

Abstract

The article concerns the improvement and development of methods of shadow visualization of gas flows in interior channels, carried out using the polarization interferometer with a Wollaston prism, and the device IAB-451, which differs from the well-known by functional elementwise belonging. The lighting unit of the interferometer (with Polaroid of 45 degree) was fastened at position of lamp and reception unit of the interferometer (with the analyzer of 135 degree) was attached to the place of Foucault knife of the collimator IAB-451. In this study the interferometer was used as a disperser and tuned to the "infinitely wide strip" of observation while using "wide" light source. It enables the definition of visualization image due to interference of the ordinary and extraordinary rays, for flows with detachment and reattachment and the gradients of pressures and temperatures. The research results can be used to study the flow of items with gases under different conditions

Keywords: visualization, gas flow, transparent model, polarization interferometer, image processing

Розглянуто контакт двох шорстких поверхонь, профілограми яких моделюються деякими стаціонарними випадковими процесами. Наведено методіку визначення зближення поверхонь під навантаженням, навантаження на мікронерівність

Ключові слова: шорсткість, випадковий процес, функція зближення, навантаження на мікронерівність

Рассмотрен контакт двух шероховатых поверхностей, профилограмма которых моделируется некоторыми стационарными случайными процессами. Приведена методика определения функции сближения поверхностей, нагрузки на микронеровность

Ключевые слова: шероховатость, случайный процесс, функция сближения, нагрузка на микронеровность

УДК 621.401.7

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ КОНТАКТА ТРУЩИХСЯ ПОВЕРХНОСТЕЙ ЭЛЕМЕНТОВ ТРАНСПОРТИРУЮЩИХ УСТРОЙСТВ

О.В. Акимов

Доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой
Кафедра «Литейное производство»
Национальный технический университет «Харьковский
политехнический институт»
ул. Фрунзе, 21, Харьков, Украина, 61002
Контактный тел.: (057) 707-68-54

В.Т. Акимов

Кандидат технических наук, доцент
Украинская инженерно-педагогическая академия
ул. Университетская, 16, г. Харьков, Украина, 61003
Контактный тел.: (057) 737-90-09

1. Введение

Проблема взаимодействия двух шероховатых поверхностей является традиционной и актуальной в настоящее время. Известны различные детерминированные модели контакта реальных поверхностей (стержневые, эллипсоидные и др. [1-2]). Вместе с тем экспериментальные данные указывают на существенно стохастическую природу микрорельефа [3, 4, 7]. В связи с этим в данной работе предпринята попытка рассмотреть контакт двух реальных поверхностей, профилограммы которых моделируются некоторыми стационарными случайными процессами.

Введем следующие допущения:

- не учитывается динамика профилообразования;

- все действующие нагрузки, в том числе и сила трения, учитываются в совокупности косвенно через результирующее сближение средних линий;

- рассматривается лишь одномерная модель поверхностей, приближенно справедливая для узкой, порядка среднего периода профилограммы, полосы в окрестности произвольного сечения трассы измерения;

- при расшифровке сил упругого взаимодействия единичный контакт рассматривается как задача Герца.

Предпринятое рассмотрение представляется полезным с точки зрения путей уточнения реальной картины контакта, аналитической структуры функции сближения и прочее.

2. Постановка задачи исследования

Рассмотрим контакт двух шероховатых поверхностей под некоторой нагрузкой P .

Шероховатость поверхностей вдоль трассы измерения представим как случайный стационарный процесс.

Пусть x_1 – расстояние от некоторой средней линии до линии профиля первой поверхности, x_2 – второй поверхности; A – сближение или расстояние между средними линиями профилей этих поверхностей. Средняя линия профиля есть прямая, относительно которой сумма отклонений расстояний точек профиля сверху линии равна такой же сумме отклонений снизу.

Относительно средней линии профиля измеряется среднеквадратичная $h_{\text{ск}}$ высота неровностей.

