

*Синтезовано систему робастного керування нестационарним об'єктом при невідомому змінному обмеженому запізнюванні за станом в умовах збурень, використовуючи лише вимірне значення сигналу виходу об'єкта і обчислені значення спостерігача похідних. Дослідженням системи доведено суттєві переваги використання в основному контурі запропонованого спостерігача псевдопохідних, що дозволило зменшити похибку адаптивної системи в 37 раз*

*Ключові слова: робастна система керування, змінне запізнювання, модель нестационарного об'єкта, спостерігач псевдопохідних*

*Синтезирована система робастного управления нестационарным объектом при неизвестном переменном ограниченном запаздывании по состоянию в условиях возмущений, используя только измеренное значение сигнала выхода объекта и вычисленные значения наблюдателя производных. Исследование системы доказало существенные преимущества использования в основном контуре предложенного наблюдателя псевдопроизводных, что позволило уменьшить погрешность адаптивной системы в 37 раз*

*Ключевые слова: робастная система управления, переменное запаздывание, модель нестационарного объекта, наблюдатель псевдопроизводных*

# РОБАСТНА СИСТЕМА АДАПТИВНОГО КЕРУВАННЯ З КОМПЕНСАЦІЄЮ НЕВІДОМОГО ЗАПІЗНЮВАННЯ В УМОВАХ НЕСТАЦІОНАРНОСТІ ТА ЗОВНІШНІХ ЗБУРЕНЬ

**М. П. Лисиця**

Кандидат технічних наук, доцент\*

E-mail: lisitsa\_mpo@mail.ru

**П. М. Лисиця**

Кандидат технічних наук, старший викладач\*

E-mail: lysytsya\_mpo@mail.ru

\*Кафедра автоматики та електропривода

Полтавський національний технічний

університет ім. Ю. Кондратюка

пр. Першотравневий, 24, м. Полтава, Україна, 36011

## 1. Вступ

Доведення необхідних і достатніх умов стійкості інтервальних поліномів [1] дало початок розвитку теорії робастних систем керування. Одним з основних напрямів сучасної теорії автоматичного керування є синтез систем в умовах невизначеності [2, 3]. Робастність таких систем, при незмінній структурі керуючого пристрою, визначається можливістю часткової або повної компенсації збурюючих факторів, діючих на об'єкт і систему в цілому.

Наявність запізнювання у нестационарних об'єктів за таких умов може привести до нестійкої роботи замкненої системи керування. Тому синтез систем керування такими об'єктами є актуальною задачею теорії адаптивного керування.

## 2. Аналіз літературних даних та постановка проблеми

Для забезпечення необхідних критеріїв якості функціонування адаптивних систем стає необхідним урахування часу запізнювання, що потребує використання прогнозуючих пристроїв, як при повному вимірюванні вектору стану об'єкта [4], так і при вимі-

рюванні сигналів скалярних входів і виходів об'єкта [5]. В [6] розглянуто швидкодіючий адаптивний спостерігач для компенсації невідомого запізнювання при невідомому лише коефіцієнті підсилення об'єкта. Адаптивні системи автоматичного керування з компенсацією запізнювання [7, 8] нестационарних об'єктів, працюючі на основі спостерігача Халіла [9], забезпечують похибку 2,5–8 % без урахування похибки датчиків регульованих сигналів, що є недостатнім для багатьох систем автоматичного регулювання.

Ефективні методи, запропоновані в [10], базуються на  $H_2$ -підході. Вони є розв'язком задачі оптимального керування в нормі  $H_\infty$  з постановкою її в частотній області та знаходженням розв'язку двох рівнянь Ріккати в просторі станів. Інші подібні дослідження виконано в роботах [11, 12]. Робастне керування для нелінійного об'єкта з запізнюванням за станом, а також для об'єктів нейтрального типу досліджувалось у [13–15]. Дослідження робастного керування об'єктами з запізнюванням виконано також в роботах [16, 17], проте, як в останніх, так і в вище згаданих роботах похибка прямувала до нуля лише в об'єктах з невідомими параметрами, але стаціонарними, а в умовах їх нестационарності, при наявності запізнювання і зовнішніх збурень, при швидкості зміни параметрів об'єкта сумірній

із швидкістю вхідного сигналу, похибка складає не менше 2 %.

При багатьох технологічних процесах, таких як стикування об'єктів або їх деталей, регулювання товщини та діаметра кварцових трубок при їх виготовленні – забезпечення високої точності є визначальним для зменшення ймовірності виникнення аварії або утворення браку.

В даній роботі запропоновано синтезувати замкнену систему робастного керування нестационарним об'єктом зі збуренням і невідомим змінним запізнюванням на основі нового спостерігача, який дозволяє суттєво знизити похибку роботи адаптивної системи керування.

Розглянемо нестационарний об'єкт керування, динамічні процеси в якому, при наявності зовнішніх збурень і запізнювання в координатах, описуються векторно-матричним диференціальним рівнянням:

$$\dot{x}(t) = A(t) \cdot x(t) + H(t) \cdot x(t-h) + B(t) \cdot u(t) + F \cdot f(t), \quad (1)$$

$$y(t) = C \cdot x(t), \quad x(\lambda) = \phi(\lambda), \quad \lambda \in [-h(t), 0],$$

де  $x(t) \in R^n, u(t) \in R, f(t) \in R, y(t) \in R, \phi(\Theta)$  – обмежена гладка початкова функція;  $A(t), B(t), H(t), F(t)$  – числові матриці відповідного порядку;  $f(t)$  – зовнішня збурююча дія.

