

УДК 536.24

*Базуючись на спільному застосуванні кінцевого інтегрального перетворення, регіонально-структурового та проєкційного методів пропонується нова методологія математичного моделювання теплових процесів просторових конструкцій енергетичних пристроїв*

*Ключові слова: математичне моделювання, регіональна структура розв'язку, S-функції*

*На базе совместного применения конечного интегрального преобразования, регионально-структурного и проекционного методов предлагается новая методология математического моделирования тепловых процессов в пространственных конструкциях энергетических устройств*

*Ключевые слова: математическое моделирование, региональные структуры решения, S-функции*

# МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛОВЫХ ПРОЦЕССОВ В ПРОСТРАНСТВЕННЫХ КОНСТРУКЦИЯХ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ УСТРОЙСТВ

**А.П. Слесаренко**

Доктор физико-математических наук, профессор, ведущий научный сотрудник, лауреат Государственной премии Украины  
Отдел моделирования и идентификации тепловых процессов\*  
Контактный тел.: (057) 3-49-51, 096-386-30-22

**Ю.О. Кобринвич**

Аспирант\*  
Контактный тел.: 093-734-84-22  
E-mail: Kobrinovich.jul@mail.ru

**А.А. Марченко**

Аспирант\*

\*Институт проблем машиностроения А.М. Подгорного НАН Украины  
ул. Дм. Пожарского, 2/10, г. Харьков, Украина, 61046

## 1. Постановка проблемы решения трехмерных задач теплопроводности

Представленные в данной статье научные исследования относятся к математическому моделированию тепловых процессов в пространственных элементах конструкций, цилиндрическая (призматическая) поверхность сложной формы которых перпендикулярна к двум параллельным плоскостям, образующим нижнее и верхнее основание пространственного элемента. Приводится методология решения обратной задачи дифференциальной геометрии с помощью S-функций применительно к точному учету геометрической информации об элементе конструкции в региональных структурах решения задачи теплопроводности в области преобразований.

Математическое моделирование тепловых процессов в элементах машин, аппаратов и энергетических устройств, находящихся в условиях стационарного теплового режима, сводится к решению трехмерных задач теплопроводности с определенными краевыми условиями (условиями взаимодействия рассматриваемого теплового элемента с окружающей средой).

Решение трехмерных стационарных задач представляет собой значительно более трудную проблему, чем решение двухмерных стационарных задач. Известные классические методы (методы Фурье, инте-

гральных преобразований, функций Грина, конформных отображений и др.) часто позволяют получить точные решения для тел простой геометрической формы (шар, параллелепипед, конечный цилиндр и т.п.) в виде медленно сходящихся рядов и трудно вычислимых квадратур, неудобных для инженерных расчетов. Применение же этих методов к телам сложной формы связано с математическими трудностями принципиального характера.

В данной статье предлагается новый подход к решению трехмерных стационарных задач теплопроводности, сочетающий в себе возможности конечных интегральных преобразований, регионально-структурного и проекционного методов.

## 2. Постановка проблемы математического моделирования тепловых процессов в пространственной конструкции магнитопровода силового трансформатора (анизотропная среда)

Увеличение единичных мощностей и классов напряжения трансформаторов выдвигает задачу о достоверности расчета нагрева элементов конструкции трансформаторов.

В связи с этим возникает необходимость в совершенствовании методики расчета тепловых полей в

различных частях трансформаторов, в частности, в магнитопроводе.

В тепловом отношении магнитопровод представляет собой неоднородную и анизотропную систему. Стальные листы магнитопровода, обладающие высокой теплопроводностью и сравнительно малой теплоемкостью, чередуются с изоляционными прослойками с малой теплопроводностью. Передача тепла в магнитной системе происходит путем теплопроводности от более нагретых внутренних частей к наружным поверхностям, отводящим тепло.

Магнитная система трансформатора омывается трансформаторным маслом, которое переносит тепло от нагреваемых частей (передача тепла происходит путем естественной либо принудительной конвекции).

Математическое моделирование процессов, учитывающее реальную форму и условия взаимодействия пространственной конструкции магнитопровода с охлаждающей движущейся средой, представляет большой технический интерес.

### 3. Цель работы

Разработка новой методологии математического моделирования тепловых процессов в пространственных элементах конструкций с учетом возможностей конечных интегральных преобразований, регионально-структурного и проекционных методов, совместно применяемых в предлагаемой методологии. Показать эффективность применения результатов решения обратных задач дифференциальной геометрии для пространственных элементов конструкций с помощью S-функций в регионально-аналитических структурах решения задач теплопроводности в области изображений, а так же представимость формы решения трехмерных задач в регионально-аналитическом виде.

