

Дальнейшие исследования могут быть продолжены в нескольких направлениях.

В частности, теоретический интерес представляет детальное изучение зависимости свойств оптималь-

ных траекторий от параметров; с технологической точки зрения важными являются исследования по построению оптимальных траекторий при учете сил трения.

#### Литература

1. Семків, О.М. Розрахунок робочого органа ланцюгового ґрунтometального механізму [Текст] / О.М. Семків, В.М. Шатохін // Міжвідомчий науково-технічний збірник "Прикладна геометрія та інженерна графіка". - Випуск 87.- К.: КНУБА, 2011.-С. 303-312.
2. Попова, А.М. Дослідження руху частки ґрунту по лопатці: результати комп'ютерних експериментів [Текст] /А.М. Попова, В.М. Шатохін // XIV Міжнародна науково-практична конференція. Сучасні проблеми геометричного моделювання: - Тези доповідей.- Україна, Мелітополь.- 2012.- С. 18.
3. Семків, О.М. Дослідження траєкторії руху частки ґрунту після її вильоту з робочої поверхні лопатки роторного ґрунтometального механізму [Текст] /О.М. Семків, А.М. Попова // XIV Міжнародна науково-практична конференція. - Сучасні проблеми геометричного моделювання: Тези доповідей.- Україна, Мелітополь.- 2012.-С. 20.
4. Эльсгольц, Л.В. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление [Текст] /Л.В. Эльсгольц// -М.: Наука, 1969.- 279 с.
5. Геронимус, Я.Л. Вариационные методы решения задач оптимизации: Учеб. пособие [Текст] / Я.Л. Геронимус, Б.Л. Голинский // Харьков: Харьк. авиац. ин-т, 1987.- 114 с.
6. Лойцянский, Л.Г. Курс теоретической механики [Текст] / Л.Г. Лойцянский, А.И. Лурье // в 2-х томах. т. II. Динамика. -М.: Наука, 1983.- 640 с.

*Розглянуто питання динаміки середовища, явищ автоколивань, резонансу в роторних апаратах, які впливають на мови їх функціонування. Викладена методика розрахунку оптимального конструювання деталей роторного апарату*

*Ключові слова: середовище, роторний апарат, розрахунок, динаміка*

*Рассмотрены вопросы динамики среды, явлений автоколебаний, резонанса в роторных аппаратах, влияющих на условия их функционирования. Изложены обобщенная методика расчета и методика оптимального конструирования деталей роторного аппарата*

*Ключевые слова: среда, роторный аппарат, расчет, динамика*

*The problems of the dynamics of the medium, the phenomena of self-oscillations, the resonance in rotary machines, affecting the conditions of their operation are considered. A generalized method for calculating the optimal design and methodology of the rotary machine parts is presented*

*Keywords: environment, rotary phone, the calculation of the dynamics*

УДК 515.1

## ОСНОВЫ ТЕОРИИ И РАСЧЕТА ДЕТАЛЕЙ РОТОРНОГО АППАРАТА

**И.В. Питак**

Кандидат технических наук, доцент  
Кафедра химической техники и промышленной экологии  
Национальный технический университет «Харьковский политехнический институт»  
ул. Фрунзе, 21, г. Харьков, Украина, 61002  
Контактный тел.: (057) 707-62-57  
E-mail: ipitak@rambler.ru

### 1. Введение

В настоящее время в практику вводятся аппараты для гидромеханических, тепло- и массообменных процессов, в которых применяют различные устройства, интенсифицирующие процесс. Их действие основано на возбуждении низко- или высокочастотных колебаний в жидкости. Наблюдения различных авторов

показали, что воздействие акустических колебаний ускоряет самые разнообразные процессы.

Роторные аппараты обладают целым рядом преимуществ по сравнению с другими устройствами, возбуждающими колебания различного спектра частоты и интенсивности в обрабатываемой среде.

Роторные аппараты находят широкое применение для интенсификации технологических процессов в

системах "жидкость–жидкость", "твёрдое–жидкость" и "газ–жидкость".

## 2. Течение несжимаемой жидкости в каналах роторного аппарата

В настоящее время существует несколько моделей, описывающих течение несжимаемой среды в каналах роторного аппарата (рис. 1).