Подано вказане диференціальне рівняння (1) в операторній формі

$$Q(p,t) \cdot y(t) = G(p,t) \cdot y(t-h(t)) - k \cdot R(p,t) \cdot u(t) + f(t), \quad (2)$$

де  $p = \frac{d}{dt}$  – оператор диференціювання,  $y(t)$  – скалярна вихідна регульована змінна,  $u(t)$  – скалярне керування,  $k > 0, Q(p,t) = p^n + q_1(t) \cdot p^{n-1} + \dots + q_n(t)$  і  $R(p,t) = p^m + r_1(t) \cdot p^{m-1} + \dots + r_m(t)$  – диференціальні оператори порядків  $n$  і  $m$  відповідно.

Для більшості реальних фізично реалізованих об'єктів виконується умова  $m < n$ .

Бажаний перехідний процес в системі задано рівнянням еталонної моделі

$$Q_m(p) \cdot y_m(t) = k_m \cdot R_m(p) \cdot g(t), \quad (3)$$

де  $k_m > 0, g(t)$  – задаюча дія,  $y_m(t)$  – скалярний вихідний сигнал,  $\deg(Q_m(p)) = n, \deg(R_m(p)) = m, n > m$ .

Спроекуємо систему, яка повинна забезпечити виконання цільової умови  $|y(t) - y_m(t)| < E_d$  при  $t > T$ , де  $E_d$  – максимально допустима похибка, що має досить мале значення,  $T > 0$ .

**Припущення**

1. Диференціальні оператори  $Q(p,t)$  і  $R(p,t)$  подані коефіцієнтами:  $q_i(t) = q_{i0} + \Delta q_i(t), r_j(t) = r_{j0} + \Delta r_j(t), i=1, \dots, n, j=1, \dots, m$ , де  $\Delta q_i(t)$  і  $\Delta r_j(t)$  – функції, максимальне значення яких за модулем не перевищують  $Q_{im}$  і  $R_{jm}$  відповідно.

2. Значення  $q_{i0}, r_{j0}$  та  $k$  залежать від вектора невідомих параметрів  $\xi \in \Xi$ , де  $\Xi$  – відома обмежена множина можливих значень вектора  $\xi$ .

3. Оператор  $R(p,t)$  стійкий для всіх фіксованих  $t, R(s,t)$  – Гурвіцевий поліном, де  $s$  – комплексна змінна перетворення Лапласа.

4. Задаюча  $g(t)$  і збурююча  $f(t)$  дії є обмеженими функціями, причому  $|f(t)| < C$ , де  $C$  – відома постійна.

5. Час запізнювання  $h(t)$  – обмежена функція з умовою  $|\frac{dh(t)}{dt}| < 1$ , де  $h(t) > 0$ .

6.  $G(p,t)$  – диференціальний оператор, який є обмеженою функцією  $g_k(t)$ , причому  $|g_k(t)| < G_{km}$ , де  $G_{km}$  – максимальне значення відповідних функцій,  $\deg G(p,t) \leq n-1$ .

**3. Мета і завдання дослідження**

Метою роботи є синтез та дослідження робастної системи адаптивного керування з компенсацією невідомого змінного і обмеженого запізнювання в умовах нестационарності параметрів об'єкта при наявності зовнішніх обмежених збурень.

Для досягнення поставленої мети були сформульовані наступні завдання:

- визначити математичні моделі нестационарного об'єкта, еталонної моделі та скласти рівняння похибки системи;
- визначити закон керування та функцію розузгодження системи;
- розкрити запропоновану ідею використання спостерігача псевдопохідних;
- провести порівняльний аналіз перехідних процесів систем, побудованих на основі: спостерігача похідних та спостерігача псевдопохідних.

**4. Побудова адаптивної системи на основі спостерігача псевдопохідних**

Використовуючи операторне рівняння об'єкта (1), подамо кожний з операторів  $Q(p,t)$  і  $R(p,t)$  у вигляді двох складових:

$$Q(p,t) = Q_0(p) + \Delta Q(p,t),$$

$$R(p,t) = R_0(p) + \Delta R(p,t),$$

де  $Q_0(p), R_0(p)$  – диференціальні оператори з постійними невідомими коефіцієнтами, залежними від вектора невідомих параметрів  $\xi \in \Xi; \Delta Q(p,t), \Delta R(p,t)$  – коефіцієнти нестационарних операторів, які є обмеженими неперервними функціями часу:

$$\Delta Q(p,t) = \Delta q_1(t)p^{n-1} + \dots + \Delta q_n(t), \quad \deg \Delta Q(p,t) = n-1,$$

$$\deg Q_0(p) = n, \quad \Delta R(p,t) = \Delta r_1(t)p^{m-1} + \dots + \Delta r_m(t),$$

$$\deg \Delta R(p,t) = m-1, \quad \deg R_0(p) = m.$$

Виходячи із (2), отримаємо

$$Q_0(p) \cdot y(t) = k \cdot R_0(p) \cdot u(t) - \Delta Q(p,t) \cdot y(t) + k \cdot \Delta R(p,t) \cdot u(t) + G(p,t) \cdot y(t-h(t)) + f(t). \quad (4)$$

Виразимо оператори  $Q_0(p)$  і  $R_0(p)$  через відповідні оператори моделі  $Q_m(p)$  і  $R_m(p)$  у вигляді

$$Q_0(p) = Q_m(p) + \Delta Q_0(p), \quad R_0(p) = R_m(p) + \Delta R_0(p),$$

де  $\Delta Q_0(p)$  і  $\Delta R_0(p)$  – оператори з невідомими коефіцієнтами порядків  $n-1$  і  $m-1$  відповідно.

