

- ведення [Текст] / Г. Б. Ракитянська // Східно-Європейський журнал передових технологій. – 2015. – № 1/3 (73). – С. 25–32. doi:10.15587/1729-4061.2015.36934
10. Di Nola, A. Fuzzy relation equations and their applications to knowledge engineering [Text] / A. Di Nola, S. Sessa, W. Pedrycz, E. Sanchez. – Dordrecht: Kluwer Academic Press, 1989. – 278 p. doi:10.1007/978-94-017-1650-5
  11. Rotshtein, A. Fuzzy Evidence in Identification, Forecasting and Diagnosis [Text] / A. Rotshtein, H. Rakytyanska // Studies in Fuzziness and Soft Computing. – Springer Berlin Heidelberg, 2012. – 314 p. doi:10.1007/978-3-642-25786-5
  12. Zadeh, L. A computational approach to fuzzy quantifiers in natural language [Text] / L. Zadeh // Computers and Mathematics with Applications. – 1983. – Vol. 9, № 1. – P. 149–184. doi:10.1016/0898-1221(83)90013-5
  13. Ротштейн, А. П. Адаптивная система диагностики на основе нечетких отношений [Текст] / А. П. Ротштейн, А. Б. Ракитянская // Кибернетика и системный анализ. – 2009. – № 4. – С. 135–150. doi:10.1007/s10559-009-9130-4
  14. Rotshtein, A. Fuzzy logic and the least squares method in diagnosis problem solving [Text] / A. Rotshtein, H. Rakytyanska; R. D. Sarma (Ed.). – Genetic diagnoses. – New York: Nova Science Publishers, 2011. – P. 53–97.
  15. Bojadziev, G. Fuzzy logic for business, finance and management [Text] / G. Bojadziev, M. Bojadziev. – New York: World Scientific Publishing, 1997. – 252 p. doi:10.1142/9789812819789\_0005

**Наведені результати досліджень складної системи заторно-варочного відділення пивзаводу методами нелінійної динаміки. Проведений аналіз часових рядів технологічних змінних процесів приготування пивного сусла. Моделювання в пакеті VectorODE дозволило провести реконструкцію предиктор-функцій для задач прогнозування поведінки процесів затирання пивного сусла в хаотичних режимах їх функціонування. Використання предиктор-функцій забезпечує реалізацію ефективних стратегій керування технологічним комплексом виробництва пива в умовах переміжності**

**Ключові слова:** прогнозування, математична модель, предиктор-функція, затирання сусла

**Приведены результаты исследований сложной системы заторно-варочного отделения пивзавода методами нелинейной динамики. Проведен анализ временных рядов технологических переменных процессов приготовления пивного сусла. Моделирование в пакете VectorODE позволило провести реконструкцию предиктор-функций для задач прогнозирования поведения процессов затирания пивного сусла в хаотических режимах их функционирования. Использование предиктор-функций обеспечивает реализацию эффективных стратегий управления технологическим комплексом производства пива в условиях перемежаемости**

**Ключевые слова:** прогнозирование, математическая модель, предиктор-функция, затирание сусла

УДК 663.44:519.711.3  
DOI: 10.15587/1729-4061.2015.47350

# РЕКОНСТРУКЦІЯ ПРЕДИКТОР- ФУНКЦІЙ НА ОСНОВІ АНАЛІЗУ ЧАСОВИХ РЯДІВ ПРОЦЕСУ ЗАТИРАННЯ ПИВНОГО СУСЛА

**М. В. Чернецький**  
Аспірант\*

E-mail: nickchernetski@mail.ru

**В. Д. Кишенько**

Кандидат технічних наук, професор\*

E-mail: kvd1948@gmail.com

**А. П. Ладанюк**

Доктор технічних наук, професор\*

E-mail: ladaniuk@ukr.net

\*Кафедра автоматизації процесів управління  
Національний університет харчових технологій  
вул. Володимирська, 68, м. Київ, Україна, 01033

