

5. Fleming J.S. "An evaluation of techniques for stationary coded aperture three-dimensional imaging in nuclear medicine" [Текст] / J.S. Fleming, B.A. Goddard // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research – 1984. Т. 221. С. – 242 – 246.
6. Geant4: a toolkit for the simulation of the passage of particles through matter [Internet resource] / Available at: <http://geant4.cern.ch>.

Abstract

The application of systems with a coded aperture to obtain tomographic information has its pros and cons. The advantages of such systems are the high sensitivity and noise-immunity (compared, for example, with tomographs on the basis of gamma-cameras), the ability to focus on a given surface within the object, etc. The drawbacks include the near-field artifacts, which occur during the decoding of the source position and depend on the choice of a coding mask and geometric parameters of the system. In addition, the quality of the restored image is affected by the accuracy of the formation of the matrix of countability.

The article studies the impact of the interaction of gamma-radiation with a substance on the quality of the formation of the matrix of countability and, as a result, on the quality of the restored image. It describes the method of formation of the correcting processing array and its use as a way to improve the restored image

Keywords: coded apertures, decoding, software simulation modeling

Розглянута умова, при якій застосування зворотного зв'язку в системі передачі підвищує її ефективну швидкість. Для обґрунтування доцільності використання зворотного зв'язку в системі передачі з урахуванням заданих параметрів дискретного каналу запропонована методика порівняльної оцінки за допомогою еквівалентних ймовірностей помилок. Дана методика оцінки може бути використана при проектуванні адаптивної системи передачі даних

Ключові слова: система передачі, зворотний зв'язок, швидкість коду, канал, еквівалентна ймовірність помилки

Рассмотрено условие, при котором применение обратной связи в системе передачи повышает её эффективную скорость. Для обоснования целесообразности использования обратной связи в системе передачи с учётом заданных параметров дискретного канала предложена методика сравнительной оценки с помощью эквивалентных вероятностей ошибок. Данная методика оценки может быть использована при проектировании адаптивной системы передачи данных

Ключевые слова: система передачи, обратная связь, скорость кода, канал, эквивалентная вероятность ошибки

УДК 621.391

ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ ОБРАТНОЙ СВЯЗИ В СИСТЕМЕ ПЕРЕДАЧИ ДАНЫХ

В.В. Корчинский

Кандидат технических наук, доцент
Кафедра информационной безопасности и передачи
данных*

Контактный тел.: 063-631-83-77

С.И. Большаков

Аспирант

Кафедра экономики предприятия и корпоративного
управления*

Контактный тел.: 067-484-80-85

*Одесская национальная академия связи
им. А. С. Попова

ул. Кузнечная, 1, г. Одесса, Украина, 65029

1. Введение

Проблеме обеспечения достоверности передачи информации по каналам связи посвящено много работ [1, 2, 3].

По-разному решается эта задача в односторонних системах передачи данных (ПД) и системах передачи данных с обратной связью (ОС). Наличие или отсутствие обратной связи заранее предполагает при-

менение определенного алгоритма защиты от ошибок. В системах ПД без ОС исправление ошибок может осуществляться за счет многократного повторения одного и того же сообщения или путем декодирования кодовой комбинации помехоустойчивым кодом [1]. В системах ПД с ОС в основном используется помехоустойчивый код в режиме обнаружения ошибок в кодовых комбинациях с исправлением их за счет повторной передачи.

К сожалению, в существующей литературе по системам передачи данных отсутствует соответствующий теоретический материал, обосновывающий целесообразность использования обратной связи с учетом условий передачи данных по каналу связи, поэтому исследование в данном направлении является актуальным.

Целью работы является разработка критерия оценки эффективности системы передачи, характеризующего целесообразность применения в ней обратной связи (ОС) в зависимости от условий её функционирования.

