

Abstract

The results of thermophysical property and vapor-liquid equilibria studies for the systems mineral oil ISO 9 + MoS₂ (70 nm) and Cu (50 nm) nanoparticles, and R600a + nanolubricant are presented. Series of measurements: surface tension (maximum bubble pressure method), thermal conductivity (steady-state hot-wire method), viscosity (capillary tube method), and saturated vapor pressure (static method) were carried out. The size and the concentration of nanoparticles in the lubricant were determined by dynamic light scattering (laser correlation spectroscopy). Experimental data demonstrate some positive effect of nanoparticles doping on the refrigerant properties such as the decreasing of nanolubricant surface tension, thermal conductivity growth, and the shift of vapor pressure curve in refrigerant/lubricant blends. Thus, the use of nanorefrigerants shows clearly the energy efficiency enhance for the vapor compression refrigerating systems

Keywords: refrigerant/lubricant mixture, thermophysical properties, saturated vapor pressure, nanoparticles, nanolubricant

УДК 616-71

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ НАГРІВАННЯ БІОЛОГІЧНИХ ТКАНИН ПІД ДІЄЮ ЛАЗЕРНОГО ВИПРОМІНЮВАННЯ

Ми представляємо математичну модель нагрівання біологічних тканин під дією лазерного випромінювання, яка надає змогу оцінити розподіл температури в біологічних тканинах під дією лазерного випромінювання

Ключові слова: розподіл температур, лазерне випромінювання, напівпрозоре середовище

Мы представляем математическую модель нагрева биологических тканей под действием лазерного излучения, которая предоставляет возможность оценить распределение температуры в биологических тканях под действием лазерного излучения

Ключевые слова: распределение температур, лазерное излучение, полупрозрачная среда

О.Д. Мамута
Аспірант*

Контактний тел.: (044)454-96-09, 093-071-96-60
E-mail: mamuta_aleksandr@mail.ru

М.С. Рибалко
Аспірант*

Контактний тел.: (044)454-94-77
E-mail: RybalkoMaryna@gmail.com

Л.Ф. Головко

Доктор технічних наук, професор
Контактний тел.: (044) 454-96-09
E-mail: leongolovko@gmail.com

*Кафедра лазерної техніки та фізико-технічних технологій
Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут»
пр. Перемоги, 37, м. Київ, Україна, 03056

Вступ

Лазерне випромінювання впливає на біологічну тканину такими фізичними факторами як температура, слабкий електричний струм, тиск та ін. Відмінною особливістю його впливу є локалізація. Хвилі світлового діапазону випромінювання поглинаються та відбиваються поверхнею біотканини, промені височастотні проникають глибше, але в будь-якому випадку зона впливу охоплює тільки частину біологічної тканини. Існують різні підходи до розв'язання задачі впливу лазерного випромінювання на біологічну тка-

нину та безліч різноманітних фізичних і числових моделей. Відомі з літературних джерел моделі взаємодії біотканини з лазерним випромінюванням об'єднують такі їх особливості:

1. Кожний шар має свої незалежні фізичні властивості.
2. Має місце складна або випадкова геометрія шарів біологічних тканин.
3. Необхідність врахування перфузії крові, що пов'язана з кровоносними судинами у живій біологічній тканині, які здійснюють терморегуляцію в організмі.

1. Фізична модель

Можна значно спростити фізичну модель об'єкта лазерного впливу, обмеживши ділянку біологічної тканини, що розглядається. В умовах швидкоплинних процесів лазерного впливу характеристики, які визначають теплопровідні властивості біотканини, можуть бути сформульовані таким чином:

