Запропоновано метод відшукання наближеного рішення перевизначення несумісної системи лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР), для якого максимальна з нев'язок рівнянь системи мінімальна. Отримано аналітичні співвідношення для розрахунку компонентів вектора. Наведено приклади

Ключові слова: СЛАР, прикладні задачі обробки даних, чисельні методи рішення, перевизначення несумістної системи, алгоритм, мінімаксний принцип

Предложен метод отыскания приближенного решения переопределенной несовместной системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), для которого максимальная из невязок уравнений системы минимальна. Получены аналитические соотношения для расчета компонентов вектора. Приведены примеры

Ключевые слова: СЛАУ, прикладные задачи обработки данных, численные методы решения, переопределенная несовместная система, алгоритм, минимаксный принцип

УДК 519.6

ИНФОРМАЦИОННЫЙ АНАЛИЗ НЕСОВМЕСТНЫХ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ. МИНИМАКСНОЕ РЕШЕНИЕ

Л.Г. Раскин
Доктор технических наук, профессор*
Контактный тел.: (057) 707-66-28
Email: kml@kpi.kharkov.ua
О.В. Серая
Доктор технических наук, доцент*
Ю.В. Иванчихин
Кандидат технических наук, доцент*
*Кафедра компьютерного мониторинга и логистики
Национальный технический университет
"Харьковский политехнический институт"
ул. Фрунзе, 21, г. Харьков, Украина, 61002

Введение

Задачи отыскания приемлемых в каком-то выбранном смысле решений несовместных систем линейных алгебраических уравнений возникают в приложениях, связанных с обработкой и информационным анализом экспериментальных данных. Примеры соответствующих прикладных задач: анализ временных рядов, очистка экспериментальных данных от шума, распознавание зависимостей, параметрическая идентификация линейных зависимостей по экспериментальным данным и т.п.

Традиционный подход к решению этих задач – метод наименьших квадратов, мимнимизирующий норму невязки системы [1, 2].

При этом для системы $AX = A_0$ формируется функционал $J = (AX - A_0)^T (AX - A_0)$, минимизация которого приводит к $X^* = (A^T A)^{-1} A^T A_0$. Другой подход состоит в отыскании такого вектора поправок к правой части системы линейных алгебраических уравнений, который делает систему совместной и имеет минимальную норму [3].

Формально задача записывается так: для несовместной системы уравнений $AX = A_0$ нужно найти поправочный вектор ΔA_0, такой чтобы скорректированная система $AX = A_0 + \Delta A_0$ имела решение и норма $\Delta A_0^T \Delta A_0$ была минимальной. В развитие этой идеи предлагается отыскание матрицы поправок для всех коэффициентов системы уравнений, обеспечивающей совместное решение СЛАУ и имеющей минимальную норму. Таким образом, требуется найти поправочную матрицу ΔA, такую чтобы система $(A + \Delta A_0)X = A_0$ имела решение и норма $\Delta A_0^T \Delta A_0$ была минимальной. [4, 5, 6, 7, 8, 9, 10]. Недостаток этой технологии очевиден: поправочные элементы СЛАУ отыскиваются без учета информации о реальных погрешностях исходных данных. В силу этого получаемое в результате решение системы уравнений может оказаться произвольно далеким от истинного. Кроме того, минимуму нормы может соответствовать недопустимо большая невязка для каких-либо из уравнений.

Альтернативный подход к решению несовместных СЛАУ заключается в построении для данной СЛАУ регуляризирующего алгоритма, который позволяет получить приближенное решение системы, минимизирующее норму невязки [11, 12, 13, 14, 15].

При этом формируется вспомогательный функционал

$$Q(\lambda, X) = (AX - A_0)^T (AX - A_0) + \lambda \left(X - X^{(0)}\right)^T \left(X - X^{(0)}\right), \quad (1)$$

минимизация которого по λ, X обеспечивает получение приемлемого приближенного решения исходной несовместной системы. Здесь λ - параметр регуляризации, определяющий компромисс между достигаемой точностью решения системы и мерой доверия к априорно задаваемому решению $X^{(0)}$.

