

*Проведено аналіз даних, що описують особливості зорового сприйняття людиною віртуального простору. Наведено опис проєкційної моделі Паніні і дане трактування використовуваних перетворень з точки зору психології зорового сприйняття людини. Наведено приклад використання даної моделі в комп'ютерній графіці. Модель дозволяє одержати більш інформативні зображення тривимірного простору на площині*

*Ключові слова: проєкція Паніні, ведута, сприйняття простору, сферична проєкція, циліндрична проєкція, стиснення простору*

*Проведен анализ данных, описывающих особенности зрительного восприятия человеком виртуального пространства. Приведено описание проекционной модели Панини и дана трактовка используемых преобразований с точки зрения психологии зрительного восприятия человека. Приведен пример использования данной модели в компьютерной графике. Модель позволяет получить более информативные изображения трехмерного пространства на плоскости*

*Ключевые слова: проєкція Панини, ведута, восприятие пространства, сферическая проєкція, циліндрическая проєкція, сжатие пространства*

УДК 004.5: 004.92:623.438

DOI: 10.15587/1729-4061.2015.47678

# АНАЛИЗ ВОСПРИЯТИЯ ПРОСТРАНСТВА В ПРОЕКЦИИ ПАНИНИ И ЕЕ ПРИМЕНЕНИЕ В КОМПЬЮТЕРНОЙ ГРАФИКЕ

**П. А. Качанов**

Доктор технических наук,  
профессор, заведующий кафедрой\*  
E-mail: kpa@kpi.kharkov.ua

**А. А. Зуев**

Кандидат технических наук, доцент\*  
E-mail: aaz12345@inbox.ru

**К. Н. Яценко**

Аспирант\*  
E-mail: knyatsenko@gmail.com

\*Кафедра «Автоматика и управление  
в технических системах»

Национальный технический университет  
«Харьковский политехнический институт»  
ул. Фрунзе, 21, г. Харьков, Украина, 61002

## 1. Введение

Основная задача, которая ставится при проектировании имитационно-тренажерных комплексов военной техники, является создание таких условий, которые позволили бы оператору приобрести правильные и устойчивые навыки эксплуатации машины. Система визуализации данных комплексов, моделирующая окружающее физическое пространство внекабинной обстановки, является главным источником информации об изменениях, к которым привело воздействие оператора. Эффективность взаимодействия между оператором и комплексом во многом зависит от восприятия первым изображения синтезируемого трехмерного пространства отображаемого на плоскости. В компьютерной графике прямая линейная перспектива является классическим методом проективного преобразования трехмерного пространства на плоскость. Как известно, получение двумерного изображения трехмерного пространства без искажений невозможно, что справедливо и для прямой перспективы. Как показано в работах [1, 2] прямая перспектива не соответствует естественному зрительному восприятию человека. Таким образом, остается открытым вопрос использования новых моделей проективного преобразования для компьютерной графики, которые позволили бы получить оператору машины более достоверную информацию об изменении внекабинной обстановки и

обеспечить адекватную управляющую реакцию. Для решения данной задачи может быть использована проєкція Панини. Однако для этого необходимо провести детальный анализ восприятия человеком отображения трехмерного пространства на плоскости.

## 2. Анализ литературных данных и постановка проблемы

В компьютерной графике задача проєцирования трёхмерного пространства на плоскость решается с помощью планарной перспективы (прямой линейной перспективы). Этот метод отображения основан на элементарных законах геометрической оптики, следствием чего является простота его реализации и отсутствие больших вычислительных затрат. Самым заметным недостатком планарной перспективы является сверхудаленность предметов, которые находятся на периферии, создавая при этом эффект «скольжения» при повороте или вращении камеры. Этот эффект четко виден при увеличении угла обзора более 60°.

Нелинейная перспектива по Б. В. Раушенбаху также обладает существенным ограничением, а именно, нарушение интерпозиции объектов, что не дает возможности отобразить на плоскости трехмерное пространство однозначно и неискаженным. Кроме этого в системе учитывается личностная константа наблюда-

теля, полученные зависимости эмпиричны, их трудно реализовать на практике в виде программного обеспечения трехмерной графики. Кроме того, есть ограничения, которые приводят к отсутствию общности [1, 3].

В отдельный вид можно отнести нелинейную перспективу, которую получают проецированием трехмерного пространства на простые поверхности (сферу, цилиндр). В работах описываются в основном геометрические преобразования и мало, а то и вовсе, не уделено внимание касательно восприятия полученных изображений человеком.

В работе [4] описываются свойства нескольких альтернативных моделей формирования изображения. Показано, что модель, основанная на стереографической проекции, может использоваться вместо перспективной проекции как модель общего назначения для создания изображений.

