

УДК 681.5.015

# ФОРМИРОВАНИЕ РАСТРОВЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ С ПОМОЩЬЮ ФРАКТАЛА ГОСПЕРА

В.П. Авраменко

Доктор технических наук, профессор\*

А.К. Пармонов

Соискатель ученой степени\*

Контактный тел.: 097-25-83-497

А.В. Попов

Кандидат технических наук, старший научный сотрудник

\*Кафедра инженерной и компьютерной графики

Харьковский национальный университет радиоэлектроники

пр. Ленина, 16, г. Харьков, 61166

Контактный тел.: (057) 775-22-55

*Досліджено конструктивні методи та інструментальні засоби створення растрових зображень комп'ютерної графіки з використанням фрактальних функцій*

*Ключові слова: растрування, фрактал Госпера, роздільна здатність, лініатура*

*В работе исследованы конструктивные методы и инструментальные средства создания растровых изображений компьютерной графики с использованием фрактальных функций Госпера*

*Ключевые слова: растрирование, линиатура, фрактальные функции Госпера*

*Constructive methods and the instrumental means of creation computer graphics half-tone images using fractal functions are investigated*

*Keywords: halftoning, Gosper fractal, resolution, a lineature*

## Введение

*Цель исследования.* Проанализировать возможности растрирования с помощью фрактальных функций на примере фрактала Госпера.

*Постановка проблемы*

Важным направлением информационного общества является компьютерная графика, которая охватывает все виды и формы представления изображений. Визуализация данных находит широко применение в различных сферах человеческой деятельности. В зависимости от способа формирования изображений компьютерная графика подразделяется на растровую, векторную и фрактальную.

Растрирование является основой изготовления печатных форм для офсетной, глубокой, флексографской, цифровой и других видов печати. Системы управления процессом печати включают в себя растровый процессор, который осуществляет растрирование. Традиционно используются амплитудно-модулируемые и специальные растры.

Традиционные растры имеют регулярную периодическую структуру. Для передачи градаций оттенков цвета используется амплитудная модуляция размера точки растра. Недостатками периодических растров являются наличие нелинейной зависимости величины растискивания растровой точки от ее номинального относительного размера (% растра), визуальная неравномерность градиентных заливок, большая вероятность возникновения муара, технологические ограничения линиатуры растра, заметная розеточная

структура изображения, пропадание или деформация тонких линий, ограничение цветового охвата.

Большинство описанных выше ограничений снимаются использованием стохастических растров. Стохастические растры ещё называются частотно-модулированными. Полутоновой точке оригинала в стохастике ставится в соответствие «облако» одинаковых по размеру точек, количество которых определяется уровнем яркости точки на оригинале, а взаимное расположение точек квазислучайно. Такое формирование изображения позволяет снять влияние растискивания точки, более плавно передавать градиентные заливки, исключить возникновение муара, увеличить цветовой охват, отсутствие розеток даёт фотографическое качество.

Недостатками стохастического растрирования являются трудность копирования маленьких точек на печатную форму, повышенные требования к печатным краскам и формным материалам, повышенные требования к стабильности печатной машины, повышенные требования к файлам пиксельной графики, размытие тонких штрихов, незначительное визуальное снижение резкости иллюстраций.

## Актуальность проблемы

С развитием печатающих устройств и улучшением их характеристик все более жесткие требования предъявляются к алгоритмам обработки изображений для повышения качества печатной продукции.

Для совершенствования растривания используются гибридные растры, которые сочетают в себе общие признаки классических и стохастических растров. Каждая вариация гибридной технологии по-своему уникальна, однако у всех есть общее: более высокая линияра растра, частичная частотная модуляция, адаптивный подход к разным элементам изображения, увеличение цветового охвата. Однако и в этом случае не удаётся получить желаемого качества растривания. В общем, ни одна из существующих сегодня технологий растривания не обеспечивает «беспроblemного» полиграфического воспроизведения.

#### Анализ исследований и публикаций

В монографиях Полякова А.Ю. и Брусинцева В.А. [1, с. 15, 293 – 305], Блиновой Т.А. и Порева В.Н. [2, с. 18 – 19, с. 76 – 108] исследованы растровые данные, представляющие собой совокупность числовых значений, определяющих яркость и цвет отдельных пикселей.

Показано, что формировать растровое изображение можно по-разному. Чтобы получить растровое изображение, можно воспользоваться сканером или цифровым аппаратом. Пространственные изображения можно рисовать в виде примитивов типа прямых линий, окружностей, эллипсов и других фигур.