В качестве оптимизируемого функционала (1) может быть выбрана более простая конструкция:

$$Q(\lambda, X) = |AX - A_0| + \lambda \left|X - X^{(0)}\right|. \quad (2)$$

Недостатки этого подхода:

1) необходимость задания априорного решения $X^{(0)}$, точность которого не известна;

2) сложность возникающей при этом вычислительной схемы, реализующей двухэтапную процедуру решения координирующей и основной задачи;

3) трудность обоснованного выбора параметра регуляризации.

Общий недостаток перечисленных подходов состоит в том, что величины невязок для каждого из уравнений систем не контролируются и могут существенно разниться между собой.

Поставим задачу построения прямого метода отыскания решения исходной несовместной системы, удовлетворяющего требованиям к самому решению.

Постановка задачи

Любому набору X, используемому в качестве решения системы линейных алгебраических уравнений $AX = A_0$, записанной в скалярной форме, соответствует набор невязок:

$$
\begin{aligned}
&z_1 = a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n - a_{10},\\
&z_2 = a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n - a_{20},\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&z_k = a_{k1}x_1 + a_{k2}x_2 + \ldots + a_{kn}x_n - a_{k0},\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&z_l = a_{l1}x_1 + a_{l2}x_2 + \ldots + a_{ln}x_n - a_{l0},\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&z_m = a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n - a_{m0}, \quad m \ge n.
\end{aligned}
$$

Поставим теперь задачу отыскания набора X, для которого величина максимальной из невязок для уравнений системы были бы минимальной. Понятно, что это требование выполняется, если невязки для уравнений системы будут равны между собой. При этом имеют место равенства $z_k = z_l$, $k = 1,2,...,m$, $l = 1,2,...,m$, то есть

$$
z_k - z_l = (a_{k1} - a_{l1})x_1 + (a_{k2} - a_{l2})x_2 + \ldots + (a_{kn} - a_{ln})x_n -
$$

$$
-(a_{k0} - a_{l0}) = \sum_{j=0}^{n}(a_{kj} - a_{lj})x_j = 0,
$$

$$
x_0 = -1.
$$

Основные результаты. Введем оптимизируемый функционал следующим образом:

$$
F(x_1, x_2, ..., x_n) = \sum_{k=1}^{m}\sum_{l\ne k}^{m}\left[\left(\sum_{j=0}^{n}a_{kj} - a_{lj}\right)x_j\right]^2. \tag{3}
$$

Минимизируем $F(X)$ по переменным $x_1, x_2, ..., x_n$, используя систему уравнений

$$
\frac{\partial F(X)}{\partial x_j} = 2\sum_{k=1}^{m}\sum_{l\ne k}^{m}\left[\left(\sum_{j=0}^{n}a_{kj} - a_{lj}\right)x_j\right](a_{kj} - a_{lj}) = 0,\ j = 1,2,...,n. \tag{4}
$$

Эта система содержит n линейных алгебраических уравнений с таким же числом неизвестных и легко решается. Решение системы (4) дает искомый набор X.

Пример 1.

Задана переопределенная система несовместных уравнений

$$
\begin{aligned}
&x_1 + x_2 - 2 = 0,\\
&2x_1 + x_2 - 3 = 0,\\
&x_1 + 2x_2 - 4 = 0.
\end{aligned}
$$

Найдем решение этой системы, для которого невязки уравнений были равны между собой.

Запишем систему уравнений (4).

$$
j = 1:\ (-x_1 + 1)(-1) + (-x_2 + 2)(0) +
$$

$$
+(x_1 - x_2 + 1)(+1) = 2x_1 - x_2 = 0,
$$

$$
j = 2:\ (-x_1 + 1)(0) + (-x_2 + 2)(-1) +
$$

$$
+(x_1 - x_2 + 1)(-1) = 2x_2 - x_1 - 3 = 0.
$$

Решение этой системы уравнений: $x_1 = 1, x_2 = 2$. Это решение обеспечивает одинаковую невязку для всех уравнений исходной системы, равную 1.

Рассмотрим теперь метод решения переопределенной системы линейных алгебраических уравнений с менее жестким требованием к решению, разрешив равенство невязок по модулю.