## 1. Вступ

Процеси приготування пивного сусла є складним нелінійним об'єктом керування, однією із особливостей якого є наявність в поведінці явищ переміжності, що полягає в чередуванні детермінованих, стохастичних та хаотичних режимів. Така обставина вимагає організації адекватної поведінці об'єкта стратегії керування на основі моделей прогнозування. Отримання математичних моделей прогнозування вирішується на

основі експериментальних даних у вигляді часових рядів. У випадку стохастичної поведінки моделювання розвивається в основному в рамках математичної статистики і відома під назвою «ідентифікація систем». В умовах переміжності при наявності хаотичних режимів досягнення успіху моделювання за часовими рядами стає більш реальним лише за відмову від претензій на розробку єдиного для всіх об'єктів універсального алгоритму. Необхідно створення набору спеціальних технологій реконструкції виділених на основі викори-

стання апріорної інформації про структуру і властивості системи в рамках нелінійної динаміки моделей, побудованих не на апроксимації експериментальних точок простими функціями, а на реконструкції систем нелінійними диференціальними та різницевиими рівняннями [1]. Такий підхід дозволить здійснювати прогнозування поведінки процесів приготування суслу не ймовірнісним чином, а у відповідності з природними фізико-хімічними особливостями функціонування об'єкта, що забезпечить можливість організації ресурсоощадних стратегій керування.

## 2. Аналіз літературних даних і постановка проблеми

Упродовж останніх 30 років набули достатнього розвитку методи побудови моделей динаміки об'єктів керування, коли експериментальні дані являють собою часові реалізації значень змінних через рівні інтервали часу, тобто часові ряди [2]. Як правило, об'єкт є "чорним ящиком" і в цьому випадку інформація про природу механізмів, структурні особливості відсутня чи недостатня, чи ігнорується. В цьому випадку, дослідник особливо не турбується про вибір виду та структури рівнянь моделі, як правило, обмежуючись лінійними структурами, звертаючи увагу виключно на адекватність моделі [3].

Коли об'єкт є складною фізичною системою, що характеризується суттєвою нелінійністю, складною поведінкою, що включає і явища детермінованого хаосу, постає задача реконструкції моделей за часовими рядами на основі методів нелінійної динаміки [4, 5]. В цьому випадку вибір структури моделі має спиратися на апріорну інформацію про об'єкт і результати додаткового аналізу вихідного часового ряду [6]. Можливість отримання математичної моделі із загальних законів природи шляхом їх конкретизації стосовно до досліджуваного об'єкта існує на практиці далеко не завжди. Більш типові ситуації, коли протікають процеси, обумовлені нечітко окресленою сукупністю явищ різної природи, що характерно для технологічних процесів пивоварного виробництва, або загальні закони для досліджуваної області не встановлені, а основним джерелом інформації про об'єкт є дані експерименту [7]. Для опису складних процесів використовуються скінченномірні динамічні системи [8], представлені, зокрема, відображеннями чи диференціальними рівняннями [9]. При нелінійному підході до моделювання можна вказати багато різних форм рівнянь, що відрізняються один від одного як видом функцій в правих частинах, так і видом зв'язку динамічних змінних, тобто, у цьому випадку, є нагальною проблемою вибору структури моделі [1, 4].

На початку 1980-х рр. була доведена теорема Такенса [7] про можливість отримання за скалярним часовим рядом інформації, що повністю визначає стан системи і може служити вектором її стану. Теорема Такенса обґрунтувала універсальні способи отримання динамічних змінних при моделюванні за скалярним часовим рядом.

Реконструкції моделей за часовими рядами на основі методів нелінійної динаміки здійснюється на основі таких підходів, як послідовних похідних, часових затримок чи їх комбінації [4, 6]. Загальною ж причи-

ною невдач універсальних методик є якраз та обставина, що в структурі моделей ніяк не враховуються суттєві специфічні риси об'єкта [1, 7].

