

20. Могила, І. А. Вплив параметрів мурашиного алгоритму на розв'язок задачі комівояжера [Текст] / І. А. Могила, І. І. Лобач, О. А. Якимець // Східно-Європейський журнал передових технологій. – 2014. – Т. 4, № 4 (70). – С. 18–23. doi: 10.15587/1729-4061.2014.26290
21. Боронихина, Е. А. Сравнение методов решения задачи коммивояжера. Ч. 3 [Текст]: материалы XIII Междунар. науч.-практ. конф. им. А. Ф. Тертугова/ Е. А. Боронихина, В. А. Сибирякова // Информационные технологии и математическое моделирование ИТ4 (ИТММ–2014). – Томск: Изд-во Том. ун-та, 2014. – С. 18–21.
22. Курейчик, В. М. Об алгоритмах решения задачи коммивояжера с временными ограничениями [Текст] / В. М. Курейчик, А. В. Мартынов // Информатика, вычислительная техника и инженерное образование. – 2014. – № 1 (16). – С. 1–13.
23. Частикова, В. А. Разработка и сравнительный анализ эвристических алгоритмов для поиска наименьшего гамильтонова цикла в полном графе [Текст] / В. А. Частикова, К. А. Власов // Фундаментальные исследования. – 2013. – № 10. – С. 63–67.
24. Li, Y. A New Exact Algorithm for Traveling Salesman Problem with Time Complexity Interval ( $O(n^4)$ ,  $O(n^3 \cdot 2^n)$ ) [Electronic resource] / Y. Li. – Available at: <http://arxiv.org/abs/1412.2437>
25. Серая, О. В. Анализ методов решения транспортных задач со случайными стоимостями перевозок [Текст] / О. В. Серая // Информационно-управляющие системы на железнодорожном транспорте. – 2013. – № 4. – С. 42–45.
26. Listrovoy, S. V. Method of Minimum Covering Problem Solution on the Basis of Rank Approach [Text] / S. V. Listrovoy, Yu. GUL // Engineering Simulation. – 1999. – Vol. 17. – P. 73–89.
27. Listrovoy, S. V. Solution method on the basis of rank approach for integer linear problems with boolean variables [Text] / S. V. Listrovoy, D. Yu. Golubnichiy, E. S. Listrovaya // Engineering Simulation. – 1999. – Vol. 16. – P. 707–725.

*В роботі розглянуто проблему підвищення ефективності роботи магістральних водоводів в сучасних умовах при переході на трьохзонні тарифи з електроенергії. Запропоновано ефективний метод вирішення цієї проблеми, заснований на використанні специфічних особливостей магістральних водоводів як стохастичних об'єктів, що функціонують в стохастичному середовищі*

*Ключові слова: оптимальне стохастичне управління, ймовірнісні обмеження на фазові змінні, магістральний водовід*

*В работе рассматривается проблема повышения эффективности работы магистральных водоводов в современных условиях при переходе на трёхзонные тарифы по электроэнергии. Предложен эффективный метод решения этой проблемы, основанный на использовании специфических особенностей магистральных водоводов как стохастических объектов, функционирующих в стохастической среде*

*Ключевые слова: оптимальное стохастическое управление, вероятностные ограничения на фазовые переменные, магистральный водовод*

УДК 628.12, 628.14  
DOI: 10.15587/1729-4061.2015.55469

# МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ И МЕТОД ОПТИМАЛЬНОГО СТОХАСТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ РЕЖИМАМИ РАБОТЫ МАГИСТРАЛЬНОГО ВОДОВОДА

**А. Д. Тевяшев**

Доктор технических наук, профессор,  
заведующий кафедрой\*

E-mail: tad45@mail.ru

**О. И. Матвиенко**

Аспирант\*

E-mail: olga\_mat@ukr.net

\*Кафедра прикладной математики

Харьковский национальный университет радиоэлектроники  
пр. Ленина, 14, г. Харьков, Украина, 61166

## 1. Введение

Резкое возрастание тарифов на электроэнергию и введение трёхзонного тарифа создали необходимые условия для перехода к энергосберегающим технологиям управления магистральным водоводом (МВ).

МВ представляет собой сложную техническую систему, предназначенную для транспорта воды на боль-

шие расстояния. МВ состоит из последовательности многоцеховых насосных станций (НС) и многониточных магистральных трубопроводов [1]. На входе каждой НС имеются резервуары чистой воды (РЧВ). В РЧВ первой НС МВ поступает подготовленная вода с одного или нескольких подъёмов. На выходе МВ, как правило, имеются РЧВ значительной ёмкости, используемые в качестве источников водоснабжения для городов и населённых пунктов [2].

Основными управляемыми элементами МВ являются насосные агрегаты (НА) НС. Каждый цех НС представляет собой несколько параллельно соединённых НА. Управление работой НА осуществляется путём включения/выключения НА НС, изменением положения регулирующей задвижки (РЗ), регулированием частоты вращения приводных электродвигателей НА [3]. Управление работой МВ осуществляется изменением режимов работы НС [4].

## 2. Анализ литературных данных и постановка проблемы

Проблемам энергосбережения в системах водоснабжения посвящено много работ. Так как в общем энергопотреблении в системах водоснабжения более 90 % составляют насосные системы для природных, питьевых, производственных и сточных вод, для подачи реагентов и воздуха, то экономия электроэнергии во многом зависит от правильного технологического режима работы насосных агрегатов [5]. Различные способы управления работой НА позволяют менять режимы работы НС [6, 7]. Автоматизация работы НС [8] также позволяет уменьшить энергозатраты. Зонирование водопроводных сетей, использование регуляторов давления позволяет снизить расход электроэнергии на НС [1, 9]. В работах [10, 11] рассматриваются проблемы энергосбережения и режимы работы НС. Для решения задач оперативного планирования режимов работы систем водоснабжения используются методы нелинейного программирования [12]. Проанализировав вышеперечисленные работы, в данной работе предлагаем новую стратегию оптимального стохастического управления режимами работы МВ, учитывающую специфические особенности МВ как стохастического объекта управления, функционирующего в стохастической среде.

## 3. Цель и задачи исследования

Цель данной работы – разработка метода оптимального стохастического управления режимами работы МВ, реализация которого обеспечивает существенное снижение финансовых затрат на электроэнергию.

Для разработки более адекватных математических моделей режимов работы МВ и эффективного учёта специфических особенностей МВ как объекта управления МВ рассматривается как стохастический объект, функционирующий в стохастической среде. Для МВ такими специфическими особенностями является наличие в них РЧВ достаточно большого объёма. Использование этой особенности МВ позволяет построить стратегию оптимизации режимов его работы, основанную на максимально возможном использовании всего объёма резервуаров. Суть стратегии заключается в том, что подача воды в РЧВ из МВ должна быть минимальной на интервале времени с максимальным тарифом и максимальной на интервале времени с минимальным тарифом.