При этом достаточно отыскать набор X, для которого выполняется совокупность равенств $|z_k| = |z_l|$ или $z_k^2 = z_l^2$, $k = 1,2,...,m$, $l = 1,2,...,m$. Эти равенства имеют вид

$$
\left(\sum_{j=0}^{n}a_{kj}x_j\right)^2 - \left(\sum_{j=0}^{n}a_{lj}x_j\right)^2 = 0,
$$

или

$$
\left(\sum_{j=0}^{n}a_{kj}x_j\right)\left(\sum_{j=0}^{n}a_{kj}x_j\right) - \left(\sum_{j=0}^{n}a_{lj}x_j\right)\left(\sum_{j=0}^{n}a_{lj}x_j\right) = 0.
$$

Перепишем последнее равенство следующим образом:

$$
\sum_{j_1=0}^{n}\sum_{j_2=0}^{n}\left(a_{kj_1}a_{kj_2} - a_{lj_1}a_{lj_2}\right)x_{j_1}x_{j_2} = 0,\ k = 1,2,...,m,\ l > k. \tag{5}
$$

Полученная система содержит $\dfrac{m(m-1)}{2}$ уравнений с n неизвестными.

Заметим, что в этой системе уравнений только $(m-1)$ уравнений линейно независимы, так любое уравнение $z_k^2 - z_l^2 = 0$ для $k > 1$ может быть получено как линейная комбинация любой пары уравнений $z_s^2 - z_k^2 = 0$ и $z_s^2 - z_l^2 = 0$, $s = 1,2,...,m$, $s \ne k$, $s \ne l$, $l > k$. Эту совокупность линейно независимых уравнений получим, зафиксировав k, например, положив $k = 1$, пробегая далее по l от 2 до m. Теперь каждой паре $(1,l)$, $l = 2,3...,m$, поставим в соответствие индекс i, вычисляемый по правилу $i = l - 1$. Затем введем набор $c_{ij_1j_2} = \left(a_{1j_1}a_{kj_2} - a_{lj_1}a_{lj_2}\right)$, $l = 2,3...,m$, $i = 1,2,...,m-1$. Тогда совокупность уравнений (5) приводится к виду

$$
X^TC_iX = 0,\ i = 1,2,...,m, \tag{6}
$$

$C=\left(c_{ij_1j_2}\right)$, $j_1=1,2...,n$, $j_2=1,2...,n$.

Совместное решение системы уравнений (6) определяет искомый вектор X.

Пример 2.

В условиях примера 1 найдем набор X, обеспечивающий равенство всех невязок по модулю.

Имеем

$$z_1^2=\left(x_1+x_2-2\right)^2=x_1^2+x_2^2+2x_1x_2-4x_1-4x_2+4,$$
$$z_2^2=\left(2x_1+x_2-3\right)^2=4x_1^2+4x_2^2+4x_1x_2-12x_1-6x_2+9,$$
$$z_3^2=\left(x_1+2x_2-4\right)^2=x_1^2+4x_2^2+4x_1x_2-8x_1-16x_2+16.$$

Теперь

$$\begin{aligned}&z_1^2-z_2^2=-3x_1^2+8x_1+2x_2-2x_1x_2-5=0,\\&z_1^2-z_3^2=-3x_2^2+4x_1+12x_2-2x_1x_2-12=0.\end{aligned}\qquad(7)$$

Полученная система уравнений (7) легко решается. Из первого уравнения системы выразим x_1 через x_2:

$$3x_1^2-\left(8-2x_2\right)x_1-2x_2+5=0,$$

$$x_1^{(1,2)}=\frac{\left(8-2x_2\right)\pm\sqrt{4x_2^2-8x_2+4}}{6}=\frac{\left(8-2x_2\right)\pm2\left(x_2-1\right)}{6},$$

$$x_1^{(1)}=1,\quad x_1^{(2)}=\frac{5-2x_2}{3}.$$

Подставим полученные значения для x_1 во второе уравнение системы (7).

