

*Аналізується похибка дво-
степенного диференційного
поплавкового гіроскопа під дією
N-хвилі в режимі подолання зву-
кового бар'єру. Визначається
зсув нуля і похибка інерціаль-
ного сенсора при льотній експлуа-
тації*

*Ключові слова: поплавковий
гіроскоп, ударна хвиля*

*Анализируется погрешность
двухстепенного дифференциру-
ющего поплавкового гироскопа
под действием N-волны в режи-
ме преодоления звукового барье-
ра. Определяется сдвиг нуля и
погрешность инерциального сен-
сора при летной эксплуатации*

*Ключевые слова: поплавковый
гироскоп, ударная волна*

N-ВОЛНА И ПОГРЕШНОСТИ ДВУХСТЕПЕННОГО ИНЕРЦИАЛЬНОГО СЕНСОРА В УСЛОВИЯХ QUASI – ГАРМОНИЧЕСКОЙ СИНХРОННОЙ КАЧКИ

В. Н. Мельник

Доктор технических наук, профессор*

В. В. Карачун

Доктор технических наук, профессор*

*Кафедра биотехники и инженерии

Национальный технический университет Украины

«Киевский политехнический институт»

пр. Победы, 37, г. Киев, Украина, 03056

Контактный тел.: (044) 454-94-51

E-mail: karachun11@i.ua

1. Введение

Исследования относятся к области прикладной механики и посвящены изучению некоторых особенностей летной эксплуатации гиперзвуковых летательных аппаратов.

Предметом изучения выступают инерциальные сенсоры автономного позиционирования летательных аппаратов, главное достоинство которых состоит в способности определять положение фюзеляжа без связи с внешними навигаторами, например, Глобальными или Региональными спутниковыми навигационными системами. Это свойство выделяет гироскопические приборы в особую, не имеющую аналогов, группу и очерчивает их возможности не только как средств навигации, но и как пилотажных приборов.

2. Анализ состояния проблемы и постановка задачи исследований

Двухстепенной дифференцирующий гироскоп в поплавковом исполнении нашел достаточно широкое применение на летательных аппаратах различного класса и средств базирования как пилотажный прибор в блоке демпфирующих гироскопов (БДГ) и как навигационный прибор в составе командно-измерительного комплекса ЛА. Такое внимание со стороны авиаторов обусловлено не только высокими точностными характеристиками поплавковых приборов, но и сверхнадежностью при эксплуатации благодаря жидкостатическому подвесу гироагрегата в тяжелой фтор- или хлорорганической жидкости с удельным весом

в два с половиной раза превышающим удельный вес воды [1, 2].

Вместе с тем, то что было хорошо для относительно малых скоростей ЛА, стало крайне опасным при гиперзвуковых скоростях, до 20 М. Речь идет о жидкостатическом подвесе, который является прекрасным транслятором проникающего акустического воздействия в виде ударной N-волны [3, 4, 5, 6].

Проходящая внутрь прибора мощная N-волна генерирует в подвесе множество форм колебаний, в том числе резонансных [7]. Упруго-напряженное состояние подвеса приводит к погрешности гироскопа, воспринимающего это состояние как входной сигнал.

Раскрытию природы этого явления в условиях качающего фюзеляжа ЛА посвящены исследования авторов, предлагаемые вниманию читателей, и имеющие целью математическое описание наиболее опасного проявления гиперзвукового полета – преодоление звукового барьера – в виде возникающих дополнительных погрешностей инерциальных сенсоров, порожденных этим явлением.

3. Поплавковый подвес гироскопа с нулевой гауссовой кривизной

Если принять, что колебания фюзеляжа ЛА происходят по закону

$$\theta(t) = \rho_\theta \sin(vt + \delta_\theta);$$

$$\psi(t) = \rho_\psi \sin(vt + \delta_\psi);$$

$$\omega_{iy} = \omega_y = v\rho_\varphi \cos(vt + \delta_\varphi),$$

т.е. имеет место *синхронная* качка частоты ν , то первые три слагаемые правой части уравнения возмущенного движения подвижной части

$$\ddot{\beta}_1 + 2h\dot{\beta}_1 + n^2\beta_1 = r\omega_{1x} - q\omega_{1y} - \dot{\omega}_{1z} - q(\omega_1^a + \omega_2^a - \omega_3^a) + (\dot{\omega}_{\psi 1}^a - \dot{\omega}_{\psi 2}^a - \dot{\omega}_{\psi 1}^a - \dot{\omega}_{\psi 2}^a) \quad (1)$$