2. Исследование эффективности систем передачи

Очевидно, что целесообразность применения ОС в системе передачи необходимо оценивать с учетом основных её показателей эффективности. Такими показателями является относительная эффективность скорость передачи R , которая характеризует эффективность использования дискретного канала и вероятность необнаруженной ошибки в кодовой комбинации $P_{НО}$, предназначенной для оценки достоверности передачи. Тогда эффективность использования ОС в системе ПД будет определяться с учетом выполнения условий [1]

$$\left. \begin{aligned} R_{ОС} > R_{без\ ОС} \\ P_{НО}^{ОС} \leq P_{НО}^{без\ ОС} \leq P_{НО}^3 \end{aligned} \right\}, \quad (1)$$

где $R_{ОС}$ и $R_{без\ ОС}$ – относительные эффективные скорости для систем ПД с ОС и без ОС, соответственно; $P_{НО}^{ОС}$, $P_{НО}^{без\ ОС}$ – вероятности необнаруженной ошибки в кодовой комбинации для систем ПД с ОС и без ОС, соответственно; $P_{НО}^3$ – заданная вероятность необнаруженной ошибки в кодовой комбинации.

В системе ПД без ОС относительная эффективность скорость передачи $R_{без\ ОС}$ определяется скоростью помехоустойчивого кода γ_k^u в режиме исправления ошибок

$$R_{ПД\ без\ ОС} = \gamma_k^u = \frac{k^u}{k^u + r^u} = \frac{k^u}{n^u}, \quad (2)$$

где k^u и r^u – соответственно, количество информационных и проверочных символов в кодовой комбинации (КК) в системе ПД без ОС, n^u – общее количество символов в КК.

В системе ПД с ОС относительная эффективность скорость передачи $R_{ПД\ с\ ОС}$ определяется с учетом двух показателей эффективности

$$R_{ПД\ с\ ОС} = \gamma_k^o \cdot \gamma_{пр} = \frac{k^o}{k^o + r^o} \cdot \gamma_{пр}, \quad (3)$$

где $\gamma_k^o = \frac{k^o}{k^o + r^o} = \frac{k^o}{n^o}$ – скорость кода в системе ПД с ОС; r^o – количество проверочных символов; $\gamma_{пр}$ – коэффициент приема, учитывающий алгоритм работы системы ПД с ОС, а также характер и интенсивность ошибок в дискретном канале.

Как видно из (2) и (3), на эффективную скорость передачи влияет длина проверочной части помехоу-

стойчивого кода, которая зависит от его корректирующей способности. Известно [1], что число проверочных разрядов r связано с кодовым расстоянием d_0 . Кодовое расстояние будет тем больше, чем больше избыточность кода и чем равномернее распределены расстояния между разрешенными кодовыми комбинациями. Граница Варшавова-Гильберта определяет нижнюю границу для r и d_0 [1]

$$2^{r_{min}} > 1 + \sum_{i=1}^{d_0-2} C_{n-1}^i, \quad (4)$$

где C_{n-1}^i – число сочетаний из $n-1$ элементов по i элементов. В табл. 1 приведены примеры циклических кодов с различной корректирующей способностью.

Так для исправления ошибок в канале с кратностью $t_n = 2$ требуется код с параметрами $n=15$, $k=7$, $r=8$, $d=5$ (табл. 1, строка № 2), а для обнаружения ошибок с той же кратностью $t_o = 2$ потребуется меньшее количество проверочных символов $r=4$, так как кодовое расстояние в этом случае тоже будет меньше $d=3$ (табл. 1, строка № 1). Для рассматриваемого случая $\gamma_k^u = 0,47$, а для $\gamma_k^o = 0,73$. Следовательно, для заданной достоверности передачи данных режим исправления ошибок потребует большей избыточности помехоустойчивого кода по сравнению с режимом обнаружения ошибок, поэтому

$$\gamma_k^o > \gamma_k^u. \quad (5)$$

Таблица 1

Параметры корректирующих кодов

№	n	k	r	d ₀	γ _k
1	15	11	4	3	0,73
2	15	7	8	5	0,47
3	15	5	10	7	0,33
4	31	26	5	3	0,84
5	31	21	10	5	0,68
6	31	16	15	7	0,52
7	31	11	20	11	0,35
8	31	6	25	15	0,19
9	511	484	27	7	0,947
10	511	385	126	14	0,753