Цель исследования [3] состоит в разработке методов и алгоритмов создания растровых изображений компьютерной графики, каждая точка которого в свою очередь формируется с использованием фрактальных функций.

### Основная часть

В качестве элементов растра возможно применение фракталов. В этом случае отсутствие регулярной решётки позволяет избежать недостатков периодических растров. Внесение случайностей в процесс построения фрактальных структур приближает их к свойствам стохастического растра, а также приносит элемент оригинальности в сформированное растровое изображение.

Поскольку фракталы самоподобны [4], то из любой части фрактального растра можно определить тип и параметры применяемой для растривания фрактальной структуры. Отсюда следует, что применение фракталов позволяет внести индивидуальность каждому отпечатку, то есть фрактальное растривание может использоваться как средство защиты печатной продукции.

Кроме фрактального изображения, дополнительной степенью защиты печатной продукции может быть применение случайных величин в процессе формирования растра. Фиксируя последовательность случайных величин и повторяя её для каждого экземпляра фрактала в растре, получается своеобразный ключ, по которому можно идентифицировать печатную продукцию.

Последовательность величин, на основе которых модифицируется фрактальный растр, может носить не случайный характер, а заранее заданный и быть информационно нагруженной. Закодированная таким способом информация встраивается в растр и после печати получается исходное изображение со скрыты-

ми данными. На рисунке 1 представлен обобщённый алгоритм формирования фрактального растра.

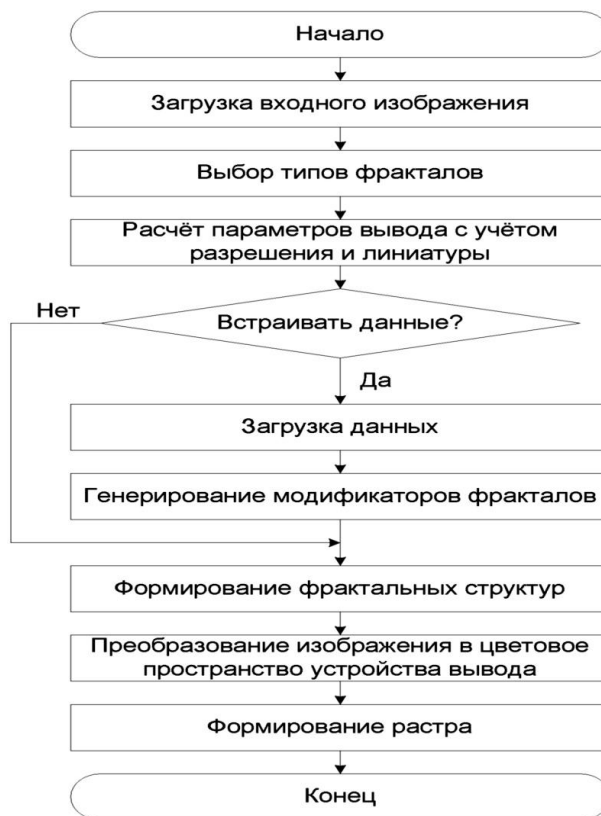


Рис. 1. Обобщённый алгоритм растривания с применением фракталов

Принцип предлагаемого метода растривания основан на зависимости заполнения поверхности от уровня детализации отображаемого фрактала. С увеличением уровня детализации, увеличивается количество точек, необходимое для его отображения. Таким образом, можно воспроизводить градации оттенков изображения. Если поставить в соответствие каждой точке изображения фрактальную конструкцию с необходимым уровнем заполнением поверхности, то получится его растриванный аналог.

В качестве примера растривания рассмотрим процесс формирования растра на основе кривой Госпера [4 - 6]. Это кривая Пеано без самопересечения, поэтому она равномерно заполняет пространство. Её инициатором является отрезок  $[0, 1]$ . Генератор кривой состоит из  $N=7$  одинаковых отрезков, равных  $r = \frac{1}{\sqrt{7}}$ .

Инициатор, генератор и несколько этапов построения представлены на рисунке 2.

С увеличением уровня детализации  $p$ , увеличивается длина кривой, которая также прямопропорциональна длине иницирующего отрезка  $l$ . Общая длина кривой Госпера на  $p$ -ом приближении  $m_p = k_p \cdot r_p$ , где

$k_p = N^p$  – количество сегментов кривой на  $p$ -ом шаге,  $r_p = l \cdot r^p$  – длина сегмента.

