое, но несколько деформированная имеет место на поверхностях ограничивающих поток в проточной ча-

сти гидротурбины при том, что абсолютная величина толщины погранслоя и вязкого подслоя натурной гидротурбины меньше, чем модельной в то время как V_∞ натурной гидротурбины больше.

Так как скорость потока на неподвижной стенке равна нулю и пульсации скорости также равны нулю ($\vec{V}' = 0$), то в пределах вязкого подслоя турбулентные касательные напряжения на порядок меньше «вязких» касательных напряжений определяемых по формуле

$$\tau_v = \mu \frac{dV}{dn}$$

то турбулентными напряжениями $\tau_T = -\rho \overline{V'_1 V'_2}$ как правило в пределах $\delta_{\text{в.п.с.}}$ пренебрегают.

В зоне логарифмического погранслоя вязкие и турбулентные касательные напряжения имеют один и тот же порядок и расчетах потока необходимо рассматривать ($\tau = \tau_T + \tau_v$) суммарные касательные напряжения.

В зоне вне погранслоя вязкие касательные напряжения τ_v на порядок меньше турбулентных и τ_v как правило пренебрегают, считая поток в этой зоне не вязким.

На основе вышеизложенного можно сделать вывод, что рассматривая основной поток, как поток не вязкой жидкости с последующим расчетом течения в погранслое на основе теории погранслоя можно получить достаточно достоверные и точные результаты, относительно потерь энергии на трение.

Кроме того при расчетном математическом моделировании потока в погранслое необходимо определить для каких условий (модельной или натурной турбины) проводится математическое моделирование.

3. Анализ преимуществ и недостатков различных математических моделей потока применительно к расчетам параметров движения жидкости в высоконапорных радиально-осевых гидротурбинах.

Наиболее простой и широко применяемой математической моделью потока является модель движения идеальной несжимаемой жидкости на основе уравнений Эйлера:

$$\vec{f} - \frac{1}{\rho} \text{grad} p = \frac{d\vec{V}}{dt}$$

и неразрывности: $\text{div} \vec{V} = 0$,

где \vec{f} - единичная (удельная) массовая сила; ρ -

плотность жидкости ($\rho = \text{const}$), p - давление, $\frac{d\vec{V}}{dt}$ - полное ускорение.

Для неподвижной (абсолютной) системы координат: $\vec{f} = \vec{f}_G = g\vec{k} = -\text{grad}(gz)$,

где \vec{f}_G - массовая сила тяжести;

g - ускорение силы тяжести ($g = 9.81$ м/сек);

\vec{k} - единичный вектор вертикальной оси координат.

Уравнение Эйлера в форме И.И. Громека может быть записано в виде:

$$\text{grad} \left[z + \frac{p}{\gamma} + \frac{V^2}{2g} \right] = \frac{1}{g} (\vec{V} \times \text{rot} \vec{V})$$

Умножив левую и правую часть скалярно на $d\vec{r}$ получим:

$$d\left[z + \frac{p}{\gamma} + \frac{V^2}{2g}\right] = \frac{1}{g}(\vec{V} \times \text{rot}\vec{V}) \cdot d\vec{r},$$

где $d\vec{r}$ вектор произвольного перемещения.

Или $dH = \frac{1}{g}(\vec{V} \times \text{rot}\vec{V}) \cdot d\vec{r}$,

где $H = Z + \frac{p}{\gamma} + \frac{V^2}{2g}$.

Таким образом, если поток в неподвижном канале обладает постоянной энергией ($H = \text{const}$), то он либо потенциальный либо вихревой винтовой ($\vec{V} \times \text{rot}\vec{V} = 0$).

Напор не будет меняться ($dH = 0$), если $\vec{V} \parallel d\vec{r}$ - интегрирование вдоль линий тока или если $\text{rot}\vec{V} \parallel d\vec{r}$ - интегрирование вдоль вихревых линий. Таким образом в произвольном потоке идеальной жидкости существуют вихревопоточные поверхности на которых энергия (напор H) не меняется.

