

УДК 001.891:65.011.56

# ОБ УПРАВЛЕНИИ ПРОЦЕССАМИ СУШКИ ДИСПЕРСНЫХ МАТЕРИАЛОВ В ПРОДУВАЕМЫХ СЛОЯХ

**А.Д. Тевяшев**

Доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой

Кафедра прикладной математики  
Харьковский национальный университет  
радиоэлектроники  
пр. Ленина, 14, г. Харьков, Украина, 61166  
Контактный тел.:(057) 702-14-36  
E-mail: tevjshev@kture.kharkov.ua

**Е.С. Шитиков**

Кандидат химических наук  
ООО «Полигран»  
ул. Бутлерова, д. 4, корп. 3, г. Москва, Россия, 117485  
Контактный тел.:(495) 357-78-43  
E-mail: esh\_45@mail.ru

*У статті розглядається специфічний ефект процесу сушіння дисперсних капілярно-пористих колоїдних матеріалів, пов'язаний з виникненням коливань (осциляцій) потоку випаровуваної з частинок вологи і його використання для оптимального управління коливальним процесом зміни температури потоку теплоносія*

*Ключові слова: коливальний процес, сушка, управління*

*В статье рассматривается специфический эффект процесса сушки дисперсных капиллярно-пористых коллоидных материалов, связанный с возникновением колебаний (осцилляций) потока испаряемой из частиц влаги и его использование для оптимального управления колебательным процессом изменения температуры потока теплоносителя*

*Ключевые слова: колебательный процесс, сушка, управление*

*This article is about a specific effect of capillary-porous dispersed colloidal materials drying, which is associated with the occurrence of oscillations of the evaporation of moisture particles flux and its use for optimal control of oscillation process of temperature change flux*

*Keywords: oscillatory process, drying, control*

## 1. Введение

Сушка дисперсных материалов с целью получения сухих товарных форм продукции является достаточно широко распространённым процессом в различных отраслях промышленности, таких, как пищевая, химическая и т.д. Во многих случаях организация этих процессов осуществляется путём продувки слоя частиц высушиваемого материала, располагаемого на опорной решётке (в варианте - на сетке конвейера), потоком горячего теплоносителя (чаще всего – воздуха). При этом в таких системах наблюдаются различного рода колебания (осцилляции):

- колебания давления во входящем потоке теплоносителя вследствие возникновения собственных колебаний в воздушной (свободной) полости под опорной решёткой [1],

- колебания всего слоя дисперсного материала на решётке при его псевдооживлении потоком теплоносителя (как поперечные, так и продольные) [2],

- колебания давления в газовой фазе (даже - с образованием стоячей волны) в слое дисперсного материала (во взвешенных виброкипящих слоях) [3].

Такого рода колебания могут оказывать существенное влияние на тепло-массообмен между частицами и тепловым агентом, особенно на начальной стадии, когда происходит испарение влаги из поверх-

ностных слоёв частиц. А далее процессы высушивания уже зависят от диффузии влаги из внутренних слоёв.

Как показывают натурные эксперименты, при сушке капиллярно-пористых и коллоидных дисперсных материалов (например, нарезанных на мелкие частицы овощей - моркови, свёклы, картофеля), эта диффузия имеет колебательный характер, проявляющийся, вследствие такого же характера испарения влаги из частиц, в изменениях температуры теплоносителя в слое частиц и на выходе из слоя или в изменениях величины потока испаряемой влаги.

## 2. Анализ результаты натурных исследований колебательного процесса сушки

На рис. 1 показаны результаты натурных исследований процесса колебания температуры (теплоносителя) в слое нарезанных кубиков картофеля (10x10x5 мм) при постоянной температуре теплоносителя на входе в слой равной 120°С.

На рис. 2 показаны колебания скорости изменения массы (скорости испарения влаги) гранул капсулированных семян кукурузы [4] размером 40 мм при постоянной скорости обдува и постоянной температуре 42°С.

На рис. 3 представлено распределение периодов колебаний температуры воздуха, выходящего из слоя диспергированного геля микроцеллюлозы (извлечённой из жома сахарной свёклы посредством кислотного гидролиза), при постоянной температуре и скорости его на входе в слой.