## 3. Мета і завдання дослідження

Метою роботи є отримання емпіричних динамічних моделей процесів затирання пивного суслу, що свідчать про якісну і кількісну схожість з об'єктом, дають необхідні можливості практичного застосування результатів моделювання для прогнозу подальшої поведінки об'єкта і розробки ефективних ресурсоощадних стратегій керування технологічним комплексом виробництва пива

Для досягнення поставленої мети були поставлені наступні завдання:

- здійснити вибір структури та базисних функцій моделей динаміки процесу затирання суслу;
- обчислення значень коефіцієнтів динамічних моделей, які забезпечують найкращу відповідність моделі та експериментальних даних;
- перевірка ефективності отриманих моделей як предиктор-функцій за глибиною та точністю прогнозу.

## 4. Методика реконструкції за часовими рядами технологічних змінних динамічної системи процесу затирання пивного суслу на основі концепції нелінійної динаміки

На відміну від статистичного (імовірнісного) підходу, що оперує середніми значеннями або імовірністю виявлення шуканої величини в певному інтервалі значень, динамічний (детермінований) підхід до моделювання в рамках нелінійної динаміки передбачає точне завдання стану об'єкта і однозначний прогноз його подальшої поведінки. Це вимагає використання відповідного математичного апарату. Класичним матеріалом для створення таких динамічних моделей є диференціальні рівняння, для яких доведена єдиність розв'язку при заданих початкових умовах.

Різноманітний характер поведінки об'єктів, різноманітні умови їх функціонування у будь-якому випадку впливають на опис об'єкта, показують його специфіку та індивідуальні особливості. Однак завжди можна виділити деякі спільні риси в поведінці системи керування, виділити деякі етапи функціонування проаналізувавши і порівнявши часові ряди. Різноманітність модельованих об'єктів і умов їх функціонування неминуче відбивається на прояві специфічних моментів і акцентів при створенні відповідних цілям моделювання динамічних систем. Тим не менш, можна виділити загальні для всіх випадків етапи роботи з часовими рядами, що можна відобразити їх за допомогою наступної блок-схеми (рис. 1).

Виділяють три основних етапи моделювання і декілька особливостей, що необхідно враховувати [4]. Проведемо детальний аналіз кожного із них. На першому етапі відбувається вибір базисних функцій та зовнішній вигляд (структуру) моделі об'єкта керування. На цьому етапі на підставі апріорних даних за оцінкою розмірності відновленого у фазовому просторі за скалярним часовим рядом  $\{v_i\}$  або інтуїтивно вибира-

ється розмірність  $D$  модельного відображення, а також вид функцій, за допомогою яких (комбінації яких) здійснюватиметься апроксимація, тобто вибирається деякий функціональний базис. На основі початкових даних відбувається апроксимація цих значень враховуючи отриману розмірність модельного відображення, а також враховується оцінка розмірності множини, що відновлена у фазовому просторі за скалярним часовим рядом  $\{v_i\}$ .

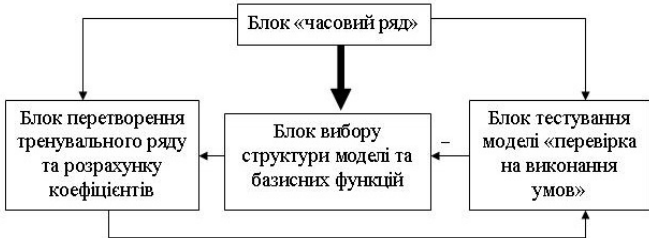


Рис. 1. Структурна схема прогнозування за часовими рядами методами нелінійної динаміки