### 4. Совместное применение конечного интегрального преобразования и регионально-структурного метода для решения трехмерных задач теплопроводности

Пусть рассматриваемая область  $\Omega$  ограничена плоскостями  $z=d$  и  $z=0$  и цилиндрической (призматической) поверхностью  $S=S_{01} \cup S_{02}$ , образующие которой перпендикулярны к данным плоскостям. Пусть удельную мощность источников энергии в области  $\Omega$  характеризует функция  $\omega(x,y,z)$ . На плоскостях  $z=d, z=0$  и поверхности  $S_{02}$  происходит теплообмен (по закону Ньютона) со средой определенной температуры, а на поверхности  $S_{01}$  поддерживается заданная температура  $u|_{S_{01}}=f$ .

Расчет температурного поля в этом случае сводится к решению трехмерной краевой задачи теплопроводности

$$\Delta u(x,y,z) = -F(x,y,z), \tag{1}$$

$$\left( \frac{\partial u}{\partial z} + h_d u \right) \Big|_{z=d} = f_d, \quad \left( \frac{\partial u}{\partial z} - h_0 u \right) \Big|_{z=0} = f_0, \tag{2}$$

$$u|_{S_{01}} = f_{01}, \quad \left( \frac{\partial u}{\partial \nu_{02}} + h u \right) \Big|_{S_{02}} = \psi. \tag{3}$$

Применим к уравнению (1) и граничным условиям (3) конечное интегральное преобразование (4)

$$\bar{u}(x,y,\gamma) = \int_0^d K(z,\gamma) u(x,y,z) dz \tag{4}$$

Тогда в области изображений для краевой задачи (1) – (3) получим

$$\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2} - \gamma^2 \bar{u} = -\bar{F} + f_0 K(0,\gamma) - f_d K(d,\gamma) \tag{5}$$

$$\bar{u}|_{S_{01}} = \bar{f}_{01}, \quad \left( \frac{\partial \bar{u}}{\partial \nu_{02}} + h_{02} \bar{u} \right) \Big|_{S_{02}} = \bar{\psi}, \tag{6}$$

где  $\bar{F} = \int_0^d K(z,\gamma) F dz,$

$$\bar{f}_{01} = \int_0^d f_{01} K(z,\gamma) dz,$$

$$\bar{\psi} = \int_0^d \psi K(z,\gamma) dz.$$

Для решения задачи (5) – (6) используем регионально-структурный метод [1]. Структуру решения согласно результатам данной работы ищем в виде

$$\begin{aligned} \bar{u}_{1n}(x,y,\gamma) &= \sum_{i,j} C_{ij}^{(1)}(\gamma) \chi_{ij}^{(01)}(x,y), \\ \bar{u}_{2n}(x,y,\gamma) &= \bar{\Phi}_0(x,y,\gamma) + \\ &+ \sum_{i,j} C_{ij}^{(1)}(\gamma) \chi_{ij}^{(02)}(x,y) + \sum_{i,j} C_{ij}^{(2)}(\gamma) \chi_{ij}^{(12)}(x,y). \end{aligned} \tag{7}$$

Применяя формулу обратного конечного интегрального преобразования [2,3] решение краевой задачи (1) – (3) получаем в виде [4].

$$\begin{aligned} u_{1n}(x,y,z) &= \sum_{m=1}^{\infty} \bar{u}_{1n}(x,y,\gamma_m) \left[ \int_0^d K^2(z,\gamma_m) dz \right]^{-1} K(z,\gamma_m), \\ u_{2n}(x,y,z) &= \sum_{m=1}^{\infty} \bar{u}_{2n}(x,y,\gamma_m) \left[ \int_0^d K^2(z,\gamma_m) dz \right]^{-1} K(z,\gamma_m), \end{aligned} \tag{8}$$

Если вместо граничных условий (3) в задаче (1) – (3) будет условие

$$\left( \frac{\partial u}{\partial \nu} + h u \right) \Big|_{S_0} = \psi \tag{9}$$

то решение задачи для уравнения (5) с граничным условием

$$\left( \frac{\partial \bar{u}}{\partial \nu} + h \bar{u} \right) \Big|_{S_0} = \bar{\psi} \tag{10}$$