в раскрытой форме примут вид –

$$\begin{aligned} r\omega_{1x} - q\omega_{1y} - \dot{\omega}_{1z} &= r[v\rho_\theta \cos(vt + \delta_\theta) - \omega_0\rho_\psi \sin(vt + \delta_\psi)] - \\ &- q\nu\rho_\phi \cos(vt + \delta_\phi) + \rho_\psi \nu^2 \sin(vt + \delta_\psi) - \omega_0\rho_\theta \sin(vt + \delta_\theta) = \quad (2) \\ &= (r - \omega_0)\nu\rho_\theta \cos(vt + \delta_\theta) - (r\omega_0 - \nu^2)\rho_\psi \sin(vt + \delta_\psi) - \\ &- q\nu\rho_\phi \cos(vt + \delta_\phi), \end{aligned}$$

а частное решение $\tilde{\beta}_1^k$, обусловленное только качкой летательного аппарата, как и следовало ожидать, отобразит вынужденные гармонические колебания поплавок частоты ν относительно равновесного положения $\beta = \beta_0$:

$$\tilde{\beta}_1^k = \left[(n^2 - \nu^2)^2 + 4h^2\nu^2 \right]^{\frac{1}{2}} \left[(r - \omega_0)\nu\rho_\theta \cos(vt + \delta_\theta - \epsilon) - (r\omega_0 - \nu^2)\rho_\psi \sin(vt + \delta_\psi - \epsilon) - q\nu\rho_\phi \cos(vt + \delta_\phi - \epsilon) \right].$$

Теперь обратимся к определению частного решения $\tilde{\beta}_1^a$, которое соответствует дополнительному отклонению подвижной части подвеса относительно своей оси, вызванного действием ударной *N-волны*. В уравнении (2) это соответствует двум последним слагаемым в правой части

$$\begin{aligned} &-q(\omega_1^a + \omega_2^a - \omega_3^a) + (\dot{\omega}_{\psi 1}^a - \dot{\omega}_{\psi 2}^a - \dot{\omega}_{\psi 1}^a - \dot{\omega}_{\psi 2}^a) = \\ &= -q[Q_{11}(\dot{\theta} - \omega_0\psi)\cos\omega_1 t + Q_{21}\omega_{1y}\cos\omega_1 t + \\ &+ Q_{31}(\dot{\psi} - \omega_0\theta)\cos\omega_1 t] + [Q_{41}(\dot{\theta} - \omega_0\psi)\cos\omega_1 t - \\ &- Q_{51}\omega_{1y}\cos\omega_1 t - Q_{61}(\dot{\theta} - \omega_0\psi)\cos\omega_1 t - Q_{71}\omega_{1y}\cos\omega_1 t] = \quad (3) \\ &= \frac{1}{2}\nu[C_1\rho_\theta + \rho_\phi(qQ_{21} - Q_{51} - Q_{71}) - \rho_\psi qQ_{31}]\cos(\nu - \omega_1)t + \\ &+ \frac{1}{2}\nu[C_1\rho_\theta + \rho_\phi(qQ_{21} - Q_{51} - Q_{71}) - \rho_\psi qQ_{31}]\cos[(\nu + \omega_1)t + 2\delta] + \\ &+ \frac{1}{2}\omega_0(-C_1\rho_\psi + qQ_{31}\rho_\theta)\sin(\nu - \omega_1)t + \\ &+ \frac{1}{2}\omega_0(-C_1\rho_\psi + qQ_{31}\rho_\theta)\sin[(\nu + \omega_1)t + 2\delta] = \tilde{\beta}_{11}^a + \tilde{\beta}_{12}^a + \tilde{\beta}_{13}^a + \tilde{\beta}_{14}^a, \end{aligned}$$

здесь $C_1 = (-qQ_{11} + Q_{41} - Q_{61}) =$
 $= \left(-\frac{R}{B}\omega_0 \sin 2\beta_0 + \frac{H}{B} \cos 2\beta_0 \right) Q_{11} + Q_{41} - Q_{61}.$