Согласно [4, 7] профиль шероховатой поверхности при определенных условиях воспроизведения вдоль трассы измерения S можно рассматривать как нормальный стационарный процесс. Приняв за числовую ось среднюю линию профиля первой поверхности, плотность распределения случайных величин $x_1(S)$ и $x_2(S)$ для нормального закона распределения можно определить как:

а) для поверхности с ординатой профиля $x_1(S)$:

$$p(x_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_1} \exp\left[-\frac{x_1^2}{2\sigma_1^2}\right], \quad (1)$$

б) для поверхности с ординатой профиля $x_2(S)$:

$$p(x_2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_2} \exp\left[-\frac{(x_2 - A)^2}{2\sigma_2^2}\right]. \quad (2)$$

Здесь: σ_1 и σ_2 – среднее квадратичное отклонение соответственно случайных величин $x_1(S)$ и $x_2(S)$.

Контакт поверхностей $x_1(S)$ и $x_2(S)$ наступает в случае, когда $x_1(S) - x_2(S) \geq 0$.

Число контактов микровыступов N_k на единице длины трассы измерения будет определяться числом превышений суммарным процессом $[x_1(S) - x_2(S)]$ нулевой линии и определяться по формуле:

$$N_k = f_0 \exp\left[-\frac{A^2}{2(D_1 + D_2)}\right], \quad (3)$$

где: f_0 – частота суммарного процесса,

D_1, D_2 – дисперсии случайных величин процессов $x_1(S)$ и $x_2(S)$.

Определение величины f_1 и f_2 приведено в [5]. Согласно исследованиям средняя частота f_0 суммарного процесса может быть определена по формуле:

$$f_0 = \left[\frac{\Psi^2 f_1^2 + f_2^2}{\Psi^2 + 1} \right]. \quad (4)$$

Здесь: Ψ – учитывает отношение корреляционных функций обоих процессов [5].

Тогда, число контактов N_k микровыступов на единице длины трассы S для одинаковых процессов будет равно:

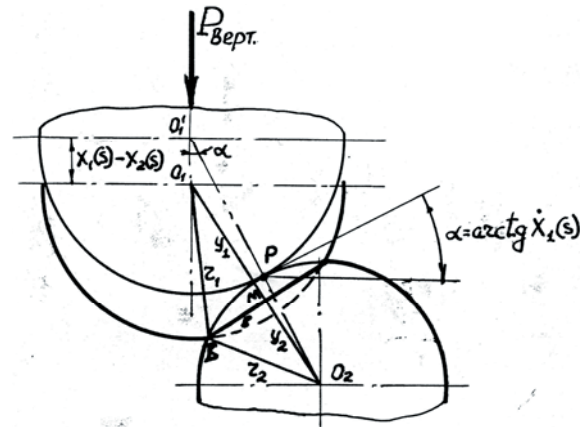


Рис. 1. Контакт двух микровыступов радиусами r_1 и r_2

3. Основной материал

Перейдем к расшифровке аналитической функции сближения, т.е. зависимости геометрического сближения A от приложенной нагрузки.

Рассмотрим геометрическую картину контакта двух микровыступов соприкасаемых поверхностей с радиусами закругления при вершине r_1 и r_2 . В начальный момент соприкосновения поверхностей микронеровности войдут в контакт в точке «р», затем, демпфируясь под нагрузкой, займут положение, изображенное на рис. 1.

Из рассмотрения треугольников ΔO_1BN и ΔO_2BN следует, что:

$$\begin{aligned} y_1 &= r_1 \left(1 - \frac{b^2}{r_1^2}\right)^{1/2} \\ y_2 &= r_2 \left(1 - \frac{b^2}{r_2^2}\right)^{1/2}. \end{aligned} \quad (5)$$

Разложив (5) в ряд Маклорена и используя два первых члена ряда, получим:

$$\begin{aligned} y_1 &\approx r_1 \left(1 - \frac{b^2}{2r_1^2}\right)^{1/2} \\ y_2 &\approx r_2 \left(1 - \frac{b^2}{2r_2^2}\right)^{1/2}. \end{aligned} \quad (6)$$

С учетом (6) расстояние $\overline{O_1O_2}$ будет равно:

$$\overline{O_1O_2} = y_1 + y_2 = (r_1 + r_2) - \frac{b^2}{2\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right)}. \quad (7)$$

С другой стороны, из ΔO_1BN по теореме косинусов в момент касания (здесь x_1 и x_2 – ординаты процессов,