ищем в виде

$$\begin{aligned} \bar{u}_1(x,y,\gamma) &= \sum_{ij} C_{ij}^{(1)}(\gamma)\chi_{ij}^{(01)}, \\ \bar{u}_2(x,y,\gamma) &= \bar{\Phi}_0 + \sum_{ij} C_{ij}^{(2)}(\gamma)\chi_{ij}^{(12)} + \\ &+ \sum_{ij} C_{ij}^{(1)}(\gamma)\left\{\chi_{ij}^{(01)} - \omega_0 \wedge_S \omega_1^2 \left[ D_1^{(0)}\chi_{ij}^{(01)} - h\chi_{ij}^{(01)} \right] \right\}, \end{aligned} \quad (11)$$

где  $\bar{\Phi}_0(x,y,\gamma) = -\left(\omega_0 \wedge_S \omega_1^2\right)\bar{\Psi}$ ,

$$\chi_{ij}^{(01)} = P_i(a_i^{(1)}x + b_i^{(1)})P_j(a_j^{(2)}y + b_j^{(2)}),$$

$$\chi_{ij}^{(12)} = P_i(a_i^{(3)}x + b_i^{(3)})P_j(a_j^{(4)}y + b_j^{(4)})\omega_1^2\omega_0^2,$$

$P_i(a_i^{(1)}t + b_i^{(1)})$  - полиномы Чебышева, Лежандра и т.п., масштабированные при  $l=1, 2$  в области  $\Omega_1 = \Omega_{01} \cup \Omega_{02}$  (поперечное сечение рассматриваемого тела),

а при  $k=3, 4$  - масштабированные в области  $\Omega_{02}$  (граничная зона области  $\Omega_1$ );

$\omega_0 \wedge_S \omega_1^2 = \omega_0 + \omega_1^2 - 2\sqrt{\omega_0^{2k} + \omega_1^{4k} - \beta_1 \exp\left[\beta_2(\omega_0^{2k} + \omega_1^{4k})\right]}$  - S-функция [5-7],

$$\beta_1 = 10^{-N-2k}; \beta_2 = 10^{N+2k}; k = 2, 4, \dots; N = 4, 5, \dots$$

### 5. Основные материалы исследования

По данным теплофизических характеристик производственного объединения «Запорожтрансформатор», расчет трехмерного стационарного теплового поля в пространственной конструкции магнитопровода силового трансформатора сводится к решению следующей трехмерной задачи теплопроводности

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \lambda_y^* \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \lambda_z^* \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} - \beta^2 T = -F \quad (12)$$

$$\left[ \frac{\partial T}{\partial x} + Bi_d T \right]_{x=d} = f_d; \left[ \frac{\partial T}{\partial x} - Bi_0 T \right]_{x=0} = f_{01}, \quad (13)$$

$$\left[ \frac{\partial T}{\partial y} + Bi_a T \right]_{y=a} = f_a,$$

$$\left[ \frac{\partial T}{\partial y} - Bi_{02} T \right]_{y=0} = f_{02}; \left[ \frac{\partial T}{\partial z} + Bi_b T \right]_{z=b} = f_b, \quad (14)$$

$$\left[ \frac{\partial T}{\partial z} - Bi_{03} T \right]_{z=0} = f_{03},$$

где  $\left[ \frac{\partial T}{\partial v_{jk}} + Bi_{jk} T \right]_{S_{jk}} = Bi_{jk} T_{cp,jk} = f_{jk}$ ;  $T = T(x,y,z) = T_1 T_0^{-1}$ ;

$T_0 = 1^0 C$ ;  $\lambda_y^* = \lambda_y \lambda_x^{-1}$ ;  $\lambda_z^* = \lambda_z \lambda_x^{-1}$ ;  $\beta^2 = Q_0 B \lambda_x^{-1}$ ;  $Q_0 A \lambda_x^{-1} = F$ ;  $Bi_k = \alpha_k L \lambda_x^{-1}$ ;  $f_k = Bi_k T_{cp,k}$ ;  $x = x_1 L^{-1}$ ;  $y = y_1 L^{-1}$ ;  $z = z_1 L^{-1}$ ;  $L$  - характерный размер;

$\lambda_x = 3 \text{ Вт м}^{-1} \text{ град}^{-1}$ ;  $\lambda_y = 20 \text{ Вт м}^{-1} \text{ град}^{-1}$ ;  $\lambda_z = 20 \text{ Вт м}^{-1} \text{ град}^{-1}$ ;  $A = 1.006$ ;  $B = 0.0003 T_0^{-1}$ ;  $Q_0 = q\gamma\beta_1$ ;  $q = 2 \text{ Вт кг}^{-1}\text{ж}$ ;  $\gamma^* = 7600 \text{ кг м}^{-3}$ ;  $\beta_1 = 0.96$ ;  $S_{jk}$  - стенки сквозных отверстий магнитопровода.