На наступному, другому, етапі відбувається тренування часового ряду і за певними ознаками: вибирається необхідна частота точок, згладжуються шуми, відновлюються додаткові змінні, в результаті чого отримуємо новий числовий ряд  $\{x_i\}$ , до якого підбирають функцію  $G$ , яка апроксимує співвідношення  $x_{i+1}$  від  $x_i$ . Це реалізується шляхом представлення функції у вигляді суми функцій, що були обрані на першому етапі, але з деякими поправочними коефіцієнтами, які також обчислюють на цьому етапі. Дані коефіцієнти повинні бути обчислені так, щоб забезпечити найкращу відповідність нової створеної моделі експериментальним даним, отриманим з часового ряду. На наступному третьому етапі відбувається порівняння отриманих результатів з даними заздалегідь отриманої частини тестового числового ряду. Критерій оцінки якості отриманих результатів постійно змінюється і залежить від цілей моделювання. Із даного етапу є два виходи: перший: отримана модель повністю задовольнила цілі і процес моделювання вважається закінченим і в результаті отримуємо «прогноз» – предиктор-функцію; другий: якщо, виникли деякі невідповідності, чи цілі не було досягнуто в повному обсязі, то відбувається передача моделі на доопрацювання з подальшим уточненням на етап створення структури рівняння та базових функцій.

Проте існують деякі суттєві зауваження, які потрібно враховувати [5]:

1. Метод часових затримок рекомендується використовувати для відновлення додаткових координат при переході до векторного ряду. Координати вектору стану використовуються, як упорядковані значення спостережень  $v$  у деякий момент часу і розмежовуються часом затримки  $\tau$ .

$$x(t_i) = \begin{pmatrix} v(t_i) \\ v(t_i + \tau) \\ \dots \\ v(t_i + (D-1)\tau) \end{pmatrix} \quad (1)$$

2. На практиці, вибір оптимального значення  $\tau$  є окремою задачею. Приймаємо час затримки рівним інтервалу вибірки  $A_t$ :

$$x_i = \begin{pmatrix} v_i \\ v_{i+1} \\ \dots \\ v_{i+(D-1)} \end{pmatrix} \quad (2)$$

3. Розмірність моделі  $D$  можна визначити в результаті початкового аналізу часового ряду. Перевіривши модель на предмет виконання цілей, і якщо цілі не досягнуто, то розмірність моделі збільшують на одиницю і знову повторюють процес побудови математичної моделі об'єкта керування. Процес повторюють, доки не буде знайдено оптимальної моделі.

4. Ще однією не менш важливою задачею є знаходження поправочних коефіцієнтів після встановлення структури моделі. Встановлено, що при вищезгаданому відновленні векторів стану методом затримки у випадку коли  $\tau = A_t$  математична модель (1) зводиться до такого вигляду:

$$\begin{aligned} x_1(t_{j+1}) &= x_2(t_j), \\ x_2(t_j) &= x_3(t_j), \\ &\dots \\ x_D(t_{j+1}) &= G(x_1(t_j), x_2(t_j), \dots, x_D(t_j)). \end{aligned} \quad (3)$$

Модель (3) можна також представити у такому вигляді:

$$v_{j+D} = G(v_j, v_{j+1}, \dots, v_{j+(D-1)}). \quad (4)$$

Функцію  $G$ , що апроксимує залежність  $v_{j+D}$  від  $v_j, v_{j+1}, \dots, v_{j+(D-1)}$ , можна спробувати записати за допомогою однієї формули. І потім обчислити за часовим рядом значення коефіцієнтів, що входять у цю формулу.

5. В результаті обробки буде визначено функцію  $G$  у всьому фазовому просторі. Дана методика побудована на методі глобальної реконструкції [6] і в ній закладені практичні аспекти застосування такої процедури.

6. Також можна використовувати метод локальної реконструкції. Даний метод побудований на пошуку виразу для функції  $G$  «по частинах» – окремо для кожної досить малої області фазового простору.