Использование такой стратегии приводит к необходимости введения дополнительных экстремальных ограничений на фазовые переменные (уровни воды в РЧВ). К моменту времени перехода тарифа на электро-

энергию с меньшего на больший математические ожидания уровней воды в РЧВ должны быть максимально возможными. Перед моментом времени начала минимального тарифа математические ожидания уровней воды в РЧВ должны быть минимальными.

Более того, для предотвращения возникновения аварийных ситуаций для любого момента времени  $t \in [0, T]$  вероятность переполнения или опорожнения резервуаров должна быть близка к нулю.

Применение такой стратегии привело к необходимости разработки нового класса задач оптимального стохастического управления режимами работы МВ с экстремальными и вероятностными ограничениями на фазовые переменные.

Таким образом, для достижения поставленной цели нужно:

- разработать новый класс задач оптимального стохастического управления с дискретным временем сложными динамическими объектами;
- привести математическую постановку задач оптимального стохастического управления режимами работы МВ с экстремальными и вероятностными ограничениями на фазовые переменные;
- разработать стратегию оптимального стохастического управления режимами работы МВ для получения приближённого решения рассмотренной задачи.

## 4. Математическая модель и метод оптимального стохастического управления режимами работы магистрального водовода

### 4. 1. Математическая постановка задачи оптимального стохастического управления режимами работы магистрального водовода

Основным критерием эффективности работы МВ является значение математического ожидания суммарной стоимости электроэнергии, израсходованной всеми НС на заданном интервале управления  $[0, T]$ , при условии, что МВ обеспечивает водой всех потребителей в требуемых (прогнозируемых) объёмах.

Для постановки задачи оптимального стохастического управления режимами работы МВ будем использовать стохастическую модель квазистационарных режимов работы систем подачи и распределения воды [9].

Гидравлические сопротивления участков МВ априорно неизвестны, поэтому они оцениваются по экспериментальным данным. Так как оценивание осуществляется по выборкам экспериментальных данных конечной длины, то эти оценки являются случайными величинами, статистические свойства которых зависят как от статистических свойств ошибок измерения расхода  $q$  и напора  $h$ , так и метода оценивания и объёма выборки. Предполагается, что ошибки измерений переменных  $h$  и  $q$  являются нормально распределёнными случайными величинами. В качестве метода оценивания используется метод максимального правдоподобия, поэтому полученные оценки случайных величин  $S_i(q_{ik}(\omega))$ ,  $(i=1, \dots, v + \eta_2 + \xi_1 - 1)$  являются несмещёнными, эффективными, имеющими нормальное распределение.

Исходными данными для задачи оптимального стохастического управления режимами работы МВ

являются: интервал управления  $[0, T]$  (одни сутки), который разбивается на 24 подынтервала, соответствующих каждому часу периода управления  $k=0, \dots, 23$ . На каждом  $k$ -ом подынтервале времени известны прогнозы расходов всех потребителей МВ в виде условных математических ожиданий  $\bar{q}_{i0}(1) = M(q_{i1}(\omega))$  и их дисперсий  $\sigma_{q_{i0}}^2(1) = D(q_{i1}(\omega))$ , вычисляемых в момент времени  $k=0$  с упреждением  $l=1, 2, \dots, 23$ ; прогноз суточного водопотребления из РЧВ  $\bar{q}_{z\text{vihl}}(1) = M(q_{z\text{vihl}}(\omega))$ , измеренные значения уровней воды в  $z$ -ом РЧВ  $H_{zk}(\omega)$ ; фактическое количество включённых НА и статические данные: структура МВ, длины, диаметры геодезические отметки участков трубопровода, оценки параметров моделей НА на каждой НС, физические размеры РЧВ, оценки гидравлических сопротивлений РЗ на каждой НС.

Целевую функцию задачи оптимального стохастического управления режимами работы МВ за сутки можем представить в виде математического ожидания суммарной стоимости электроэнергии, затрачиваемой всеми НС МВ на интервале управления  $[0, T]$ :

$$M_{\omega} \sum_{k=0}^{23} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{m_i} N_{ijk}(q_{ik}(\omega)) \cdot r_k \rightarrow \min_{u(k) \in \Omega} . \quad (1)$$

Область ограничений  $\Omega$  определяется стохастической моделью квазистационарных режимов работы водопроводной сети [9]:

$$M \left( r_k(q_{rk}(\omega)) + \sum_{i \in L} b_{iri} h_{NAik}(q_{ik}(\omega)) + \sum_{i \in R} b_{iri} h_{RZik}(q_{ik}(\omega)) + \sum_{i \in M} b_{iri} h_{ik}(q_{ik}(\omega)) \right) = 0 \quad (r = v, \dots, v + \eta_2 - 1; \quad k = 0, \dots, 23), \quad (2)$$

$$M \left( h_{NSjk}(\omega) - H_{zk}(\omega) - h_{NAjrk}(q_{rk}(\omega)) + h_{RZjrk}(q_{rk}(\omega)) + \sum_{i \in M} b_{iri} (h_{ik}(q_{ik}(\omega)) + h_i^{(g)}) \right) = 0, \quad (j = 1, \dots, n; \quad r = 1, \dots, m; \quad z = 1, \dots, Z). \quad (3)$$

$$q_{ik}(\omega) = M_{\omega} \left( \sum_{r=v}^{v+\eta_2-1} b_{iri} q_{rk}(\omega) + \sum_{r=v+\eta_2}^e b_{iri} q_{rk}(\omega) \right), \quad (i = 1, \dots, v-1), \quad (4)$$

$$q_{ik}(\omega) > 0, \quad i \in L. \quad (5)$$

$$h_{ik}(q_{ik}(\omega)) = \text{sgn } q_{ik}(\omega) S_i(\omega) q_{ik}^2(\omega), \quad i \in M, \quad (6)$$

$$h_{NAik}(q_{ik}(\omega)) = a_{0i}(\omega) + a_{1i}(\omega) q_{ik}(\omega) + a_{2i}(\omega) q_{ik}^2(\omega), \quad i \in L, \quad (7)$$

$$\eta_{NAik}(q_{ik}(\omega)) = d_{0i}(\omega) + d_{1i}(\omega) q_{ik}(\omega) + d_{2i}(\omega) q_{ik}^2(\omega), \quad i \in L, \quad (8)$$

$$N_{NAik}(q_{ik}(\omega)) = \frac{9,81 \cdot h_{NAik}(q_{ik}(\omega)) \cdot q_{ik}(\omega)}{0,9 \cdot \eta_{NAik}(q_{ik}(\omega))}, \quad i \in L, \quad (9)$$

$$h_{RZik}(q_{ik}(\omega)) = \frac{q_{ik}(\omega) C_i(\omega)}{E_{ik}^2}, \quad i \in R, \quad (10)$$