Настенках  $y = a$ ,  $\lambda_{yz} = \lambda_y$ ; а на стенках  $z = b_k$ ,  $\lambda_{yz} = \lambda_y$ ;  $v_{jk}$  - направление внешней нормали к поверхности  $S_{jk}$ .

Значения для  $\alpha^*$  и  $T_{icp}^*$  ( $\alpha_d = \alpha_4$ ;  $\alpha_a = \alpha_5$ ;  $\alpha_b = \alpha_6$ ) приведены в табл. 1, а схема пространственной конструкции магнитопровода, по данным ПО «Запорожтрансформатор», представлена на рис. 1 (размеры даны в миллиметрах).

Таблица 1

Значения $\alpha_i^*$ и $T_{icp}^*$						
i	1	2	3	4	5	6
$\alpha_i^*$	80	100	50	120	90	40
$T_{icp}^*$	70	60	70	60	65	60

Применим к уравнению (12) и граничным условиям (14) интегральное преобразование

$$\bar{T}(\gamma,y,z) = \int_0^d T(x,y,z)K(\gamma,x)dx, \quad (15)$$

где  $K(\gamma,x) = \cos(\gamma x) + B_{01}\gamma^{-1}\sin(\gamma x)$ , а  $\gamma = \gamma_m$  корни уравнения

$$\text{tg}(\gamma_m) = (Bi_d + Bi_{01})\gamma_m (\gamma_m^2 - Bi_d Bi_{01})^{-1}.$$

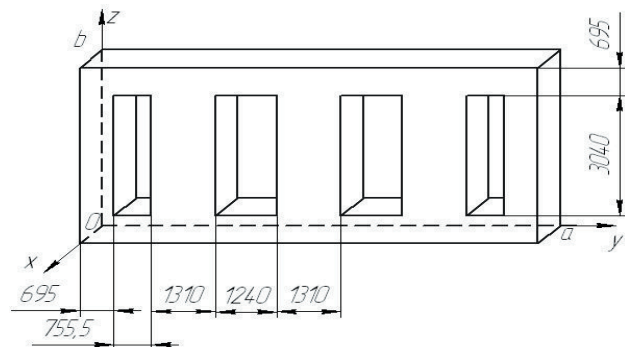


Рис. 1. Упрощенная схема пространственной конструкции магнитопровода силового трансформатора

В области изображений получим

$$\frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial y^2} + \lambda_{z_1} \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial z^2} - \frac{(\gamma^2 + \beta^2)}{\lambda_y^*} \bar{T} = -\bar{F}_1; \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \left[ \frac{\partial \bar{T}}{\partial y} + Bi_a \bar{T} \right]_{y=a} &= \bar{f}_a; \left[ \frac{\partial \bar{T}}{\partial y} - Bi_{02} \bar{T} \right]_{y=0} &= \bar{f}_{02}, \\ \left[ \frac{\partial \bar{T}}{\partial z} + Bi_b \bar{T} \right]_{z=b} &= \bar{f}_b; \left[ \frac{\partial \bar{T}}{\partial z} - Bi_{03} \bar{T} \right]_{z=0} &= \bar{f}_{03}, \end{aligned} \quad (17)$$

$$\left[ \frac{\partial \bar{T}}{\partial v_{jk}} + Bi_{jk} \bar{T} \right]_{S_{jk}} = \bar{f}_{jk},$$

где  $\bar{F}_1 = (\lambda_y^*)^{-1} [\bar{F} - f_{01}K(0,\gamma) + f_d K(d,\gamma)]$

Структуры решения задачи (16), (17) для области, представленной на рис. 2, построим в виде