Если в системе ПД без ОС необходимо исправить ошибки кратности $t_{н\ без\ ОС}$, тогда потребуется минимальное кодовое расстояние

$$d_{0\ без\ ОС} = 2t_{н\ без\ ОС} + 1 \quad (6)$$

Для таких же условий передачи в системе ПД с обнаружением ошибок потребуется код с меньшим минимальным кодовым расстоянием $d_{0\ ОС}$

$$d_{0\ ОС} = t_{о\ ОС} + 1 = t_{н\ ОС} + 1 < d_{0\ без\ ОС}, \quad (7)$$

т.е. $t_{о\ ОС} = t_{н\ без\ ОС}$, где $t_{о\ сн}$ – кратность обнаружения ошибок.

В системе с обратной связью, кроме избыточности помехоустойчивого кода необходимо учитывать также избыточность, возникающей из-за повторения кодовых комбинаций, в которых была обнаружена ошибка.

Поэтому для дальнейшей оценки целесообразности применения ОС необходимо исследовать степень влияния интенсивности и характера распределения ошибок в дискретном канале на параметр γ_{np} .

В качестве объекта исследования рассмотрим систему ПД с решающей обратной связью (РОС) и непрерывной передачей (РОС_{нп}) [2], использующую линейный (n, k) код с обнаружением ошибок кратности не выше $2t_n$, где t_n – число исправляемых кодом ошибок.

Вероятность необнаруженной ошибки $P_{НО}^{OC}(n)$ и вероятность стирания в кодовом слове n определены как

$$\left. \begin{aligned} P_{НО}^{ПД\ c\ OC}(n) &= 2^{k-n} P(\geq 2t_n + 1, n) \\ P_{СТ}^{ПД\ c\ OC}(n) &= P(\geq 1, n) - P_{НО}^{OC}(n) \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

В системе ПД с РОС_{нп} относительная эффективная скорость передачи R определяется по формуле [2]

$$R_{OC} = \gamma_k^o \cdot \gamma_{np} = \frac{k_o}{n_o} \cdot \frac{1 - P_{СТ}^{OC}(n)}{1 + (M-1) \cdot P_{СТ}^{OC}(n)}, \quad (9)$$

где M – количество повторяемых кодовых слов.

С учетом (3) и (5) система ПД с РОС_{нп} будет эффективнее системы ПД без ОС, если выполняется условие

$$\gamma_k^o \cdot \gamma_{np} > \gamma_k^H. \quad (10)$$

С учетом количества информационных элементов и общей длины кодовой комбинации можно записать условие целесообразности применения обратной связи

$$\gamma_{np} > \frac{k_n \cdot n_o}{n_n \cdot k_o}. \quad (11)$$

Если предположить, что общее количество информационных символов в кодовой комбинации одинаково, т.е. $k_n = k_o = k$, тогда условие (11) упрощается и сводится к виду

$$\gamma_{np} > \frac{n_o}{n_n} = \frac{k + r_o}{k + r_n}, \quad (12)$$

где r_n и r_o – число проверочных символов для систем ПД без ОС и с ОС, соответственно. При этом $r_n > r_o$.

Рассмотрим канал с группированием ошибок. Для этого будем использовать модель Пуртова, согласно которой вероятность появления в n-значной кодовой комбинации хотя бы одной ошибки равна

$$p(\geq 1; n) = p_0 n^{1-\alpha}, \quad (13)$$

где α – коэффициент группирования ошибок; p_0 – общая вероятность ошибки единичного элемента.

Рассмотрим граничные состояния дискретного канала, по которым можно оценить эффективность обратной связи в системе передачи в каждом конкретном случае.