и моделями резервуаров

$$H_{zk}(\omega) = H_{z, k-1}(\omega) + c_{zk}(q_{z\text{vhk}}(\omega) - q_{z\text{vihk}}(\omega)), \quad (z = 1, \dots, Z), \quad (11)$$

с вероятностными ограничениями на фазовые переменные:

$$P(H_{zk}(\omega) \leq H_z^{\max}) \geq \alpha, \\ P(H_{zk}(\omega) \geq H_z^{\min}) \geq \alpha, \\ \alpha \approx 0,97, \quad (12)$$

и экстремальными значениями ограничений для фиксированных моментов времени  $k=6$  и  $k=23$ :

$$M_{\omega}\{H_{z6}(\omega)\} \rightarrow \max_{q_{z\text{vhk}} \in \Omega}, \quad (k=0, \dots, 6), \quad (13)$$

$$M_{\omega}\{H_{z23}(\omega)\} \rightarrow \min_{q_{z\text{vhk}} \in \Omega}, \quad (k=0, \dots, 23), \quad (14)$$

где  $u(k)$  – вектор управления, определяющий количество работающих НА, положение РЗ;  $H_{zk}(\omega)$  – уровень воды в  $z$ -ом РЧВ на заданном  $k$ -ом интервале времени,  $H_z^{\min}$  – минимально допустимый уровень воды в  $z$ -ом РЧВ,  $H_z^{\max}$  – максимально допустимый уровень воды в  $z$ -ом РЧВ.

Случайные величины характеризуют:  $q_{ik}(\omega)$  – расход воды на  $i$ -м участке трубопровода на  $k$ -ом интервале времени;  $h_{NSjk}(\omega)$  – напор на выходе НС,  $h_{NAik}(q_{ik}(\omega))$  – напор  $i$ -го НА.  $S_i(\omega)$  – оценка гидравлического сопротивления  $i$ -го участка трубопровода ( $i \in M$ );  $h_{RZik}(q_{ik}(\omega))$  – оценка падения напора на  $i$ -ой РЗ;  $\eta_{NAik}(q_{ik}(\omega))$  – оценка КПД  $i$ -го НА;  $a_{0i}(\omega)$ ,  $a_{1i}(\omega)$ ,  $a_{2i}(\omega)$ ,  $d_{0i}(\omega)$ ,  $d_{1i}(\omega)$ ,  $d_{2i}(\omega)$  – оценки параметров НА ( $i \in L$ );  $C_i(\omega)$  – оценка параметров РЗ ( $i \in R$ );  $E_{ik}$  – степень открытия РЗ ( $E \in (0, 1]$ );  $h_i^{(g)}$  – геодезическая отметка  $i$ -го участка трубопровода ( $i \in M$ ),  $b_{iri}$  – элемент цикломатической матрицы;  $N_{NAik}(q_{ik}(\omega))$  – оценка мощности НА;  $n$  – количество НС;  $m$  – количество НА на выбранной НС;  $r_k$  – тариф на электроэнергию на  $k$ -ом интервале времени;  $M\{\cdot\}$  – математическое ожидание случайной величины  $\{\cdot\}$ .

Для разрешимости задачи (1)–(14) при  $k=0$  должны быть дополнительно известны прогнозы расходов в виде условных математических ожиданий, вычисляемых в момент времени  $k=0$ , с упреждением  $l=1, 2, \dots, 23$  всех попутных потребителей  $q_{ik}(l)$ , получающих воду из МВ, и конечных потребителей  $q_{jk}(l)$ , получающих воду из резервуара на выходе МВ; уровни воды в каждом  $z$ -ом РЧВ –  $H_{z0}$ .

Задача оптимального стохастического управления режимами работы МВ (1)–(14) относится к классу нелинейных задач оптимального стохастического управления с дискретным временем [13] и вероятностными ограничениями на фазовые переменные. Точных решений такого класса задач в настоящее время не существует. В работе приведен приближённый метод решения рассматриваемой задачи, путём перехода от

стохастической задачи (1)–(14) к её детерминированному эквиваленту, решение которого осуществляется модифицированным методом ветвей и границ.

Стоимость электроэнергии определяется по трёхзонному тарифу, приведенному в табл. 1.

Таблица 1

Тариф за электроэнергию по часам

Часы	6.00–8.00	8.00–10.00	10.00–18.00	18.00–22.00	22.00–23.00	23.00–6.00
Коэффициент	1,02	1,68	1,02	1,68	1,02	0,35

Детерминированный эквивалент задачи оптимального стохастического управления режимами работы МВ на интервале времени [0, T] принимает вид:

$$\sum_{k=1}^{24} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{m_i} \bar{N}_{ijk}(\bar{q}_{ik}) \cdot r_k \rightarrow \min_{u(k)}, \quad k = 0, \dots, 23, \quad (15)$$

$$\begin{aligned} & \bar{h}_{rk}(\bar{q}_{rk}) + \sum_{i \in L} b_{1ri} \bar{h}_{NAik}(\bar{q}_{ik}) + \\ & + \sum_{i \in R} b_{1ri} \bar{h}_{RZik}(\bar{q}_{ik}) + \sum_{i \in M} b_{1ri} \bar{h}_{ik}(\bar{q}_{ik}) = 0, \\ & (r = v, \dots, v + \eta_2 - 1), \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} & \bar{h}_{NSjk} - \bar{H}_{zk} - \bar{h}_{NAjrk}(\bar{q}_{rk}) + \bar{h}_{RZjrk}(\bar{q}_{rk}) + \\ & + \sum_{i \in M} b_{1ri} (\bar{h}_{ik}(\bar{q}_{ik}) + h_i^{(e)}) = 0, \\ & (j = 1, \dots, n; \dots r = 1, \dots, m). \end{aligned} \quad (17)$$

$$\bar{q}_{ik} = \sum_{r=v}^{v+\eta_2-1} b_{1ri} \bar{q}_{rk} + \sum_{r=v+\eta_2}^e b_{1ri} \bar{q}_{rk}, \quad (i = 1, \dots, v-1), \quad (18)$$

$$\bar{q}_{ik} > 0, \quad i \in L. \quad (19)$$

$$\bar{h}_{NAik}(\bar{q}_{ik}) = \bar{a}_{0i} + \bar{a}_{1i} \bar{q}_{ik} + \bar{a}_{2i} \bar{q}_{ik}^2, \quad i \in L, \quad (20)$$

