

12. The Future of London's Maritime Services Cluster: A Call for Action [Text] / Report prepared by Fisher Association, 2004. – 113 p. – Available at: <http://fisherassoc.co.uk/project.asp?c=66>
13. Development in the Norwegian maritime cluster: report/1st European maritime Cluster Organization Roundtable [Text] / Wassenaar, Netherlands, 2004 – 28 p. – Available at: http://nortrade.com/index?cmd=show_article&id=168
14. Капица, С. П. Синергетика и прогнозы будущего [Текст] / С. П. Капица, С. П. Курдюмов, Г. Г. Малинецкий. – М.: Эдиториал УРСС, 2001. – 283 с
15. Постан, М. Г. Экономико-математические модели смешанных перевозок [Текст] / М. Я. Постан. – Одесса: Астропринт, 2006. – 376 с.

У даній статті розглянуті основні положення і концепції інвестиційної діяльності на сучасному фондовому ринку. Виявлено та обґрунтовано необхідність створення програмного продукту для роботи з портфелем цінних паперів. Пропонується створити на основі принципу максимуму Понтрягіна математичне та програмне забезпечення задачі управління портфелем цінних паперів враховуючи специфіку українського фондового ринку

Ключові слова: цінний папір, інвестиційний портфель, інвестиційна діяльність, модель Марковича, принцип максимуму Понтрягіна

В данной статье рассмотрены основные положения и концепции инвестиционной деятельности на современном фондовом рынке. Выявлена и обоснована необходимость создания программного продукта для работы с портфелем ценных бумаг. Предлагается создать на основе принципа максимуму Понтрягина математическое и программное обеспечение задачи управления портфелем ценных бумаг, учитывая специфику украинского фондового рынка

Ключевые слова: ценная бумага, инвестиционный портфель, инвестиционная деятельность, модель Марковича, принцип максимуму Понтрягина

УДК 004.67

DOI: 10.15587/1729-4061.2015.44537

РОЗРОБКА ПРОГРАМНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ТА АНАЛІЗ ЗАДАЧІ УПРАВЛІННЯ СТРУКТУРОЮ ІНВЕСТИЦІЙНОГО ПОРТФЕЛЯ

А. В. Воробйова*

E-mail: vorobyova.ann92@gmail.com

О. Є. Голоскоков

Кандидат технічних наук, професор*

E-mail: goloskokov@ukr.net

*Кафедра програмної інженерії

та управляючих систем

Національний технічний університет

«Харківський політехнічний інститут»

ул. Фрунзе, 21, г. Харьков, Украина, 61002

1. Вступ

Інвестиційна діяльність у всіх її формах пов'язана з численними ризиками. Тому управління ризиками у фінансовій діяльності є найактуальнішою проблемою для інвестора.

Проблема полягає в тому, що для досягнення успіху інвестору необхідна допомога для оцінки загальної ситуації на ринку. Тому на сьогоднішній день існує величезна кількість онлайн-агентств, спеціалізацією яких є навчання роботі з ринком цінних паперів, але програмного продукту, який дозволив би виробляти управління інвестиційним портфелем на основі різних математичних моделей, не було виявлено [1].

Багато людей задіяні в цій сфері ринку, тому це приводить до висновку про необхідність автоматизації роботи з цінними паперами. Автоматизація цього процесу дозволить швидко і без зайвих зусиль отримати розрахунки по оптимального складу портфеля цінних паперів, а також постійний моніторинг портфеля може убезпечити від проблеми нестабільності банку, збільшення його доходів, подальшого розвитку ринку. Інвестиційні рішення, що приймаються емітентами цінних паперів та безпосередніми інвесторами, пов'язані з певними ризиками. Практика операцій на фондовому ринку виробила таку закономірність: чим більше пропонується за цінним папером дохід, тим вищий ризик, пов'язаний з використанням тих

чи інших фінансових інструментів [2, 3]. Досі ще не було розроблене програмне забезпечення з вільним доступом, яке б враховувало специфіку українського фондового ринку та дозволяло ефективно управляти портфелем цінних паперів. Більшість інвесторів застосовує вже наявні програми, як Microsoft Excel, та цей процес складно назвати до кінця автоматизованим. Також слід зазначити, що вистежування змін у таких програмах теж не налаштоване належним чином [4–6].