Непланарные перспективы [5] могут быть полезны в компьютерной графике, когда необходимо синтезировать изображение с большим углом обзора или получить характерное искажение соответствующее оптическим свойствам симулятора. В работе описывается получение таких эффектов с помощью процедуры, которая базируется на вычислении новых абсолютных координат и дальнейшего их трансформирования через матрицу проекций.

Нелинейные перспективные проекции [6] позволяют получить изображение деформированных виртуальных сцен, а эффект увеличительной линзы позволяет исследовать удаленные в трехмерном пространстве предметы. В работе описывается получение таких эффектов как результат постобработки.

Рассмотрим основные характеристики зрительной системы человека, а также приведем некоторые доказанные многочисленными опытами факты относительно зрительного восприятия человеком пространства.

Бинокулярное поле зрения человека по горизонтали составляет  $120^\circ$  в ширину, по  $60^\circ$  в каждую сторону от срединной вертикальной линии и состоит из двух пересекающихся монокулярных полей. По флангам ограничено периферическим полем, приблизительно по  $40^\circ$  с каждой стороны. По горизонтали поле не симметрично ввиду частей лица и составляет вверх от горизонтальной линии  $60^\circ$ , а вниз –  $75^\circ$  [7].

Стереоскопическое зрение играет значительную роль в восприятии расстояния от наблюдателя до объекта, а также расстояния между объектами или их частями. Стереоскопическое зрение полностью покрывает бинокулярное поле. Оно позволяет человеку правильно воспринимать относительную глубину примерно до 135 метров [7]. Когда наблюдатель смотрит на объект, то симулирующие паттерны на сетчатке каждого глаза отличны, ввиду того, что глаза расположены в разных точках пространства. Эти пространственные отношения и представляют проблему, потому что объекты и пространство вокруг них представляются объединенным, другими словами, как один объект в одном пространстве, несмотря на то, что стимулы отображены отдельно на поверхности рецепторов двух глаз. Это проблема так называемого бинокулярного параллакса. В известных пределах впечатление объемности, или трехмерной глубины, зависит от диспаратности двух изображений, предъявленных с помощью стереоскопа

или стереопроектора, и оно тем сильнее, чем больше диспаратность. Чем больше расстояние от наблюдателя до объекта, тем меньше бинокулярная диспаратность и тем менее объемными кажутся объекты.

На рис. 1 представлена иллюстрация описанного парадокса. Схематически (вид сверху) показан наблюдатель, который смотрит на цилиндрическую колонну, расположенную перед стеной. Зрительные оси ограничивают части колонны и задней стены, отраженный свет от которой воздействует на каждый глаз.

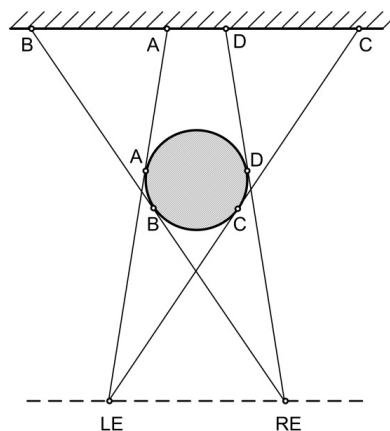


Рис. 1. Иллюстрация бинокулярной диспаратности

Зрительные оси от каждого глаза касательные к окружности, которая представляет колонну. Левый глаз (LE) стимулирован светом, отраженным от цилиндрической поверхности между точками A и C и светом, отраженным от всей стены, кроме той части между точками A–C которая закрыта колонной. Правый глаз (RE) стимулируется светом, отраженным от цилиндра между точками B–D и от задней стены, кроме части между B и D. Проблема бинокулярного зрения заключается в объяснении работы воспринимающей системы, которая позволяет нам видеть одно пространство, включающее в себя разбросанные по глубине объекты, отображенные на сетчатке глаз.

Первым шагом на пути к решению описанной проблемы служит концепция горютера, которая позволяет связать точки пространства с их сетчаточным отображением и с восприятиями, которые они вызывают.

Продольный горютер наиболее прост в объяснении: горютер представляет собой воображаемую поверхность, являющуюся совокупностью точек пространства, изображения которых проецируются на корреспондирующие точки (участки сетчаток, идентичные для обоих глаз) сетчаток и вызывают впечатление единичного объекта. Все точки, не находящиеся на этой поверхности, стимулируют некорреспондирующие точки сетчатки, вызывают диплопию, или двойное видение. Чем дальше такие точки от горютера, тем больше сетчаточная диспаратность. Горизонтальная сетчаточная диспаратность – необходимое и достаточное условие для стереоскопического восприятия глубины [7].