Частные решения $\tilde{\beta}_{1i}^a$ уравнения (2) примут вид:

$$\tilde{\beta}_{11}^a = \frac{1}{2}\nu[C_1\rho_\theta + \rho_\phi(qQ_{21} - Q_{51} - Q_{71}) - \rho_\psi qQ_{31}] \times \left\{ [n^2 - (\nu - \omega_1)^2]^2 + 4h^2(\nu - \omega_1)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \cos[(\nu - \omega_1)t - \epsilon_{11}]; \quad (4)$$

$$\tilde{\beta}_{12}^a = \frac{1}{2}\nu[C_1\rho_\theta + \rho_\phi(qQ_{21} - Q_{51} - Q_{71}) - \rho_\psi qQ_{31}] \times \left\{ [n^2 - (\nu + \omega_1)^2]^2 + 4h^2(\nu + \omega_1)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \times \cos[(\nu + \omega_1)t + 2\delta - \epsilon_{12}]; \quad (5)$$

$$\tilde{\beta}_{13}^a = \frac{1}{2}\omega_0(-C_1\rho_\psi + q\rho_\theta Q_{31}) \times \left\{ [n^2 - (\nu - \omega_1)^2]^2 + 4h^2(\nu - \omega_1)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \sin[(\nu - \omega_1)t - \epsilon_{13}]; \quad (6)$$

$$\tilde{\beta}_{14}^a = \frac{1}{2}\omega_0(-C_1\rho_\psi + q\rho_\theta Q_{31}) \times \left\{ [n^2 - (\nu + \omega_1)^2]^2 + 4h^2(\nu + \omega_1)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \times \sin[(\nu + \omega_1)t + 2\delta - \epsilon_{14}]. \quad (7)$$

Очевидно, что эти составляющие пополняют спектр колебаний выходного сигнала поплавокowego гироскопа разностной $(\nu - \omega_1)$ и суммарной частотой $(\nu + \omega_1)$.

Но не это представляет наибольший интерес. Составляющие $\tilde{\beta}_{11}^a$ и $\tilde{\beta}_{13}^a$ имеют периодические функции разностной частоты $(\nu - \omega_1)$, что дает возможность для более глубокого изучения явления. Смысл этого утверждения состоит в том, что при равенстве нулю аргумента, периодическая функция $\cos(\nu - \omega_1)$ обращается в единицу, а функция $\sin(\nu - \omega_1)$ обращается в единицу при наступлении равенства аргумента величине $\frac{\pi}{2}$. Это значит, что на частотах звукового излучения

$$\omega_1 = \nu + k\pi, \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

в первом случае наступает равенство частот качки ν и звукового поля ω_1 и слагаемое $\tilde{\beta}_{11}^a$ формирует постоянные составляющие сигнала прибора, т.е. имеется систематическая погрешность на частотах

$$\begin{aligned} \omega_1 &= \nu; \\ \omega_1 &= \nu + \pi; \\ \omega_1 &= \nu + 2\pi; \\ \omega_1 &= \nu + 3\pi \quad \omega_1 = \dots \end{aligned} \quad (8)$$

Аналогично для $\tilde{\beta}_{13}^a$. Систематическая составляющая погрешности от звукового воздействия появляется на частотах

$$\omega'_1 = v - \frac{1}{2}\pi; \omega'_1 = v + \frac{\pi}{2}; \omega'_1 = v + \frac{3}{2}\pi; \omega'_1 = v + \frac{5}{2}\pi \omega'_1 = \dots \quad (9)$$

Представляет практический интерес анализ природы появления систематического *сдвига нуля* у полуплавающего гироскопа под действием проникающего акустического излучения.

Для этого следует принять величину измеряемой угловой скорости ω_0 равной нулю, соответствующий ей угол поворота подвижной части β_0 также положить равным нулю, т.е. обеспечить выполнение условий

$$\omega_0 = 0; \beta_0 = 0.$$

Из (3) получаем:

$$\begin{aligned} (\tilde{\beta}_1^a)_{\text{сист.}} &= \frac{\tilde{\beta}_{11}^a}{2n^2} = \\ &= \frac{v \cos \epsilon_{11}}{2n^2} [C_1 \rho_\theta + \rho_\phi (q Q_{21} - Q_{51} - Q_{71}) - \rho_\psi q Q_{31}], \end{aligned} \quad (10)$$

причем

$$\begin{aligned} C_1 &= -q Q_{11} + Q_{41} - Q_{61}; \quad q = \frac{H}{B}; \\ Q_{11} &= \frac{4\pi h I_z \omega_1 a_1^{(1)}}{HR_0}; \quad Q_{41} = \frac{8h I_z \omega_1^2 c_1^{(1)}}{3HR_0}; \\ Q_{61} &= \frac{8h I_z \omega_1^2 b_1^{(1)}}{3HR_0}; \quad Q_{21} = \frac{4\pi h I_z \omega_1 a_1^{(2)}}{HR_0}; \\ Q_{51} &= Q_{41}; \quad Q_{71} = \frac{8h I_z \omega_1^2 b_1^{(2)}}{3HR_0}; \\ Q_{31} &= \frac{8h I_z \omega_1' c_1^{(2)}}{HR_0}; \quad n^2 = \frac{c}{B}. \end{aligned}$$