$$\bar{h}_{NAik}(\bar{q}_{ik}) = \bar{d}_{0i} + \bar{d}_{1i} \bar{q}_{ik} + \bar{d}_{2i} \bar{q}_{ik}^2, \quad i \in L, \quad (21)$$

$$\bar{N}_{NAik}(\bar{q}_{ik}) = \frac{9,81 \cdot \bar{h}_{NAik}(\bar{q}_{ik}) \cdot \bar{q}_{ik}}{0,9 \cdot \bar{h}_{NAik}(\bar{q}_{ik})}, \quad i \in L, \quad (22)$$

$$\bar{h}_{RZik}(\bar{q}_{ik}) = \frac{\bar{q}_{ik} \bar{C}_i}{E_{ik}^2}, \quad i \in R, \quad (23)$$

$$\bar{h}_{ik}(\bar{q}_{ik}) = \text{sgn} \bar{q}_{ik} \bar{S}_i \bar{q}_{ik}^2, \quad i \in M, \quad (24)$$

$$\bar{H}_{zk} = \bar{H}_{zk-1} + c_{zk} (\bar{q}_{zvhk} - \bar{q}_{zvihk}), \quad (z = 1, \dots, Z), \quad (25)$$

$$H_z^- \leq \bar{H}_{zk} \leq H_z^+, \quad k = 1, 2, \dots, 23, \quad (26)$$

$$\bar{H}_{z6} \rightarrow \max_{q_{zvhk} \in \Omega}, \quad (k = 0, \dots, 6), \quad (27)$$

$$\bar{H}_{z23} \rightarrow \min_{q_{zvhk} \in \Omega}, \quad (k = 0, \dots, 23), \quad (28)$$

где  $H_z^-, H_z^+$  – расчётные значения минимального и максимального уровней воды в z-ом РЧВ, при которых

для  $\forall \omega \in \Omega$  будут выполняться вероятностные ограничения (12).

В результате решения задачи (15)–(28) оптимального стохастического управления режимами работы МВ для каждого момента времени k получаем:

- вектор управления  $u(k)$ , который для каждого момента времени k включает в себя: количество работающих НА, положения рабочей точки каждого НА;
- оценки математических ожиданий уровней воды во всех РЧВ;
- оценки математических ожиданий расходов и перепадов давления по всем участкам трубопровода;
- оценки математических ожиданий затрат электроэнергии и её стоимости, в соответствии с трёхзонным тарифом, всеми работающими НА на всех НС МВ.

В момент времени k=23 получаем оценки математических ожиданий суммарной стоимости электроэнергии, затраченной каждой НС на интервале [0, T].

#### 4. 2. Метод решения задачи оптимального стохастического управления режимами работы магистрального водовода

Для решения детерминированного эквивалента задачи оптимального стохастического управления режимами работы МВ (15)–(28) будем использовать модифицированный метод ветвей и границ.

Алгоритм решения задачи оптимального стохастического управления режимами работы МВ на интервале времени одни сутки следующий.

1. Определяем прогнозные почасовые значения водопотребления из РЧВ на интервале времени одни сутки; устанавливаем минимально и максимально допустимые уровни воды в РЧВ.

2. Формируем режим работы МВ следующим образом: для периода времени с минимальным тарифом на электроэнергию включаем максимальное количество НА (на всех НС, работающих на данный РЧВ), для остальных периодов времени все НА отключены. Далее после каждого изменения режима работы МВ решается задача потокораспределения [1].

3. Проверяем уровень воды в РЧВ:  
– если почасовой уровень воды в РЧВ в течение суток превышает максимально допустимый, то по одному отключаем НА до нормализации уровня воды в РЧВ;

– если почасовой уровень воды в РЧВ в течение суток находится в допустимом диапазоне, отключаем по одному НА, пока уровень воды в РЧВ остаётся в допустимом диапазоне, фиксируем найденный режим работы МВ, определяем стоимость затрат на электроэнергию.

4. Если уровень воды в РЧВ ниже минимально допустимого, то для периода времени со средним тарифом на электроэнергию включаем максимальное количество НА, проверяем уровень воды, как в п. 3.

5. Если уровень воды в РЧВ ниже минимально допустимого, то для периода времени с максимальным тарифом на электроэнергию включаем максимальное количество НА, проверяем уровень воды, как в п. 3.

6. Из всех зафиксированных режимов работы МВ выбираем оптимальный, т. е. тот, для которого стоимость затрат на электроэнергию минимальна.



**4. 3. Результаты исследований. Оценка эффективности метода оптимального стохастического управления режимами работы МВ**

Оценка эффективности предлагаемого метода осуществлялась для МВ, структура которого представлена на рис. 1.

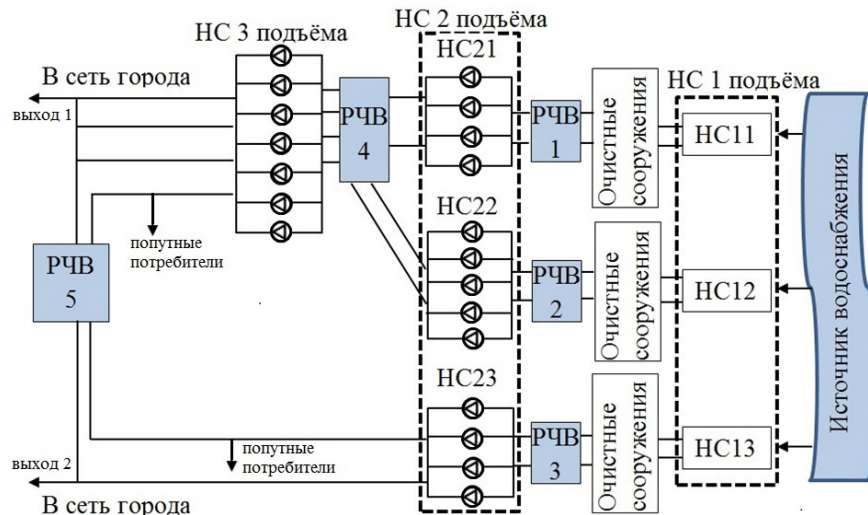


Рис. 1. Структура магистрального водовода

Рассматриваемый МВ включает в себя три насосные станции первого подъёма (НС11, НС12, НС13), три НС второго подъёма (НС21, НС22, НС23) и НС третьего подъёма. НС второго подъёма НС21 и НС22 подают воду на НС третьего подъёма, а НС третьего подъёма и НС23 подают воду в РЧВ5 и в сеть города.

Для решения задачи оптимального стохастического управления режимами работы МВ рассматривались НС второго и третьего подъёмов и РЧВ4, и РЧВ5.