Після того, як модель побудована (значення всіх коефіцієнтів обчислені), необхідно перевірити її працездатність. Як уже говорилося, критерії ефективності моделі визначаються цілями моделювання. Деякі з них наведені нижче:

- дальність прогнозу, забезпечуваного моделлю;
- якісна відповідність поведінки моделі і об'єкта.

За критерієм дальності прогнозу проводиться розрахунок середньоквадратичної похибки прогнозу на деяку кількість кроків вперед. Для розрахунку дальності прогнозу використовуємо підхід Фармера та Сидоровича [7]. Розраховується середньоквадратична помилка прогнозу, забезпечуваного моделлю, на певне число кроків уперед, причому для перевірки будемо використовувати різні ділянки тестового часового ряду [8]. Для дослідження необхідно використовувати різні частини часового ряду, що перевіряється

$$x_2 = v(t_{N_{train}+2}), \dots, x_D = v(t_{N_{train}+D}). \tag{5}$$

Вирішивши модельне відображення (4)  $L_{test}$  разів, отримаємо деяку часову реалізацію моделі  $L_{test}$  кроків.

Позначимо прогноз із використанням моделей значень спостережуваної змінної  $v$  на  $T$  кроків наперед. В результаті отримаємо прогноз із випередженням  $T$ .

Помилка прогнозу визначається за [8, 9]:

$$\sigma_T^2(t_{N_{train}+D}) = (v(t_{N_{train}+D}, T) - v(t_{N_{train}+D+T}))^2. \tag{6}$$

Нижній індекс  $T$  означає час випередження ( $1 < T < L_{test}$ ). Похибка прогнозу визначається значенням моменту часу  $t$ , із якого починається процес прогнозування. Проведемо коригування початкових умов, проводимо зміщення по даному часовому ряду на  $S_{test}$  (де  $S_{test} > 1$ ) кроків вперед, отримаємо:

$$x_1 = v(t_{N_{train}+1+S_{test}}), x_2 = v(t_{N_{train}+2+S_{test}}), \dots, x_D = v(t_{N_{train}+D+S_{test}}). \tag{7}$$

Проведемо розрахунок помилки прогнозу для такого випадку:

$$\sigma_T^2(t_{N_{train}+D+S_{test}}) = (\hat{v}(t_{N_{train}+D+S_{test}}, T) - v(t_{N_{train}+D+S_{test}+T}))^2. \tag{8}$$

Проведемо розрахунок значення величини помилки прогнозу  $\sigma_T^2$  також для  $K_{test}$ , кожного з наступних векторів, що зміщений від попереднього на  $S_{test}$  кроків.

Отримаємо нормовану середньоквадратичну помилку прогнозу, що залежить від випередження  $T$  у вигляді:

$$\sigma_T = \sqrt{\frac{1}{K_{test}} \sum_{i=1}^{K_{test}} \sigma_T^2(t_{N_{train}+D+S_{test}(i-1)}) / Var}, \tag{9}$$

де  $Var = \frac{1}{N_{train}} \sum_{i=1}^{N_{train}} (v_i - v)^2$  – середній квадрат відхилення середнього значення, яке використовується для нормування.

Дальність прогнозу  $T_{pred}$  визначається як час зростання величини нормованої середньоквадратичної помилки прогнозу від нуля (при  $T=0$ ) до певного критичного значення  $\sigma_c : \sigma(\tau_{pred}) = \sigma_c$ . Це критичне значення визначається тим, яка помилка прогнозу припустима. Ми прийmemo значення  $\sigma_c = 0.05$  (тобто припустима помилка 5 % від загального розмаху змінної часового ряду).

Для оцінки гранично можливої дальності прогнозу можна використовувати вираз:

$$\tau_{pred} = \frac{1}{2\lambda_+} \ln \frac{\sigma_c^2 \cdot Var}{\sigma_v^2 + \sigma_\mu^2 + \sigma_{AM}^2}, \tag{10}$$

де  $\lambda_+$  – старший ляпуновский показник,  $\sigma_v^2$  визначає флуктуації в системі,  $\sigma_\mu^2$  – похибка вимірювальних приладів,  $\sigma_{AM}^2$  – похибка моделі.