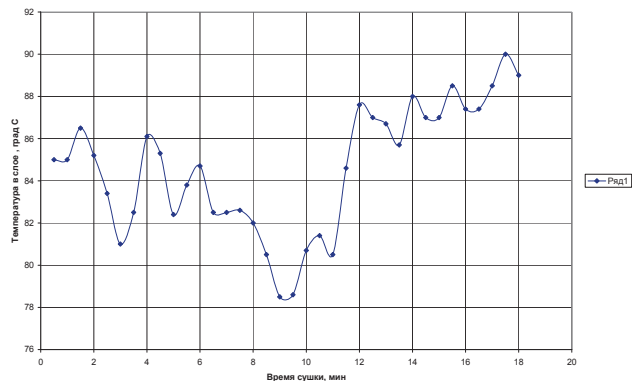


Рис. 1. Зависимость температуры в слое высушиваемого материала от времени с начала сушки

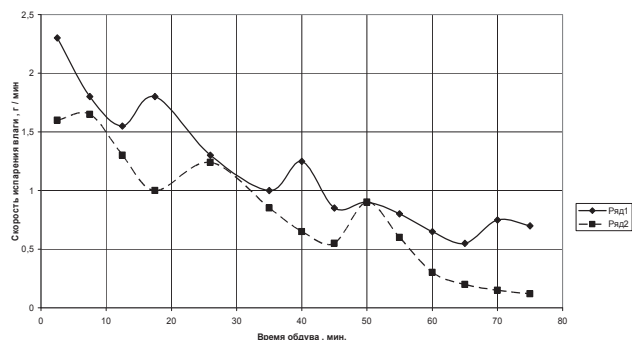


Рис. 2. Зависимость скорости испарения влаги (изменения массы) из гранулы от времени обдува её сушильным агентом (линия (ряд) 1 – при начальной относительной влажности гранул 60%, линия 2 – при начальной влажности 40%).

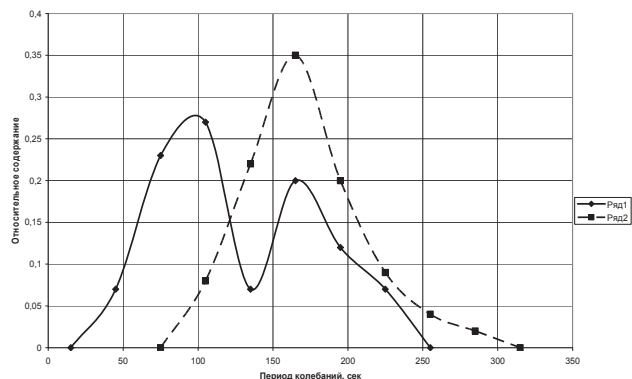


Рис. 3. Распределение периодов колебаний температуры теплоносителя на выходе из слоя диспергированного геля микроцеллюлозы по их размерам

Нетрудно заметить, что при сушке частиц картофеля размером 10x10x5мм периоды колебаний температуры находятся в диапазоне от 1,5 до 2,5 мин., со средним значением 2 мин. При высушивании макрогранул

капсулированных семян кукурузы гораздо большего размера (диаметром 40°мм) величины периодов колебаний скорости испарения влаги намного выше и находятся в диапазоне 15-30 минут при среднем значении 20 мин.

При сушке диспергированного геля микроцеллюлозы наблюдается бимодальное распределение периодов колебаний температуры, что, возможно, связано с тем, что первоначально диспергированные частицы геля размером 2-3 мм в продуваемом слое агрегировались в частицы двух типоразмеров: 4-6 мм и 10-12 мм. Соответствующие осреднённые значения в каждой части распределения периодов колебаний были: 90 сек. и 180 сек. Причина одинакового характера особенностей высушивания таких различных объектов сушки заключается в том, что на начальной стадии сушки у частиц образовывался поверхностный слой (плёнка, оболочка, корочка) с отличающимися от остального материала в объёме частицы физическими свойствами и характеристиками: плотностью, влажностью, размером пор и т.д.. Например, у макрогранул влажность приповерхностного слоя составляла 20-25%, при общей влажности 40 или 60%, и сохранялась таковой вплоть до выравнивания влажности во всём объёме гранул. При этом объём приповерхностного слоя вследствие усадки уменьшился вдвое. Довольно тонкий поверхностный слой, обладая меньшей проницаемостью для влаги, должен препятствовать непрерывному отводу её из внутренних слоёв, создавать как бы барьер, который преодолевается периодически вследствие необходимости прохождения определённого времени для образования достаточного напора влаги под поверхностной плёнкой. Происходящий с задержками по времени выход влаги на поверхность частицы и её испарение в поток теплоносителя ведёт к соответственному периодическому отбору тепла от теплоносителя, что, в свою очередь, приводит к колебаниям его температуры и легко фиксируется с помощью термодатчиков.