Після перетворення (4) отримаємо

$$\begin{aligned} Q_m(p) \cdot y(t) &= k \cdot R_m(p) \times \\ &\times \left( u(t) + \frac{\Delta R_0(p)}{R_m(p)} \cdot u(t) + \frac{\Delta R(p,t)}{R_m(p)} \cdot u(t) + \right. \\ &+ \frac{G(p,t)}{k \cdot R_m(p)} \cdot y(t-h(t)) - \\ &\left. - \frac{\Delta Q(p,t)}{k \cdot R_m(p)} \cdot y(t) - \frac{\Delta Q_0(p)}{k \cdot R_m(p)} \cdot y(t) + \frac{f(t)}{k \cdot R_m(p)} \right). \end{aligned} \quad (5)$$

Складемо рівняння відносно помилки на основі (3) і (5), враховуючи  $e(t) = y(t) - y_m(t)$ :

$$\begin{aligned} Q_m(p) \cdot e(t) &= k \cdot R_m(p) \times \\ &\times \left( u(t) + \frac{\Delta R_0(p)}{R_m(p)} \cdot u(t) + \frac{\Delta R(p,t)}{R_m(p)} \cdot u(t) + \right. \\ &+ \frac{G(p,t)}{k \cdot R_m(p)} \cdot y(t-h(t)) - \\ &\left. - \frac{\Delta Q(p,t)}{k \cdot R_m(p)} \cdot y(t) + \frac{\Delta Q(p)}{k \cdot R_m(p)} \cdot y(t) + \frac{f(t)}{k \cdot R_m(p)} - \frac{k_m}{k} \cdot g(t) \right). \end{aligned} \quad (6)$$

Задамо бажану передавальну функцію моделі у вигляді

$$W_m(p) = \frac{k_m \cdot R_m(p)}{Q_m(p)} = \frac{k_m}{(p+a_m) \cdot T(p)}. \quad (7)$$

Поліном  $T(p)$  визначає закон зміни керуючої дії  $u(t)$  наступним чином

$$u(t) = T(p) \cdot \bar{v}(t), \quad \bar{v}(t) = \alpha \cdot v(t), \quad (8)$$

де  $\alpha > 0$ ,  $v(t)$  – перетворена керуюча дія.

Виходячи із (7)

$$\frac{T(p) \cdot R_m(p)}{Q_m(p)} = \frac{1}{p+a_m}, \quad \text{де } a_m > 0.$$

Рівняння (6), з врахуванням (8), перетворимо до вигляду

$$(p+a_m) \cdot e(t) = \beta \cdot v(t) + \Psi(t), \quad (9)$$

де  $\beta = k \cdot \alpha$ .

Вся невизначеність об'єкта керування, відносно коефіцієнтів  $\Delta q_i$  і  $\Delta r_j$ , невідомих обмежених функцій запізнювання  $h(t)$  і зовнішнього збурення  $f(t)$ , входить до складу функцій розузгодження  $\Psi(t)$

$$\begin{aligned} \Psi(t) &= \frac{\Delta R_0(p)}{R_m(p)} \cdot k \cdot \alpha \cdot v(t) + \frac{k}{R_m(p) \cdot T(p)} \times \\ &\times \left[ \Delta R(p,t) \cdot u(t) + \frac{G(p,t) \cdot y(t-h(t))}{R_m(p) \cdot T(p)} - \right. \\ &- \frac{\Delta Q(p,t)}{R_m(p) \cdot T(p)} \cdot y(t) - \frac{\Delta Q_0(p)}{R_m(p) \cdot T(p)} + \\ &\left. + \frac{f(t)}{R_m(p) \cdot T(p)} - \frac{k_m}{T(p)} \cdot g(t) + \frac{(k \cdot \alpha - \beta)}{R_m(p)} \cdot v(t) \right]. \end{aligned} \quad (10)$$