Альтернативное определение продольного горютера может представляться как местоположение удаленных от центра точек, которые приводят к нулевой горизонтальной сетчаточной диспаратности. Этот го-

роптер представляет двумерную поверхность, которая имеет форму вертикального цилиндра проходящего через V–M окружность (окружность Вьет-Мюллера), с центром посередине между глазами и точкой фиксации. Отношения между точками для горизонтальной плоскости показано на рис. 2.

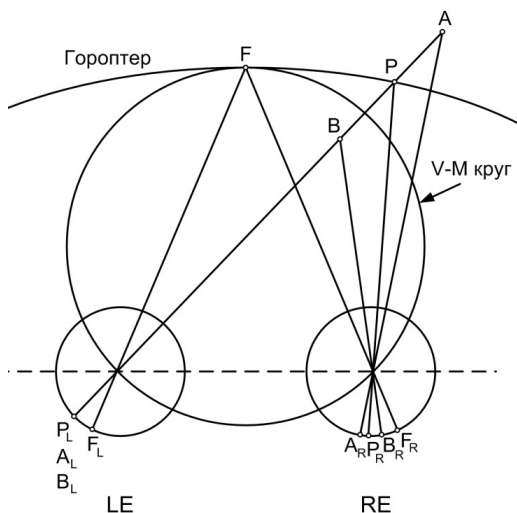


Рис. 2. Горизонтальный гороптер

Показан вид сверху – обозначены глаза, зафиксированные на отдаленной от центра точке F. Точка F на гороптере отображается на центры двух центральных ямок,  $F_L$  и  $F_R$ . Точка P также находится на гороптере. Точка P стимулирует точки сетчатки  $P_R$  и  $P_L$  на горизонтальных осях глаз влево от центра. Таким образом, дистальные точки F и P стимулируют соответствующие точки в пределах  $F_L-F_R$  и  $P_L-P_R$  соответственно. На рисунке также показано две дистальные точки которые не находятся на гороптере: точка A находится сзади гороптера и точка B – спереди. Допустим точки расположены на той же визуальной линии к левому глазу, как и точка P. Исходя из этого, точки A и B стимулируют левый глаз так же, как и точка P (что для правого глаза неверно). Изображение точки A падает на  $A_R$ , точку сетчатки, которая более удалена от центральной ямки чем  $P_R$ . Изображение точки B падает на точку сетчатки  $B_R$ , которая расположена ближе к центральной ямке чем  $P_R$ . Таким образом изображения точек A и B не падают на соответствующие точки двух глаз. Поэтому их образы не сливаются и они воспринимаются в двойном виде. До тех пор, пока взгляд наблюдателя зафиксирован на какой-либо точке гороптера, все пространственные точки, расположенные на таком же расстоянии от наблюдателя, проецируются на соответствующие точки обеих сетчаток и поэтому воспринимаются как сингулярные. Были проведены эксперименты с использованием гороптеров других видов, из которых сделан вывод о неэвклидовом восприятии расстояния в пространстве человеком [7].

Приведенные факты соответствуют более сложной модели зрительной системы человека. Если сравнить проецирование изображения на сетчатку глаза с камерой обскура с линзой, то отображение пространства на плоскость полностью подчинено законам

линейной перспективы. Однако и структура глаза, и дальнейшая обработка информации представляет более сложный процесс. Для получения изображения наиболее близкого к зрительному восприятию человека необходимо использовать проекционные модели, которые основывались бы на психофизиологических особенностях зрительного восприятия. Одной из таких проекций является проекция Панини [8]. В работе [8] приводится математическое описание модели, однако отсутствует детальный анализ воспринимаемого пространства человеком.

### 3. Цель и задачи исследования

Цель работы заключается в описании проекционной модели трехмерного пространства на плоскость, основанной на геометрических преобразованиях, которые соотносятся с системой зрительного восприятия человека.

Для этого поставлены следующие задачи:

- описать особенности зрительного восприятия пространства человеком;
- дать математическое описание проекционной модели Панини и дать трактовку используемых преобразований с точки зрения психологии зрительного восприятия человека;
- продемонстрировать пример использования данной модели в компьютерной графике.

### 4. Проекция Панини и особенности ее восприятия

#### 4. 1. Описание проекционной модели Панини

Проекция Панини названа в честь итальянского художника 18 века Джан Паоло Панини. Он был одним из родоначальников стиля городского пейзажа – ведута. Поэтому такой вид проекции еще называют ведута (vedutismo – виденное). Рассмотрим проекционную модель (рис. 3). Проекционная модель состоит из: поверхности сферы радиусом  $r=1$ , центр которой совпадает с центром декартовой системы координат; поверхности цилиндра радиусом  $r=1$ , ось которого совпадает с осью Y; картинной плоскости K касательной к сфере в точке  $H(0, 0, 1)$  (координаты точек плоскости обозначим через  $(u, v)$ ).