При этом для $x_1^{(1)}=1$ имеем:

$$-3x_2^2-10x_2-8=0,$$

$$x_2^{(1,2)}=\frac{10\pm\sqrt{100-96}}{6}=\frac{10\pm2}{6},\ x_2^{(1)}=2,\quad x_2^{(2)}=\frac{4}{3}.$$

Далее для $x_1^{(2)}=\frac{5-2x_2}{3}$ имеем:

$$-3x_2^2-4\left(\frac{5-2x_2}{3}\right)+12x_2-\frac{2x_2\left(5-2x_2\right)}{3}-12=$$
$$=\frac{1}{3}\left(-5x_2^2+18x_2-16\right)=0,$$

откуда

$$x_2^{(3,4)}=\frac{18\pm\sqrt{324-320}}{10}=\frac{18\pm2}{10},\ x_2^{(3)}=2,\quad x_2^{(4)}=\frac{8}{5}.$$

Теперь, так как $x_1^{(3,4)}=\frac{5-2x_2^{(3,4)}}{3}$, то $x_1^{(3)}=\frac{1}{3}$, $x_1^{(4)}=\frac{3}{5}$.

Таким образом, набор решений системы (7) имеет вид:

$$\left(x_1^{(1)},x_2^{(1)}\right)=(1,2),\ \left(x_1^{(2)},x_2^{(2)}\right)=\left(1,\frac{4}{3}\right),\ \left(x_1^{(3)},x_2^{(3)}\right)=\left(\frac{1}{3},2\right),$$

$$\left(x_1^{(4)},x_2^{(4)}\right)=\left(\frac{3}{5},\frac{8}{5}\right).$$

Понятно, что в этом наборе присутствует одно из ранее полученных решений $\left(x_1=1,x_2=2\right)$.

Подставим полученные решения в исходные уравнения и рассчитаем соответствующие невязки.

Для $x_1^{(1)}=1$, $x_2^{(1)}=2$ имеем

$$x_1^{(1)}+x_2^{(1)}-2=1,$$
$$2x_1^{(1)}+x_2^{(1)}-3=1,$$
$$x_1^{(1)}+2x_2^{(1)}-4=1.$$

Для $x_1^{(2)}=1$, $x_2^{(2)}=\frac{4}{3}$ имеем

$$x_1^{(2)}+x_2^{(2)}-2=\frac{1}{3},$$
$$2x_1^{(2)}+x_2^{(2)}-3=\frac{1}{3},$$
$$x_1^{(2)}+2x_2^{(2)}-4=-\frac{1}{3}.$$

Невязки по модулю равны $\frac{1}{3}$.

Таким образом, это решение лучше предыдущего.

Для $x_1^{(3)}=\frac{1}{3}$, $x_2^{(3)}=2$ имеем

$$x_1^{(3)}+x_2^{(3)}-2=\frac{1}{3},$$
$$2x_1^{(3)}+x_2^{(3)}-3=-\frac{1}{3},$$
$$x_1^{(3)}+2x_2^{(3)}-4=\frac{1}{3}.$$

Невязки по модулю равны $\frac{1}{3}$.

Таким образом, это решение эквивалентно предыдущему.

Наконец, для $x_1^{(4)}=\frac{3}{5}$, $x_2^{(4)}=\frac{8}{5}$ имеем

$$x_1^{(4)}+x_2^{(4)}-2=\frac{1}{5},$$
$$2x_1^{(4)}+x_2^{(4)}-3=-\frac{1}{5},$$
$$x_1^{(4)}+2x_2^{(4)}-4=-\frac{1}{5}.$$

Невязки по модулю равны $\frac{1}{5}$.

Таким образом, это решение лучше всех предыдущих.

Отметим, что в рассмотренном примере число уравнений равно числу неизвестных $\left(m-1=k\right)$. Поэтому оказалось возможным найти решение системы непосредственно. В общем случае, когда $m-1>n$, для получения решения можно использовать метод наименьших квадратов. При этом формируется целевая функция

$$F(X)=\sum_{l=2}^{m}\left(z_1^2-z_l^2\right)^2,$$

минимум которой отыскивается, например, градиентным методом, причем

$$\operatorname{grad} F(X) = 2\begin{pmatrix} \sum\limits_{l=2}^{m}\left(z_1^2(X) - z_l^2(X)\right)\left(\dfrac{\partial z_1^2(X)}{\partial x_1} + \dfrac{\partial z_l^2(X)}{\partial x_1}\right) \\ \sum\limits_{l=2}^{m}\left(z_1^2(X) - z_l^2(X)\right)\left(\dfrac{\partial z_1^2(X)}{\partial x_2} + \dfrac{\partial z_l^2(X)}{\partial x_2}\right) \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \sum\limits_{l=2}^{m}\left(z_1^2(X) - z_l^2(X)\right)\left(\dfrac{\partial z_1^2(X)}{\partial x_n} + \dfrac{\partial z_l^2(X)}{\partial x_n}\right) \end{pmatrix}.$$