С уменьшением вероятности ошибочных элементов $p_0 \rightarrow 0$ количество искаженных кодовых комбинаций уменьшается и вероятность $P_{СТ}(n) \rightarrow 0$, тогда

$$\lim_{\substack{P_{СТ}(n) \rightarrow 0 \\ p_0 \rightarrow 0}} \gamma_{np} = \frac{1 - P_{СТ}(n)}{1 + P_{СТ}(n) \cdot (M-1)} \rightarrow 1. \quad (14)$$

Эффективная скорость в системе ПД с РОС_{нп} в этом случае будет максимальной и ограничена значением скорости кода

$$R_{max} = \gamma_k = \frac{k}{n}, \quad (15)$$

С ухудшением качества канала, например, $\alpha \rightarrow 0$ и $p_0 \rightarrow 1$ в системе ПД с ОС увеличивается число запросов на повторение кодовых комбинаций с обнаруженными ошибками, поэтому $\gamma_{np} \rightarrow 0$, а система переходит в режим «зацикливания», т.е. становится неработоспособной. Влияние группирования ошибок α на вероятность $P(\geq 1, n)$ показано на рис. 1.

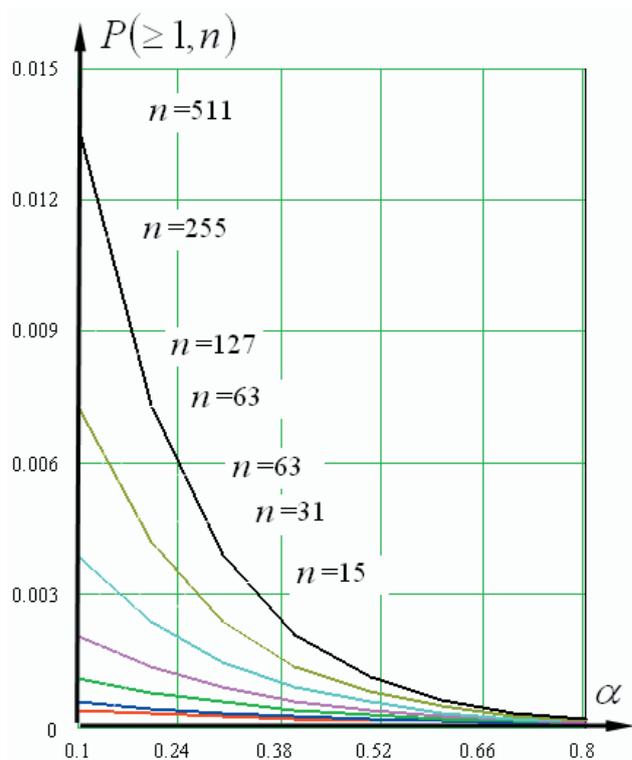


Рис. 1. Зависимость $P(\geq 1, n)$ от α при $p_0 = 5 \cdot 10^{-4}$

В системе с исправлением ошибок за счет корректирующего кода часть искаженных кодовых комбинаций будут исправляться. Можно предположить, что в этом случае при определенном уровне помех и характере их распределения более эффективной будет система ПД без ОС.

Для оценки эффективности оцениваемых систем будем использовать эквивалентную вероятность ошибочного элемента p_s , которая показывает, какой должна быть эта величина, чтобы выполнялось условие

$$P(\geq 1, k) = P(\geq t_{o/n} + 1, n), \quad (16)$$

где $P(\geq 1, k)$ – вероятность искажения кодовой комбинации (КК) из k информационных элементов; $P(\geq t_{o/n}, n)$ – вероятность искажения КК из n элемен-

тов, при условии, что $t_{o/i}$ ошибок обнаруживаются или исправляются. Запишем условие (16) с учетом (13)

$$p_o k^{1-\alpha} = p_o \left(\frac{n}{t_{o/i} + 1} \right)^{1-\alpha} \quad (17)$$

Из (17) определим эквивалентную вероятность ошибочного элемента для системы с исправлением ошибок корректирующим кодом

$$P_{эи} = P_o \left(\frac{n_i}{k_i \cdot (t_i + 1)} \right)^{1-\alpha} \quad (18)$$

Для системы с обнаружением ошибок эквивалентная вероятность ошибочного элемента

$$P_{эо} = P_o \left(\frac{n_o}{k_o \cdot (t_o + 1)} \right)^{1-\alpha} \quad (19)$$