- біологічна тканина стравоходу (шлунку) представляє собою шестишарову структуру, що утворена епідермісом, верхньою дермою, кровоносним сплетінням, нижньою дермою, жировою і м'язовою тканинами;
- при описанні переносу теплоти у біотканині шари, що її утворюють, можуть бути представлені як паралелепіпеди розташовані один за другим;
- теплотворна спроможність (перфузія) шарів рівномірно розподілена в об'ємі;
- жирова клітковина виконує теплоізолюючу функцію і не постачає теплоти;
- кожен з шарів біотканини приймається «сірим» випромінювальним, поглинальним та розсіювальним напівпрозорим середовищем, що оточено «сірими» дифузно-відбивальними областями(границями). Границі між шарами біотканини вважаються напівпрозорими;
- контакт між шарами біотканини вважається абсолютним, тобто без врахування контактної термічної опору;
- потужність лазерного випромінювання вважається постійною величиною в процесі нагрівання біотканини;
- зона дії локального лазерного випромінювання характеризується певним діаметром;
- епідерміс є шаром біотканини, який безпосередньо взаємодіє з лазерним випромінюванням, і характеризується певною поглинальною та відбивальною властивостями;
- за межами плями дії лазерного випромінювання розглядаються умови його взаємодії з оточуючим середовищем у відповідності з законом Ньютона-Ріхмана (умови конвективного теплообміну);
- на інших поверхнях біотканини розглядаються адіабатні умови або умови конвективного теплообміну.

Прийняті припущення дозволили побудувати фізичну модель біологічної тканини (шлунка або стравоходу). Спрощена геометрична версія побудови біологічної тканини шлунка (стравоходу) приведена на рис. 1.

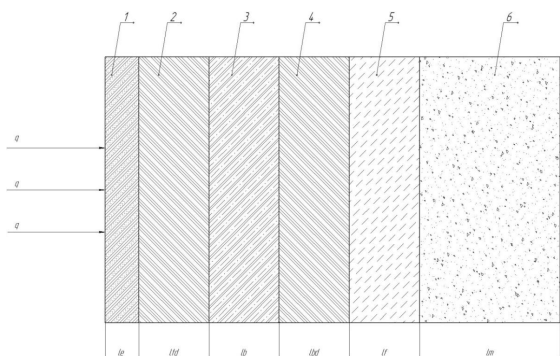


Рис. 1 Схематичне представлення розподілу шарів біологічної тканини шлунка (стравоходу): 1 – епідерміс; 2 – верхня дерма; 3 – кровоносні сплетіння; 4 – нижня дерма; 5 – жировий прошарок; 6 – тканина м'язів

Повна товщина дослідного зразка біологічної тканини шлунку (стравоходу) приймається 10мм. Товщина шарів може коливатись у межах: $0.2 \geq \ell_e \geq 0.5$ мм, $1 \geq \ell_{td} \geq 1.5$ мм, $1 \geq \ell_b \geq 1.5$ мм, $1 \geq \ell_{bd} \geq 1.5$ мм, $1 \geq \ell_f \geq 1.5$ мм, $5 \geq \ell_m \geq 8$ мм.

2 Математична модель

2.1 Постановка задачі

У відповідності з розробленою фізичною моделлю математична модель нагрівання зразка біологічних тканин під дією лазерного випромінювання з врахуванням поглинання випромінювання та розсіювання напівпрозорим середовищем, що оточено напівпрозорими дифузно-відбивальними границями, може бути представлена у вигляді нестационарного нелінійного рівняння теплопровідності з внутрішніми джерелами теплоти

$$\frac{\partial \rho_i h_i}{\partial \tau} = \nabla \cdot [\lambda_i(T) \nabla T] + q_{vbi}(T) + E_i(T), \tag{1}$$

де ρ – густина, кг/м³; $h = \int_{T_r}^T \rho(T) c_p(T) dT$ – об'ємна ентальпія, Дж/(м³×К); T_r – температура відліку; К; c_p – масова ізобарна теплоємність, Дж/(кг×К); τ – час, с;

$\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right)$ – оператор Гамільтона; (·) – означає