Для якісного порівняння режимів поведінки моделі і об'єкта потрібно задати початкові умови для моделі (з тестового ряду) і одержати її фазову траєкторію. Потім порівняти проекції фазових портретів об'єкта і моделі на площину  $(v_i, v_{i+1})$  [10].

Якщо отримана модель не дає задовільного прогнозу або не демонструє режиму, якісно схожого з експериментальним, то можна збільшити значення порядку полінома  $K$  або розмірності моделі  $D$  і повторити процес побудови моделі та перевірки її ефективності. У випадку отримання негативних результатів використовують інший вид функції  $G$ .

### 5. Моделювання нелінійної динамічної системи процесу затирання. Отримання предиктор-функцій об'єкта для задач керування

Проведене комп'ютерне моделювання із використанням програмного забезпечення VectorODE. Програма VectorODE дозволяє побудувати за векторним часовим рядом модельні диференціальні рівняння. Можна вибрати необхідні значення параметрів алгоритму реконструкції:

- кількість векторів у тренувальному часовому ряді;
- вид функцій апроксимації;
- порядок полінома, якщо обрана поліноміальна апроксимація, порядки двох поліномів, якщо обрана раціональна апроксимація, період впливу, якщо обрана апроксимація із зовнішнім гармонійним впливом, і установок для перевірки ефективності моделі;
- довжину ділянки тестового часового ряду,  $L_{test}$ ;
- кількість цих ділянок,  $K_{test}$ ;
- величину зсуву між сусідніми ділянками,  $testS_{test}$ ;
- метод інтегрування модельних диференціальних рівнянь;
- крок інтегрування модельних диференціальних рівнянь.

Початкові дані програми: розмірність векторів – 3, довжина тренувального ряду – 800, кількість точок для диференціювання – 5, стандартний поліном для апроксимації з порядком – 2, відстань тестової частини – 40, кількість таких відстаней – 5, зміщення між ними – 2.

Результати дослідження часового ряду температури затирання із використанням методу Рунге-Кутта і кроком інтегрування – 0.01 наведені на рис. 2,  $a-v$ .

Проведено експериментальні дослідження за методом Рунге-Кутта із кроком інтегрування 0.01, отримаємо результати рис. 3,  $a-g$ .

Шляхом змінювання параметрів алгоритму реконструкції предиктор-функцій здійснюється пошук їх оптимальних значень з точки зору дальності прогнозу (рис. 4).

В результаті моделювання визначені оптимальні структури та параметри моделей як предикторів, що забезпечують глибину прогнозу, що досягає 8–17 хвилин з точністю 3–7 %, що забезпечує їх практичне використання в задачах керування.



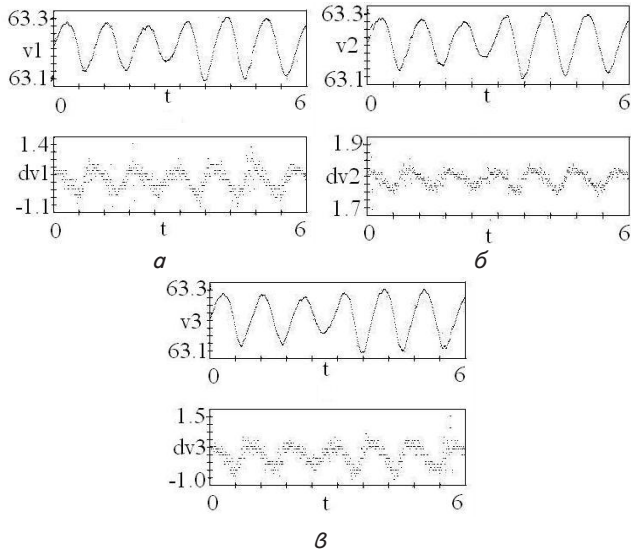


Рис. 2. Результати дослідження температури затирання сусла із початковими параметри системи (модельні часові ряди і графіки похідних при функціях для апроксимації: а – стандартний поліном; б – стандартний поліном з адитивним гармонійним впливом; в – дробово-раціональна функція)