Соответствующая вычислительная процедура легко реализуется.

Выводы

Рассмотрена задача минимаксного решения переопределенной несовместной системы линейных алгебраических уравнений. Задача сведена к отысканию набора переменных, обеспечивающего равенство по модулю всех невязок для уравнений системы. Получены аналитические соотношения для непосредственного расчета компонентов искомого набора.

Литература

1. Линник Ю.В. Метод наименьших квадратов и основы математико-статистической теории обработки наблюдений / Ю.В. Линник. - М.: Физматгиз, 1962. 336 с.
2. Лоусон Ч. Численное решение задач метода наименьших квадратов. / Ч. Лоусон, Р. Хенсон. - М.: Наука, 1986. 232 с.
3. Иванов В. К. Теория линейных некорректных задач и ее приложения / В. К. Иванов, В. В. Васин, В. П. Танана. - М.: Наука, 1978. 206 с.
4. Ватолин А. А. Аппроксимация несобственных задач линейного программирования по критерию евклидовой нормы / А. А. Ватолин // Журнал вычислительной математики и математической физики. 1984. Т. 24, № 12. С. 1907-1908.
5. Ватолин А. А. О коррекции расширенной матрицы несовместной системы линейных неравенств и уравнений / А. А. Ватолин // Комбинаторные, алгебраические и вероятностные методы дискретного анализа. Горький, 1989. С. 40-54.
6. Горелик В. А. Матричная коррекция задачи линейного программирования с несовместной системой ограничений / В. А. Горелик // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2001. Т. 41, № 11. С. 1697-1705.
7. Горелик В. А. Оптимальная матричная коррекция несовместных систем линейных алгебраических уравнений по минимуму евклидовой нормы / В. А. Горелик, В. И. Ерохин. - М.: ВЦ РАН, 2004. 193 с.
8. Горелик В. А. Оптимальная матричная коррекция несовместных систем линейных алгебраических уравнений с блочными матрицами коэффициентов / В. А. Горелик, В. И. Ерохин, Р. В. Печенкин // Дискрет, анализ и исслед. операций. Серия 2. 2005. Т. 12, № 2. С. 3-22.
9. Ерохин В. И. Оптимальная матричная коррекция несовместных систем линейных алгебраических уравнений и несобственных задач линейного программирования: Дисс. . д-ра физ.-мат. наук: 05.13.17. М., 2005.
10. Ерохин В. И. Методы и модели восстановления линейных зависимостей по неточной информации / В. И. Ерохин, В.В. Волков // Известия Санкт-Петербургского государственного технологического института (технического университета). 2011. № 10. С. 53-58.
11. Тихонов А. Н. О регуляризации некорректно поставленных задач / А. Н. Тихонов // Доклады АН СССР. 1963. Т. 153, № 1. С. 49-52.
12. Тихонов А. Н. О решении некорректно поставленных задач и методе регуляризации / А. Н. Тихонов // Доклады АН СССР. 1963. Т. 151, № 1. С. 501—504.
13. Тихонов А. Н. О нормальных решениях приближенных систем линейных алгебраических уравнений / А. Н. Тихонов // Доклады АН СССР. 1980. Т. 254, № 3. С. 549-554.
14. Тихонов А. Н. О приближенных системах линейных алгебраических уравнений // Журнал вычислительной математики и математической физики. 1980. Т. 20, № 6. С. 1373-1383.
15. Тихонов А. Н. Методы решения некорректных задач / А. Н. Тихонов, В. Я. Арсенин. - М.: Наука, 1986. 288 с.