Останній член виразу  $\Psi(t)$  враховує непогодженість вибраних коефіцієнтів  $\alpha$  і  $\beta$ . При мінімальному розузгодженні існує помилка  $\bar{e}(t)$ , яка коригується допоміжним контуром

$$(p+a_m) \cdot \bar{e}(t) = \beta \cdot v(t). \quad (11)$$

Тоді рівняння розузгодження із похибкою  $\varepsilon(t) = e(t) - \bar{e}(t)$  записується

$$(p+a_m) \cdot \varepsilon(t) = \Psi(t). \quad (12)$$

Розглянемо побудову системи без вимірювання похідних сигналів. При цьому замість перетвореної керуючої дії  $v(t)$  можна використати її оцінку похідних  $\eta(t)$  [7, 9] за формулою

$$\dot{\eta}(t) = F_0 \cdot \eta(t) + B_0 \cdot (v(t) - \omega(t)), \quad (13)$$

де  $\omega(t) = L \cdot \eta(t)$ ,  $\eta(t) \in \mathbb{R}^{n-m}$ ,  $F_0$  – матриця в формі Фробеніуса з нульовим нижнім рядком,

$$F_0 = \begin{vmatrix} 0 & I_{n-m-1} \\ 0 & 0 \end{vmatrix}, \quad B_0^T = \begin{vmatrix} b_1 & b_2 & \dots & b_{n-m} \\ \mu & \mu^2 & \dots & \mu^{n-m} \end{vmatrix}.$$

Параметри вибираються так, щоб матриця  $F = F_0 + B \cdot L$  була Гурвіцева,  $B^T = [b_1 \ b_2 \ \dots \ b_{n-m}]$ ,  $\mu > 0$  – достатньо мале число. За таким визначенням похідних можна отримати обмежену похибку, яка коливається в межах  $8 \pm 2,5\%$  після перехідного терміну адаптації  $t > T_0$  при нестаціонарності параметрів об'єкта.

Обчислимо деяку псевдопохідну за допомогою спостерігача псевдопохідних. Для цього спостерігач 3-го порядку (13) запишемо в іншому вигляді, використовуючи матрицю  $\bar{\mu}$ :

$$\dot{\eta}(t) = F_0 \cdot \eta(t) + B_\mu \cdot \bar{\mu} \cdot \eta_v(t), \quad (14)$$

$$\text{де } F_0 = \begin{vmatrix} 0 & I_2 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}, \quad B_\mu = \begin{vmatrix} \frac{b_1}{\mu} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{b_2}{\mu^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\mu^3} \end{vmatrix},$$

$$\bar{\mu} = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 + \sqrt{\mu^1} + \sqrt{\mu^2} & -1 + \sqrt{\mu^1} + \sqrt{\mu^2} \end{vmatrix}, \quad \eta_v(t) = \begin{vmatrix} v(t) \\ \eta_1(t) \end{vmatrix}.$$

Для 2-го порядку

$$F_0 = \begin{vmatrix} 0 & I_1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}, B_\mu = \begin{vmatrix} b_1 & 0 \\ \mu & \\ 0 & b_2 \\ & \mu^2 \end{vmatrix}, \bar{\mu} = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1+\mu & -1+\mu \end{vmatrix}, \eta_v(t) = \begin{vmatrix} v(t) \\ \eta_1(t) \end{vmatrix}.$$

Тобто останній рядок, починаючи з другого, матриці  $\bar{\mu}$  включає в себе значення відповідним чином залежні від  $\mu$ .

Необхідний сигнал перетвореної керуючої дії  $v(t)$  формуємо з оцінки  $\bar{\varepsilon}(t)$  за формулою

$$v(t) = -\frac{1}{\beta} (p + a_m) \cdot \bar{\varepsilon}(t). \tag{15}$$

Оцінку  $\bar{\varepsilon}(t)$  отримуємо зі звичайного спостерігача похідної [9]

$$\dot{z}(t) = \bar{F}_0 \cdot z(t) + \bar{B}_0 (\varepsilon - L_2 \cdot z(t)), \tag{16}$$

де  $z(t) \in \mathbb{R}^2$ ,  $\bar{F}_0$  і  $\bar{B}_0$  – побудовані за (13) з відповідним порядком.

За отриманими вище співвідношеннями замкнена адаптивна система з об'єктом керування (2) описується наступним чином

$$Q(p, t) \cdot y(t) = G(p, t) \cdot y(t - h(t)) + k \cdot R(p, t) \cdot u(t) + f(t).$$

Закон керування:

$$u(t) = T(p) \cdot \alpha \cdot \eta(t), \quad T = [t_0, t_1, \dots, t_{n-m-1}],$$

де  $t_0, t_1, \dots, t_{n-m-1}$  – коефіцієнти полінома  $T(s)$ .

Спостерігач псевдопохідних:

$$\dot{\eta}(t) = F_0 \cdot \eta(t) + B_\mu \cdot \bar{\mu} \cdot \eta_v(t), \quad \eta(t) \in \mathbb{R}^\gamma, \quad \gamma = 2 \text{ або } 3.$$

Допоміжний контур:

$$(p + a_m) \cdot \bar{\varepsilon}(t) = \beta \cdot v(t), \quad \varepsilon = e - \bar{\varepsilon}(t).$$

Спостерігач похідних:

$$\dot{z}(t) = \bar{F}_0 \cdot z(t) + \bar{B}_0 (\varepsilon - L_2 \cdot z(t)), \quad z(t) \in \mathbb{R}^2.$$