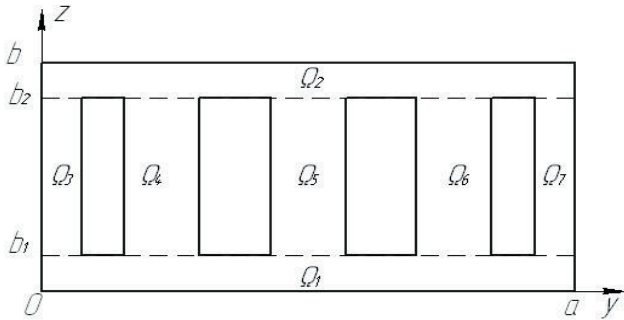


Рис. 2. Сечение пространственной конструкции магнитопровода силового трансформатора

$$\begin{aligned} \bar{T}_1(\gamma, y, z) &= \Phi_0^{(1)}(\gamma, y, z) + \sum_1 C_1^{(1)}(\gamma) \chi_1^{(1)}(\gamma, y, z), \\ \bar{T}_2(\gamma, y, z) &= \Phi_0^{(2)}(\gamma, y, z) + \sum_1 C_1^{(2)}(\gamma) \chi_1^{(2)}(\gamma, y, z), \end{aligned} \quad (18)$$

$$\bar{T}_k(\gamma, y, z) = \bar{T}_1(\gamma, y, z) \psi_1(z) + \bar{T}_2(\gamma, y, z) \psi_2(z) + \omega_k^2 \Phi_k(\gamma, y, z),$$

где  $k=3, 4, \dots, 7$ ,  $\psi_1(z) = (b_2 - z)^2 (2z + b_2 - 3b_1)(b_2 - b_1)^{-3}$ ,

$$\psi_2(z) = (z - b_1)^2 (3b_2 - b_1 - 2z)(b_2 - b_1)^{-3},$$

$$\omega_k|_{\Gamma_k} = 0; \omega_k > 0; (y, z) \in \Omega_k,$$

$$\chi_1^{(1)}(\gamma, y, z) = C_\mu \left\{ \text{ch}(pz) + p^{-1} \text{Bi}_{03} \text{sh}(pz) \right\} K_2(\mu_1, y),$$

$$\Phi_0^{(1)}(\gamma, y, z) = \sum_1 C_\mu \left\{ (\tilde{f}_{03} - \text{Bi}_{03} N) p^{-1} \text{sh}(pz) - N \right\} K_2(\mu_1, y),$$

$$K_2(\mu_1, y) = \cos(\mu_1 y) + \text{Bi}_{02} \mu_1^{-1} \sin(\mu_1 y),$$

$\mu_1$  - корни уравнения

$$\text{tg}(\mu_1) = (\text{Bi}_a + \text{Bi}_{0.2}) \mu_1 (\mu_1^2 - \text{Bi}_a \text{Bi}_{0.2})^{-1},$$

$$N = \tilde{W} p_{ml}^{-2} = -\tilde{F}^{**} (\lambda_{z_1})^{-1} p_{ml}^{-2},$$

$$p_{ml}^2 = (\gamma_m^2 + \beta^2 + \lambda_y^* \mu_1^2) (\lambda_y^* \lambda_{z_1})^{-1},$$

$$\tilde{F}_1^{**} = \tilde{F}_1^* - \tilde{f}_{02} K_2(0, \mu) + \tilde{f}_4 K_2(a, \mu),$$

$$\tilde{F}_1^* = \int_0^a \tilde{F}_1^* K_2(\mu, y) dy,$$

$$\chi_1^{(2)}(\gamma, y, z) = C_\mu \left\{ \text{ch}(pz) - \frac{[p \text{sh}(pb) + \text{Bi}_b \text{ch}(pb)]}{[p \text{ch}(pb) + \text{Bi}_b \text{sh}(pb)]} \text{sh}(pz) \right\} K_2(\mu_1, y),$$

$$\Phi_0^{(2)}(\gamma, y, z) = \sum_1 C_\mu \left\{ \frac{(\tilde{f}_b + N \text{Bi}_b) \text{sh}(pz)}{[p \text{ch}(pb) + \text{Bi}_b \text{sh}(pb)]} - N \right\} K_2(\mu_1, y),$$

$\Phi_k(\gamma, y, z) = \sum_1 C_{1s}^{(k)}(\gamma) P_1^{(k)}(y) P_s^{(k)}(z)$ ,  $P_1(y), P_s(z)$  - полиномы Чебышева для соответствующих регионов (областей  $\Omega_k$ ).

Структуры решения задачи (18) точно удовлетворяют уравнению в регионах  $\Omega_1$ ,  $\Omega_2$  (рис. 2) и условиям

сопряжения (непрерывность по функции и тепловым потокам) вдоль границ контакта регионов.

Для отыскания неопределенных компонент  $C_1^{(k)}$  ( $k=1, 2$ ) и  $C_{1s}^{(k)}$  ( $k=3, 4, \dots, 7$ ) можно применить метод Бубнова-Галеркина или Рунца.