Abstract

The article concerns the acceptable solutions of incompatible systems of linear algebraic equations (SLAE), the necessity of which appears during the processing and information analysis of experimental data. There is an analysis of the efficiency of traditional approaches to the solution of similar problems, such as the least-squares method, which minimizes the norm of system residual, the method of input of correction vector of system second members. The alternative approach to the solution if incompatible SLAE was suggested. It consists in definition of regularizing algorithm for the given redefined SLAE, which makes it possible to get the approximate solution of the system, minimizing the norm of residual, for which the maximum of system equation residual is the minimum. The problem is reduced on each iteration to the finding of variables set, which provides modulo equality of all residuals for the system equations. The analytical ratios for direct calculation of components of desired set were obtained. The examples of calculations were given

Keywords: *system of linear algebraic equations (SLAE), applied problem of data processing, numerical method of solution, vector of second member, redefined incompatible system, least-squares method, correction vector, norm of system residual, algorithm, iteration, approximate solution, minimax principle, residual modulus, variables set, minimization of maximum residual, decision vector*

Розроблено метод побудови нечіткої когнітивної карти середовища взаємодії для задачі цілісного представлення цінностей та прогнозування активності зацікавлених сторін при їх взаємодії в ситуаціях спільного прийняття ними рішень щодо подальшого розвитку проекту

Ключові слова: проект, зацікавлені сторони, взаємодія, управління взаємодією, цінності, активність, концепт, зв'язок

Разработан метод построения нечеткой когнитивной карты среды взаимодействия для задачи целостного представления ценностей и прогнозирования активности заинтересованных сторон при их взаимодействии в ситуациях совместного принятия ними решений о дальнейшем развитии проекта

Ключевые слова: проект, заинтересованные стороны, взаимодействие, управление взаимодействием, ценности, активность, концепт, связь

УДК 005.8:005:42:005:22

НЕЧІТКЕ КОГНІТИВНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ДЛЯ ВИРІШЕННЯ ЗАДАЧ УПРАВЛІННЯ ВЗАЄМОДІЄЮ ЗАЦІКАВЛЕНИХ СТОРІН В ПРОЕКТАХ

О.М. Медведєва
Кандидат технічних наук, доцент
Кафедра управління проектами та прикладної статистики
Східноукраїнський національний університет ім. В. Даля
кв. Молодіжний, 20а, м. Луганськ, Україна, 91034
Контактний тел.: 095-560-84-29
E-mail: agat.lg@i.ua

1. Постановка проблеми та її зв'язок з важливими науковими і практичними задачами

Ще наприкінці XX століття в роботах [1, 2] було показано, що управління проектами починає переходити до нової фази (хвилі) свого розвитку, яка, на відміну від попередніх технічної та менеджерської, акцентує увагу в управлінні проектами на формуванні цінностей [3].

Незважаючи на доволі тривалий термін існування цього періоду, на сьогодні досі відсутні кількісні методи, які б не тільки могли відображати очікувані цінності окремих зацікавлених сторін, а і методи управління взаємодією між зацікавленими сторонами в процесі створення цінностей.

2. Аналіз досліджень та публікацій, виділення невирішеної раніше частини проблеми

Загально-методологічні питання створення цінностей проекту розглянуті в роботах [4, 5]. Одна з останніх конференцій Української асоціації управління проектами була присвячена управлінню цінністю проектів та програм розвитку організацій [6]. Окремі питання планування та оцінки цінностей [7], цінностей проектів створення локалізованих бізнес-формувань [8], ціннісно-орієнтованого підходу до управління портфелями проектів [9] були розглянуті на останній конференції з управління проектами [10]. Проте робіт, присвячених кількісній оцінці поки що недостатньо [11, 12, 13]. Особливо гостро відсутність кількісного представлення цінностей відчулась при розробці моделей управління взаємодією зацікавлених сторін в проекті [14].

3. Формулювання мети статті

Тому мета даної роботи полягає у пошуку підходу та розробці моделей кількісного представлення цінностей зацікавлених сторін, застосування яких дозволить вирішити завдання прогнозування активності зацікавлених сторін при їх взаємодії в ситуаціях спільного прийняття ними рішень щодо подальшого розвитку проекту.