где соотношение

$$\frac{n_o}{k_o} = \chi_{и} \quad (20)$$

является избыточностью используемого помехоустойчивого кода. Однако, в формуле (19) не учтена избыточность, возникающая из-за повторной передачи кодовых блоков в системе с ОС. Из (9) для системы РОС_{нп} избыточность повторения $\chi_{и}$ определим как величину обратную $\gamma_{пр}$, тогда

$$\chi_{и} = \frac{1}{\gamma_{пр}} = \frac{1 + (M-1) \cdot P_{СТ}^{OC}(n)}{1 - P_{СТ}^{OC}(n)} \quad (21)$$

Запишем выражение (19) с учетом (20) и (21)

$$P_{эо} = P_o \left(\frac{\chi_o \cdot \chi_{и}}{t_o + 1} \right)^{1-\alpha} \quad (22)$$

Очевидно, что при одном и том же требовании на достоверность передачи эффективнее будет система с меньшей эквивалентной вероятностью. Тогда система с ОС будет эффективнее, чем система без ОС при выполнении условия

$$P_{эо} < P_{эи} \quad (23)$$

На основе полученного условия (23) и выражений (21) и (22) рассмотрим пример по оценке целесообразности использования ОС. В табл. 2 приведены результаты исследований двух систем ПД:

- без обратной связи;
- с РОС_{нп}.

Расчеты показателей эффективностей $P_{эи}$, $P_{эо}$ и R_{OC} выполнены для канала с $p_o = 4,0 \cdot 10^{-4}$ при различных коэффициентах группирования ошибок $\alpha = 0,1; 0,2; \dots; 0,7$. В обеих системах используются одинаковые длины кодовых комбинаций $n_i = n_o = 511$, а исправляющая способность кода в системе без ОС совпадает с обнаруживающей способностью кода в системе ПД с РОС_{нп}, т.е. $t_i = t_o = 6$. Такой подбор параметров помехоустойчивых кодов обеспечит системам ПД одинаковую достоверность передачи и корректную сравнительную оценку.

Очевидно, что кодовая скорость в системе без ОС будет меньше, чем в системе с ОС: $\gamma_{ки} = 0,753$, $\gamma_{ко} = 0,947$.

Примечание. Знак «<>» – означает, что эффективнее будет система ПД с РОС_{нп}; знак «>>» – эффективнее система ПД с ОС

На рис. 2 показана зависимость $P_{эо}$ от $R_{OC}(\alpha)$. Влияние α на $P_{эи}$ и $P_{эо}$ отображено на рис. 3.

При $\alpha > 0,23$ эффективнее будет система с обратной связью, так как в этом случае выполняется условие (23) и обеспечивается большая эффективная скорость $R_{OC} > R_{и} = \gamma_{к} = 0,753$, чем в системе без ОС. Однако, при $\alpha < 0,23$ сказывается влияние достаточного большого числа запросов на повторение искаженных КК, поэтому $P_{эо} > P_{эи}$, $R_{OC} < R_{и} = \gamma_{к}$ и более эффективной будет система без обратной связи с исправлением ошибок при декодировании.

Таблица 2

Сравнительная характеристика систем ПД

Система ПД	без ОС					с РОС _{нп}					Оценка системы
	Параметры кода										
Параметры канала	n_i	k_i	$d_{0и}$	t_i	$R_{и} = \gamma_{к}$	n_o	k_o	d_0	t_o	$\gamma_{к}$	
	511	385	14	6	0,753	511	484	7	6	0,947	
P_o	4,0 · 10 ⁻⁴										
α	$P_{эи}$					$\gamma_{пр}$	R_{OC}	$P_{эо}$	$P_{эо} < P_{эи}$		
0,7	2,429 · 10 ⁻⁴					0,987	0,935	2,277 · 10 ⁻⁴	<		
0,6	2,057 · 10 ⁻⁴					0,976	0,925	1,895 · 10 ⁻⁴	<		
0,5	1,742 · 10 ⁻⁴					0,956	0,906	1,588 · 10 ⁻⁴	<		
0,4	1,475 · 10 ⁻⁴					0,921	0,872	1,351 · 10 ⁻⁴	<		
0,3	1,249 · 10 ⁻⁴					0,860	0,815	1,182 · 10 ⁻⁴	<		
0,2	1,058 · 10 ⁻⁴					0,762	0,722	1,094 · 10 ⁻⁴	>		
0,1	8,956 · 10 ⁻⁵					0,619	0,586	1,122 · 10 ⁻⁴	>		