Тогда, сдвиг нуля определяется выражением

$$\begin{aligned} (\tilde{\beta}_1^a)_{\text{сист.}} &= \langle \tilde{\beta}_{11}^a \rangle = \frac{v B \cos \epsilon_{11}}{2c} \times \\ &\times \left\{ \rho_\theta \left[\left(-\frac{H}{B} \frac{4\pi h I_z \omega_1 a_1^{(1)}}{HR_0} \right) + \frac{8h I_z \omega_1^2 c_1^{(1)}}{3HR_0} - \frac{8h I_z \omega_1^2 b_1^{(1)}}{3HR_0} \right] + \right. \\ &+ \rho_\phi \left[\frac{H}{B} \frac{4\pi h I_z \omega_1 a_1^{(2)}}{HR_0} - \frac{8h I_z \omega_1^2 c_1^{(2)}}{3HR_0} - \frac{8h I_z \omega_1^2 b_1^{(2)}}{3HR_0} \right] - \\ &\left. - \rho_\psi \frac{H}{B} \frac{8h I_z \omega_1' c_1^{(2)}}{HR_0} \right\} = \\ &= \left\langle \frac{4v h I_z \cos \epsilon_{11}}{3c R_0} \left[\rho_\theta \left(-6\omega_1 a_1^{(1)} + \frac{B}{H} \omega_1^2 c_1^{(1)} - \frac{B}{H} \omega_1^2 b_1^{(1)} \right) + \right. \right. \\ &\left. \left. + \rho_\phi \left(6\omega_1 a_1^{(2)} - \frac{B}{H} \omega_1^2 c_1^{(2)} - \frac{B}{H} \omega_1^2 b_1^{(2)} \right) - 3\rho_\psi \omega_1' c_1^{(2)} \right] \right\rangle, \end{aligned}$$

$$\omega_1 = v + \ell_1 \pi \quad (\ell_1 = 0, 1, 2, \dots);$$

$$\omega_1 = v + (-1 + \ell_2) \frac{\pi}{2},$$

$$(\ell_2 = 0, 2, 4, 6, \dots).$$

Систематическая погрешность при измерении угловой скорости из-за сдвига нуля под действием акустического излучения для малых углов β_0 может быть вычислена по формуле [8]:

$$\begin{aligned} \Delta \omega^a &= \frac{c}{H(1+N_1) + B(N_2 + N_3)} (\tilde{\beta}_1^a)_{\text{сист.}} = \\ &= \frac{4v h I_z \cos \epsilon_{11}}{3R_0 [H(1+N_1) + B(N_2 + N_3)]} \left[\rho_\theta \left(-6\omega_1 a_1^{(1)} + \frac{B}{H} \omega_1^2 c_1^{(1)} - \right. \right. \\ &\left. \left. - \frac{B}{H} \omega_1^2 b_1^{(1)} \right) + \rho_\phi \left(-6\omega_1 a_1^{(2)} - \frac{B}{H} \omega_1^2 c_1^{(2)} - \frac{B}{H} \omega_1^2 b_1^{(2)} \right) - \right. \\ &\left. - 3\rho_\psi \omega_1' c_1^{(2)} \right], \end{aligned} \quad (11)$$

где

$$N_1 = \frac{4\pi I_z \omega_1}{HR_0} a_1^{(2)} z^2 (1-z)^2 \sin z; \quad N_2 = \frac{8I_z \omega_1^2}{3HR_0} c_1^{(1)} z^4 (1-z)^4 \cos z;$$

$$N_3 = \frac{8I_z \omega_1^2}{3HR_0} b_1^{(2)} z^2 (1-z)^2 \sin z;$$

Таким образом, погрешность измерений угловой скорости будет определяться суммой погрешности, вызванной угловым движением летательного аппарата $\Delta \omega^k$, и погрешности от влияния проникающего акустического излучения $\Delta \omega^a$, т.е.