В случае вращающейся (при $\omega = \text{const}$) системе координат суммарная массовая сила определяется как $\vec{f} = \vec{f}_g + \vec{f}_c + \vec{f}_k$,

где $\vec{f}_g = -\text{grad}(gz)$ - единичная массовая сила тяжести;

$\vec{f}_c = \omega^2 \vec{r} = \text{grad}(\omega^2 r)$ - центробежная единичная сила;

$\vec{f}_k = -2\vec{\omega} \times \vec{V}$ - единичная сила Кориолиса.

Уравнение Эйлера в форме И.И.Громека во вращающейся системе координат запишется в виде:

$$\text{grad}\left[Z + \frac{p}{\gamma} + \frac{w^2 - u^2}{2g}\right] = \frac{1}{g}(\vec{w} \times \text{rot}\vec{V})$$

или в виде

$$dH_w = \frac{1}{g}(\vec{w} \times \text{rot}\vec{V}) \cdot d\vec{r},$$

где $H_w = z + \frac{p}{\gamma} + \frac{w^2 - u^2}{2g}$ - напор во вращающейся

системе координат,

\vec{w} - относительная, а $\vec{u} = \vec{\omega} \times \vec{r}$ переносная, \vec{V} - абсолютная скорость $\vec{V} = \vec{w} + \vec{u}$.

Если поток во вращающейся системе координат обладает постоянной энергией ($H_w = \text{const}$), то такой поток должен обладать свойствами: $\text{rot}\vec{V} = 0$ (потенциальный абсолютный поток) или $\vec{w} \times \text{rot}\vec{V} = 0$ (вихревые линии абсолютного потока совпадают с линиями тока относительного потока).

В общем случае движения идеальной жидкости во вращающихся каналах рабочего колеса в случае $\vec{V} \parallel d\vec{r}$ - интегрирование вдоль вихревых линий тока относительного движения жидкости или $\text{rot}\vec{V} \parallel d\vec{r}$ - интегрирование вдоль вихревых линий тока абсолютно движения напор остается постоянным ($H_w = \text{const}$).

Т.е. в общем случае существуют вихревопоточные поверхности образуемые линиями тока относительного движения и вихревыми линиями абсолютного движения на которых энергия не меняется ($H_w = \text{const}$).

Отметим, что энергия потока перед рабочим колесом (рис.7) так же как и за рабочим колесом, за исключением тонкой пристеночной зоны в пределах 1-3% погрешности является постоянной, что дает право сказать, что абсолютный поток перед рабочим колесом и за рабочим колесом приближенно может рассматриваться как винтовой (или даже потенциальный).

Перейдем к критическому рассмотрению математических моделей турбулентного течения вязкой жидкости.

Один из наиболее строгих выводов уравнения Навье-Стокса изложен в работе [1]. Дословно закон сохранения импульса здесь формулируется следующим образом: «Основной принцип динамики движения жидкости, носящий название принципа сохранения количества движения: скорость изменения количества движения жидкости, заключенной в движущимся объеме (мы называем такой объем жидким объемом) равна результирующей сил, действующих на эту жидкость».

Условимся называть жидкой поверхностью \hat{S} и жидким объемом \hat{V} - поверхность или объем состоящий из одних и тех же частиц движущейся жидкости.

Закон сохранения импульса (или количества движения в интегральной форме в соответствии с [1] запишется в виде:

$$\frac{d}{dt} \int_{\hat{V}} \rho \vec{V} dV = \int_{\hat{V}} \rho \vec{f} dV + \oint_{\hat{S}} \vec{\tau} ds,$$

где $\vec{\tau} = \vec{n} \cdot \vec{T}$

$\vec{\tau}$ - напряжения действующие на единичную площадку с нормалью \vec{n} ;

\vec{T} - тензор напряжений; \vec{V} - скорость, \vec{f} - единичная массовая сила; V - объем; S - поверхность.