Тому актуальними є дослідження інвестиційної діяльності, завдяки якому можна буде оптимізувати інвестиційний портфель і впровадити автоматизоване управління його структурою для отримання прибутку.

2. Аналіз літературних даних і постановка проблеми

В науковій літературі для діяльності інститутів інвестування пропонуються ті ж самі підходи, що і до закордонних інвестиційних фондів, або пропонується досвід інших фінансових посередників, як то банків або інвестиційних компаній, по здійсненню інвестиційної діяльності. Такий підхід не дозволяє ефективно вирішити ряд важливих завдань [7].

А. А. Мещеряков зазначив, що незважаючи на те, що багато наукових досліджень вітчизняних і зарубіжних вчених присвячено проблемі управління портфелем цінних паперів комерційного банку, існує потреба в її подальшому дослідженні [8].

В ході дослідження процесу управління портфелем цінних паперів в комерційному банку авторами дослідження було виявлено, що комерційному банку необхідно розробити грамотну стратегію управління портфелем. Управління дозволяє коригувати портфель на основі моніторингу тих чи інших факторів, що дозволяють судити про ситуацію на фондовому ринку і приймати своєчасні та точні рішення щодо стратегії інвестування і складу портфеля [9]. Запропонована авторами методика включення в портфель поряд з цінними паперами пайових інвестиційних фондів сприяє отриманню великої доходності портфеля при прийнятному низькому рівні ризику, але в ситуації економічної кризи в Україні та нестабільності ринку, підхід з мінімізацією ризику є більш доцільним та відповідним реаліям.

Беручи до уваги вище сказане, було вирішено у даній роботі ризикову структуру портфеля знаходити шляхом максимізації відносини Шарпа і на основі портфельної теорії Марковіца, а саме, пошуку портфеля мінімального ризику. При розподілі капіталу між ризиковою і без ризиковою частиною портфеля використовувати управління у формі зворотного зв'язку [10].

Схожий підхід вже був використаний у роботі Ю. І. Парасва, а саме алгоритми побудовання інвестиційного портфелю на основі теореми розподілу, де на першому етапі ризикова структура знаходиться з використанням очікуваної прибутковості та матриці коваріації прибутковості ризикових активів. На другому етапі капітал розподіляється поміж ризиковою та без ризиковою структурами портфелю з використанням

принципу максимуму Понтрягіна. Як зазначив автор у висновку «для портфелю, ризикова структура якого відповідає мінімальному ризику, краще приближення до еталонного портфелю досягається при програмному управлінні» [11], але програмні рішення не були запропоновані у роботі.

Тож узагальнюючи все вище перераховане, пропонується створити на програмне рішення для пошуку ризикової структури портфеля шляхом максимізації відносини Шарпа і на основі портфельної теорії Марковіца, а саме, пошуку портфеля мінімального ризику.

3. Мета і завдання дослідження

Метою роботи є вирішення завдання аналізу структури і управління портфелем цінних паперів. На сьогоднішній день український фондовий ринок знаходиться на стадії кризи і недоведеним до кінця розвитку, тому головним завданням є вибір методів, використання яких давало б найбільш реалістичний результат при нестабільному стані фондового ринку в якому знаходиться він зараз.

Для досягнення поставленої мети були поставлені наступні завдання:

- визначити оптимальну стратегію управління ІІІ шляхом знаходження ризикової структури портфеля;
- розподілити капітал між різними видами інвестицій;
- розробити програмне забезпечення для вирішення завдання управління структурою інвестиційного портфеля;
- провести контрольні розрахунки для аналізу результатів роботи.