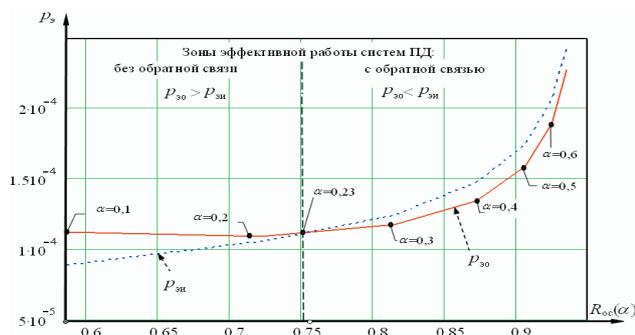


Рис. 2. Оценка целесообразности использования обратной связи по эквивалентной вероятности ошибочного элемента и эффективной скорости передачи

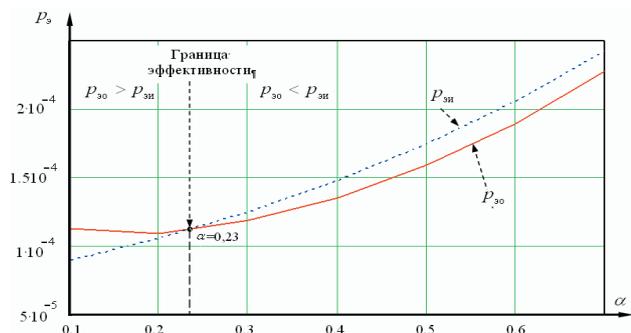


Рис. 3. Зависимость эквивалентной вероятности ошибочного элемента от коэффициента группирования ошибок

3. Выводы

1. Для обоснования целесообразности использования ОС в системе ПД с учётом заданных параметров канала предложена методика сравнительной оценки с помощью эквивалентных вероятностей ошибок: выражения (21), (22) и условие (23).

2. Предложенная методика сравнительной оценки может быть использована при проектировании адаптивной системы ПД, в которой предусмотрена перед началом сеанса передачи по результатам тестирования качества дискретного канала процедура выбора оптимального режима работы устройства защиты от ошибок: исправление ошибок в КК или их обнаружение с запросом на повторную передачу КК.

Литература

1. Мамедов, Н.С. Салманов. Повышение эффективности блочного кодирования при работе по нестационарным каналам связи. Под редакцией д.т.н. проф. Н.В. Захарченко – Баку «ЭЛМ», 2009, 362 стр.
2. Пуртов Л.П., Замрий А.С., Захаров А.И., Охорозин В.М. Элементы теории передачи данных дискретной информации. – М.: Связь, 1972. – 232 с.
3. Захарченко В.Н., Корчинский В.В. Исследование эффективности систем передачи данных с РОС // 36. Научных праць УДАЗ ім. О.С. Попова. – Одеса, 1997. – С. 17-21.

Abstract

The presence or absence of feedback presupposes the use of a certain algorithm of error protection. In data transmission systems without feedback the error correction in code combinations is performed during the decoding for the account of the checksum of noise combating code or multiple repetition of the same message. In the feedback transmission systems, the noise combating code is used in the mode of errors detection in the code combinations with their correction through retransmission.

Unfortunately, the existing literature on transmission systems does not provide corresponding theoretical material, which justifies the utility of the feedback taking into consideration the conditions of data transmission through the communication channel, so research in this area is important.

The article considers the condition, under which the use of feedback in the transmission system increases its effective transfer rate. In order to justify the use of feedback in the data transmission system with the set parameters of discrete channel, the method of comparative evaluation by means of equivalent error probabilities was suggested. This method of evaluation can be used to control the modes of the adaptive data transmission system

Keywords: transmission system, feedback, code rate, channel, equivalent error probability