В работах [1–5] течение среды описывается на основании нестационарного уравнения Бернулли. При этом вращение канала ротора учитывается использованием в модели гидравлического сопротивления диафрагмы, образуемой в модуляторе роторного аппарата перекрывающимися каналами статора промежуточками между каналами ротора. Очевидно, что закономерности течения жидкости во вращающихся и неподвижных каналах различны. В работе [6] сделана попытка рассмотреть движение частицы среды отдельно в каналах ротора и статора под действием действующих на нее сил, причем переход от канала ротора в канал статора также моделируется с использованием закономерностей гидравлического сопротивления диафрагмы. В полученной модели учитывается течение среды в радиальном зазоре, а так как особенностью конструкции роторного аппарата являются малые радиальные зазоры  $\delta < 0,1$  мм, это приводит к необоснованному усложнению полученного уравнения. При этом по сравнению с результатами, полученными в [1–5], не получается более адекватного описания реального гидромеханического процесса.

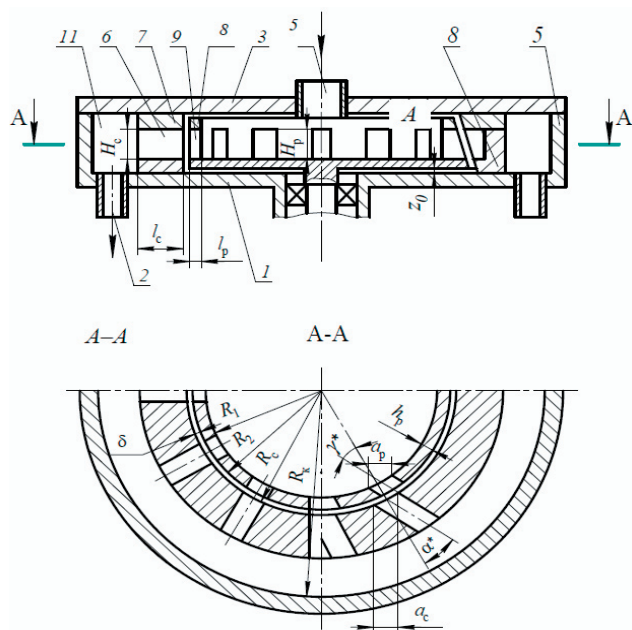


Рис. 1. Принципиальная конструкция роторного аппарата

Закономерности течения среды в каналах ротора и статора различны и должны описываться разными дифференциальными уравнениями движения. Поэтому при построении модели течения среды в каналах ротора и статора используется зонный подход, который заключается в том, что рассматриваемые

объекты разбиваются на зоны вдоль гидравлического тракта.

В каждой зоне определяются зависимости, описывающие протекающие в них процессы, с учетом особенностей характерных геометрических, режимных параметров, условий гидродинамической обстановки и т.д. Условием этого метода является то, что выходные параметры предыдущей зоны являются входными для последующей.

Для создания единой модели, описывающей процессы, протекающие в объекте, необходимо наличие условий и функций, обеспечивающих "сшивание" зависимостей, полученных в отдельных зонах. Этот метод нашел применение при изучении различных процессов. Используется также так называемая ячеичная модель для описания различных химико-технологических процессов. Поток разбивается на ряд последовательно соединённых ячеек. Принимается, что в каждой из ячеек происходит идеальное перемешивание потока, а перемешивание между ячейками отсутствует. Количество таких ячеек является параметром, характеризующим модель идеального потока.

В аппаратах с явно выраженной протяжённостью сушильного тракта, например в шахтных сушилках, параметры процесса сушки изменяются по длине рассматриваемой фазы, поэтому расчёт кинетики рекомендуется проводить зональным методом с разбиением всей длины потока твердой фазы на ряд элементарных зон и позонным заданием параметров процесса. При этом весь диапазон изменения влагосодержания материала разбивается на ряд концентрационных зон (оптимальное количество зон 5–6).

Зонный подход применён при изучении центробежного разделения пен. При движении низкократной пены по межтарельчатому зазору в системе происходит структурное изменение формы пенных оболочек от сферической к ячеистой.

Поэтому межтарельчатый зазор представляют состоящим из зон, в каждой из которых синерезис (вытекание жидкости из пены) описывается своим кинетическим уравнением. Определены условия, обеспечивающие "сшивание" зон по границе.

Применительно к роторному аппарату предложено выделять две зоны, соединённые последовательно. Это вращающийся канал ротора и неподвижный канал статора. На закономерности течения среды оказывают основное влияние геометрические и режимные параметры канала ротора и особенности процесса перекрывания канала статора промежуточками между отверстиями в роторе. Канал статора служит для передачи модулированного потока среды в камеру озвучивания роторного аппарата, однако отметим заранее, что длина канала статора влияет на возникновение в нём стоячей волны и резонансных явлений.