скалярний добуток векторів; λ – теплопровідність, Вт/(м×К); T – температура, К; $i = 1, M$ – індекс елемента біологічної тканини; M – кількість елементів тканини; $q_{vb}(T) = c_{pb} \rho_b w_b (T_b - T)$ – густина внутрішнього

джерела теплоти, що пов'язана з перфузією, Вт/м³; c_{pb}, ρ_b – масова ізобарна теплоємність (Дж/(кг×К)) та густина (кг/м³) крові, відповідно; w_b – об'ємна перфузія крові, с⁻¹; T_b – температура крові, К; $E(T)$ – об'ємна густина радіаційного теплового потоку «сірого» випромінюючого, поглинаючого та розсіюючого середовища (Вт/м³), яка визначається через інтенсивність випромінювання із розв'язку рівняння переносу

$$\frac{dI(s, \Omega)}{ds} + \beta I(s, \Omega) = K I_b(T) + \frac{\sigma_s}{4\pi} \int_{4\pi} I(s, \Omega') d\Omega'$$

s – довжина шляху, що вимірюється вздовж напрямку розповсюдження випромінювання Ω , м; I – інтенсивність випромінювання вздовж s у тілесному

куті Ω , Вт/(м²×ср); $I_b = \frac{n^2 \sigma T^4}{\pi}$ – інтенсивність ви-

промінювання абсолютно чорного тіла, Вт/(м²×ср); σ – постійна Стефана-Больцмана, Вт/(м²×К⁴); n – показник заломлення середовища; $\beta = K + \sigma_s$ – коефіцієнт послаблення середовища, м⁻¹; K – коефіцієнт поглинання середовища, м⁻¹; σ_s – коефіцієнт розсіювання середовища, м⁻¹.

Початкові умови

$$T(X) = T_0, \tag{2}$$

де $X(x, y, z) \in \Omega_0$ – Декартові координати, м; Ω_0 – розрахункова область.

Граничні умови:

– в зоні дії лазерного випромінювання задаються граничні умови II роду (густина теплового потоку)

$$\mathbf{n} \cdot (-\lambda(T) \nabla T) = q_n, \quad (3)$$

де \mathbf{n} – зовнішня нормаль до граничної поверхні;

$q_n = \frac{PA}{S}$ – нормальна густина теплового потоку, Вт/м²;

P – потужність лазерного випромінювання, Вт; A – поглинальна здатність зовнішньої біологічної тканини або ступінь чорноти; $S = \frac{\pi d^2}{4}$ – площа плями лазерного випромінювання на біологічній тканині, м²; d – діаметр зони, м;

– на границі контакту різних біологічних тканин зразка задаються граничні умови абсолютного контакту (типу IV роду)

$$\begin{cases} \{T\} = 0; \\ \{\mathbf{n} \cdot (\mathbf{q} - \mathbf{q}_r)\} = 0, \end{cases} \quad (4)$$

де $\{T\} = T^+ - T^-$; $\{\mathbf{n} \cdot \mathbf{q}\} = \mathbf{n}^+ \cdot \mathbf{q}^+ - \mathbf{n}^- \cdot \mathbf{q}^-$; $\mathbf{q} = -\lambda(T) \nabla T$ – вектор густини теплового потоку теплопровідністю, Вт/м²;

$\mathbf{q}_r = \int_{\Omega=4\pi} I(\mathbf{r}_w, \mathbf{s})(\mathbf{s} \cdot \mathbf{n}_w) d\Omega$ – вектор густини радіаційного потоку, Вт/м²; \mathbf{r} – радіус вектор, м; w – індекс границі; на границі контакту зразка біологічних тканин з оточуючим середовищем

$$\mathbf{n} \cdot (-\lambda \nabla T) = \alpha_{\text{eff}}(T)(T - T_{\text{env.sp}}), \quad (5)$$

де α_{eff} – ефективний коефіцієнт тепловіддачі, в якому враховується радіаційний теплообмін, Вт/(м²×К); $T_{\text{env.sp}}$ – температура оточуючого середовища, К;