Исходными данными для задачи оптимального стохастического управления режимами работы МВ на интервале времени [0,Т] являются:

- статические данные, включающие в себя структуру МВ; длины; диаметры; геодезические отметки участков трубопровода; оценки параметров математических моделей НА по каждой НС; оценки гидравлических сопротивлений РЗ на каждой НС; физические размеры каждого из РЧВ;

- динамические данные, включающие в себя прогноз суточного водопотребления из РЧВ5; прогноз водопотребления попутными потребителями городом, минуя РЧВ5.

НС второго подъёма НС21 и НС23 оснащены четырьмя однотипными, параллельно подключёнными НА с одинаковыми характеристиками, НС22 и НС третьего подъёма оснащены пятью и семью однотипными НА соответствен-

но с различными характеристиками. Паспортные характеристики НА на рис. 2, аппроксимированные параметры НА приведены в табл. 2. Граф сети приведен на рис. 3.

На рис. 4 приведен график прогноза процесса часового потребления воды из РЧВ5, вычисляемый в момент времени  $k=8$  с упреждением  $l=1, \dots, 23$  для каждого из семи дней.

В нулевой момент времени  $k=0$  для фактического и оптимального режима использовались одинаковые условия: математическое ожидание уровней воды в РЧВ4  $H_{2,9} = 2,6$  м; в РЧВ5  $H_{1,9} = 3,9$  м; на НС21 работал НА1; на НС22 работали НА3 и НА5; на НС23 работали НА3 и НА6.

Результаты решения задачи оптимального стохастического управления режимами работы МВ приведены в табл. 3.

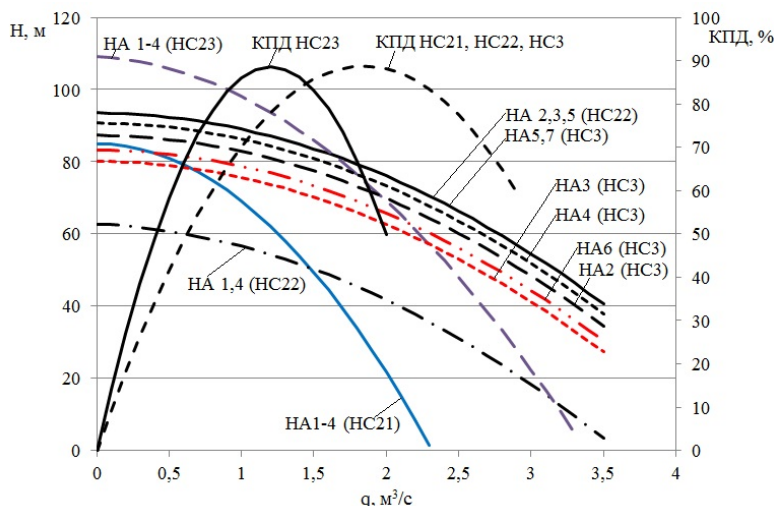


Рис. 2. Н–q и КПД–q характеристики насосных агрегатов

Таблица 2

Характеристики насосных агрегатов

Номер НА	a0	a1	a2	d0	d1	d2
НС1 – НА типа 20 НДС (Д3200–75)						
НА 1–4	85,0124	-0,15429	-15,7371	-0,14286	96,45429	-26,1514
НС2 – НА типа 24 НДС (Д6300–80)						
НА 1, 4	62,76	-1,872	-4,32	-0,14286	96,4543	-26,1514
НА 2, 3, 5	93,5006	-0,21695	-4,3193	-0,14286	96,4543	-26,1514
НС3 – НА типа 22 НДС (Д4000–95)						
НА 1–4	109,08	-2,03524	-8,94861	0	147,0046	-61,0308
НС третьего подъёма – НА типа 24 НДС (Д6300–80)						
НА2	87,32864	-0,21375	-4,25547	-0,14286	96,4543	-26,1514
НА3	80,14337	-0,21375	-4,25547	-0,14286	96,4543	26,1514
НА4	90,73704	-0,21375	-4,25547	-0,14286	96,4543	-26,1514
НА5	93,5006	-0,21375	-4,25547	-0,14286	96,4543	-26,1514
НА6	83,2662	-0,21375	-4,25547	-0,14286	96,4543	-26,1514
НА7	93,5006	-0,21375	-4,25547	-0,14286	96,4543	-26,1514