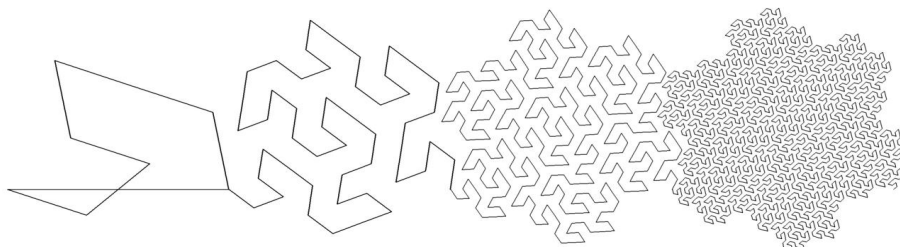


Рис.2. Генератор и 2, 3, 4 шага построения кривой Госпера

Все печатающие устройства имеют аппаратные ограничения на чёткость выводимого изображения. Она характеризуется максимальным количеством точек на единицу длины, которое устройство может отобразить. Таким образом, не возможно до бесконечности детализировать фрактальную структуру. После некоторого шага количество занимаемых точек перестанет расти из-за ограниченной разрешающей способности. Приемлемыми является такие уровень детализации  $p \leq p_{max}$ , при котором длина сегмента кривой

больше или равна размеру аппаратной точки, то есть ближайшее меньшее целое число, удовлетворяющее условию:  $p_{max} \leq \log_r \frac{1}{l}$ .

На рисунке 3 приведены графики зависимости количества занимаемых точек  $Q$  от уровня детализации фрактальной кривой с инициатором длиной в 600 точек. На графике 1 – расчётная зависимость, 2 – практически полученные результаты.

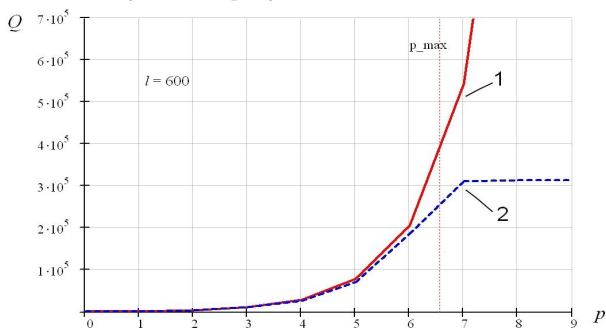


Рис. 3. График зависимости количества занимаемых точек от уровня детализации фрактальной кривой при инициаторе  $l=600$

Из графиков видно, что количество точек, следовательно, и градации оттенков, сильно не линейно зависят от уровня детализации фрактальной кривой. Добиться линейности можно, совмещая изображения фракталов разных уровней детализации. Таким образом, количество доступных градаций оттенков при заданной длине инициатора можно определить по формуле

$$G = \sum_{i=1}^n C_n^i + 2 = \sum_{i=0}^n C_n^i + 1 = 2^n + 1$$

где  $C_n^i$  – число комбинаций из  $n$  взяты по  $i$ ,  $n$  – ко

личество допустимых уровней прорисовки фрактала. Так как нумерация уровней начинается с 0, то  $n = p_{max} + 1$ .

Константа учитывает случай, когда поле для фрактала остаётся пустым, и случай, при котором оно полностью закрашено (для сохранения формы удобно использовать фрактал с уровнем  $p_{max} + 1$ ).

На рисунке 4 представлен график зависимостей количества занимаемых точек от номера цвета. Номера распределены в порядке возрастания заполнения фрактальной кривой. На графике цифрой 1 обозначена желаемая линейная зависимость заполнения от номера оттенка, 2 – зависимость заполнения, рассчитанная как сумма заполнения соответствующих уровней, 3 – экспериментально полученные уровни заполнения поверхности.

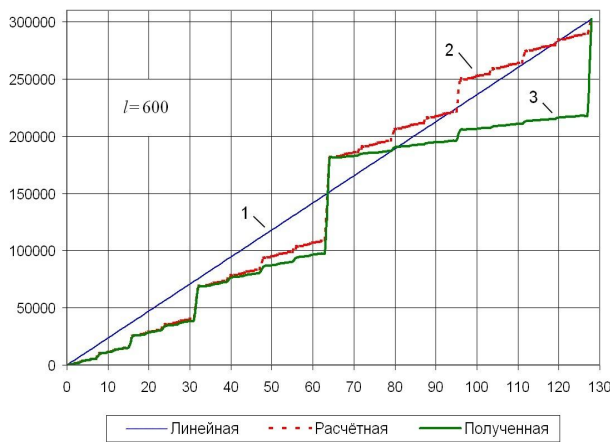


Рис.4. График зависимости количества занимаемых точек от номера оттенка при инициаторе  $l=600$

Отличия экспериментальных данных от расчётных вызваны частичным совпадением точек фрактальных кривых при наложении. Чем ближе уровень заполнения поверхности к насыщению, тем сильнее влияние этого явления.