– на границях симетрії біологічного зразка задаються адіабатні умови або умови відсутності теплообміну

$$\mathbf{n} \cdot \nabla T = 0. \quad (6)$$

Постановка (1)–(6) є повним математичним формулюванням задачі нагрівання зразка біологічної тканини під дією лазерного випромінювання за винятком того, що на напівпрозорих дифузних границях між тканинами зразка треба задати значення ступеня чорноти з обох сторін у відповідності із співвідношенням:

$$\epsilon_i n_i^2 = \epsilon_{i+1} n_{i+1}^2, \quad (7)$$

де ϵ – ступінь чорноти, який для середовища з меншим показником заломлення можна визначити за формулами Френеля; n – показник заломлення; i – індекс середовища або номер біологічної тканини.

2.2 Числова модель

На підставі сформульованої математичної моделі (1)–(7) нагрівання зразка біологічної тканини під дією

лазерного випромінювання з врахуванням складного теплообміну (радіаційно-кондуктивного) та методики розв'язання задачі розроблено відповідну числову модель, яка необхідна для проведення аналізу розподілу температури, її градієнтів та густини теплових потоків в залежності від параметрів системи (геометричних, фізичних, умов зовнішнього теплообміну та ін.). Геометричні параметри тривимірної числової моделі представлено на рис. 2. Фізичні властивості шарів матеріалів біологічної тканини наведено в табл. 1. Дискретизація числової моделі представлена на рис. 3.

При заданні умов зовнішнього теплообміну у числовій моделі використовувались такі граничні умови: для врахування дії лазерного випромінювання на біотканину (3) задавалися потужність лазерного випромінювання ($P=0,4$ Вт) та поглинальна здатність епідермісу ($A=0,35-0,4$), а для врахування умов зовнішнього теплообміну (5) коефіцієнт тепловіддачі (α_{eff}) та температура оточуючого середовища ($T_{\text{env.sp}}$). $w_b = 0.00125 \text{ c}^{-1}$ – значення об'ємної перфузії крові, що приймалося в числовій моделі.

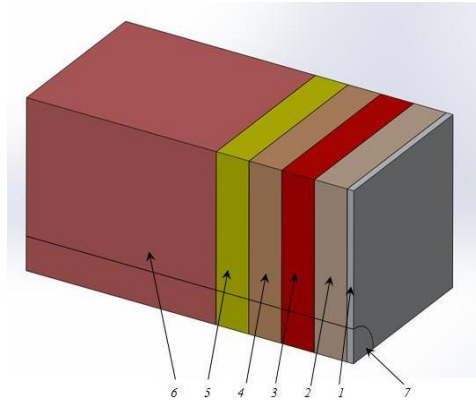


Рис. 2. Геометричні параметри числової моделі нагрівання зразка біологічних тканин під дією лазерного випромінювання з врахуванням складного теплообміну: 1 – епідерміс; 2 – верхня дерма; 3 – кровоносні сплетіння; 4 – нижня дерма; 5 – жировий прошарок; 6 – тканина м'язів; 7 – зона дії локального лазерного випромінювання ($d = 2$ мм)

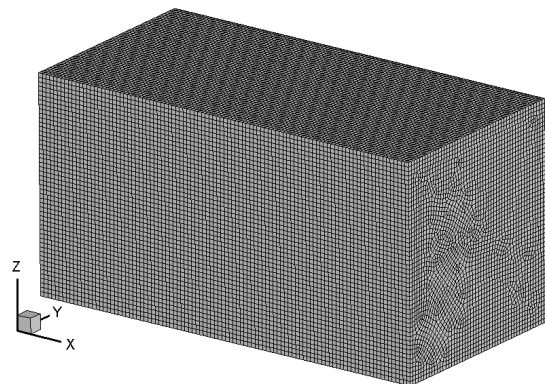


Рис. 3. Дискретизація числової моделі нагрівання зразка біологічної тканини під дією лазерного випромінювання з врахуванням складного теплообміну: кількість розрахункових комірок (гексаєдронів) – 266 700; кількість вузлів – 279 467