Регулятор допоміжного контуру:

$$v(t) = -\frac{1}{\beta} \cdot c \cdot z, \quad c = [a_m, 1].$$

**Приклад.** Розглянемо об'єкт керування, модель якого подана диференціальним рівнянням (1), при  $n=4, m=1$  з матрицями:

$$A(t) = \begin{vmatrix} -q_1(t) & 1 & 0 & 0 \\ -q_2(t) & 0 & 1 & 0 \\ -q_3(t) & 0 & 0 & 1 \\ -q_4(t) & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}, \quad H(t) = \begin{vmatrix} g_1(t) & 0 & 0 & 0 \\ g_2(t) & 0 & 0 & 0 \\ g_3(t) & 0 & 0 & 0 \\ g_4(t) & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix},$$

$$B(t) = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ k \\ r_1(t) \end{vmatrix}, \quad F = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{vmatrix}, \quad C = [1 \ 0 \ 0 \ 0].$$

Розкладаючи коефіцієнти  $q_i$  та  $r_i(t)$  на стаціонарні та нестационарні складові:  $q_i(t) = q_{i0} + \Delta q_i(t)$ ,  $i=1, \dots, 4$ ,  $r_i(t) = r_{i0} + \Delta r_i(t)$  – отримуємо операторне рівняння виду:

$$\begin{aligned} & (p^4 + q_{10}p^3 + q_{20}p^2 + q_{30}p + q_{40}) \cdot y(t) = \\ & = (k \cdot p + r_{10}) \cdot u(t) - (\Delta q_1(t)p^3 + \Delta q_2(t)p^2 + \Delta q_3(t)p + \\ & + \Delta q_4(t)) \cdot y(t) + (g_1(t)p^3 + g_2(t)p^2 + g_3(t)p + g_4(t)) \times \\ & \times y(t - h(t)) + \Delta r_1(t) \cdot u(t) + f(t). \end{aligned} \tag{17}$$

Операторне рівняння моделі задано у вигляді

$$(p + 2)(p^2 + 6p + 9) \cdot y_m(t) = 81 \cdot g(t).$$

Клас невизначеності  $\Xi$  задано нерівностями:

$$\begin{aligned} & -4 \leq q_{i0} \leq 4, \quad -6 \leq \Delta q_i(t) \leq 6, \quad i = 1, \dots, 4, \quad 0, 6 \leq k \leq 1, 2, \\ & 7 \leq r_{10} \leq 25, \quad -5 \leq \Delta r_1(t) \leq 5, \quad 0 \leq h(t) \leq 10, \quad -6 \leq g_1(t) \leq 6, \\ & -20 \leq g_2(t) \leq 20, \quad -40 \leq g_3(t) \leq 40, \quad -80 \leq g_4(t) \leq 80 \end{aligned}$$

Збурюючий вплив задовольняє умові  $|f(t)| < 10$ . На основі рівняння еталонної моделі задамо поліном керуючої дії  $u(t)$ :  $T(s) = s^2 + 6s + 9$ . У допоміжному контурі (11)  $a_m$ , виходячи із еталонного процесу, задамо рівним 2, а  $\beta = 0,5$ . Рівняння спостерігача 2-го порядку для псевдопохідних має наступний вигляд:

$$\begin{vmatrix} \dot{\eta}_1(t) \\ \dot{\eta}_2(t) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \eta_1(t) \\ \eta_2(t) \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \frac{6}{\mu} & 0 \\ 0 & \frac{9}{\mu^2} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1+\mu & -(1-\mu) \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} v(t) \\ \eta_1(t) \end{vmatrix},$$

де  $\mu = 0,01$ .

Гнучкий зворотний зв'язок допоміжного контуру реалізований передавальною функцією

$$W_{dk}(s) = \frac{\beta}{s + a_m}.$$

Спостерігач похідної допоміжного контуру записано наступним чином

$$\dot{z}(t) = \frac{a_m}{\mu} (\varepsilon - z(t)).$$

Керуючі сигнали основного та допоміжного контурів сформовано у вигляді:

$$u(t) = 9\eta_1(t) + 6\eta_2(t) + \dot{\eta}_2(t),$$

$$v(t) = -\frac{1}{0,5} (2 \cdot z(t) + \dot{z}(t)).$$

Для заданого класу невизначеності похибка стеження змінюється в залежності від зміни параметрів цього класу. На рис. 1, а, б наведено перехідні процеси похибки стеження  $e(t)$  та керуючого впливу  $u(t)$  для варіанту найбільшої похибки  $e = 6,5 \times 10^{-3}$  з використанням псевдопохідних при наступних значеннях складових рівняння (17):

$$\begin{aligned}
 q_{i0} &= 4, \Delta q_1(t) = 6 \cos(4 \cdot t + \phi_1), \Delta q_2(t) = 6 \cos(t + \phi_2), \\
 \Delta q_3(t) &= 6 \sin(2 \cdot t + \phi_3), i = 1, \dots, 4, \Delta q_4(t) = 6 \sin(t), \\
 k = r_0 &= 1, \Delta r_1(t) = 5 \cdot \sin(5 \cdot t), r_{10} = 7, g_1(t) = 6 \sin(t), \\
 g_2(t) &= 20 \sin(2 \cdot t), g_3(t) = 40 \sin(2 \cdot t), g_4(t) = 80 \sin(t), \\
 g(t) &= \sin(1,57 \cdot t), \mu = 0,01, a_m = 2, f(t) = 10 \sin(2 \cdot t), \\
 h(t) &= 5 + 5 \cdot \sin(0,157 \cdot t), \phi_1 = 264^\circ, \phi_2 = 180^\circ, \phi_3 = 90^\circ.
 \end{aligned}$$

Аналогічні обчислення проведено існуючим методом на основі спостерігача похідних, де похибка має значно більші значення (рис. 2, а, б).