соответствующие какому-то одиночному контакту) расстояние $\overline{O_1O_2}$ может быть принято равным:

$$\overline{O_1O_2} = y_1 + y_2 = (r_1 + r_2) \left[1 - \frac{2(x_1 - x_2) \cos \alpha}{r_1^2 + r_2^2} \right]^{1/2}. \quad (8)$$

Разложив (8) в ряд Маклорена и используя два первых члена ряда, получим:

$$\overline{O_1O_2} \approx (r_1 + r_2) - (x_1 + x_2) \cos \alpha. \quad (9)$$

Из сравнения (7) и (9), с учетом, что $\alpha = \arctg x_1(S)$, следует:

$$b^2 = \frac{2r_1r_2}{r_1 + r_2} \frac{x_1 - x_2}{\sqrt{1 + x_1^2}}. \quad (10)$$

Согласно формул теории упругости для микровыступов, кривизна которых в перпендикулярном к трассе S направлении равна нулю, контактное усилие P_n в точке «P» соприкосновения их контуров с учетом (1) будет:

$$P_n = C \frac{x_1 - x_2}{\sqrt{1 + x_1^2}}. \quad (11)$$

Здесь: C – учитывает размер микровыступов в перпендикулярном к трассе направлении и физико-механические свойства материалов контактируемых поверхностей.

Общая нагрузка, сжимающая контактируемые шероховатые поверхности может быть определена с учетом независимости процессов: $x_1(S)$ от $x_2(S)$.

$$P = \sum P_n \cos \alpha = \frac{\{x_1(S) - x_2(S)\}}{\{1 + x_1^2(S)\}} CN_k. \quad (12)$$

Здесь:

$$f(\lambda) = \frac{2 \exp \left[-\frac{\lambda^2}{4} \right]}{\sqrt{\pi(1 - \operatorname{erf} \lambda / 2)}} - \lambda, \quad (13)$$

$$\{1 + x_1^2(S)\} = 1 + (2\pi f_1 h_{ck})^2, \quad (14)$$

- N_k – определяется по (3).

Общая нагрузка (12), воспринимаемая контактирующими поверхностями на единицу длины трассы Sc учетом (3,13,14,15) будет равна:

$$P = C \frac{v}{1 + (2\pi v)^2} \exp \left(-\frac{\lambda^2}{4} \right) f(\lambda). \quad (15)$$

В зависимости от положения уровня контакта u (расстояние от нулевой линии до площадки контакта двух микровыступов) величина площадки контакта

будет различной: при понижении уровня контакта она будет увеличиваться, при повышении – уменьшаться.

Положение уровня контакта при соприкосновении двух шероховатых поверхностей величина случайная, плотность вероятности которой принимаем распределенной по закону Рэлея [5].

Общая длина линии контакта $w(x > u)$ микровыступов на уровне контакта u, соответствующая максимальной плотности на единицу длины трассы будет равна:

$$W(x > u) = \int_u^\infty \frac{x}{D} \exp \left[-\frac{x^2}{2D} \right] dx = \frac{1}{2} \left[1 - \frac{\operatorname{erf} u}{\sqrt{2D}} \right]. \quad (16)$$

Длина линии контакта одного микровыступа определяется как:

$$a(u) = \frac{W(x > u)}{N_k} = \frac{1}{2f_0} \left[1 - \frac{\operatorname{erf} u}{\sqrt{2D}} \right] \exp \left[\frac{u^2}{2D} \right]. \quad (17)$$

Обозначив в (17) $a(0) = \frac{1}{2} f_0$, получим:

$$\frac{a(u)}{a(0)} = \left[1 - \frac{\operatorname{erf} u}{\sqrt{2D}} \right] \exp \left[\frac{u^2}{2D} \right]. \quad (18)$$

Длина линии контакта (перпендикулярно трассе измерения S) на уровне u будет:

$$l(u) = a(0) \left[1 - \frac{\operatorname{erf} u}{\sqrt{2D}} \right] \exp \left[\frac{u^2}{2D} \right]. \quad (19)$$

Учитывая, что T средний по Райсу интервал между пересечениями процессом $[x_1(S) - x_2(S)]$ нулевого уровня можно записать:

$$l(u) = \frac{T}{2} \left[1 - \frac{\operatorname{erf} u}{\sqrt{2D}} \right] \exp \left[-\frac{\lambda^2}{16} \right]. \quad (20)$$