### 3. Математическая модель колебательного процесса сушки

Математическая модель колебательного процесса сушки гранул включает в себя следующие уравнения:

баланса теплоты

$$c_p m \frac{dT}{dt} = 4\pi R^2 \alpha (T_0 - T) + r \frac{dm}{dt}, \quad (1)$$

где

$c_p$  – удельная теплоёмкость влажного материала, Дж/кг К

$m$  – текущая масса гранул, кг

$T$  – текущая температура гранулы, К

$T_0$  – температура теплоносителя, К

$r$  – удельная теплота испарения, Дж / кг

$R$  – радиус (эквивалентный) дисперсных частиц, м

$\alpha$  – коэффициент теплоотдачи от сушильного агента к грануле, Вт/м<sup>2</sup> · К;

баланса массы

$$\frac{dm}{dt} = -4\pi R^2 q, \tag{2}$$

где  $q$  - плотность фильтрационного потока, кг/м<sup>2</sup>; процесса фильтрации (через поверхностную корочку) по закону Дарси в релаксационном приближении [5]

$$q + t_p \frac{dq}{dt} = \frac{k}{v} \Delta P, \tag{3}$$

где  $t_p$  - время релаксации фильтрационного режима Дарси, с;  
 $k$  - коэффициент проницаемости поверхностного слоя, м<sup>2</sup>;  
 $v$  - кинематическая вязкость жидкости (влаги), м<sup>2</sup>/с;  
 $\Delta P$  - напорное давление фильтрационного течения Дарси, Па.

Уравнение (3) получено в предположении, что:

- 1) Гранулы (частицы) дисперсного материала имеют сферическую форму радиуса  $R$ ;
- 2) Температурное поле внутри гранул однородно;
- 3) Фильтрационный поток влаги через поверхностную оболочку происходит под действием напорного давления под ней, возникающего вследствие температурного расширения влаги не сразу, а после повышения температуры  $T$  в грануле выше некоторой величины  $T_k$  и по истечении некоторого времени релаксации  $t_p$ , необходимого для формирования вязкого течения в порах гранулы, и оценка этого времени релаксации может быть получена из соображений размерности

$$t_p = R^2 / v$$

4) Поверхностная оболочка (плёнка, корочка) обладает механической упругостью, которую можно охарактеризовать величинами модуля упругости  $E$  и коэффициента Пуассона  $K$ , с учётом баланса сил при квазиравновесном состоянии на элементе поверхностной оболочки было получено выражение для оценки величины напорного давления  $\Delta P$  в уравнении (3) в виде:

$$\Delta P = \frac{2}{3}(2-K) \frac{\beta E}{R} (T - T_k) \text{ при } T \geq T_k$$

$$\Delta P = 0 \text{ при } T < T_k,$$

где  $\beta$  - коэффициент термического расширения жидкости (влаги), 1/К;  
 $K$  - коэффициент Пуассона;  
 $E$  - модуль упругости поверхностной оболочки, Па.

Далее, после введения безразмерных переменных, параметров и функций система уравнений (1 - 3) приводится к системе уравнений второго порядка

$$y \frac{dG}{dt} = 1 - \Theta + \frac{1}{B} \frac{dy}{dt} \tag{5}$$

$$\tau_p (d^2 y / dt^2) + \frac{dy}{dt} = -BAJ(\Theta)\Theta, \tag{6}$$

где

$$\Theta = \frac{T - T_k}{T_0 - T_k},$$

$$y = \frac{m}{m_0},$$

$$\tau = (4\pi\alpha R^2 / c_p m_0) t,$$

$$\tau_p = (4\pi\alpha R^2 / c_p m_0) t_p,$$

$$A = \frac{2(2-K)k\beta E_r}{3\alpha v R}, \quad B = c_p (T_0 - T_k) / r,$$

$$J(\Theta) = 1 \text{ при } \Theta > 0,$$

$$J(\Theta) = 0 \text{ при } \Theta < 0;$$

$m_0$  - начальная масса гранул, кг;

$t$  - текущее время, с;  $T_k$  - период автоколебаний (осцилляций), с;

$\rho$  - плотность жидкости (влаги), кг/м<sup>3</sup>.