Набагато кращі показники роботи адаптивної системи дає використання спостерігача 3-го порядку для псевдопохідних з наведеним об'єктом 4-го порядку при тій самій структурі системи і параметрах регуляторів.

Слід сказати, що використовуючи існуючий спостерігач похідних, не можна досягти отриманих результатів значним зменшенням  $\mu$  із-за появи нестійкого режиму роботи системи. Збільшення порядку спостерігача похідних не покращує результатів роботи системи.

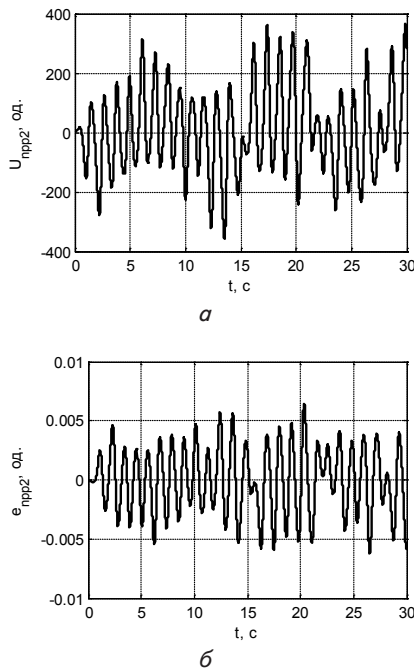


Рис. 1. Перехідні процеси системи зі спостерігачем 2-го порядку для псевдопохідних: а – вхідний сигнал об'єкта, б – похибка системи

$$\begin{aligned}
 \begin{pmatrix} \dot{\eta}_1(t) \\ \dot{\eta}_2(t) \\ \dot{\eta}_3(t) \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \eta_1(t) \\ \eta_2(t) \\ \eta_3(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{6}{\mu} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{9}{\mu^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\mu^3} \end{pmatrix} \times \\
 &\times \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 + \mu + \sqrt{\mu} & -(1 - \mu - \sqrt{\mu}) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} v(t) \\ \eta_1(t) \end{pmatrix}.
 \end{aligned}$$

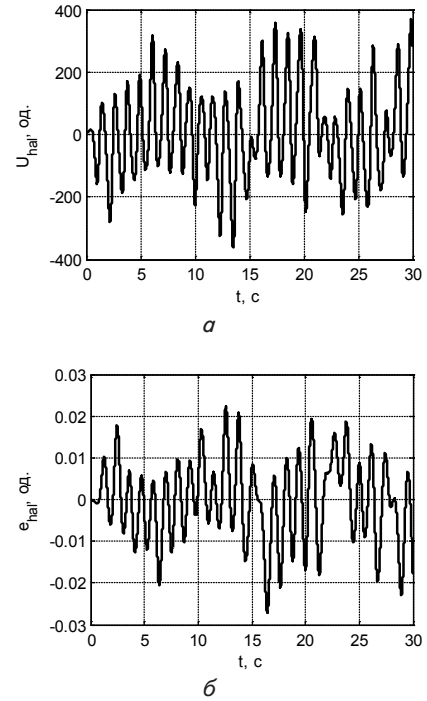


Рис. 2. Перехідні процеси системи зі спостерігачем 2-го порядку для похідних: а – вхідний сигнал об'єкта, б – похибка системи

Результати досліджень перехідних процесів зі спостерігачем 3-го порядку для псевдопохідних подано на рис. 3, а, б. Важливо відмітити, що зменшення похибки системи відбувається практично без помітних змін енергії вхідного сигналу і перевищення його амплітуди. Вихідні співпадаючі сигнали системи та моделі в наведеному масштабі, як зі спостерігачем похідної, так і зі спостерігачем 3-го порядку для псевдопохідних, наведені на рис. 4, а, б.

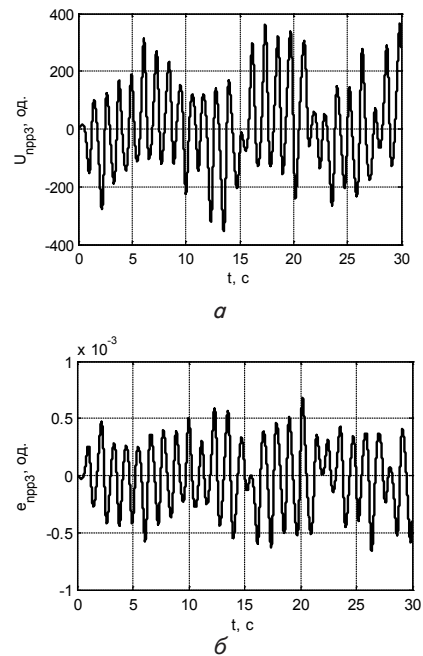


Рис. 3. Перехідні процеси системи зі спостерігачем 3-го порядку для псевдопохідних: а – вхідний сигнал об'єкта, б – похибка системи