Общая вертикальная нагрузка (15), воспринимаемая контактирующими поверхностями на единицу длины трассы с учетом (20) будет:

$$P = C_1 \frac{v}{1 + (2\pi v)^2} \frac{T}{2} \psi(\lambda). \quad (21)$$

Здесь: C_1 – учитывает физико-механические свойства материала контактируемых поверхностей;

$\psi(\lambda)$ – функция сближения двух контактирующих поверхностей:

$$\psi(\lambda) = \left[1 - \frac{\operatorname{erf} \lambda}{4} \right] \frac{2}{\sqrt{\pi}} \exp \left[-\frac{\lambda^2}{4} \right] \left[\left[1 - \frac{\operatorname{erf} \lambda}{2} \right]^{-1} \exp \left[-\frac{3}{16} \lambda^2 \right] \right] \quad (22)$$

Графики функций $f(x)$, $\Psi(x)$ приведены на рис. 2.

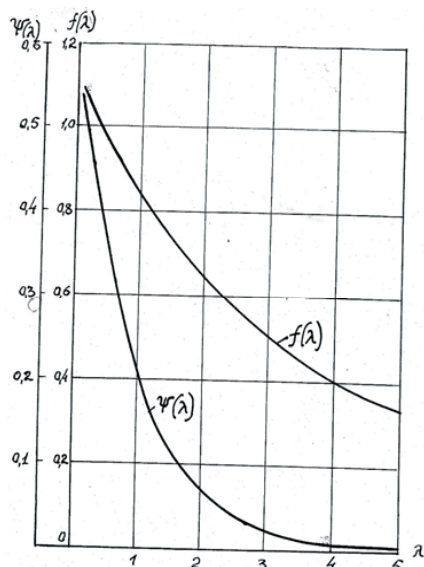


Рис. 2. Графики функций $f(x)$, $\Psi(x)$

4. Заключение

Знание функций $\Psi(\lambda)f(\lambda)$ позволяет в пределах принятия допущений определить количество контак-

тируемых в данный момент микровыступов и, следовательно, оценить их прочность в рамках принятой усталостной модели износа [6].

Литература

1. Крагельский И.В. Трение и износ [Текст] / И. В. Крагельский. - М., Машгиз, 1968.
2. Демкин И.Б. Контактное взаимодействие шероховатых поверхностей [Текст] / И. Б. Демкин. - М., «Наука», 1970.
3. Кордонский Х.Б. Вероятностный анализ процесса изнашивания [Текст] / Х. Б. Кордонский, Г. М. Харач, В. П. Артамоновский, Е. Ф. Непомнящий. - М., «Наука», 1968.
4. Витенберг Ю.Р. Оценка шероховатости поверхности с помощью корреляционных функций [Текст] / Ю. Р. Витенберг // Вестник машиностроения. - № 1, 1969.
5. Шукайло В.Ф. К расчету на долговечность зубчатых передач при случайных нагрузках [Текст] / В. Ф. Шукайло. - Изв. ВУЗов. - М.: Машиностроение. - № 1, 1961.
6. Крагельский И. В. Об усталостной природе износа твердых тел [Текст] / И. В. Крагельский. Вопросы механической усталости. - М.: Машиностроение, 1964.
7. Хусу А.П. Шероховатая поверхностей (теоретико-вероятностный подход) [Текст] / А. П. Хусу, Ю. Р. Витенберг, В. А. Бальмов. - Наука. 1975.

Abstract

The problem of interaction of two rough surfaces is traditional and topical nowadays. Various deterministic models of contact of real surfaces are known. However, experimental data indicate the substantial stochastic nature of the microrelief. The article considers the attempt to examine the contact between two surfaces, the profilograms of which are designed by some stationary stochastic processes. This examination is helpful in clarifying the real picture of the contact and the analytical structure of the function of approachment. The technique of definition of approachment of surfaces and of loads on microasperity are presented. They could be used to solve the problems of the strength assesment of the contact point of the interacting surfaces. Knowledge of the functions of approachment permits to determine the number of microprotrusions which are in contact and, therefore, to assess their strength in the frameworks of the accepted fatigue wear model

Keywords: rough, stochastic process, function of approachment, load on microasperity