4. Огляд існуючих моделей та методів розв'язання задачі управління структурою портфеля та знаходження його часток

Виділяють два основних підходи до вирішення вищесказаного завдання. У статичній постановці (одноперіодна модель) задача вибору оптимальної структури портфеля (визначення оптимальних часткою вкладення в різні види фінансових активів) зводиться до вирішення задач нелінійного, стохастичного або лінійного програмування, залежно від вибору функції ризику і способів обліку невизначеності. В результаті рішення задачі в статичній постановці отримують так звану «короткозору» стратегію управління ІІІ, яка залежить тільки від поточних значень параметрів, що характеризують активи портфеля, незалежно від того будуть змінюватися ці значення в майбутньому чи ні, і також не залежить від поточного значення капіталу ІІІ і цін ризикових активів.

У динамічній постановці визначають стратегію управління інвестиційним портфелем, максимізуючи деяку інтегральну функцію корисності, при цьому динаміка ІІІ описується в агрегованому вигляді (рівнянням капіталу портфеля в цілому), а в якості керуючих впливів також беруть частки вкладень загального капіталу в той чи інший актив. За винятком

дуже обмеженого набору функцій корисності, для яких рішення можна отримати аналітично, такий підхід призводить до важкої проблеми чисельного рішення рівнянь динамічного програмування [12].

4. 1. Модель Марковіца для вибору інвестиційного портфеля

Основна ідея моделі Марковіца полягає в тому, щоб статистично розглядати майбутній дохід, принесений фінансовим інструментом, як випадкову змінну, тобто доходи по окремих інвестиційних об'єктах випадково змінюються в деяких межах. Тоді, якщо якимось чином випадково визначити по кожному інвестиційному об'єкту цілком певні ймовірності настання, можна отримати розподіл ймовірностей отримання доходу по кожній альтернативі вкладення коштів. Це отримало назву ймовірнісної моделі ринку. Для спрощення модель Марковіца вважає, що доходи розподілені нормально. Модель виглядає наступним чином:

$$V_p = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_i x_j C_{ij} \rightarrow \min,$$

$$\sum_{i=1}^m x_i \mu_i = r_0,$$

$$\sum_{i=1}^m x_i = 1,$$

$$x_i \geq 0, i = \overline{1, m}.$$

Дана модель була обрана для вирішення завдання вибору портфеля, яким будемо управляти для вирішення поставленого завдання.

4. 2. Знаходження ризикової частини портфеля на основі моделі Марковіца

Початковою інформацією для вибору оптимального портфеля є наступні дані:

- n ризикових активів;
- Вектор очікуваної прибутковості $\mu = (\mu_1, \dots, \mu_n)$;
- Матриця коваріацій прибутковостей C.

Знайдемо оптимальну структуру ризикової частини інвестиційного портфеля ΦO на основі портфельної теорії Марковіца, а саме, пошук портфеля мінімального ризику.

Знайдемо оптимальну структуру ризикової частини інвестиційного портфеля ΦO на основі портфельної теорії Марковіца, а саме, пошук портфеля мінімального ризику [13].

Складемо функцію Лагранжа задачі. Умовний екстремум завдання Марковіца збігається з безумовним екстремумом спеціально складеної функції Лагранжа. Функція Лагранжа являє собою суму цільової функції завдання і скалярного добутку вектора множників Лагранжа на вектор різниці між функціями обмежень і постійними обмеженнями. Множники Лагранжа визначають ступінь чутливості оптимального значення цільової функції до змін констант обмежень. Наприклад, для завдання Марковіца,

$$\lambda_1 = \frac{\partial V_p}{\partial r_0} \approx \frac{\Delta V_p}{\Delta r_0}.$$

Складемо функцію Лагранжа задачі

$$L(X, \lambda_1, \lambda_2) = X^T C X + \lambda_1 (\mu^T X - r_0) + \lambda_2 (I^T X - 1),$$

де $X^T C X$ – цільова функція (дисперсія портфеля), екстремум якої визначається; $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2)^T$ – вектор-стовпець множників Лагранжа (число елементів вектора λ дорівнює числу обмежень задачі).