На поверхность сферы проецируется изображение (точка M) трехмерного пространства сцены (точка P), путем конического проецирования с центром в точке O. Координаты точек проекции на поверхности сферы выражаются через полярные координаты, где,  $\varphi$  – долгота,  $\theta$  – широта. Пусть координаты точки P:  $(a \cdot \cos(\theta) \cdot \sin(\varphi), a \cdot \cos(\theta), a \cdot \cos(\theta) \cdot \cos(\varphi))$ , где a – расстояние OP. Тогда, учитывая, что  $a=r=1$ , координаты точки M:  $(\cos(\theta) \cdot \sin(\varphi), \cos(\theta), \cos(\theta) \cdot \cos(\varphi))$ .

Базовая проекция Панини представляет собой гномоническую проекцию трехмерного цилиндрического изображения, которое является линейной проекцией изображения сферы на касательный цилиндр. На плоскости отображается полученный перспективный вид части сцены.

Центр гномонической проекции находится на оси наблюдения Z на расстоянии d от оси цилиндра. Таким образом, d является z координатой этой точки. Па-

раметр  $d$ , который может принимать любые положительные значения, определяет форму проекции:  $d=0$  – гномоническая проекция;  $d=1$  – цилиндрическая стереографическая проекция;  $d \rightarrow \infty$  цилиндрическая ортографическая проекция.

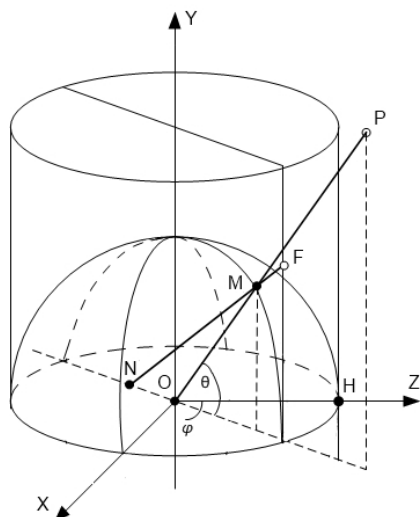


Рис. 3. Проекционная модель Панини

Декартовы координаты точки на поверхности цилиндра:

$$x = \sin(\varphi), y = \operatorname{tg}(\theta), z = -\cos(\varphi). \quad (1)$$

Расстояние от центра проекции  $N$  до картинной плоскости равно  $d+1$ , а расстояние от центра проекции до параллельной плоскости, содержащей точку цилиндра составляет  $d+\cos(\varphi)$ . Их отношение,

$$S = \frac{d+1}{d+\cos(\varphi)}, \quad (2)$$

является гномоническим проекционным масштабным коэффициентом для точки. Таким образом, проецирование со сферы на плоскость определяется следующими преобразованиями:

$$u = S * \sin(\varphi), \quad (3)$$

$$v = S * \operatorname{tg}(\theta). \quad (4)$$

Инверсное горизонтальное отображение приводит к квадратному уравнению, которое получается из (3) и  $\sin^2(\varphi) + \cos^2(\varphi) = 1$ . Решая относительно  $\cos(\varphi)$ , который не зависит от знака  $u$ , можно вычислить  $S$  и определить аналитически инверсии уравнений (3) и (4) через функцию  $\operatorname{atan2}$  (используется при программной реализации), что позволит избежать погрешностей при вычислении функций  $\operatorname{arcsin}()$  и  $\operatorname{arccos}()$  для аргументов близких к 1:

$$k = \frac{u^2}{(d+1)^2}. \quad (5)$$

Дискриминант квадратного уравнения сводится к  $\Delta = k^2 d^2 - (k+1)(kd^2 - 1)$ .

При  $\Delta < 0$  решения нет, а в остальных случаях:

$$\cos(\varphi) = \frac{-kd + \sqrt{\Delta}}{k+1}, \quad (6)$$

$$S = \frac{d+1}{d+\cos(\varphi)}, \quad (7)$$

$$\varphi = \operatorname{atan2}(u, S * \cos(\varphi)), \quad (8)$$

$$\theta = \operatorname{atan2}(v, S). \quad (9)$$

Максимум горизонтального угла обзора изменяется с величиной  $d$ . Теоретический предел угла обзора (в радианах):

$$F = 2 \operatorname{arccos} \left( - \begin{cases} \frac{1}{d}, d > 1 \\ d, \text{ в остальных случаях} \end{cases} \right). \quad (10)$$

Для  $d \leq 1$  достигается практический предел ширины изображения, поскольку проекция параллельна плоскости наблюдения. При  $d=0$  теоретический предел составляет  $180^\circ$ , а на  $d=1$  составляет  $360^\circ$ . Для  $d > 1$  максимум угла обзора опять сжимается, приближая к  $180^\circ$  при  $d \rightarrow \infty$ .