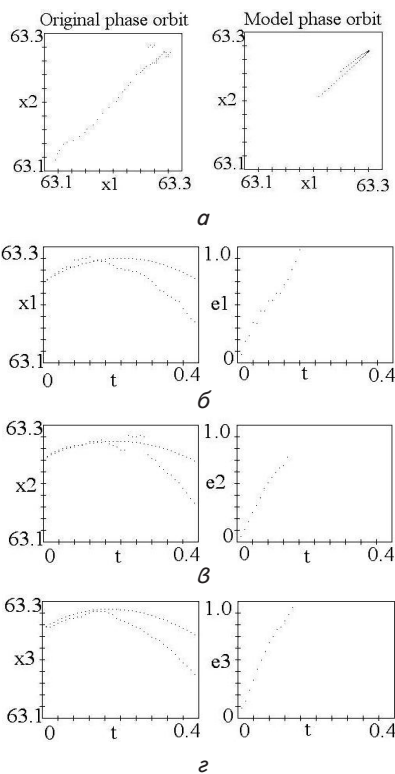


Рис. 3. Результати дослідження температури затирання сусла із початковими параметри системи (а – показана фазова траєкторія об'єкта, відновлена за часовими рядами та розрахована фазова траєкторія моделі; б, в, г – наведено графіки прогнозних значень та залежності помилки прогнозу від часу при функціях для апроксимації: б – стандартний поліном; в – стандартний поліном з адитивним гармонійним впливом; г – дробово-раціональна функція)

```

report.txt
Dimension of vectors D=6
The number of vectors in a training time series Ntrain=42
Sampling interval dt=0.01000
Number of points for differentiation m=10
The type of function for the 1 equation:
standard polynomial
Polynomial order nu=2
Coefficients of the 1 equation:
646.1183281363
-7119.9749941786
12548.1304648954
-5451.7286333186
2090.0571453065
3945.5455898113
-7997.2383097650
607.5243705296
-5384.7944860503
6739.1213207230
Error of approximation:3.525468562 %
.....
Error of approximation of the 1 equation
(test series):4.98463 %
Error of approximation of the 2 equation
(test series):4.06483 %
Error of approximation of the 3 equation
(test series):4.86432 %
Length of a test piece: Ltest=250
Number of test pieces: Ktest=2
Shift between test pieces: Stest=50
Method of integration: RK-4
Step of integration: h=0.01000
Prediction time for the 1 variable is equal to 3
Prediction time for the 2 variable is equal to 3
Prediction time for the 3 variable is equal to 2
Numbers of infinite solutions: 0
    
```

Рис. 4. Вікно розрахованих коефіцієнтів моделі

## 6. Висновки

На основі апріорної інформації та аналізу розмірності відновлених за часовими рядами фазових траєкторій об'єкта здійснений вибір структур та базисних функцій моделей динаміки процесу затирання сусла. Обчислені та встановлені оптимальні значення коефіцієнтів динамічних моделей, які забезпечують найкращу відповідність моделі експериментальним даним. Перевірка ефективності отриманих моделей як предиктор-функцій за глибиною та точністю прогнозу на тестових числових послідовностях, що відтворюють реальні процеси, довели здатність отриманих моделей давати кількісний прогноз і демонструвати якісно схожу з об'єктом поведінку, причому в широкій області простору параметрів. Реконструкція предиктор-функцій за часовими рядами технологічних змінних приготування пивного сусла методами нелінійної динаміки дозволяє організувати ефективні стратегії керування на основі прогнозних моделей.