Для визначення безумовного екстремуму функції Лагранжа, продиференціюємо її по всіх аргументах і прирівняємо похідні нулю:

$$\frac{\partial L}{\partial X} = 2CX + \lambda_1 \mu + \lambda_2 I = 0;$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_1} = \mu^T X - r_0 = 0;$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_2} = I^T X - 1 = 0. \tag{1}$$

Запишемо систему рівнянь (1) в матричній формі:

$$\begin{pmatrix} 2C & \mu & I \\ \mu^T & 0 & 0 \\ I^T & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ r_0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

та покоординатно

$$\begin{pmatrix} 2V_{11} & 2V_{12} & \dots & 2V_{1n} & \mu_1 & 1 \\ 2V_{21} & 2V_{22} & \dots & 2V_{2n} & \mu_2 & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 2V_{n1} & 2V_{n2} & \dots & 2V_{nn} & \mu_n & 1 \\ m_1 & m_2 & \dots & m_n & 0 & 0 \\ 1 & 1 & \dots & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \\ \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \\ m_p \\ 1 \end{pmatrix}. \tag{2}$$

Якщо позначити матрицю системи (7) через A (матриця «ризик-прибутковість»), вектор-стовпець невідомих $\bar{X} = (X, \lambda)^T$, вектор правої частини через B, то ми повинні вирішити систему:

$$A \bar{X} = B,$$

звідки

$$\bar{X} = A^{-1} B,$$

де A^{-1} – матриця, обернена по відношенню до квадратної матриці A. Дане рішення визначає структуру оптимального портфеля з n видів ризикових цінних паперів, яка реалізує заданий рівень очікуваної прибутковості при мінімальній дисперсії [14].

Після знаходження ризикової структури x, n ризикових активів можна замінити одним еквівалентним активом з очікуваною прибутковістю $x^T \mu$ та ризиком $x^T C x$, а потім вирішувати задачу поділу капіталу між еквівалентним ризиковим активом і без ризиковим.

4. 3. Розподіл між ризиковою та без ризиковою частинами капіталу інвестиційного портфеля комерційного банку

Позначимо через $W(t)$ кількість капіталу. У кожен момент часу t капітал може бути розподілений таким чином: частка капіталу $u(t)$ вкладається в ризиковий

актив, а частка, що залишилася $1-u(t)$ – в без ризиковий актив. Завжди

$$0 \leq u(t) \leq 1. \tag{3}$$

Позначимо через γ – прибутковість безризикового активу. Ціна ризикового активу є випадковою величиною і задовольняє стохастичному диференціальному рівнянню $dS(t) = aS(t)dt + \sigma S(t)d\omega(t)$, де a – середнє значення прибутковості ризикового активу $S(t)$, σ – волатильність, $\omega(t)$ – винеровський процес. Далі в основному будемо вважати, що $a > \gamma$. Капітал портфеля $W(t)$ задовольняє рівнянню

$$dW(t) = h(u)W(t)dt + \sigma u(t)W(t)d\omega(t), \quad W(0) = W_0, \tag{4}$$

де W_0 – початковий капітал, $h(u)$ – тем росту середнього капіталу, дорівнює $(a-\gamma)u + \gamma$.

Для вирішення поставленого завдання скористаємося принципом максимуму Л. С. Понтрягіна. Для цього введемо допоміжні змінні $p_1(t)$ та $p_2(t)$ і на підставі рівнянь

$$\begin{aligned} \dot{m} &= h(u)m, \quad m(0) = W_0, \\ \dot{M} &= g(u)M, \quad M(0) = W_0^2, \end{aligned} \tag{5}$$

де $g(u) = 2h(u) + \sigma^2 u^2$, складемо функцію Гамільтона

$$H(m, M, p_1, p_2, u) = p_1 h(u)m + p_2 g(u)M = H_0 + H_1 u + H_2 u^2, \tag{6}$$

де

$$H_0 = rs, \quad H_1 = (a - r)s, \quad H_2 = \sigma^2 p_2 M, \quad s = p_1 m + 2p_2 M. \tag{7}$$

Змінна $p_1(t)$ повинна задовольняти рівнянню

$$\dot{p}_1 = -\frac{\partial H}{\partial m} = -hp_1, \quad p_1(T) = 2f^*, \tag{8}$$