Решение задачи (12) - (14) получим с использованием формул обратного конечного интегрального преобразования [3, 4, 8].

Для контроля точности расчетов для ПО «Запорожтрансформатор» было получено точное решение задачи теплопроводности для параллелепипеда ( $0 \leq x \leq d$ ;  $0 \leq y \leq a$ ;  $0 \leq z \leq b$ ) (анизотропная среда) в виде

$$T(x, y, z) = \sum_{m=0}^{m_1} \sum_{l=0}^{l_1} C_\gamma \left[ C_\mu \tilde{T}(\gamma_m, \mu_l, z) K_2(\mu_l, y) \right] K_1(\gamma_m, x) \quad (19)$$

где  $C_\gamma = \left[ \int_0^d K_1^2(\gamma, x) dx \right]^{-1}$ ,  $C_\mu = \left[ \int_0^a K_2^2(\mu, y) dy \right]^{-1}$ ,

$$\tilde{T}_{ml}(\gamma_m, \mu_l, z) = A_{ml} \left[ \text{ch}(p_{ml} z) + \text{Bi}_{03} \frac{\text{sh}(p_{ml} z)}{p_{ml}} \right] +$$

$$+ (\tilde{f}_{03} - \text{Bi}_{03} N) \frac{\text{sh}(p_{ml} z)}{p_{ml}} - N,$$

$$\tilde{f}_{03} = f_{03} E_\gamma E_\mu, \quad \tilde{f}_b = f_b E_\gamma E_\mu,$$

$$E_\gamma = \gamma^{-1} \sin(\gamma d) - \gamma^{-2} \text{Bi}_{01} \cos(\gamma d) - \gamma^{-2} \text{Bi}_{01},$$

$$E_\mu = \mu^{-1} \sin(\mu a) - \mu^{-2} \text{Bi}_{02} \cos(\mu a) - \mu^{-2} \text{Bi}_{02},$$

$$N = \lambda_x E_\mu (\lambda_z p_{ml}^2)^{-1} \left[ -F E_\gamma + f_{01} K_1(0, \gamma_m) - f_d K_1(d, \gamma_m) \right] +$$

$$+ \lambda_y E_\gamma (\lambda_z p_{ml}^2)^{-1} \left[ f_{02} K_2(0, \mu_l) + f_d K_2(d, \mu_l) \right],$$

$$A_{ml} = \frac{p_{ml} (\tilde{f}_b + N \text{Bi}_b) - (\tilde{f}_{03} + N \text{Bi}_{03}) (p_{ml} \text{ch}(p_{ml} b) + \text{Bi}_b \text{sh}(p_{ml} b))}{(p_{ml}^2 + \text{Bi}_{03} \text{Bi}_b) \text{sh}(p_{ml} b) + p_{ml} (\text{Bi}_b + \text{Bi}_{03}) \text{ch}(p_{ml} b)}.$$

## 6. Вычислительный эксперимент

Программа, разработанная на базе точного решения (19) в качестве параметров содержала

$$a, b, d, \lambda_x, \lambda_y, \lambda_z, d_i, d_j, d_k, T_{cp}, Q_0 A = Q_1, Q_0 B = Q.$$

Результаты расчетов по формуле (19) при  $a = 0.933, b = 4.43, d = 1.16, y_k = 0.931 \text{ K}$ ,  $z_k = 0.433 \text{ K}$ ,  $m_1 = l_1 = 99$ ,  $L = 1 \text{ м}$  ( $x = 1.16$ ) приведены в табл. 2. В нижних строках ячеек таблицы приведены результаты расчетов температуры (магнитопровод без сквозных прямоугольных полостей) по формуле  $T(x, y, z) = \sum_{m=0}^p C_\gamma \tilde{T}(\gamma_m, y, z) K(\gamma_m, x)$  для 45 координатных функций при  $p=99$ .

В этом случае решение задачи (16), (17) сводилось к решению задач о минимуме функционала

$$I(\bar{u}) = \int_0^a \int_a^b \left[ \lambda_y^* \left( \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right)^2 + \lambda_z^* \left( \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right)^2 + (\gamma^2 - \beta^2) \bar{u} - 2F_1^* \bar{u} \right] dz dy + \sum_{k=1}^4 \lambda_k \int_{\Gamma_k} B_i \bar{u}^2 d\Gamma_k;$$

$$\bar{F}_1^* = \bar{F}_1^* + \lambda_y^* \frac{\partial^2 \bar{\Phi}_0}{\partial y^2} + \lambda_z^* \frac{\partial^2 \bar{\Phi}_0}{\partial z^2} - (\gamma^2 - \beta^2) \bar{\Phi}_0.$$