Введя обозначение

$$\frac{1}{B} \frac{dy}{dt} = X,$$

получаем окончательный вид системы уравнений с малым параметром ( $\tau_p / A$ ):

$$\frac{dG}{dt} = -\Theta + X + 1 \tag{7}$$

$$\frac{1}{A} \frac{dX}{dt} \tau_p = -J(\Theta)\Theta - \frac{1}{A} X. \tag{8}$$

Качественный анализ системы после её линеаризации в окрестностях точки  $(\Theta_1, X_1)$ , показал, что фазовый портрет в окрестности стационарной точки может быть или устойчивым узлом или устойчивым фокусом.

И если реализуется устойчивый фокус, то приближение к стационару имеет колебательный характер. Для оценки величины периода этих колебаний получено уравнение следующего вида:

$$T_n = \pi R^2 \sqrt{\frac{(2-K)\rho c_p}{2k\beta E_r}}. \tag{9}$$

Для типичных значений для входящих в выражение (9)

упругих фильтрационных и теплофизических параметров (воды при 20<sup>0</sup>С):

$$K = 0,25; \quad E = 10^4 \text{ Па}; \quad \beta = 6 \cdot 10^{-4} / \text{К};$$

$$k = 10^{-12} <^2; \quad r = 2,3 \cdot 10^6 \text{ Дж/кг};$$

$c_p = 4,2 \cdot 10^3 \text{ Дж/кг} \cdot \text{К}; \quad \rho = 10^3 \text{ кг/м}^3$ ; оно упрощается до выражения вида:

$$T_n = 5R^2, \tag{10}$$

где  $T_n$  - период автоколебаний (осцилляций), с;  $R$  - диаметр частиц.

Сравнительный анализ экспериментальных и рассчитанных по уравнению (10) значений периодов ко-

лебаний приведенных на рис. 4 показал, что уравнение (10) даёт большую зависимость периода колебаний от диаметра частиц, чем наблюдается на практике. Однако, учитывая некоторый произвол в выборе типичных значений параметров испаряющейся влаги, а также их возможную зависимость от размеров гранул, степень согласованности между экспериментальными и расчётными значениями периодов колебаний можно считать вполне удовлетворительной.

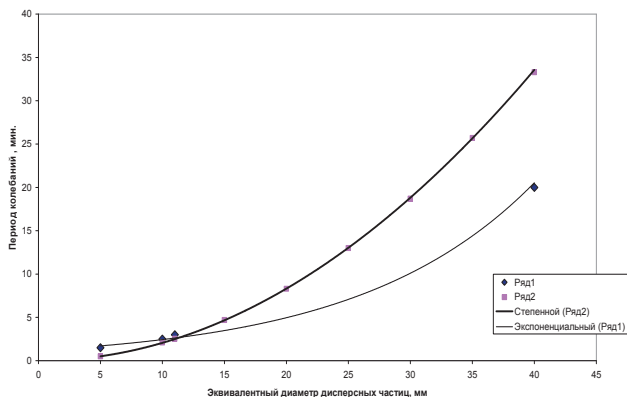


Рис. 4. Сравнение экспериментальных (ряд 1) и расчётных (ряд 2) величин периодов колебаний

#### 4. Практическое использование колебательного процесса сушки

Практическое использование эффекта возникновения «собственных» колебаний при сушке капиллярно-пористых и коллоидных дисперсных материалов в продуваемых слоях позволяет реализовать оптимальное колебательное управление процессом изменения температуры теплоносителя с периодом равным или кратным периоду, характерному для данного размера частиц высушиваемого материала. На рис. 5 показано полученное в опытах изменение величины относительной влажности во времени частиц моркови размером 10x10x5мм при постоянной скорости теплоносителя: линия (ряд) 1 - при его постоянной температуре на входе в слой 80°С, линия 2 - при изменявшейся температуре с периодом 4 минуты и амплитудой 6°С.