Используя теорему переноса для первого слагаемого

$$\frac{d}{dt} \int_{\hat{V}} \rho \vec{V} dV = \int_{\hat{V}} \rho \frac{d\vec{V}}{dt} dV$$

и формулу Остроградского-Гаусса

$$\oint_{\hat{S}} \vec{\tau} ds = \oint_{\hat{S}} \vec{n} \cdot \vec{T} ds = \oint_{\hat{V}} \text{div} \vec{T} dV$$

получаем следующий вид интегральной формы закона сохранения импульса:

$$\int_{\hat{V}} \rho \left[\vec{f} + \frac{1}{\rho} \text{div} \vec{T} - \frac{d\vec{V}}{dt} \right] dV = 0$$

Или следующий вид дифференциальной формы закона сохранения импульса:

$$\vec{f} + \frac{1}{\rho} \text{div} \vec{T} = \frac{d\vec{V}}{dt}$$

называемой основным уравнением динамики сплошной среды или уравнением в напряжениях.

Используя реологическую формулу для Ньютоновской (или линейной) вязкой жидкости в виде:

$$\vec{T} = -p\vec{I} + 2\mu \dot{\vec{D}},$$

где \bar{T} - тензор напряжений, p - давление, \bar{I} - единичный тензор с компонентами $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, μ - динамический коэффициент вязкости,

$\dot{\bar{D}}$ - тензор скоростей деформации жидкого элемента с компонентами

$$\begin{pmatrix} 1/2\left(\frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_x}{\partial x}\right); & 1/2\left(\frac{\partial V_x}{\partial y} + \frac{\partial V_y}{\partial x}\right); & 1/2\left(\frac{\partial V_x}{\partial z} + \frac{\partial V_z}{\partial x}\right) \\ 1/2\left(\frac{\partial V_y}{\partial x} + \frac{\partial V_x}{\partial y}\right); & 1/2\left(\frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_y}{\partial y}\right); & 1/2\left(\frac{\partial V_y}{\partial z} + \frac{\partial V_z}{\partial y}\right) \\ 1/2\left(\frac{\partial V_z}{\partial x} + \frac{\partial V_x}{\partial z}\right); & 1/2\left(\frac{\partial V_z}{\partial y} + \frac{\partial V_y}{\partial z}\right); & 1/2\left(\frac{\partial V_z}{\partial z} + \frac{\partial V_z}{\partial z}\right) \end{pmatrix}$$

в декартовой системе координат.

Применив операцию $\text{div}\bar{T}$ для случая $\rho = \text{const}$ уравнение в напряжениях превратится в уравнение Навье-Стокса в виде:

$$\bar{f} + \frac{1}{g} \text{grad} p + \nu \nabla^2 \bar{V} = \frac{d\bar{V}}{dt}$$

Проведя осреднение параметров потока по методу

предложенному Рейнольдсом $\bar{\phi} = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_0 - \frac{\Delta t}{2}}^{t_0 + \frac{\Delta t}{2}} \phi dt$ параметры

потока разделяются на осредненные и пульсационные компоненты $V_i = \bar{V}_i + V'_i$; $p = \bar{p} + p'$

Осредненное уравнение Навье-Стокса или уравнение Рейнольдса для турбулентного движения вязкой жидкости запишется в виде:

$$\bar{f} + \frac{1}{\rho} \text{grad} \bar{p} + \nu \nabla^2 \bar{V} + \frac{1}{\rho} \text{div} \bar{T}^{(T)} = \frac{d\bar{V}}{dt},$$

где $\bar{T}^{(T)}$ - тензор турбулентных напряжений имеющих компоненты:

$$\begin{pmatrix} -\rho \overline{V'_1 V'_1}; -\rho \overline{V'_1 V'_2}; -\rho \overline{V'_1 V'_3} \\ -\rho \overline{V'_2 V'_1}; -\rho \overline{V'_2 V'_2}; -\rho \overline{V'_2 V'_3} \\ -\rho \overline{V'_3 V'_1}; -\rho \overline{V'_3 V'_2}; -\rho \overline{V'_3 V'_3} \end{pmatrix}$$

Таким образом, при выводе уравнения Рейнольдса (осредненного уравнения Навье-Стокса), начиная с вывода уравнения в напряжениях рассматривался жидкий объем, ограниченный жидкой поверхностью через которую не предусмотрен диффузионный перенос импульса и момента импульса.