Таблиця 1

Фізичні властивості шарів біологічної тканини

Шар	λ)*, Вт/(м×К)	c_p , Дж/(кг×К)	ρ , кг/м ³	K , м ⁻¹	σ_s , м ⁻¹	n
Епідерміс	0.266	3700	1600	430	10700	1.5
Верхня дерма	0.530	3600	1000	270	18700	1.4
Кровоносне сплетіння	0.498	3200	1000	2500	40000	1.35
Нижня дерма	0.530	3600	1000	270	18700	1.4
Жирова тканина	0.19	2500	890	260	2900	1.44
М'язова тканина	0.5	4000	995	300	3700	1.46

Примітка: *) λ – теплопровідність, c_p – масова ізобарна теплоємність, ρ – густина, K – коефіцієнт поглинання, σ_s – коефіцієнт розсіювання, n – показник заломлення.

2.3 Перевірка адекватності числової моделі

Перевірка адекватності розробленої числової моделі виконувалась на аналітичному розв'язку лінійної нестационарної задачі теплопровідності для напівобмеженого однорідного тіла при граничних умовах II роду (тобто, коли тіло яке має початкову постійну температуру, нагрівається постійним тепловим потоком), який приведено у підручнику О.В. Ликова:

$$T(x, \tau) = \frac{2q_c}{\lambda} \sqrt{\alpha\tau} \operatorname{ierfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha\tau}}\right) + T_0, \quad (8)$$

де $T(x, \tau)$ – просторово-часовий розподіл температури у напівскінченному тілі, К; x – координата, м; τ – час, с; T_0 – початкова температура, К; q_c – густина теплового потоку на поверхні тіла, Вт/м²; λ – теплопровідність тіла, Вт/(м·К); $a = \frac{\lambda}{c_p \rho}$ – температуропровідність, м²/с; c_p – масова ізобарна теплоємність, Дж/(кг×К); ρ – густина, кг/м³; $\operatorname{ierfc}(x) = \int_x^\infty \operatorname{erfc}(\xi) d\xi = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-x^2} - x \operatorname{erfc}(x)$ – функція похибок Гауса.

Зіставлення результатів розрахунків проводилось при таких вихідних даних (умовах однозначності для постановки (1)–(7)):

- геометричні: скінчений однорідний циліндр радіусом 0,01 м та довжиною 0,02 м;
- фізичні властивості: $\rho = 1100 \text{ кг/м}^3$. $\lambda = 0,5 \text{ Вт/(м·К)}$, $c_p = 3700 \text{ Дж/(кг×К)}$;
- початкові умови: розподіл температури у всьому циліндрі – 22 °С;
- граничні умови: густина теплового потоку на одному торці циліндра – 50000 Вт/м², а на решті поверхонь – адіабатні умови.

Результати зіставлення розрахунків за числовою моделлю (рис. 4, 5) і даними, які отримано за аналітичною залежністю, наведені в табл. 2, та на рис. 6.

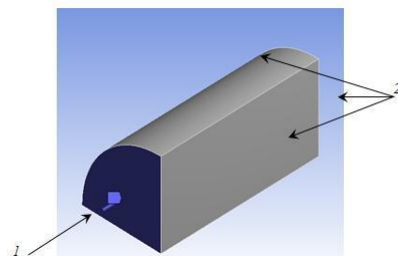


Рис. 4. Модель процесу нагрівання напівскінченного тіла для зіставлення чисельного з аналітичним розв'язком: 1 – задано постійну густина теплового потоку; 2 – задано адіабатні умови