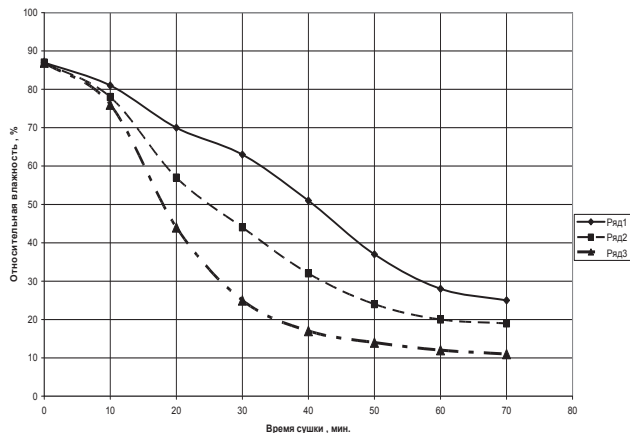


Рис. 5. Зависимость величины относительной влажности дисперсного материала (моркови) от времени сушки

Анализ этих зависимостей позволяет сделать вывод, что колебательный режим изменения температуры теплоносителя на входе в слой способствует снижению времени сушки до определённой влажности в среднем в 1,5 раза.

Вместе с тем, очевиден и предел эффективного применения такого способа проведения процесса сушки - до значений относительной влажности 30 - 35%. Как показали проведенные исследования, при влажности 30 - 35% для типичных капиллярно-пористых коллоидных материалов происходит усадка размеров частиц и даже «схлопывание» формы поверхности - она между гранями кубиков становится вогнутой и «собственные» колебания в слое затухают. Для преодоления этого ограничения в качестве дополнительного управляющего воздействия было использовано инфракрасное (ИК) излучение, которое полностью поглощается молекулами воды. Опыты проводили с периодическим включением ИК-излучателя, то есть со ступенчатой подачей дополнительной энергии в слой высушиваемого материала. Удельная мощность облучения не превышала 2 Вт/см<sup>2</sup>. Периоды включения-отключения ИК-излучателя согласовывались с периодами колебаний температуры теплоносителя. Результаты экспериментов показали, что при дополнительном согласованном применении инфракрасного излучения время сушки может снизиться ещё в 1,5 раза - линия 3 на рис. 5. Как следует из данных приведенных на рис. 6, поток испаряемой влаги при этом намного увеличиться. На рис. 6 линия 1 соответствует процессу сушки слоя частиц картофеля размером 10x10x10мм при средней температуре 100°С и амплитуде 10°С и периоде колебаний параметров 6 мин., линия 2 - процессу сушки слоя частиц картофеля размером 10x10x5мм при тех же режимных параметрах., а линия 3 - процессу сушки частиц моркови 10x10x5мм при средней температуре 110°С и амплитуде 6°С, с периодом колебаний 6 мин.

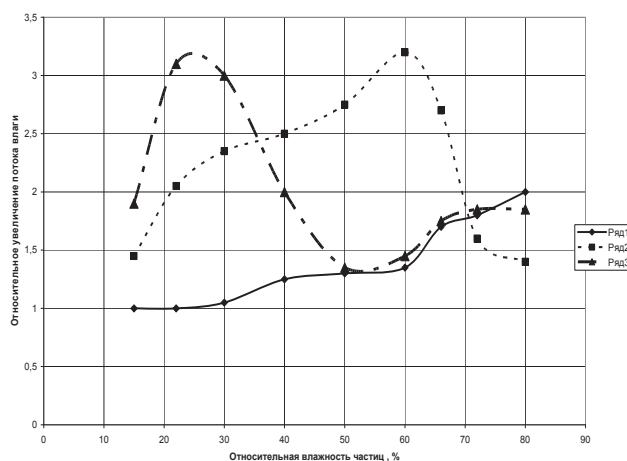


Рис. 6. Зависимость относительного увеличения потока испаряемой влаги при воздействии ИК-излучения от относительной влажности дисперсных частиц

Из представленных экспериментальных данных видно, что применение инфракрасного излучения позволяет ускорить процесс сушки, но при влажности частиц менее 20-30% эффективность ИК-облучения