$$\bar{f}_1 = \bar{f}_a; \bar{f}_1 = \bar{f}_a; \bar{f}_1 = \bar{f}_a; \bar{f}_1 = \bar{f}_a; \bar{f}_1 = \bar{f}_a;$$

$$\Phi_{ij} = P_i(2 a^{-1}y - 1)P_j(2 b^{-1}z - 1);$$

$$\omega = y(a - y)a^{-1} \wedge z(b - z)b^{-1}; \omega_1 = a - y; \omega_2 = y;$$

$$\omega_3 = b - z; \omega_4 = z; P_i, P_j - \text{полиномы Чебышева.}$$

Коэффициенты  $C_{ij}(\gamma)$  определялись из системы Ритца [11] для соответствующих  $A_{ijks}, B_{ijks}, E_{ks}$ .

**Таблица 2**

Распределение температуры в магнитопроводе трансформатора при  $x=1, 16$

$z_i \setminus y_i$	$y_0$	$y_2$	$y_4$	$y_6$	$y_8$
$z_1$	60,954	88,991	90,957	90,960	89,049
	60,543	86,403	91,587	92,557	90,105
$z_3$	63,257	101,507	104,479	104,405	101,606
	62,936	103,175	107,301	107,972	105,901
$z_5$	63,685	104,430	107,699	107,698	104,581
	63,877	105,797	111,501	110,986	105,300
$z_7$	63,292	101,809	104,768	104,897	101,967
	62,976	103,670	107,672	108,443	103,367
$z_9$	61,078	89,965	92,160	92,040	90,023
	61,237	86,354	89,681	90,813	86,761

Структура решения для  $\bar{T}$  выбиралась в виде

$$\bar{T} = \bar{\Phi}_0 + \bar{u}; \bar{u} = \sum_{ij} C_{ij}(\gamma) \chi_{ij}(y, z);$$

$$\bar{\Phi}_0 = \omega \left[ \sum_{k=1}^4 \bar{f}_k \omega_k^{-1} \right] \left[ \sum_{k=1}^4 \omega_k^{-1} \right]^{-1};$$

где

$$\chi_{ij} = \phi_{ij} - \omega D_1 \phi_{ij} + \omega W^* \phi_{ij}; W^* = \left[ \sum_{k=1}^4 B_i \omega_k^{-1} \right] \left[ \sum_{k=1}^4 \omega_k^{-1} \right]^{-1};$$

**Выводы**

Предложенная в статье методология математического моделирования тепловых процессов в пространственных элементах конструкций позволяет на новом качественном уровне проводить диагностику и прогнозирование тепловых режимов в трехмерных системах.

Применение конечных интегральных преобразований позволяет прийти к решению серий двухмерных задач в области изображений. Регионально-структурный метод позволяет строить регионально-аналитические структуры решения, универсальные относительно изменения входящих в них теплофизических и геометрических параметров моделей, описывающих тепловые процессы в пространственных элементах.

Регионально-структурный метод позволяет учитывать и результаты, полученные экспериментальным путем.

Решение обратных задач дифференциальной геометрии с помощью S-функций применительно к проблеме учета геометрической информации на аналитическом уровне в региональных структурах решения задач теплопроводности позволяет впервые получить непрерывно-дифференцируемые базисные регионально-аналитические функции для областей практически любой заданной формы.