Кривую Госпера в некотором приближении можно вписать в правильный шестиугольник, поэтому для определения параметров группировки замерим её ими. Один из возможных вариантов компоновки изображён на рисунке 5.

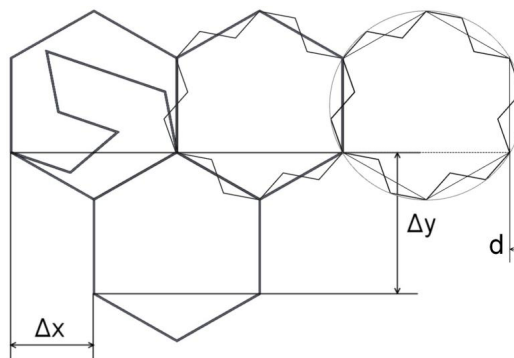


Рис. 5. Группировка фракталов в растре

Параметры расположения в зависимости от длины инициатора рассчитываются по формулам:

$$\Delta x = \frac{1}{2}, \quad \Delta y = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot l = \sqrt{3} \cdot \Delta x.$$

Для определения размера растрового изображения необходимо учесть, что фрактальное изображение не имеет ровной вертикальной границы. На более высоких уровнях приближения кривая Госпера вписывается во множество меньших правильных шестиугольников, а внешняя граница представляет собой фрактал, называемый островом Госпера (рисунок 5 слева) [4]. Инициатором для фрактального острова служит правильный шестиугольник, а генератор ломаная линия из 3-х равных отрезков.

Остров Госпера не выходит за границы окружности описанной около правильного шестиугольника-инициатора. При описанной выше компоновке фракталов в растре ширина изображения рассчитывается с учётом величины

$$d = \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{2} = \left( \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{2} \right) \cdot l.$$

Выходное растровое изображение имеет размеры  $H_{\text{rastr}} \times W_{\text{rastr}}$ :

$$H_{\text{rastr}} = \left( H_{\text{pict}} \cdot \sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{3}} \right) \cdot \frac{1}{2}$$

$$W_{\text{rastr}} = W_{\text{pict}} \cdot l + 2d = \left( W_{\text{pict}} + \frac{2}{\sqrt{3}} - 1 \right) \cdot l$$

где  $H_{\text{pict}}$  – высота исходного изображения в пикселях,  $W_{\text{pict}}$  – ширина исходного изображения в пикселях.

---

### Выводы

---

В статье рассмотрены принципы построения растра с помощью фрактальных конструкций. Исследовано влияние длины инициатора на количество отображаемых оттенков. Предложены способы увеличения числа передаваемых оттенков и улучшения линейности их градаций. Фрактальное растривание является средством защиты печатной продукции. В работе описаны некоторые способы внедрения дополнительной скрытой информации в печатную продукцию на этапе растривания изображений.

---

### Литература

1. Поляков, А.Ю. Методы и алгоритмы компьютерной графики в примерах на Visual C++ [Текст] / А.Ю. Поляков, В.А. Бруси́нцев. – СПб.: БХВ-Петербург, 2003. – 560 с.
2. Блинова, Т.А. Компьютерная графика [Текст] / Т.А. Блинова, В.П. Порев. – К.: Юниор, СПб.: КОРОНА принт, К.: Век+, 2006. – 520 с.
3. Авраменко, В.П. Формирование растровых изображений компьютерной графики с использованием фракталов / В.П. Авраменко, А.К. Парамонов, А.Д. Чибирев [Текст]. Збірник тез доповідей науково-практичної конференції «Застосування інформаційних технологій у підготовці та діяльності сил охорони правопорядку». – Харків: Академія внутрішніх військ МВС України, 24-25 березня 2011 р. – С. 50.
4. Манделъброт, Б. Фрактальная геометрия природы [Текст] / Б. Манделъброт. – М.: Институт компьютерных исследований, 2002. – 656 с.
5. Fukuda H., Shimizu M. and Nakamura G. New Gosper Space Filling Curves // Proceedings of the International Conference on Computer Graphics and Imaging (CGIM2001), – 2001, pp. 34 – 38.
6. Akiyama J., Fukuda H., Ito H. and Nakamura G. Infinite Series of Generalized Gosper Space Filling Curves // Proceedings of the 7th China-Japan conference on Discrete geometry, combinatorics and graph theory. Publisher Springer-Verlag Berlin, Heidelberg, – 2007, pp. 1 – 9.