а змінна $p_2(t)$ – рівнянню

$$\dot{p}_2 = -\frac{\partial H}{\partial M} = -gp_2, \quad p_2(T) = -1. \tag{9}$$

Вирішення цих рівнянь дорівнює

$$\begin{aligned} p_1(t) &= 2f^* \exp\left[-\int_t^T h(u)dt\right], \\ p_2(t) &= -\exp\left[-\int_t^T g(u)dt\right]. \end{aligned} \tag{10}$$

Якщо не враховувати обмеження (3), то максимум функції H по u досягається при

$$\begin{aligned} u^*(t) &= -\frac{H_1}{2H_2} = -\left(\frac{a-r}{\sigma^2}\right) \frac{s(t)}{2p_2(t)M(t)} = \\ &= -\left(\frac{a-r}{\sigma^2}\right) \left(\frac{p_1(t)m(t)}{2p_2(t)M(t)} + 1\right). \end{aligned} \tag{11}$$

З урахуванням обмеження (1) оптимальне управління дорівнює

$$u(t) = \begin{cases} 0 & \text{if } u^*(t) < 0, \\ u^*(t) & \text{if } 0 < u^*(t) < 1, \\ 1 & \text{if } 1 < u^*(t). \end{cases} \tag{12}$$

Управління у формі зворотного зв'язку можна побудувати наступним чином. У (11) входять значення змінних $m(t)$ та $M(t)$, які не вимірюються і не відомі. Тому їх можна замінити на поточні значення $W(t)$ та $W^2(t)$, які вимірюються в кожен момент часу. [15] Отримуємо

$$u^*(t) = \frac{a-r}{\sigma^2} \left[\frac{q(t)}{W(t)} - 1 \right], \tag{13}$$

$$\text{де } q(t) = -\frac{p_1(t)}{2p_2(t)}.$$

Підставляючи сюди (10), отримуємо

$$q(t) = f^* \exp\left\{-\int_t^T (h(u) + \sigma^2 u^2) dt\right\}. \tag{14}$$

Вираз (14) з урахуванням (15) і визначає закон управління у формі зворотного зв'язку.

5. Контрольні розрахунки і аналіз результатів вирішення задачі управління структурою інвестиційного портфелю

Розглядається задача управління структурою інвестиційного портфеля з такими основними параметрами портфеля:

- інвестиційний період – 1 рік (252 торгові дні). Початок з 01.06.2015;
- початкова величина капіталу: 10 000 у.о.;
- бажана величина капіталу: 11 000 у.о.;
- прибутковість банківського рахунку 7 %;
- кількість ризикових активів – 3;
- прибутковість ризикових активів (γ %) за проміжок з 06.04.15 по 01.05.15 (20 днів).

Було розроблене програмне забезпечення на мові рНР, а саме описана математична модель була закладена на сервері, а робота інвестора з описаними вище початковими даними та результатами розрахунків була відображена на клієнті розробленого веб-додатку.

Використовуючи розроблене ПЗ були проведені розрахунки щодо перерозподілу активів інвестора.

Нижче наведено динаміку зміни величини капіталу інвестиційного портфеля при використанні вищенаведених рекомендацій щодо перерозподілу наявних інвестиційних коштів за допомогою принципу максимуму Понтрягіна і моделі Марковіца.

У підсумку, були проведені чисельні дослідження задачі управління структурою інвестиційного портфеля. Як бачимо, результати вказують на позитивну динаміку зросту прибутковості інвестора, що дає повну змогу стверджувати, що розроблене ПЗ для знаходження структури інвестиційного портфеля працює ефективно для інвестора.

ПЕРЕРАСПРЕДЕЛЕНИЕ КАПИТАЛА

Рекомендації по вложенню средств

Здесь отображаются рекомендации по перераспределению имеющихся средств между различными рисковыми и безрисковым активами для достижения максимального значения доходности инвестиционного портфеля и получения ожидаемой прибыли от инвестирования.