#### 4. 2. Анализ проекционных преобразований, искажений, и их влияние восприятие пространства

Одной из ключевых проблем, связанных с проецированием трехмерного пространства на плоскость, является неевклидово восприятие человеком пространства. Это свойство детально описано в работах [9–11].

Для решения данной проблемы обратимся к строению глаза человека. Как известно, световые лучи, проникая через глазное яблоко, преломляются в роговице. Затем благодаря динамическому и автоматическому процессу, называемому аккомодацией, они преломляются в хрусталике [12]. Лучи света, попадающие в глаз, в наибольшей степени преломляются именно в роговице, которая имеет форму выпукло-вогнутой линзы, обращенной вогнутой частью назад. Форма роговицы близка к сферической. Таким образом, первым геометрическим преобразованием в построении изображения на сетчатке является сферическая проекция. Формирование изображений в сферической проекции детально изучено в работах [9, 11, 13].

В сферической перспективе ни одно из трех измерений изображения не параллельно к сферической поверхности. Три пространственных измерения, отображаемых сферической перспективой, являются размерностями, которые исчезают на расстоянии, создавая феномен конвергенции. Сферическая перспектива освобождает пространственные измерения изображения от измерений поверхности сферы. По этой причине неевклидовы свойства сферической поверхности не переносятся на само изображение. Таким образом, геометрия трехмерного пространства, отображаемого в сферической перспективе, не обязательно неевклидова. Несмотря на возникновение криволинейности сферической проекции, пространство, отображенное этими кривыми линиями, может быть как евклидово, так и неевклидово. Линии



сферической перспективы изогнуты не потому, что они отображают неевклидово трехмерное пространство, а потому что они представляют большие окружности сферы, которые спроецированы на плоскость [11].

Другими словами, даже если бы физическое пространство было бы евклидово, его проекция на поверхность сферы и дальнейшее растяжение на плоскость была бы криволинейна, как описано выше. Изображения, полученные в сферической перспективе, не подразумевают геометрию пространства, которое они отображают: это пространство может быть как евклидово, так и неевклидово. На самом деле, сферическая перспектива это система отображения, в которой пространственные размерности изображения полностью независимы от размерностей поверхности изображения [11].

Таким образом, первое геометрическое преобразование в проекции Панини – сферическая перспектива – позволяет получить промежуточное изображение пространства, на информативность которого не влияет модель самого пространства.

Следующим преобразованием в описываемой модели является цилиндрическая проекция. Восприятие отображений пространства на цилиндрической поверхности детально исследовано в работе [14]. Используя метод на основе иллюзии Мюллера-Лайера, было показано, что определение размеров изображаемой фигуры более точно происходит в цилиндрической системе, чем в планарной (при проецировании на плоскость), хотя в некоторых случаях они соизмеримы. На основе другого метода выявлено, что оценка формы определяется приблизительно хорошо в обеих системах. Определение относительной глубины сцены в цилиндрической проекции незначительно лучше чем в традиционном подходе, однако поскольку наблюдатели впервые сталкивались с подобной техникой отображения, то можно предположить, что при увеличении времени адаптации к новой проекции результаты могут значительно улучшиться.

Следует также вернуться к методу горютера. При проецировании изображения на цилиндрическую поверхность происходит «срез» пространства и его отображение. Причем это изображение близко по ощущениям к тому, которое человек воспринимает при наблюдении в физическом пространстве.

Рассмотрим некоторые результаты психологических исследований, которые будут основой для дальнейшего обсуждения.

Когда наблюдатель смотрит на перспективное изображение из центра проекции, результирующее сетчаточное отображение в грубом приближении эквивалентно тому, которое получаем при наблюдении непосредственно самой сцены. Когда наблюдатель смотрит на перспективное изображение из точки, не соответствующей центру проекции, его сетчаточное отображение не соответствует оригинальной сцене, потому как представляется несколько искаженным. Тем не менее, в большинстве случаев это не мешает корректно воспринимать оригинальную сцену – такой феномен называют постоянство перспективы (*robustness of perspective*) [15]. Люди используют разнообразные подсказки, чтобы сделать вывод о положении поверхности изображения (рамка монитора, картины, границы фотографии). Но если убрать эти подсказки, например, наблюдая изображение монокулярно, через маленькое отверстие, то постоянство перспективы к разным точ-

кам наблюдения будет разрушено [16]: перспективное изображение, наблюдаемое не из центра проекции, будет интерпретировано как искаженная сцена. В свою очередь, если мы наблюдаем изображение с центра проекции без подсказок о поверхности, иллюзия наблюдения непосредственной сцены будет увеличена [17]. В работе [16] показано, что человек обладает инвариантностью к точке наблюдения, используя так называемую «локально-наклонную компенсацию» (*local-slant compensation*), в которой наблюдатель локально оценивает ориентацию поверхности в каждой интересующей точке поверхности изображения и затем корректирует наблюдаемый участок с тем предположением, что поверхность перпендикулярна к проекционным лучам.