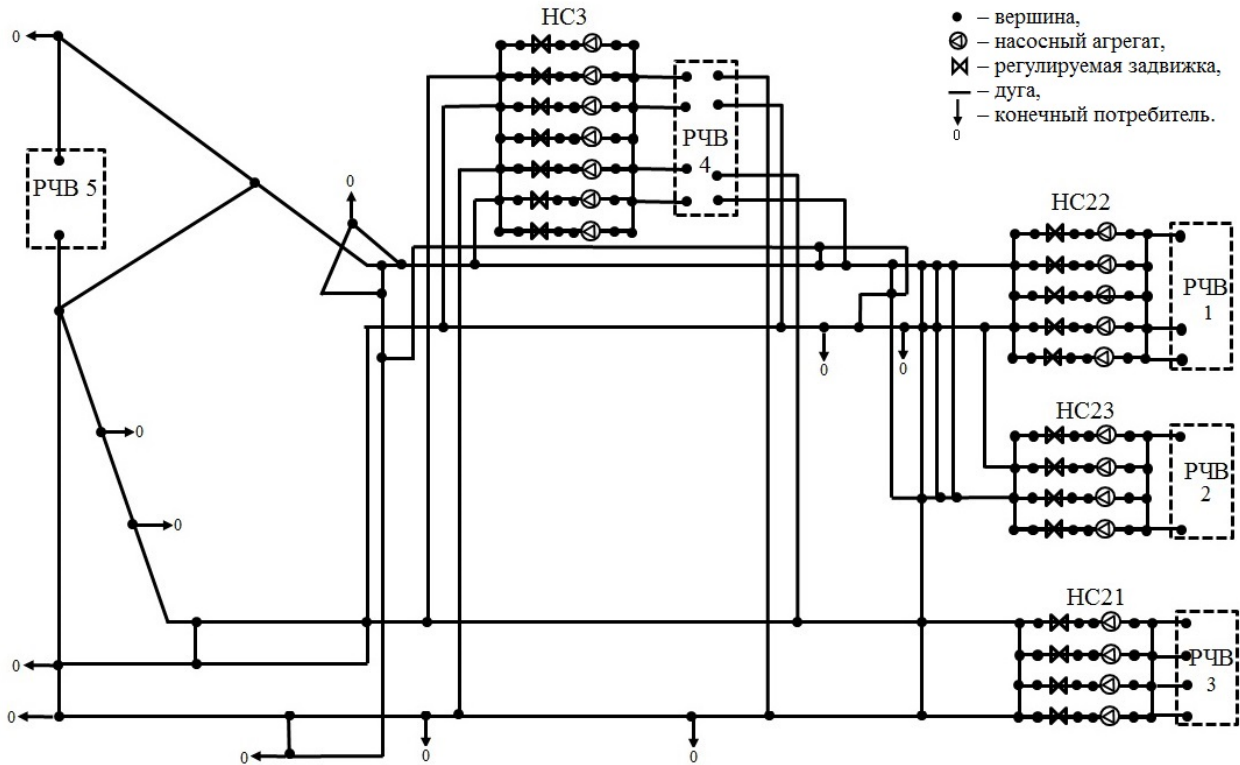


Рис. 3. Граф сети



Рис. 4. График прогноза часового потребления воды из РЧВ5 на семь дней

Использование предложенной стратегии для решения задачи оптимального стохастического управления режимами работы МВ позволило использовать весь возможный диапазон изменения уровня воды в РЧВ4 и РЧВ5 и более эффективно использовать технические характеристики НА, что обеспечило значительную (до 9 %) экономию финансовых затрат на электроэнергию на интервале времени [0,T] и использовании трёхзонного тарифа на электроэнергию.

В табл. 4 приведены оценки математического ожидания мощности и стоимости затрат на элек-

троэнергию НС второго и третьего подъёмов за семь дней для фактического и оптимального режимов работы МВ.

Из табл. 4 видно, что в результате перехода режима работы МВ от фактического к оптимальному за семь дней удалось сэкономить 153584 грн., что составляет 8,82 % от прежней суммы.

На рис. 5, 6 показано изменение оценки математического ожидания уровней воды в РЧВ4 и РЧВ5 в результате работы по фактическому и оптимальному режимам за семь дней планируемого периода

Таблица 3

Номера работающих насосных агрегатов для фактического (ф) и оптимального (о) режимов работы магистрального водовода

Часы	Тариф	НС21			НС22						НС23				
		ф		о	ф		о				ф			о	
		день													
		1-7	1,5	2-4, 6,7	1-5	6,7	1,5	2,3,6	4	7	1,2	3,4,5	6,7	1-7	
9	1,68	1	1	1	3,5	3,4	3,5	3	3	3	2	2	2	2	
10	1,68	1	1	1	3,5	3,4	3,5	3	3	3	2	2	2	2	
11	1,68	1	1	1	3,5	3,4	3,5	3	3	3	2	2	2	2	
12	1,02	1	1	1	3,5	3,4	3,5	3,5	3	3	2	2	2	2	
13	1,02	1	1	1	3,5	3,4	3,5	3,5	3,5	3,5	2	2	2	2	
14	1,02	1	1	1	3,5	3,4	3,5	3,5	3,5	3,5	2	2	2	2	
15	1,02	1	1	1	3,5	3,4	3,5	3,5	3,5	3,5	2	2	2	2	
16	1,02	1	1	1	3,5	3,4	3,5	3,5	3,5	3,5	2	2	2	2	
17	1,02	1	1	1	3,5	3,4	3,5	3,5	3,5	3,5	2	2	2	2	
18	1,02	1	1	1	3,5	3,4	3,5	3,5	3,5	3,5	2	2	2	2	
19	1,02	1	1	1	3,5	3,4	3,5	3,5	3,5	3,5	2	2	2	2	
20	1,02	1	1	1	3,5	3,4	3,5	3,5	3,5	3,5	2	2	2	2	
21	1,68	1	1	1	3,5	3,4	3	3	3	3,5	2	2	2	2	
22	1,68	1	1	1	3,5	3,4	3	3	3	3	2	2	2	2	
23	1,68	1	1	1	3,5	3,4	3	3	3	3	2	2	2	2	
24	0,35	1	1,2	1,2	3,5	3,4	3,5,2	3,5,2	3,5,2	3,5,2	2	2	2,3	2,3	