Дата	Рис. актив 1	Рис. актив 2	Рис. актив 3	Безр. актив
06.04.15	3.01 %	3.82 %	10.84 %	82.34 %
07.04.15	3.04 %	3.86 %	10.96 %	82.14 %
08.04.15	3.08 %	3.9 %	11.08 %	81.94 %
09.04.15	3.11 %	3.95 %	11.2 %	81.74 %
10.04.15	3.15 %	3.99 %	11.33 %	81.54 %
13.04.15	3.18 %	4.03 %	11.45 %	81.34 %
14.04.15	3.21 %	4.07 %	11.57 %	81.14 %
15.04.15	3.25 %	4.12 %	11.7 %	80.94 %
16.04.15	3.28 %	4.16 %	11.82 %	80.74 %
17.04.15	3.32 %	4.2 %	11.94 %	80.54 %
21.04.15	3.35 %	4.25 %	12.06 %	80.34 %
22.04.15	3.38 %	4.29 %	12.19 %	80.14 %
23.04.15	3.42 %	4.33 %	12.31 %	79.94 %
24.04.15	3.45 %	4.38 %	12.43 %	79.74 %
27.04.15	3.49 %	4.42 %	12.55 %	79.54 %
28.04.15	3.52 %	4.46 %	12.68 %	79.34 %
29.04.15	3.55 %	4.51 %	12.8 %	79.14 %
30.05.15	3.59 %	4.55 %	12.92 %	78.94 %
01.05.15	3.62 %	4.59 %	13.04 %	78.74 %

Рис. 1. Фрагмент екранної форми ПЗ з перерозподілом капіталу

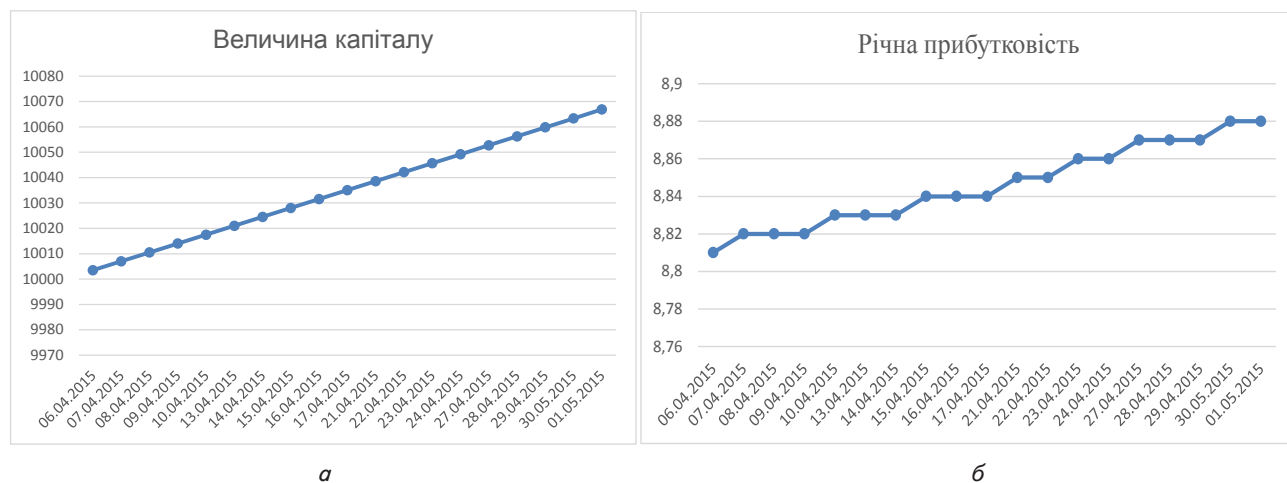


Рис. 2. Динаміка зміни величини капіталу ІП:

а – динаміка зросту річної прибутковості активів; б – динаміка зросту величини капіталу інвестора

6. Висновки

Використання принципу максимуму Понтрягіна дозволило поділити капітал між різними видами інвестицій, ризиковими та без ризиковими. Саме це забезпечило можливість створити програмне рішення, за допомогою якого була визначена оптимальна стратегія управління портфелем з урахуванням специфіки динамічних змін

на українському фондовому ринку. Проведені контрольні розрахунки, які свідчать про те що інвестор:

1. Отримує позитивну динаміку зросту прибутковості та капіталу, що насамперед є його основною ціллю.