Если рассматривать координату x_i в качестве продольной по отношению к жидкой поверхности \hat{S} координаты, а x_j в качестве нормальной, то турбулентное

касательное напряжение $\tau_{ij} = -\rho \overline{V'_i V'_j}$ имеет физический смысл диффузионного переноса импульса $\rho V'_i$ продольной пульсационной компоненты скорости за счет расхода $V_j \Delta S$ через единичную площадку ($\Delta S = 1$)

с нормальной пульсационной скоростью V'_j ; другими словами диффузионный перенос импульса $\rho V'_i$. Однако суммарный импульс который необходимо учитывать при диффузионном переносе равен $\rho(\bar{V}_i + V'_i)$. Не учет части переносимого импульса $\rho \bar{V}_i$ в уравнениях Рейнольдса могут привести к погрешностям в определении параметров потока, особенно в зоне с большими градиентами скорости, например, вблизи передней критической точки входного элемента профиля.

Если слагаемые векторного уравнения Навье-Стокса диадно умножить на вектор скорости, то получим так называемое уравнение Навье-Стокса в консервативной, энергетической или тензорной форме, которое после операции свертки тензоров превращается в уравнение баланса полной кинетической энергии определяемой по скорости $\bar{V} = \bar{V} + \bar{V}'$.

Если слагаемые осредненного векторного уравнения Навье-Стокса (уравнение Рейнольдса) диадно умножить на вектор осредненной скорости, то оно приобретает консервативную, тензорную форму и после свертки тензоров получим уравнение баланса кинетической энергии определяемой по скорости \bar{V} .

Если из первого уравнения баланса полной кинетической энергии почленно вычесть уравнения баланса осредненной кинетической энергии, то получим уравнение баланса турбулентной кинетической энергии определяемой скоростью \bar{V}' или так называемое «к» - уравнение. Таким образом «к» - уравнение выводится в конечном итоге из уравнения Навье-Стокса и представляет собой скалярное уравнение, описывающее баланс турбулентной кинетической энергии.

Одну из форм записи «к» - уравнения можно представить в виде:

$$\dot{k} + U_i k_i + \left[u_i \left(\frac{1}{2} u_j u_j + p/\rho \right) \right]_i = -\overline{u_i u_j} U_{ij} + \overline{\nu u_{ij} u_{ij}},$$

где $K = \frac{1}{2} u_i u_i$, причем по правилу Эйнштейна здесь

осуществляется суммирование по повторяющемуся

(немому) индексу $k = \frac{1}{2}(u_1 u_1 + u_2 u_2 + u_3 u_3)$.

Суммарная скорость равна $\bar{V} = \bar{V} + \bar{V}'$, здесь осредненная скорость $\bar{V}_i = U_i$, а пульсационная компонента

$V'_i = u_i$, $\dot{k} = \frac{\partial k}{\partial t}$; $k_i = \frac{\partial k}{\partial x_i}$. Физический смысл этих слагаемых следующий:

$U_i k_i$ - конвективный перенос за счет осредненного движения;

$\left[u_i \left(\frac{1}{2} u_j u_j + p/\rho \right) \right]_i$ - диффузионный перенос обусловленный пульсацией скорости и давления;
 $-\overline{u_i u_j} U_{ij}$ - генерация энергии вызванная взаимодействием напряжений Рейнольдса и градиента скорости;
 $\overline{\nu u_{ij} u_{ij}}$ - диссипация энергии.