1	0,35	1	1,2	1,2	3,5	3,4	3,5,2	3,5,2	3,5,2	3,5,2	2	2	2,3	2,3	
2	0,35	1	1,2	1,2	3,5	3,4	3,5,2	3,5,2	3,5,2	3,5,2	2,3	2	2,3	2,3	
3	0,35	1	1,2	1,2	3,5	3,4	3,5,2	3,5,2	3,5,2	3,5,2	2,3	2	2,3	2,3	
4	0,35	1	1,2	1,2	3,5	3,4	3,5,2	3,5,2	3,5,2	3,5,2	2,3	2	2,3	2,3	
5	0,35	1	1,2	1,2	3,5	3,4	3,5,2	3,5,2	3,5,2	3,5,2	2,3	2	2,3	2,3	
6	0,35	1	1,2	1,2	3,5	3,4	3,5,2	3,5,2	3,5,2	3,5,2	2,3	2	2,3	2,3	
7	1,02	1	1,2	1	3,5	3,4	3,5,2	3,5	3,5	3,5	2	2	2	2	
8	1,02	1	1,2	1	3,5	3,4	3,5,2	3,5	3,5	3,5	2	2	2	2	
НС3															
Часы	Тариф	ф						о							
		день													
		1	2	3	4,5	6	7	1	2	3	4	5	6	7	
9	1,68	3,6	3,4	3,5	3,5	3,5	3,5	3	3	3	3	3	3	3	
10	1,68	3,6	3,4	3,5	3,5	3,5	3,5	3	3	3	3	3	3	3	
11	1,68	3,6	3,4	3,5	3,5	3,5	3,5	3	3	3	3	3	3	3	
12	1,02	3,6	3,4	3,5	3,5	3,5	3,5	3,6	3	3	3	3	3,5	3	
13	1,02	3,6	3,4	3,5	3,5	3,5	3,5	3,6	3	3	3	3	3,5	3	
14	1,02	3,6	3,4	3,5	3,5	3,5	3,5	3,6	3	3	3	3	3,5	3	
15	1,02	3,6	3,4	3,5	3,5	3,5	3,5	3,6	3	3	3	3	3,5	3	
16	1,02	3,6	3,4	3,5	3,5	3,5	3,5	3,6	3	3	3	3	3,5	3	
17	1,02	3,6	3,4	3,5	3,5	3,5	3,5	3,6	3	3	3	3	3,5	3	
18	1,02	3,6	3,4	3,5	3,5	3,5	3,5	3,6	3	3	3	3	3,5	3	
19	1,02	3,7	3,4	3,5	3,5	3,5	3,5	3,6	3	3	3	3	3,5	3,5	
20	1,02	3,7	3,4	3,5	3,5	3,5	3,5	3,6	3	3	3	3	3,5	3,5	
21	1,68	3,7	3,4	3,5	3,5	3,5	3,5	3	3	3	3	3	3	3	
22	1,68	3,7	3,4	3,5	3,5	3,5	3,5	3	3	3	3	3	3	3	
23	1,68	3,7	3,4	3,5	3,5	3,5	3,5	3	3	3	3	3	3	3	
24	0,35	3,7	3,4	3,5	3,5	3,5,7	3,5,7	3,6,7,5,4	3,4,5,7,2	3,4,5,7	3,5,6,7	3,5,6,7,4	3,5,6,7	3,5,6,7,4	
1	0,35	3,6,7	3,4,7	3,5,6	3,5	3,5,7	3,5,7	3,6,7,5,4	3,4,5,7,2	3,4,5,7	3,5,6,7	3,5,6,7,4	3,5,6,7	3,5,6,7,4	
2	0,35	3,6,7	3,4,7	3,5,6	3,5	3,5,7	3,5,7	3,6,7,5,4	3,4,5,7,2	3,4,5,7	3,5,6	3,5,6,7,4	3,5,6,7	3,5,6,7,4	
3	0,35	3,6,7	3,4,7	3,5,6	3,5	3,5,7	3,5,7	3,6,7,5,4	3,4,5,7,2	3,4,5	3,5,6	3,5,6,7,4	3,5,6,7	3,5,6,7,4	
4	0,35	3,6,7	3,4,7	3,5,6	3,5	3,5,7	3,5,7	3,6,7,5	3,4,5,7,2	3,4,5	3,5,6	3,5,6,7,4	3,5,6,7	3,5,6,7	
5	0,35	3,6,7	3,4,7	3,5,6	3,5	3,5,7	3,5,7	3,6,7,5,4	3,4,5,7,2	3,4,5	3,5,6	3,5,6,7	3,5,6,7	3,5,6,7	
6	0,35	3,6,7	3,4,7	3,5,6	3,5	3,5,7	3,5,7	3,6,7,5,4	3,4,5,7,2	3,4,5	3,5,6	3,5,6,7	3,5,6,7	3,5,6,7	
7	1,02	3,7	3,4	3,5	3,5	3,5	3,5,7	3,6	3	3	3	3	3,5	3	
8	1,02	3,7	3,4	3,5	3,5	3,5	3,5	3,6	3	3	3	3	3,5	3	