Функцией, служащей для сшивания зависимостей на границе зон, описывающих течения среды в канале ротора и статора, является уравнение неразрывности. При этом количество среды, находящейся в радиальном зазоре, в основном учитывается выражением для изменения площади проходного сечения модулятора. Кроме того, величина зазора на порядок и более меньше длин каналов ротора и статора. Таким

образом, параметры потока на выходе из канала ротора равны параметрам среды на входе в канал статора. Это обеспечивается использованием полученных в работе зависимостей для определения закона изменения площади поперечного сечения модулятора, соответствующих физическим представлениям о течении жидкости через модулятор.

Таким образом, уравнение неразрывности в интегральной форме для несжимаемой жидкости имеет вид:

$$v_p(r,t)S_p = v_c(r,t)S_c \tag{1}$$

Для сжимаемой среды уравнение неразрывности в интегральной форме

$$\rho_p(p)v_p(r,t)S_p = \rho_c(p)v_c(r,t)S_c \tag{2}$$

Закон изменения площади проходного сечения модулятора роторного аппарата оказывает значительное влияние на закономерности нестационарного течения среды в каналах ротора и статора. Он формирует форму и величину импульсов давления, что, в свою очередь, влияет на интенсивность акустической импульсной кавитации, возникающей в технологическом объеме аппарата.

Получено выражение для определения изменения площади проходного сечения модулятора для малых значений радиального зазора в безразмерном виде:

$$\bar{S}(t) = \begin{cases} \sqrt{t + \delta_a^2} + \frac{\delta_h m (\bar{t} - p)}{(pm + \delta_h n)\bar{t} - pm}, & 0 \leq \bar{t} \leq 1; \\ 1, & 1 < \bar{t} \leq A; \\ \sqrt{(A + 1 - \bar{t})^2 + \delta_a^2} + \frac{\delta_h m (A + 1 - \bar{t} - p)}{(pm + \delta_h n)(A + 1 - \bar{t}) - pm}, & A < \bar{t} \leq A + 1; \\ \delta_a + \delta_h, & A + 1 < \bar{t} \leq B - 1, \end{cases} \tag{3}$$

где  $A = \frac{a_p}{a_c}$ ;  $B = \frac{b_c}{a_c}$ ;  $\bar{t} = \frac{t}{T}$ ;  $\sqrt{1 + \delta_a^2} - 1 = m$ ;  $\sqrt{1 - \delta_a^2} = p$ .

Данное выражение применимо при условии  $\delta_a < 0,18$   $\delta_h < 0,1$ .

Относительная громоздкость выражения (3) легко разрешается современным состоянием вычислительных средств.

В заключение можно отметить следующее. Когда характер изменения площади поперечного сечения модулятора не влияет на характер полученных зависимостей, например при определении изменения гидравлического сопротивления модулятора, можно рекомендовать использовать более простое выражение.

### 3. Влияние кориолисовой и центробежной сил на течение среды в модуляторе роторного аппарата

При вращении радиального канала ротора на поток среды воздействуют центробежная и кориолисова

силы. Центробежная сила изменяется по длине канала. Кориолисова сила изменяется по поперечному сечению канала вследствие изменения эпюры осевой скорости по ширине потока жидкости.

Центробежная сила пропорциональна квадрату частоты вращения и расстоянию от центра вращения. Величина кориолисовой силы пропорциональна частоте вращения и скорости потока среды. Таким образом, с увеличением угловой скорости вращения ротора при постоянном объёмном расходе и, как следствие, постоянной скорости потока центробежная сила возрастает быстрее, чем кориолисова. Очевидно, при небольших частотах вращения ротора на поток преобладающее влияние оказывает кориолисова сила. При увеличении частоты вращения возрастает влияние центробежных сил на закономерности течения жидкости во вращающихся каналах ротора.

Кориолисово ускорение вызывает неоднородное поле массовых сил вдоль ширины канала. В соответствии с распределением радиальных скоростей Кориолисова сила имеет наибольшее значение в середине потока и уменьшается до нуля на боковой поверхности канала. При таком распределении сил Кориолиса в поперечном сечении трубы может образовываться парный вихрь [2-5]. В изотермическом потоке распределение скоростей в поперечном сечении не изменяется по длине канала.

Парный вихрь изменяет профиль распределения радиальной скорости и становится более полным, а максимум скорости сдвигается в сторону действия кориолисовой силы. Это подтверждено в работе [1].

На графиках, приведённых в [1], наблюдается смещение максимума скорости воздуха вдоль оси трубы в сторону действия кориолисовой силы.