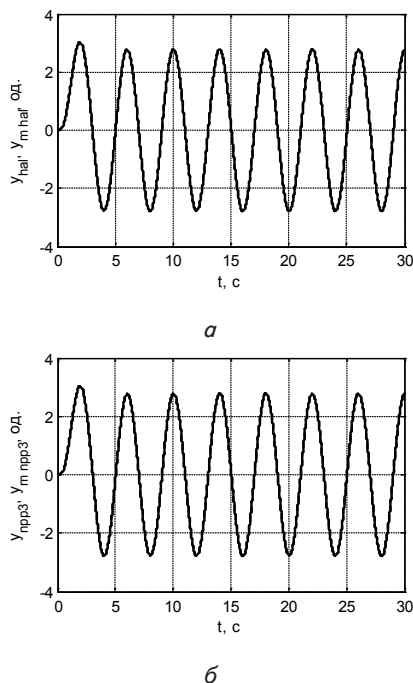


Рис. 4. Вихідні сигнали системи та моделі:  
 а – зі спостерігачем похідних, б – зі спостерігачем  
 3-го порядку для псевдопохідних

На основі досліджень встановлено, що для наведеного класу невизначеності  $\Xi$  при нестационарних значеннях параметрів об'єкта із запізнюванням в координатах похибка адаптивної системи зі спостерігачем псевдопохідних не перевищує  $7,1 \times 10^{-4}$ , що в 37 раз менше, ніж похибка існуючої системи з використанням спостерігача похідних.

Завдяки неявному включенню бажаної динаміки еталонного процесу в регулятори подана робастна система керування ефективно працює і без явної еталонної моделі, подаючи необхідний сигнал задаючого

пристрою безпосередньо на вхід суматора основного контуру керування.

## 5. Висновки

1. Нестационарний об'єкт в системі робастного керування, початково заданий векторно-матричним рівнянням, перетворено до операторного рівняння, в якому диференціальні оператори  $R(p,t)$ ,  $Q(p,t)$  складаються зі стаціонарної та нестационарної складових. Виходячи з бажаної динаміки роботи системи визначено операторне рівняння еталонної моделі третього порядку для наведеного об'єкта керування. Виражаючи стаціонарну складову операторів об'єкта через оператори моделі отримано неявне рівняння похибки системи.

2. Задаючи другий порядок бажаного полінома та використовуючи значення коефіцієнтів його, визначено закон зміни керуючої дії основного контуру керування. На основі неявного рівняння похибки та закону керування виведено рівняння, що включає функцію розузгодження, до складу якої входить вся невизначеність об'єкта керування та непогодженість допоміжних коефіцієнтів.

3. Розкрито запропоновану ідею використання спостерігача псевдопохідних, яка базується на введенні додаткової матриці у формулу оцінки похідних.

4. Для робастного керування нестационарним об'єктом при наявності змінного запізнювання за станом в умовах збурень використовуються тільки вимірне значення сигналу виходу об'єкта і обчислені значення похідних двох спостерігачів. Використання запропонованого алгоритму обчислення псевдопохідних замість алгоритму похідних спостерігача основного контуру керування зменшило похибку керування об'єктом із вказаним класом невизначеності до  $7 \times 10^{-4}$ , що в 37 разів менше похибки існуючої системи при однаковому коефіцієнті  $\mu$ . Наведені порівняльні перехідні процеси підтверджують ефективність запропонованого адаптивного методу керування нестационарними об'єктами вказаного класу невизначеності на основі спостерігача псевдопохідних.

## Література

- Харитонов, В. Л. Асимптотическая устойчивость семейства систем дифференциальных уравнений [Текст] / В. Л. Харитонов // Дифференциальные уравнения. – 1978. – Т. 14, № 11. – С. 2086–2088.
- Поляк, Б. Т. Робастная устойчивость и управление [Текст] / Б. Т. Поляк, П. С. Щербаков. – М.: Наука, 2002. – 303 с.
- Мирошник, И. В. Нелинейное и адаптивное управление сложными динамическими системами [Текст] / И. В. Мирошник, В. О. Никифоров, А. Л. Фрадков. – СПб.: Наука, 2000. – 549 с.
- Цыкунов, А. М. Адаптивное управление с компенсацией влияния запаздывания в управляющем воздействии [Текст] / А. М. Цыкунов // Известия РАН. Теория и системы управления. – 2000. – № 4. – С. 78–81.
- Цыкунов, А. М. Адаптивный предиктор и его применение в системах управления с запаздыванием [Текст] / А. М. Цыкунов // Сб. «Автоматика и электромеханика». Астраханский государственный технический университет, 2002. – С. 112–116.
- Быстродействующий адаптивный наблюдатель в системе компенсации неизвестного запаздывания (17 квітня 2014) [Електронний ресурс] / А. В. Старосельский // Московский государственный институт электроники и математики. – Москва. – 2013. Режим доступа: [http://www.nostras.ru/matematika/adaptivnaya\\_sistema\\_kompensacii.html](http://www.nostras.ru/matematika/adaptivnaya_sistema_kompensacii.html)
- Имангазиева, А. В. Робастная система автоматического управления с компенсацией запаздывания в условиях нестационарности [Текст] / А. В. Имангазиева // Вестн. Астрахан. гос. техн. ун-та. Серия: Управление, вычисл. техн. информ. – 2011. – № 2. – С. 30–36.
- Фуртат, И. Б. Адаптивное управление по выходу для систем с запаздыванием по управлению на основе модифицированного алгоритма адаптации высокого порядка [Текст]: тр. VI Межд. конф. / И. Б. Фуртат // Идентификация систем и задачи управления. – Москва, 2007. – С. 595–606.