резко падает. И в итоге полное время высушивания частиц рассматриваемых материалов (овощей) до требуемой, как правило, конечной влажности менее 10% снижается уже не так существенно – всего на 20-30%. Дело в том, что при достижении низких влажностей дисперсных частиц плотность поверхностного слоя (корочки) резко увеличивается, её проницаемость для влаги уменьшается, количества влаги во внутренних слоях уже недостаточно, чтобы создавать напорный поток за счёт температурного расширения, и процесс переходит в режим молекулярной диффузии. В ходе выполнения данной работы была проведена проверка возможности применения другого управляющего фактора – периодического быстрого охлаждения поверхности частиц и повышения проницаемости поверхностной корочки. Идея этого приёма - во включении в процесс досушивания эффекта термо-диффузии [4], по которому влага стремится мигрировать в сторону, противоположную градиенту температуры в объёме частицы, то есть при охлаждении поверхности из середины частицы наружу. Как показали эксперименты, такой управляющий приём оказался очень эффективным – рис. 7 (линия 1 отвечает сушке частиц моркови размером 10x10x4мм при средней температуре 75°С, амплитуде 5°С и периоде колебаний параметров 4 мин., линия 2 – то же, но с использованием ИК-облучения, линия 3 – при быстром дополнительном охлаждении поверхности частиц) - поток испаряемой влаги увеличился в несколько раз, а время досушивания на конечной стадии – от 20-30% до 10% влажности – сократилось до 15-30 минут.

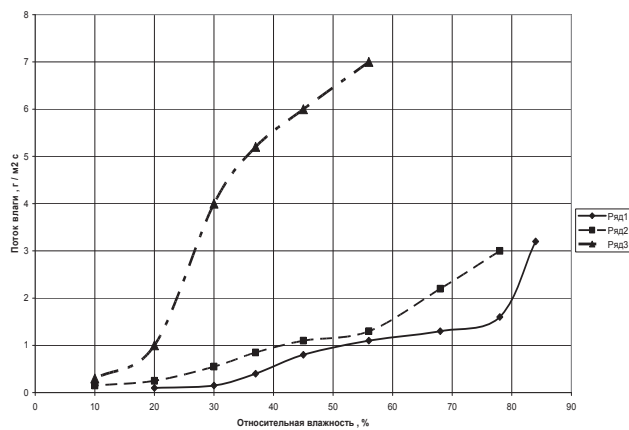


Рис. 7. Зависимость величины потока влаги из дисперсных частиц (моркови) от их относительной влажности

Описанные выше управляющие приёмы сушки дисперсных материалов были использованы при сушке такого сложного объекта как гель микроцеллюлозы. Исходная относительная влажность

материала составляла 90-93%, диспергирование на мелкие частицы оказалось возможным только при охлаждении геля до 5°С. Опыты проводились при переменной температуре теплоносителя на входе в продуваемый слой диспергированного геля от 36 до 42°С с периодом колебаний 3 мин. (линия 2 на рис. 8). Удельная мощность инфракрасного облучения не превышала 1 Вт/см². Во избежание перегрева верхних слоёв частиц ИК-излучатель включался один раз за период на время 45-60 сек. Периодически – один раз за два периода – проводилось быстрое охлаждение слоя гранул, до температуры не ниже «точки росы» теплоносителя. На рис. 8 представлены результаты экспериментов: линия (ряд) 1 – сушка в потоке воздуха с постоянной температурой 40°С; линия 2 – сушка при переменной температуре теплоносителя и с использованием воздействия инфракрасного излучения, линия; 3 – то же, но с периодическим быстрым охлаждением слоя гранул. Высокая эффективность разработанных приёмов управления процессами сушки очевидна.

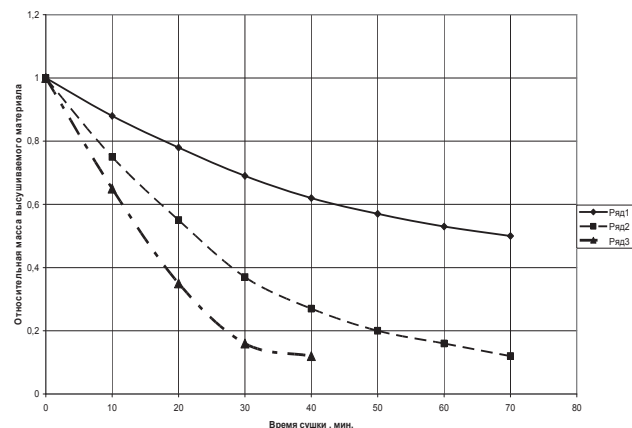


Рис. 8. Зависимость величины относительного изменения массы слоя сушки диспергированного геля микроцеллюлозы от времени

**Выводы**

Применение для управления процессами сушки в продуваемых слоях дисперсных капиллярно-пористых и коллоидных материалов комплекса управляющих и интенсифицирующих факторов, включающих колебательные режимы изменения температуры теплоносителя, периодические чередования воздействия инфракрасным излучением и быстрого охлаждения поверхности частиц, позволяет значительно сокращать время проведения процесса сушки – в 2-4 раза и повысить коэффициент полезного использования затрачиваемой энергии до 70-80%.