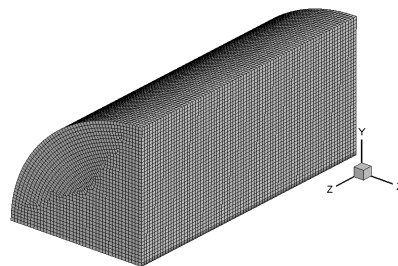


Рис. 5. Дискретизація моделі для зіставлення чисельного з аналітичним розв'язком: кількість розрахункових комірок (гексагедронів) – 112 400; кількість вузлів – 119637

Таблиця 2

Результати зіставлення даних числового розрахунку з аналітичним

x, мм	Час дії лазерного випромінювання на біотканину 1 с			Час дії лазерного випромінювання на біотканину 5 с		
	Розподіл температури по глибині біотканини, °С		Похибка, %	Розподіл температури по глибині біотканини, °С		Похибка, %
	Числовий розрахунок) ¹	Аналітична залежність		Числовий розрахунок) ²	Аналітична залежність	
0	61,361	61,55	0,307	110,15	110,436	0,258
0,25	41,334	41,476	0,342	87,416	87,676	0,296
0,5	30,084	30,123	0,129	69,081	69,285	0,294
0,75	24,886	24,82	-0,265	54,821	54,943	0,222
1	22,898	22,803	-0,416	44,136	44,173	0,0837
1,25	22,249	22,186	-0,283	36,432	36,394	-0,104
1,5	22,069	22,035	-0,154	31,092	31,001	-0,293
1,75	22,017	22,005	-0,0545	27,533	27,414	-0,434
2	22,005	22,001	-0,018	25,253	25,129	-0,493
2,25	22,001	22	-0,0045	23,848	23,736	-0,471
2,5	22	22	0	23,015	22,924	-0,396
2,75	22	22	0	22,539	22,471	-0,302
3	22	22	0	22,278	22,23	-0,215
3,25	22	22	0	22,138	22,107	-0,140
3,5	22	22	0	22,067	22,048	-0,0861
3,75	22	22	0	22,032	22,02	-0,0545
4	22	22	0	22,014	22,008	-0,0272

Примітка:)¹ – крок інтегрування за часом 0,05 с;)² – крок інтегрування за часом 0,1 с;)^{1,2} – кількість вузлів 62379 та кількість елементів 14240 числової моделі.

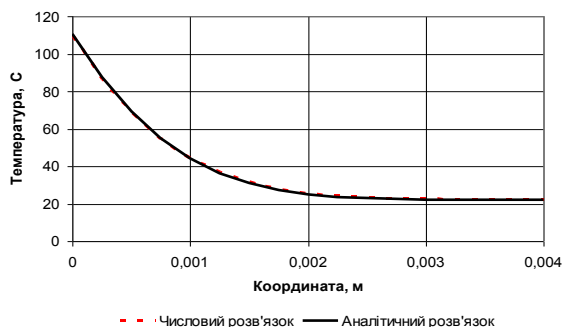


Рис. 6. Результати зіставлення даних числового розрахунку з аналітичним на час дії лазерного випромінювання на біотканину 5 с при кроці інтегрування за часом 0,1 с

Аналіз результатів зіставлення даних числового моделювання розподілу температури по товщині циліндричного зразка при його нагріванні під дією постійного теплового потоку з даними розрахунків за аналітичною залежністю свідчить про те, що похибка числових результатів не перевищує 0,5.

Тобто можна вважати, що запропонована математична модель адекватно описує нестационарний розподіл температури у зразку під час дії на нього лазерного випромінювання.

Висновки

Набула подальшого розвитку математична модель теплового стану багат шарової біологічної тканини при її нагріванні лазерним випромінюванням з врахуванням його поглинання та розсіювання напівпрозорим середовищем, оточеним напівпрозорими дифузновідбивальними границями.

На підставі отриманої математичної моделі нагрівання зразка біологічних тканин під дією лазерного випромінювання з врахуванням складного радіаційно-кондуктивного теплообміну та методики числового розв'язання задачі розроблено числову модель, яка необхідна для проведення числового аналізу для визначення розподілу температури, градієнтів температури та густини теплових потоків в залежності від параметрів системи (геометричних, фізичних, умов зовнішнього теплообміну та ін.).