Наиболее широкое распространение при математическом моделировании потока получила «к-ε» модель турбулентности использующая уравнения баланса турбулентной кинетической энергии - «к»-уравнение

и уравнение диссипации турбулентной кинетической энергии – «ε»- уравнение, которое может быть представлено в виде:

$$\dot{\epsilon} + U_i \epsilon_{,i} = -\overline{(u_i \epsilon')_{,i}} - 2\nu \overline{u_{i,j} u_{i,k} u_{j,k}} - 2\overline{(\nu u_{i,j,j})^2},$$

где $\epsilon = \frac{\nu}{2} \sum_{i,j} (U_{i,j} + U_{j,i})^2$; $\epsilon' = \frac{\nu}{2} \sum_{i,j} (u_{i,j} + u_{j,i})^2$; $\epsilon \sim K^{3/2} / L$,

где L - масштаб длины.

Физический смысл слагаемых в этом уравнении следующий:

$U_i \epsilon_{,i}$ - конвективный перенос;

$\overline{(u_i \epsilon')_{,i}}$ - диффузионный перенос;

$2\nu \overline{u_{i,j} u_{i,k} u_{j,k}}$ - генерация за счет растяжения вихрей;

$2\overline{(\nu u_{i,j,j})^2}$ - вязкая диссипация.

Отметим, что скалярные уравнения («k-ε» - модели) не могут учесть анизотропность крупномасштабных вихревых структур.

Основными «механизмами» проявляющими себя в турбулентном потоке являются: генерация и диссипация вихрей, конвективный и диффузионный перенос, трансформации одного вида турбулентной энергии в другой, корреляционные процессы и трансформация энергии моментов импульса локальных объемов в энергию импульса и наоборот.

Как отмечается в ряде работ «k-ε»- модель предполагает «турбулентную вязкость» изотропной, что является существенным недостатком, а так же не учитывается трансформация турбулентной энергии момента импульса в энергию импульса и наоборот. Для устранения последнего недостатка желательно привлечь интегральные уравнения, описывающие закон сохранения момента импульса и уравнения баланса энергии образуемой моментом импульса.

Более совершенная модель, основанная на уравнении Рейнольдса и неразрывности и шести дифференциальных уравнений для турбулентных напряжения с алгебраическими уравнениями описывающими различные «механизмы» в турбулентном потоке также не устраняет последний недостаток.

На основе вышеизложенного с учетом того, что вихревая мелкомасштабная пристеночная структура также как и крупномасштабная вихревая структура в ядре потока в проточной части высоконапорных радиально-осевых гидротурбин является анизотропной и что потери энергии на трение существенно зависят от угла γ (рис. 10), который достаточно точно определяется методами теории пограничного слоя напрашивается вывод, что модель потока невязкой (идеальной) жидкости с последующим расчетом пограничного слоя при определении гидравлических потерь имеет практически ту же точность, что и «k-ε»- модель применительно к проточной части высоконапорной гидротурбины РО 500, где энергия в сечениях перед рабочем колесом, так же как и за рабочим колесом варьируется в различных точках сечения в пределах 1-3%

Литература

1. Методы расчета турбулентных течений. Пер. с англ. «Prediction Methods For Turbulent Flows», Hemisphere publishing corporation, 1980, - Коллективная монография ведущих специалистов США, ФРГ, Франции и др. стран / М. Мир, 1984.
2. Роуч П. Вычислительная гидромеханика. М. Мир, 1980
3. Андерсон Д., Дж. Таннехилл, Плетчер Р. Вычислительная гидромеханика и теплообмен. Т.1, Т.2, М., Мир 1991
4. Роди В. Модели турбулентности окружающей среды. Методы расчета турбулентных течений. М., Мир, 1984
5. Флетчер К. Вычислительные методы в динамике жидкости. Т.1, Т.2., Мир, 1991