Поэтому финальное изображение, которое мы получаем на отображающей плоскости (монитор, проектор), будет криволинейным и на первый взгляд может привести к заключению, что данная проекционная модель неправильно отображает пространство сцены и приведет к путанице. Чтобы этого избежать, необходимо исключить подсказки, или определители формы проекционной плоскости, как описано выше, или ввести новые.

Те неизбежные искажения, которые присутствуют при проецировании трехмерной сцены на плоскость, будут присутствовать и в данной модели, но они будут нести в себе определенную информативную составляющую, а именно информацию о проекционной плоскости, что позволит наблюдателю определить интерпозицию объекта в пространстве. Таким образом, поскольку, не используя дополнительных технических средств (стереоизображения + 3D очки), получение сетчаточной диспаратности на плоскости является трудновыполнимой задачей, то необходимо применить иные методы визуализации глубины изображения, на которые может ориентироваться наблюдатель.

## 5. Пример использования проекции Панини в компьютерной графике

Практическое применение описанной проекционной модели в компьютерной графике продемонстрировано на примере обработки изображений. Исходное изображение взято на фотохостинге Flickr и представляет собой фотографию ландшафта (рис. 4) с использованием сверхширокоугольного объектива с фокусным расстоянием  $f=9\text{ mm}$ , углом обзора по горизонтали  $117^\circ$ , по вертикали –  $75^\circ$ .

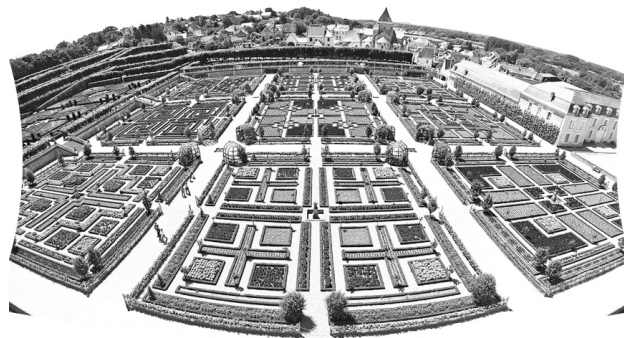


Рис. 4. Изображение, полученное с помощью сферической перспективы

Фотография обработана с помощью программы Hugin, предназначенной для работы с панорамными фотографиями. Параметр модели выбран  $d=1$  (стереографическая проекция). Результат обработки изображения с помощью описанной модели представлен на рис. 5. Так же, для сравнения, получено изображение ландшафта в прямой перспективе (рис. 6).

Изображение (рис. 7), синтезированное системой визуализации тренажерного комплекса с углом обзора по горизонтали  $180^\circ$  и  $90^\circ$  по вертикали, обработано по описанной модели. Результат представлен на рис. 8.