Перевірка адекватності розробленої математичної моделі за допомогою співставлення розрахункових даних з даними аналітичного розв'язку лінійної нестационарної задачі теплопровідності для напівобмеженого однорідного тіла при граничних умовах II роду. Результати зіставлення даних числового моделювання з аналітичного розв'язку показали, що похибка числових результатів не перевищує 0,5%.

Література

1. Зигель Р. Теплообмен излучением / Р. Зигель, Дж. Хауэлл; пер. с англ.; под ред. Б. А. Хрусталева. — М.: Мир, 1975. — 934 с.
2. Оцисик М. Н. Сложный теплообмен / М. Н. Оцисик; пер. с англ.; под ред. Н. А. Анфимова. — М.: Мир, 1976. — 616 с.
3. Сергеев О. А. Теплофизические свойства полупрозрачных материалов / О. А. Сергеев, А. А. Мень. — М.: Стандартгов, 1977. — 288 с.
4. Chai J. C. Finite volume radiative heat transfer procedure for irregular geometries / J. C. Chai, H. S. Lee, S. V. Patankar // AIAA J. Thermophys. Heat Transfer. — 1995. — Vol. 9, No 3. — P. 410–415.
5. Murthy J. Y. Finite Volume Method for Radiative Heat Transfer Using Unstructured Meshes / J. Y. Murthy, S. R. Mathur // J. Thermophys. Heat Transfer. — 1998. — Vol. 12. — P. 313–321.
6. Murthy J. Y. A finite-volume scheme for radiative heat transfer in semitransparent media / J. Y. Murthy, S. R. Mathur // Numerical Heat Transfer. — 2000. — Part B, 37. — P. 25–43.
7. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости / Патанкар С.; пер. с англ. В. Д. Виленского. — М.: Энергоатомиздат, 1984. — 153 с.
8. ANSYS, Inc. ANSYS FLUENT User's Guide Documetation.
9. Калиткин Н. Н. Численные методы: учеб. пособие / Н. Н. Калиткин; под ред. А. А. Самарского. — М.: Наука, 1978. — 512 с.
10. Справочник по математике для научных работников и инженеров / Г. Корн, Т. Корн. — М.: Наука, 1984. — 831 с.
11. Holmes D. G. Solution of the 2D navier-stokes equations on unstructured adaptive grids / D. G. Holmes, S. D. Connell // AIAA 9th Computational Fluid Dynamics Conference, 1989. : AIAA Paper. — P. 83–169.
12. Rauch R.D. Spatial adaption procedures on unstructured meshes for accurate unsteady aerodynamic flow computations / R. D. Rauch, J. T. Batira, N. T. Yang // Technical Report AIAA-91-1106, 1991.— 172 p.
13. Siegel R. Effect of refractive index and diffuse or specular boundaries on a radiating isothermal layer / R. Siegel, C. M. Spuckler // Journal of Heat Transfer. — 1994. — Vol. 116. — P. 787–790.
14. Лыков А.В. Теория теплопроводности // Издательство: Высшая школа. г. 1967. с.600.

Abstract

There is great number of mathematical models of thermal action of laser radiation on a biological tissue. However, the semitransparent borders in the connections between various layers of biological tissue were given little attention. This article represents for the first time the calculation of the temperature distribution to the biological tissue with semitransparent borders. In addition, this model takes into consideration multiple scattering and absorption of laser radiation by biological tissues. The article represents the model that imitates the thermal action of laser radiation on biological tissues. One should pay attention that the model takes into consideration blood perfusion that is considered as a source of heat transfer. The model appropriateness, where the results of the numerical and analytical work are compared, is submitted for the discussion

Key words: temperature distribution, laser radiation, semitransparent environment