$$\begin{aligned} \Delta \omega &= \Delta \omega^k + \Delta \omega^a = \\ &= \frac{cz}{2Bn} \rho_\theta \rho_\psi \sin(\delta_\theta - \delta_\psi) + \frac{cHz^2}{2B^2 n^2} \rho_\theta \rho_\phi \cos(\delta_\phi - \delta_\theta - \epsilon) + \\ &+ \frac{4v h I_z \cos \epsilon_{11}}{3R_0 [H(1+N_1) + B(N_2 + N_3)]} \left[\rho_\theta \left(-6\omega_1 a_1^{(1)} + \frac{B}{H} \omega_1^2 c_1^{(1)} - \right. \right. \\ &\left. \left. - \frac{B}{H} \omega_1^2 b_1^{(1)} \right) + \rho_\phi \left(-6\omega_1 a_1^{(2)} - \frac{B}{H} \omega_1^2 c_1^{(2)} - \frac{B}{H} \omega_1^2 b_1^{(2)} \right) - 3\rho_\psi \omega_1' c_1^{(2)} \right], \end{aligned} \quad (12)$$

где

$$z = \frac{v}{n}; \quad n - \text{частота синхронной качки.}$$

4. Выводы

Проведенные исследования позволяют сделать важный для практики летной эксплуатации гиперзвуковых летательных аппаратов вывод о появлении дополнительных погрешностей у приборов инерциальной навигации в режиме преодоления звукового барьера.

Подчеркивается, что акустическая вибрация поверхности подвеса гироскопа при угловом движении фюзеляжа ЛА порождает Эйлеровы силы инерции, которые служат первопричиной появления погрешностей гироскопов на гиперзвуковых скоростях.

Литература

1. Ригли, У., Холлистер, У., Денхард, У. Теория, проектирование и испытания гироскопов [Текст]: пер. с англ. – М.: Мир, 1972. – 416 с.
2. Ягодкин, В.В. Гироскопические приборы баллистических ракет [Текст]: моногр. / В.В. Ягодкин, Г.А. Хлебников. – М.: Воениздат, 1967. – 216 с. – Библиогр.: с. 212-213.
3. Карачун, В.В. О перемещении абсолютно твердой оболочки под воздействием внешней акустической волны давления [Текст]/ В.В. Карачун, В.С. Мартыненко // Докл. АН УССР. Сер. А. – 1991.- № 3. – С. 42-45.
4. Дидковский, В.С. О напряженно-деформированном состоянии упругой цилиндрической оболочки при акустическом воздействии [Текст]/ В.С. Дидковский, В.В. Карачун // Пробл. прочности. -1991. -№4 . С.43-47.
5. Карачун, В.В. Методы расчета динамических систем [Текст];/ моногр. / В.В. Карачун, В.С. Дидковский. – К.: Будивальник, 1992. – 112с. – Библиогр.: с. 108-110. – ISBN 5-7705-0517-6.
6. Мельник, В.Н., Пассивная изоляция акустического излучения [Текст]/ В.Н. Мельник, Е.А. Кладун, В.В. Карачун // Авіаційно-космічна техніка і технологія. – 2008. - № 8(55). – С. 99-102.
7. Мельник, В.Н. Влияние плавучести подвеса на динамику гироскопа [Текст]/ В.Н. Мельник, В.В. Карачун // MATERIALY V MIEDZINARODOWEJ NAUKOWI-PRAKTYCZNEJ KONFERENCJI “STRATEGICZNE PYTANIA SWIATOWEJ NAUKI - 2009”, 07-15 lutego 2009 roku, Valume 11, Techniczne nauki.: Prremys'l, «Nauka I stulia», 2009, - Str. 54-56.
8. Карачун, В.В. Влияние дифракционных эффектов на инерциальные сенсоры гиросtabilизированной платформы (Трехмерная задача) [Текст]/ В.В. Карачун, В.М. Мельник // Прикл. механика. -2012. - Т.48, №4. –С.118-125.

Abstract

The article reveals the nature of the effect of N-waves on the two-degree differentiative gyroscope in the mode of breaking the sound barrier in order to determine the additional errors of kinematical inertial sensors during the flight operation. Attention is focused on the kinematical errors of the device, which are caused due to synchronous rolling of fuselage, as well as on the aural errors caused by a shock N-wave during the sound barrier breaking. It was shown that the angular motion of fuselage emphasizes the generated acoustic vibration of the gyroscope suspension. As a result, an intense-elastic condition arises, which is perceived as the input value, and which serves as an additional acoustic error.

In the frameworks of the precessional theory, under the assumption of absence of the circulation of aircraft, the systematic error of angular positioning of the aircraft is determined, due to the emerging zero drift of gyroscope under the powerful shock N-wave of hypersonic aircraft.

These results serve as a scientific basis to further improvement of the positioning accuracy of moving objects by autonomous means based on inertial instruments. Analytical description of the nature of the influence of N-waves on the elastic structures of on-board equipment increases the possibilities of deep and comprehensive analysis of hypersonic technologies during the flight operation

Keywords: floating gyroscope, shock wave