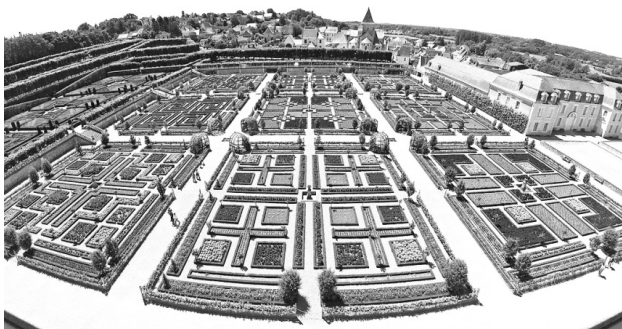


Рис. 5. Изображение, полученное с помощью проекции Панини

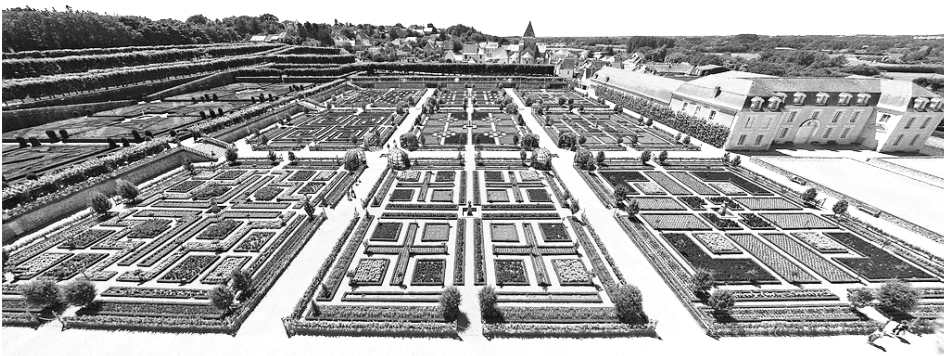


Рис. 6. Изображение, полученное с помощью прямой перспективы



Рис. 7. Изображение внекабинной обстановки симулятора в прямой перспективе



Рис. 8. Изображение внекабинной обстановки симулятора в проекции Панини

В пунктирную рамку заключен участок с углом обзора  $120^\circ$ . Указанная область содержит главную информацию сцены, с которой будет работать оператор.

#### 6. Анализ информативности изображений Панини. Искажения как информация о поверхности проецирования

Проекция Панини обладает следующими отличительными свойствами:

- почти всегда имеет центральную точку схода;
- несмотря на широкий угол обзора, отсутствует перспективное искажение: отображаемые элементы сцены имеют соответствующие ширину и форму, независимо от того где на картинной плоскости они расположены;

– глубина выглядит сжато: объекты расположенные вблизи центральной точки схода выглядят неожиданно увеличенными и близко расположенными, остальная часть сцены не кажется слишком увеличенной.

В цилиндрической проекции угловая шкала постоянна вдоль всего изображения и все элементы изображения представляются в их натуральной ширине. Однако в изображениях, построенных с помощью проекции Панини, угловое увеличение постепенно возрастает из центра к границам, но медленнее чем в прямой перспективе. Углы на границах изображаются меньшими, а те которые в центре – большими. Таким образом, чем дальше расположен объект от центра наблюдения на плоскости, тем сильнее он сжат и искажен. Здесь следует обратиться к строению зрительной системы



человека и рассмотреть оптико–ретиальные компоненты, в основе которых лежат анатомические или физиологические (т. е. структурные) механизмы зрительной системы. Структурные факторы включают искажения, создаваемые такими формирующими ретиальное изображение элементами глаза, как роговица и хрусталик. Роль структурных компонентов иллюстрируется субъективной кривизной. Субъективное искривление прямых линий происходит преимущественно при боковом, периферическом зрении [12]. То есть та часть изображения, которая относится уже к периферической зоне, также и на картине представлена несколько искаженной.

Проекция Панини представляет собой цилиндрический аналог сферической стереографической проекции (в модели выбран параметр  $d=1$ ). Она обладает несколькими полезными свойствами:

- горизонтальное угловое сжатие по сравнению с прямолинейной проекцией: горизонтальное расположение пропорционально тангенсу половины угла зрения, а не к тангенсу всего угла зрения;

- прямые вертикальные линии остаются прямыми благодаря промежуточному проецированию на цилиндрическую поверхность;

- все радиальные линии (те, которые проходят через центр наблюдения) отображаются прямыми.

Свойство сохранять радиальные линии прямыми, что интуитивно может быть неочевидным, является причиной, по которой эта проекция схожа с прямолинейной проекцией, когда предмет имеет четкую центральную перспективу. На приведенных изображениях следует отметить, как искажены предметы в прямой перспективе, в частности, поскольку фотография сделана под некоторым углом к горизонту, то здания кажутся несколько чрезмерно наклонными на границах изображения. На изображениях Панини объекты сохраняют свою форму и относительный размер, а расположенные вдалеке объекты не кажутся расположенными значительно дальше, чем они есть на самом деле по сравнению с прямолинейной перспективой. Положение центральной точки схода остается на своем месте.

Та часть изображения (рис. 8), с которой будет в основном работать оператор симулятора выделена штрихпунктирной рамкой, в пределах которой искажения горизонта минимальны.

На изображении, полученном с помощью проекции Панини, видно, что горизонтальные линии, чем

они дальше расположены от центра изображения, представлены кривыми вогнутыми к наблюдателю. Это описывает горизонтальное сжатие пространства, в отличие от присущей перспективной проекции сжатия глубины, которое трудно определить наблюдателю. Ввиду простоты геометрических преобразований, единственное, что будет привлекать внимание наблюдателя, – это присутствие этих искажений. Но именно эти искажения и дают понять системе восприятия человека, с какой поверхностью она работает. В результате воспринимаемая картина корректируется однозначно, поскольку все горизонтальные искажения представлены на отображающей плоскости, не нарушая при этом определение интерпозиции объектов.

---

## 7. Выводы

---

В данной работе была описана проекционная модель трехмерного пространства на плоскость – проекция Панини:

1. Описаны особенности зрительного восприятия пространства человеком.