**Литература**

1. Слесаренко, А.П. Развитие алгебрологического метода и его приложения к многомерным нелинейным задачам теплопроводности для однородных и композитных сред [Текст] : автореф. дис. ...д-ра физ.-мат. наук : 01.04.14, 01.01.02 / А. П. Слесаренко. – М., 1984. – 36 с.
2. Диткин, В.А. Интегральные преобразования и операционное исчисление [Текст] / В.А. Диткин, А.П. Прудников. – М.: Наука, 1974. – 524 с.
3. Положий, Г.Н. Уравнения математической физики [Текст] / Г.Н. Положий. – М.: Высшая школа, 1964. – 559 с.
4. Слесаренко, А.П. О решении смешанных трехмерных задач теплопроводности для областей сложной формы [Текст] / В кн.: Смешанные краевые задачи и вопросы математического моделирования. – К., 1975. – С. 153- 161.
5. Слесаренко А. П. S-функции в обратных задачах аналитической геометрии и моделировании тепловых процессов [Текст] / А. П. Слесаренко // Вост.-Европейский Журнал Передовых Технологий. - 2011. - № 3/4(51). - С. 41–46.
6. Слесаренко А.П. S-функции в обратных задачах дифференциальной геометрии и управлении образования форм [Текст] / А.П. Слесаренко // Вост.- Европ. журнал передовых технологий. – 2012. - №1/4 (55) – С. 4 – 10.
7. Слесаренко А.П. S-функции в построении консервативных структур решения геометрических обратных краевых задач [Текст] / А.П. Слесаренко // Вост.- Европ. журнал передовых технологий. – 2012. - №2/4 (56) – С. 60 – 66.
8. -Слесаренко, А.П. Розв'язок тривимірної крайової задачі теплопровідності для тіла, обмеженого циліндричною поверхнею складної форми [Текст] : ДАН УРСР. Сер. А. - 1974 - №7. – С. 643 – 646.
9. Канторович, В.Л. Приближенные методы высшего анализа [Текст] / В.Л. Канторович, В. И. Крылов – М.-Л.:Физматгиз, 1962. – 695 с.



**Abstract**

The article represents the effectiveness of the S-codes in the regional-analytical structures of thermal conductivity problems decision by giving the example of calculation of stationary thermal field of the magnetic conductor of a transformer.

The finite integral transformation, regional-structural and projection methods are applied for jointly decision. Decision structures exactly satisfy the thermal conductivity equation in the regions and the junction conditions of the contact boundaries, and include S-codes, accurately accounting the geometry of the studied area. Regional-analytical structures are universal regarding the model parameters. Thus, it is possible to use them for multivariate diagnosis and forecasting of thermal conditions in three-dimensional structures. Results of a decision can be represented in an approximate analytical form, so that a compact database of thermal behavior of structures can be created.

Regional-analytical decision structures in boundary-value problems have more natural approximation apparatus than analytical structures have in a single expression, which makes them a useful tool for modeling of compound objects

**Keywords:** mathematical modeling, thermal processes, regional-structural method, regional-analytical decision structure, S-codes

УДК 006.85:658.5

# ПІДХІД ДО ОЦІНКИ ОПТИМАЛЬНОГО РІВНЯ ЯКОСТІ ПРОЕКТНОЇ ПРОДУКЦІЇ

**І. В. Лазько**

Завідувач групою стандартизації та управління якістю ТОВ «Хімтехнологія»  
 Старший викладач, кандидат технічних наук  
 Сєверодонецьке відділення Інституту післядипломної освіти та дистанційного навчання  
 Східноукраїнський національний університет  
 ім. Володимира Даля  
 пр. Космонавтів, 18, м. Сєверодонецьк, Україна, 93400  
 Контактний тел.: (0645) 705-095, (06452) 3-77-32  
 E-mail: standart\_himtex@mail.ru

Запропоновано підхід до оцінки оптимального рівня якості проектної продукції за допомогою інтегрованих показників якості прийнятих проектних рішень з урахуванням проектної спеціалізації. Використання запропонованого спеціального математичного апарату дозволить скласти такий план розробки проектної документації (забезпечення проектними рішеннями), що має оптимальний рівень якості

**Ключові слова:** якість, проектна продукція, транспортна задача

Предложен подход к оценке оптимального уровня качества проектной продукции с помощью интегрированных показателей качества принимаемых проектных решений с учетом проектной специализации. Использование предложенного специального математического аппарата позволит сформировать такой план разработки проектной документации (обеспечения проектными решениями), которая имеет оптимальный уровень качества

**Ключевые слова:** качество, проектная продукция, транспортная задача

## 1. Вступ

Якість проектної продукції є складною категорією. При цьому, загальними вимогами щодо якості проектної продукції слід вважати: відповідність призначенню або сфері застосування; відповідність обґрунтованим потребам і очікуванням замовника; відповідність вимогам НПА; відповідність вимогам суспільства; відповідність вимогам екологічної безпеки й охорони навколишнього середовища; ефективність технології проектування.

У відповідності із ДСТУ Б А.2.4-4:2009 [1] проектна продукція - це розроблені і затверджені у встановленому порядку текстові та графічні матеріали, якими визначаються технічні, містобудівні, об'ємно-планувальні, архітектурні, конструктивні, технологічні рішення, а також кошториси об'єктів будівництва.

Таким чином, проектна продукція являє собою опис проектних рішень у встановлених нормах та правилах формах проектної документації. Як правило, якість проектної продукції залежить від якості та оптимальності проектних рішень, що прийма-