Таблица 4

Сравнительный анализ оценок математического ожидания затрат электроэнергии и финансовых затрат на работу насосных станций второго и третьего подъёмов для фактического (ф) и оптимального (о) режимов

День	N, кВт (ф)	N, кВт (о)	Стоимость, грн. (ф)	Стоимость, грн. (о)
1	261725,6	259592,8	248795,2	258043,1
2	263471,0	239818,4	250998,3	216232,7
3	255218,4	241436,4	246817,1	209520,6
4	247644,9	243391,7	245269,2	209237,7
5	246623,4	238565,2	244069,6	219133,4
6	268072,1	265745,9	252127,2	254190,9
7	268385,5	266095,8	252291,3	220425,2
сумма	1811140,9	1754646,0	1740367,9	1586783,7

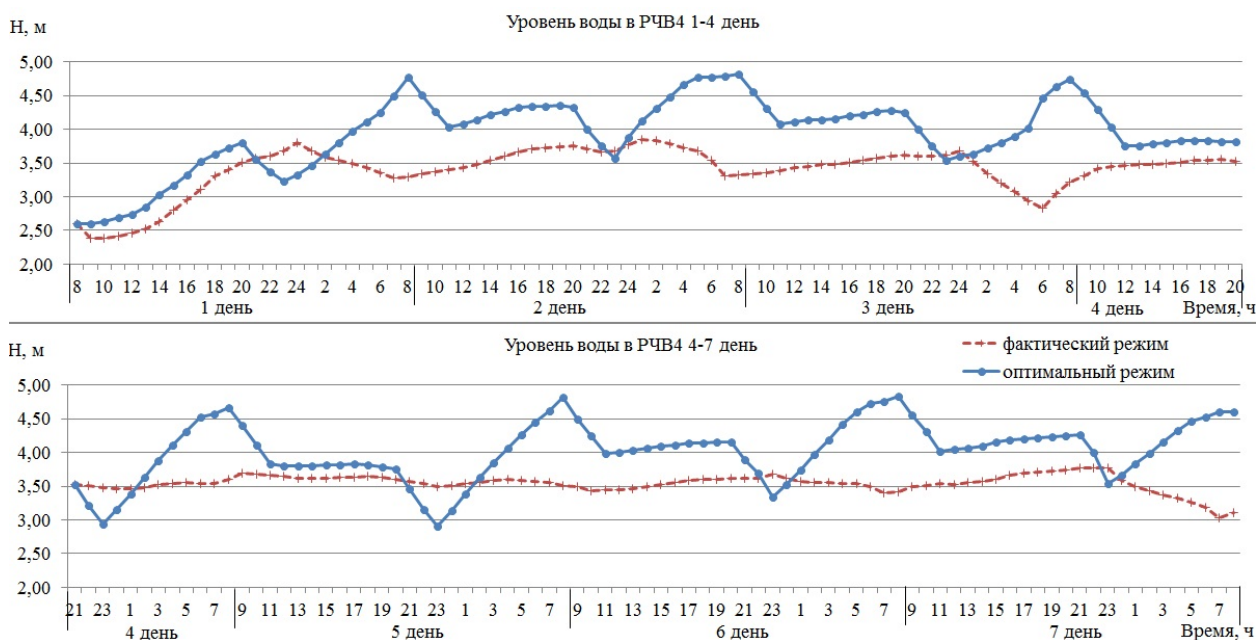


Рис. 5. Изменение оценки математического ожидания уровня воды в РЧВ4

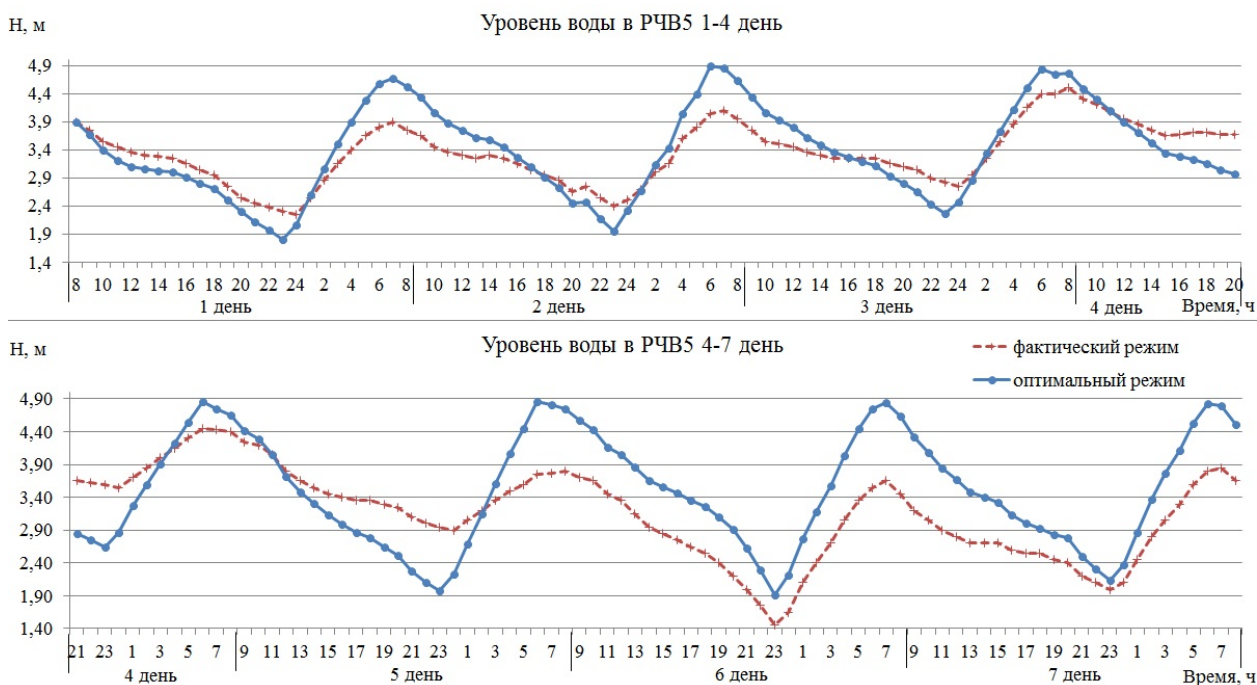


Рис. 6. Изменение оценки математического ожидания уровня воды в РЧВ5



В табл. 5 приведены оценки расчётных значений нижней и верхней границ уровней воды в РЧВ4 и РЧВ5, а также границы диапазонов изменения уровней воды для фактического и оптимального режимов на исследуемом интервале семь дней.

Таблица 5  
Допустимые диапазоны изменения уровней воды в РЧВ4 и РЧВ5 (м)

РЧВ	Ограничения	Фактический режим	Оптимальный режим
РЧВ4	[2,0;4,9]	[2,38;3,84]	[2,6; 4,83]
РЧВ5	[1,45;4,9]	[1,45;4,5]	[1,81;4,89]

Из табл. 5, рис. 5, 6 видно, что ёмкости РЧВ4 и РЧВ5 при оптимальном режиме работы МВ используются более эффективно, т. е. уровень воды в резервуарах изменяется в более широком диапазоне.

## 5. Выводы

В данной работе в результате проведенных исследований:

– разработан новый класс задач оптимального стохастического управления с дискретным временем

сложными динамическими объектами, отличающийся от известных введением дополнительных экстремальных и вероятностных ограничений на фазовые переменные;

– приведена математическая постановка задач оптимального стохастического управления режимами работы МВ с экстремальными и вероятностными ограничениями на фазовые переменные;

– для получения приближённого решения рассмотренной задачи предложена новая стратегия оптимального стохастического управления режимами работы МВ, учитывающая специфические особенности МВ как стохастического объекта управления, функционирующего в стохастической среде, использование которой позволило существенно упростить решение рассматриваемой задачи и обеспечило существенное снижение финансовых затрат на электроэнергию при переходе на трёхзонный тариф.

Оценки эффективности предлагаемого метода по сравнению с существующим приведены на примере одного из наиболее крупных МВ Украины. Показано, что использование предлагаемого метода позволило получить экономический эффект по стоимости электроэнергии до 8,82 %, что в абсолютных величинах для рассматриваемого примера составило экономию 658 тыс. грн в месяц.

## Литература

1. Евдокимов, А. Г. Оперативное управление потокораспределением в инженерных сетях [Текст] / А. Г. Евдокимов, А. Д. Тевяшев. – Харьков: Вища шк., 1980. – 144 с.
2. Карелин, В. Я. Насосы и насосные станции [Текст] / В. Я. Карелин, А. В. Минаев. – М.: Стройиздат, 1986. – 320 с.
3. Лобачёв, П. В. Насосы и насосные станции [Текст] / П. В. Лобачёв. – М.: Стройиздат, 1983. – 191 с.
4. Pulido-Calvo, I. Selection and operation of pumping stations of water distribution systems [Text] / I. Pulido-Calvo, J. C. Gutiérrez-Estrada // Environmental Research Journal, Nova Science Publishers. – 2011. – Vol. 5, Issue 3. – P. 1–20.
5. Лезнов, Б. С. Энергосбережение и регулируемый привод в насосных и воздуходушных установках [Текст] / Б. С. Лезнов. – М.: Энергоатомиздат, 2006. – 358 с.
6. Чупин, Р. В. Развитие теории и практики моделирования и оптимизации систем водоснабжения и водоотведения [Текст] / Р. В. Чупин, Е. С. Мелехов. – Иркутск.: Изд-во ИрГТУ, 2011. – 323 с.
7. Reinbold, C. the search for energy savings: optimization of existing & new pumping stations [Text] / C. Reinbold, V. Hart // Florida Water Resources Journal. – 2011. – P. 44–52.
8. Lipták, B. pumping station optimization [Text] / B. Lipták // Control Promoting Excellence in Process Automation, 2009. – P. 12–19.
9. Teviashev, A. D. About one approach to solve the problem of management of the development and operation of centralized water-supply systems [Text] / A. D. Teviashev, O. I. Matvienko // Econtechmod. An International Quarterly Journal. – 2014.– Vol. 3, Issue 3. – P. 61–76.
10. Тевяшев, А. Д. Об одной стратегии оперативного планирования режимов работы насосной станции [Текст] / А. Д. Тевяшев, О. И. Матвиенко // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 2014. – Т. 3, № 4 (69). – С. 4–9. doi: 10.15587/1729-4061.2014.22580
11. Dolinskii, A. Nonequilibrium state of engineering systems [Text] / A. Dolinskii, B. Draganov, V. Kozirskii // Econtechmod. An International Quarterly Journal. – 2012. – Vol. 1, Issue 1. – P. 33–34.
12. Burgschweiger, J. Nonlinear programming techniques for operative planning in large drinking water networks [Text] / J. Burgschweiger, B. V. Gnadig, M. C. Steinbach // Konrad-Zuse-Zentrum für Informationstechnik Berlin. – Berlin: ZIB-Report, 2005.
13. Бертсекас, Д. Стохастическое оптимальное управление [Текст] / Д. Бертсекас, С. Шрив. – М.: Наука, 1985. – 280 с.