2. Приведено математическое описание проекционной модели и дана трактовка используемых преобразований с точки зрения психологии зрительного восприятия человека.

3. Приведен пример использования рассмотренной проекционной модели в компьютерной графике.

Показано, что проекция Панини использует геометрические преобразования, которые соотносятся с системой зрительного восприятия человека. Благодаря чему полученные изображения выглядят более естественно, чем изображения, полученные в прямой планарной перспективе. Возникающие искажения не препятствуют оценивать получаемое изображение, а, наоборот, ввиду изменения направления сжатия пространства картины данное искажение добавляет информативности отображаемой сцене.

В дальнейшем данный метод планируется использовать в системах визуализации ландшафтов и внекабинной обстановки тренажерных комплексов. Также интересным для дальнейшего исследования является выбор других поверхностей проецирования и их влияние на воспринимаемое человеком пространство.

---

## Литература

1. Ковалёв, А. М. О системах перспектив для компьютерной графики [Текст] / А. М. Ковалёв, В. Е. Лищенко, М. В. Степанов // Автометрия. – 2007. – Т. 43, № 3. – С. 48–56.
2. Раушенбах, Б. В. Системы перспективы в изобразительном искусстве. Общая теория перспективы [Текст] / Б. В. Раушенбах. – М.: Наука, 1986. – 256 с.
3. Ковалев, А. М. Об увеличении предметов в перцептивном пространстве [Текст] / А. М. Ковалев // Автометрия. – 2002. – Т. 38, № 5. – С. 86–94.
4. Fleck, M. Perspective Projection: the Wrong Imaging Model [Electronic resource] / M. Fleck. – University of Iowa, Computer Science. – 1995. – Available at: <http://mfleck.cs.illinois.edu/my-papers/stereographic-TR.pdf> (Last accessed: 20.05.2015)
5. Bayarri, S. Computing non-planar perspectives in real time [Text] / S. Bayarri // Computers & Graphics. – 1995. – Vol. 19, Issue 3. – P. 431–440. doi: 10.1016/0097-8493(95)00013-3

6. Yonggao, Y. Nonlinear Perspective Projections and Magic Lenses: 3D View Deformation [Text] / Y. Yonggao, J. Chen, M. Beheshti // IEEE Computer Graphics and Applications. – 2005. – Vol. 25, Issue 1. – P. 76–84. doi: 10.1109/mcg.2005.29
7. Hershenson, M. Visual Space Perception: A Primer [Text] / M. Hershenson. – MIT Press, 1998. – 269 p.
8. Sharpless, T. Pannini: A New Projection for Rendering Wide Angle Perspective Images [Text] / T. Sharpless, B. Postle, D. German // International Symposium on Computational Aesthetics. – London, 2010. – Available at: <http://tksharpless.net/vedutismo/Pannini/panini.pdf> (Last accessed: 20.05.2015)
9. Ковалев, А. М. Виртуальная реальность в сферической перспективе [Текст] / А. М. Ковалев // "Графикон-98": труды 8-й Междунар. конф. по компьютерной графике и визуализации. – Москва, 1998. – С. 95–102.
10. Ковалев, А. М. О визуально воспринимаемом пространстве предметов [Текст] / А. М. Ковалев // Автометрия. – 2003. – Т. 39, № 6. – С. 3–12.
11. Casas, F. Flat-Sphere Perspective [Text] / F. Casas // Leonardo. – 1983. – Vol. 16, Issue 1. – P. 1–9. doi: 10.2307/1575034
12. Шиффман, Х. Р. Ощущение и восприятие [Текст] / Х. Р. Шиффман, З. Замчук; пер. с англ. – СПб.: Питер, 2003. – 928 с.
13. Katsushi, I. Shape from Regular Patterns [Text] / I. Katsushi // Artificial Intelligence. – 1984. – Vol. 22, Issue 1. – P. 49–75. doi: 10.1016/0004-3702(84)90025-0
14. Polack-Wahl, J. Perception of images using cylindrical mapping [Text] / J. Polack-Wahl, L. Piegl, L. Marc // The Visual Computer. – 1997. – Vol.13, Issue 4. – P. 155–167. doi: 10.1007/s003710050096
15. Michael, K. The psychology of perspective and renaissance art [Text] / K. Michael. – Cambridge University Press, 1986.
16. Vishwanath, D. Why pictures look right when viewed from the wrong place [Text] / D. Vishwanath, A. Girshick, M. Banks // Nature Neuroscience. – 2005. – Vol. 8, Issue 10. – P. 1401–1410. doi: 10.1038/nn1553
17. Pirenne, M. Optics, Painting & Photography [Text] / M. Pirenne. – Cambridge University Press, 1970.