2. Може простежити динаміку змін прибутковості акцій, для випередження ризиків, застосовуючи розроблене програмне забезпечення.

Виконання цих задач є дуже важливими кроками в реаліях динамічних змін на українському фондовому ринку. Тож розроблене програмне рішення може бути

використане в інвестиційних відділах комерційних банків та для вирішення задачі управління дрібного інвестора.

Література

1. Рынок ценных бумаг [Текст]: учебник / под ред. Б. А. Галанова, А. И. Басова. – М. : Финансы и статистика, 2006. – 448 с.
2. Бриггем, Ю. Финансовый менеджмент. Полный курс [Текст]/ Ю. Бриггем, Л. Гапенски; под. ред. Б. Б. Ковалева; пер. с англ. – СПб.: Экономическая школа, 1997. – 669 с.
3. Шарп, У. Инвестиции [Текст] / У. Шарп., В. Александр, Дж. Бэйли; пер. с англ. – М. : ИНФРА-М, 2001. – 1028 с.
4. Рынок ценных бумаг и биржевое дело [Текст]: учебник / под. ред. О. И. Дегтяревой, Н. М. Коршунова, Е. Ф. Жукова. – М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2004. – 501 с.
5. Мокриенко, О. М. Процесс управления портфелем брендов компании [Текст] / О. М. Мокриенко. – Журнал «Известия Санкт-Петербургского Университета Экономики и Финансов. – М. : Дело, 2012 – 437 с.
6. О'Брайен, Дж. Финансовый анализ и торговля ценными бумагами [Текст] / Дж. О'Брайен, С. Шривастава; пер. с англ. – М.: «Дело Лтд», 1995. – 208 с.
7. Циганюк, Д. Л. Вдосконалення моделі управління портфелем цінних паперів інститутів спільного інвестування [Текст] / Д. Л. Циганюк, О. С. Степаненко. – Механізм регулювання економіки, 2010. – 144 с.
8. Мещеряков, А. А. Управление портфелем цінних паперів комерційного банку [Текст] / А. А. Мещеряков, М. В. Партика Вісник Дніпропетровського університету» Серія «Економіка. – 2012. – Режим доступа: <http://vestnikdnu.com.ua/archive/201264/mescheryakov.html>
9. Морозкин, Ю. Н. Управление портфелем ценных бумаг в коммерческом банке [Текст] / Ю. Н. Морозкин, Е. С. Свистунова // Вестник Челябинского государственного университета. – 2011. – Вып. 31, № 6 (221). – С. 138–141.
10. Милютин, А. А. Принцип максимума в оптимальном управлении [Текст] / А. А. Милютин, А. В. Дмитрук, Н. П. Осмоловский. – М., 2004. – 72 с.
11. Параев, Ю. И. Исследование инвестиционных стратегий управления портфелем ценных бумаг [Текст] / Ю. И. Параев, С. А. Цветницкая // Вестник Томского Государственного Университета. Управление, вычислительная техника и информатика. – 2009. – № 4 (9). – С. 17–25.
12. Малюгин, Б. И. Рынок ценных бумаг: Количественные методы анализа [Текст]: учеб. пос. / Б. И. Малюгин. – М.: Дело, 2003. – 320 с.
13. Парамонова, В. Е. Основные пути выхода частных инвесторов на фондовый рынок: от брокера до семейного офиса [Текст]: учеб. пос. / В. Е. Парамонова. – Московский государственный институт международных отношений (Университет) МИД России, 2015. – 133 с.
14. Гитман, Л. Дж. Основы инвестирования [Текст] / Л. Дж. Гитман, М. Д. Джонк; пер. с англ. – М.: Дело, 1997. – 1008 с.
15. Понтрягин, Л. С. Математическая теория оптимальных процессов [Текст] / Л. С. Понтрягин, В. Г. Болтянский, Р. В. Гамкрелидзе, Е. Ф. Мищенко. – М.: «Наука», 1969. – 169 с.