**Литература**

1. Бородуля, В.А. Теория релаксационных колебаний зернистого слоя, оживаемого газом [Текст] / В.А. Бородуля, Ю.А. Бувич, В.В. Завьялов // Инж.-физ. Журнал. – Минск.: 1976. – т.30, № 3 – С. 424 – 433.
2. Шахова, Н.А. Исследование пульсаций перепада давления в псевдооживленном слое [Текст] / Н.А. Шахова, О.Г. Шаповалова // Теоретические основы химической технологии. – М.: 1978. – т.12, № 3 – С. 457 – 460.



3. Рыжков, А.Ф. Распространение колебаний во взвешенном слое [Текст] / А.Ф. Рыжков, Б.А. Путрик // Инж.-физ. Журнал. – Минск.: 1988. – т.54. № 2 – С. 188 – 197.
4. Патент РФ № 22646698, 2005.
5. Кастерин, А.В. Об уравнении неравновесной фильтрации [Текст] // Инж.-физ. Журнал. Минск.: 1980. – т.39, № 1 – С. 77 – 85.
6. Мищенко, Е. Ф. Дифференциальные уравнения с малым параметром и релаксационные колебания [Текст] / Е.Ф. Мищенко, Н.Х. Розов // М.: Наука – 1975. – 247 С.
7. Николис, Г. Самоорганизация в неравновесных системах [Текст] / Г. Николис, И. Пригожин // М.: Мир – 1979. – 512 С.
8. Лыков, А.В. Теория сушки [Текст] // М.: Энергия – 1968. – 472 С.

Для математичного моделювання тривимірних температурних полів у тілах неканонічного поперечного перерізу пропонується сумісне використання інтегральних перетворень  $S$ -функцій, структурового та проєкційного методів

Ключові слова: математичне моделювання, температурні поля,  $S$ -функції

Для математического моделирования трехмерных температурных полей в телах неканонического поперечного сечения предлагается совместное применение конечных интегральных преобразований  $S$ -функций, структурного и проекционного методов

Ключевые слова: математическое моделирование, температурные поля,  $S$ -функции

The paper proposes the combined use of integral transformations of  $S$ -functions, structure and projection methods for mathematical modeling of three-dimensional temperature fields in solids with non-canonical cross-sections

Keywords: mathematical modeling, the temperature field,  $S$ -functions

УДК 536.24

# ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ В МАТЕМАТИЧЕСКОМ МОДЕЛИРОВАНИИ ТРЕХМЕРНЫХ ТЕМПЕРАТУРНЫХ ПОЛЕЙ ПРОЕКЦИОННО- СТРУКТУРНЫМ МЕТОДОМ

**А.П. Слесаренко**

Доктор физико-математических наук, профессор, ведущий научный сотрудник, лауреат Государственной премии Украины  
Отдел моделирования и идентификации тепловых процессов\*  
Контактный тел.: (057) 34-95-1, 096-386-30-22

**С.Ю. Загоруйко**

Аспирант\*

**Ю.О. Кобринович**

Аспирант\*

Контактный тел.: 093-734-84-22

E-mail: Kobrinovich.jul@mail.ru

\*Институт проблем машиностроения А.М. Подгорного НАН  
Украины  
ул. Дм. Пожарского, 2/10, г. Харьков, Украина, 61046

## 1. Постановка проблемы

Исследования, представленные в статье, относятся к области математического моделирования трехмерных температурных полей в телах, ограниченных параллельными плоскостями и призматической или цилиндрической поверхностью сложной формы, образующие которой перпендикулярны к данной плоскости.

В постановке каждой краевой задачи для уравнений с частными производными наряду с информацией

аналитического характера о виде уравнений и краевых условий имеем также геометрическую информацию о форме тел, в которых определяется поле, форме площадок их контактного взаимодействия, расположении в форме возбудителей поля и т.д. Геометрическая информация влияет на картину поля, поэтому всякий метод решения краевой задачи должен предусматривать включение этой информации в разрешающий алгоритм.

В таких методах, как методы разделения переменных и интегральных преобразований учет информа-