9. Khalil, H. K. Universal integral controllers for minimum-phase nonlinear systems [Text] / H. K. Khalil // IEEE Transactions on Automatic Control. – 2000. – Vol. 45, Issue 3. – P. 490–494. doi: 10.1109/9.847730
10. Doyle, J. C. State-space solution to standard  $H_2$  and  $H_\infty$  control problems [Text] / J. C. Doyle, K. Glover, P. P. Khargonekar, B. A. Francis [Text] // IEEE Transactions on Automatic Control. – 1989. – Vol. 34, Issue 8. – P. 831–847. doi: 10.1109/9.29425
11. Glover, K. Robust stabilization of linear multivariable systems: relation to approximation [Text] / K. Glover // International Journal of Control. – 1986. – Vol. 43, Issue 3. – P. 741–766. doi: 10.1080/00207178608933499
12. Hassan, L.  $H_\infty$  unknown input observers design for a class of nonlinear time-delay systems [Text] / L. Hassan, A. Zemoucke, M. Boutayer. – Preprints of 18th IFAC World Congress, 2011. – P. 3879–3884. doi: 10.3182/20110828-6-it-1002.01583
13. Han, Q. L. Robust stability of uncertain delay-differential systems of neutral type [Text] / Q. L. Han // Automatica. – 2002. – Vol. 38, Issue 4. – P. 719–723. doi: 10.1016/s0005-1098(01)00250-3
14. Ivanescu, D. On delay dependent stability of neutral systems [Text] / D. Ivanescu, S. I. Niculescu, L. Dugard, J. M. Dion // Automatica. – 2003. – Vol. 39, Issue 2. – P. 255–261. doi: 10.1016/s0005-1098(02)00227-3
15. Nguang, S. K. Robust stabilization of a class of time-delay nonlinear systems [Text] / S. K. Nguang // IEEE Transactions on Automatic Control. – 2000. – Vol. 45, Issue 4. – P. 756–762. doi: 10.1109/9.847117
16. Gao, H. A new delay systems approach to network-based control [Text] / H. Gao, G. Chen, J. Lam // Automatica. – 2008. – Vol. 44, Issue 1. – P. 39–52. doi: 10.1016/j.automatica.2007.04.020
17. Liu, J. Delay dependent robust control for uncertain switched systems with time delay [Text] / J. Liu, X. Liu, W. C. Xie // Nonlinear Analysts: Hybrid Systems. – 2008. – Vol. 2, Issue 1. – P. 81–95. doi: 10.1016/j.nahs.2007.04.001

*У статті надані результати чисельного моделювання автоматичного виходу повітряного судна на друге коло при відмові двигуна. Зроблено оцінку виконання вимоги щодо повного градієнту сталого набору висоти при автоматичному виходу повітряного судна на друге коло, коли один двигун відмовив. Розроблено закон автоматичної компенсації відмови двигуна, котрий реалізовано через контур керма напрямку*

*Ключеві слова: вихід на друге коло, відмова двигуна, повний градієнт, руль напрямлення*

*В статтє представлєны результати численного моделювання автоматического ухода воздушного судна на второй круг при отказе двигателя. Выполнена оценка соблюдения требования к полному градиенту установившегося набора высоты при автоматическом уходе воздушного судна на второй круг с отказавшим двигателем. Разработан закон автоматической компенсации отказа двигателя, реализуемый через контур руля направления*

*Ключевые слова: уход на второй круг, отказ двигателя, полный градиент, руль направления*

УДК 629.7.062  
DOI: 10.15587/1729-4061.2015.43110

## РАЗРАБОТКА ЗАКОНА АВТОМАТИЧЕСКОЙ КОМПЕНСАЦИИ ОТКАЗА ДВИГАТЕЛЯ ПРИ УХОДЕ САМОЛЕТА НА ВТОРОЙ КРУГ

**В. С. Морозов**  
Аспирант

Кафедра компьютерных  
информационных технологий,  
Национальный авиационный университет  
пр. Космонавта Комарова, 1, г. Киев, Украина, 03680  
E-mail: vady.morozov89@gmail.com

**С. В. Морозов**  
Кандидат технических наук  
E-mail: free7f@meta.ua

### 1. Введение

При ручном пилотировании можно выделить три типовые методики ухода на второй круг самолетом [1]. Первая характеризуется программным изменением скорости на траектории набора. Вторая методика предусматривает одновременный набор и разгон по скорости. Третья методика отличается от предыдущих наличием горизонтальных участков для разгона по скорости. Данные методики ухода на 2-й круг присущи и для автоматического управления самолетом.

Автоматический уход на второй круг (2-й круг) выполняется с целью прекращения автоматического захода на посадку или автоматической посадки в случае отказа данных режимов управления или в случае невозможности их продолжения. Автоматический уход на второй круг может выполняться как со всеми работающими двигателями, так и с одним отказавшим. В случае автоматической посадки по III категории автоматический уход на второй круг должен выполняться и с отказавшим двигателем с любой точки траектории посадки [2]. Если система посадки предусматривает