Визначені структура та базисні функції моделей динаміки процесу затирання сусла представляють собою алгебраїчні поліноми та дробово-раціональні функції. На відміну від існуючих поглядів щодо їх опису, порядок базисних функцій визначається на основі характеристик, відновлених за часовими рядами атракторів та аналізу рівнянь кінетики технологічних процесів. Запронований варіант дає можливість автоматизувати процедуру вибору структур моделей. Обчислені значення коефіцієнтів моделей динаміки за умови мінімального емпіричного ризику забезпечили

зменшення помилки прогнозу на 7–9 % на відміну від методу найменших квадратів. Проведена перевірка на тестових часових рядах отриманих моделей як предик-

тор-функцій показала їх ефективність: глибина прогнозу досягає 8–17 хвилин з точністю 3–7 %, що забезпечує їх практичне використання в задачах керування.

---

#### Література

1. Безручко, Б. П. Математическое моделирование и хаотические временные ряды [Текст] / Б. П. Безручко, Д. А. Смирнов. – Саратов: ГосУНЦ «Колледж», 2005. – 320 с. doi:10.5281/zenodo.20131
2. Безручко, Б. П. Реконструкция обыкновенных дифференциальных уравнений по временным рядам [Текст] / Б. П. Безручко, Д. А. Смирнов. – Саратов: ГосУНЦ «Колледж», 2000. – 46 с. doi:10.5281/zenodo.20132
3. Андреев, К. В. Моделирование электрической активности нейрона с помощью кусочно-непрерывных отображений [Текст] / К. В. Андреев, Л. В. Красичков // Письма в ЖТФ. – 2002. – Т. 29, № 13. – С. 46–52. doi:10.5281/zenodo.20133
4. Анищенко, В. С. Нелинейные эффекты в хаотических и стохастических системах [Текст] / В. С. Анищенко, В. В. Астахов, Т. Е. Вадивасова, А. Б. Нейман, Г. И. Стрелкова, Л. Шиманский-Гайер. – М.: Институт компьютерных исследований, 2011. – 535 с. doi:10.5281/zenodo.20134
5. Гришин, И. В. О решении задач параметрической идентификации процессов с хаотической динамикой [Текст] / И. В. Гришин, Е. И. Манкевич, К. В. Телегина, А. С. Шелудько, В. И. Ширяев // Весник ЮУрГУ. – 2008. – № 3. – С. 44–50. doi:10.5281/zenodo.20135
6. Безручко, Б. П. Глобальная реконструкция модельных уравнений по реализации переходного процесса [Текст] / Б. П. Безручко, Т. В. Диканев, Д. А. Смирнов // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. – 2001. – Т. 9, № 3. – С. 3–12. doi:10.5281/zenodo.20136
7. Безручко, Б. П. Моделирование неавтономных систем по временным рядам [Текст] / Б. П. Безручко, Ю. И. Левин, Д. А. Смирнов. – Саратов: Изд-во ГосУНЦ «Колледж», 2001. – 44 с. doi:10.5281/zenodo.20137
8. Волков, И. К. Случайные процессы [Текст] / И. К. Волков, С. М. Зуев, Г. М. Цветкова. – М.: Изд-во МГТУ, 1999. – 448 с. doi:10.5281/zenodo.20138
9. Гнеденко, Б. В. Курс теории вероятности [Текст] / Б. В. Гнеденко. – 8-е изд., испр. и доп. – М.: Едиториал УРСС, 2005. – 448 с. doi:10.5281/zenodo.20139
10. Дмитриев, А. С. Динамический хаос: новые носители информации для систем связи [Текст] / А. С. Дмитриев, А. И. Панаас. – М.: Изд-во Физико-математической литературы, 2002. – 252 с. doi:10.5281/zenodo.20140