Влияние центробежной силы на форму профиля продольных скоростей рассмотрено в работе [1]. Когда радиальный поток движется в направлении увеличения центробежной силы, градиент продольной скорости в пристенной области канала увеличивается и, согласно закону Ньютона, потери возрастают.

В случае движения потока среды к оси вращения градиент скорости уменьшается и потери падают, но отрыв потока в пристенной области способствует росту потерь. Таким образом, характер влияния центробежных сил на профиль скорости в каждом конкретном случае зависит от интенсивности изменения этой силы по нормали к боковой поверхности канала.

В нашем случае соотношение центробежных и кориолисовых сил характеризуется критерием КК. При малых значениях КК кориолисовы силы по величине преобладают над центробежными. При больших величинах КК преимущественное влияние оказывают центробежные силы.

Как доказано в предыдущих исследованиях, основное влияние на интенсивность кавитации в роторных аппаратах оказывает величина отрицательной амплитуды динамического давления, пропорционального амплитуде модуля отрицательного ускорения, возникающего в потоке среды в процессе закрывания канала статора.

В случае, когда кориолисова сила превышает центробежную, максимум радиальной скорости приходится на окончание процесса закрывания. В случае, когда центробежная сила оказывает основное влияние на формирование профиля радиальной скорости в поперечном сечении канала ротора, максимум скорости совпадает с серединой канала и с серединой процесса закрывания канала статора.

Сравнивая эти режимы работы аппарата, можно сделать вывод, что в случае преобладающего влияния кориолисовых сил на процесс течения среды уменьшение скорости в процессе закрывания происходит более круто. Это означает, что и величина отрицательного ускорения в процессе торможения движущегося потока жидкой среды будет больше, чем в случае, когда центробежные силы превосходят по величине кориолисовы.

Таким образом, на основании сделанного анализа влияния кориолисовых и центробежных сил на формирование профиля скорости в поперечном сечении канала ротора в зависимости от частоты вращения ротора можно предложить следующий механизм изменения модуля амплитуды отрицательного ускорения потока среды. Как отмечалось выше, режимы течения характеризует величина критерия КК. При анализе предполагается, что расход и, следовательно, масштаб радиальной скорости изменяются незначительно. Условно можно выделить три режима течения среды через модулятор. Первый режим соответствует существенному преобладанию влияния кориолисовых сил. В этом случае при увеличении линейной скорости ротора до определенного значения КК, происходит увеличение модуля амплитуды отрицательного ускорения течения среды.

Второй режим реализуется при дальнейшем увеличении  $\omega R$ , при этом влияние центробежных и кориолисовых сил примерно одинаково, т.е. они имеют величину примерно одного порядка. Этот режим течения характеризуется значением  $КК 2 > КК 1$ .

При увеличении частоты вращения и, соответственно, линейной скорости ротора формируется профиль скорости. В этом случае возрастают центробежные силы и давление, а также время процесса открывания–закрывания канала статора, т.е. растёт величина  $|\partial v / \partial t|$ . Таким образом, при значении  $КК 3 > КК 2$  реализуется третий режим течения среды в модуляторе роторного аппарата. В этом режиме значение максимума модуля амплитуды отрицательного ускорения среды начинает возрастать пропорционально увеличению величины  $\omega R$ .

Из проведённого анализа можно сделать вывод, что величина модуля амплитуды кавитационных

импульсов давления должна меняться аналогично изменению модуля амплитуды отрицательного ускорения жидкой среды. Таким образом, в тех технологических процессах, где эффективность зависит от интенсивности кавитации, необходимо работать в области значения критерия КК1. Однако отметим, что кавитационные импульсы генерируются в момент перекрывания канала статора и чем чаще перекрываются каналы статора в определённый промежуток времени, тем больше возникает кавитационных импульсов. Критерий КК можно регулировать двумя способами – или изменять  $\omega R$  или масштаб радиальной составляющей скорости  $V$ , т.е. объёмный расход.

При увеличении  $\omega R$  увеличивается частота перекрывания каналов статора, но с другой стороны возрастает потребляемая мощность. Следовательно, необходимо учитывать противоречивое влияние  $\omega R$  на эффективность проводимого технологического процесса.

При увеличении масштаба радиальной составляющей скорости растёт производительность роторного аппарата, потребляемая мощность возрастает линейно.

В случае, когда производительность роторного аппарата задаётся техническим заданием, можно использовать первый способ достижения необходимого режима обработки среды.

Известно, что энергетическая мощность излучения определяется квадратом произведения амплитуды импульсов давления на частоту их следования. Так как частота пропорциональна скорости перекрывания ( $f = \omega R / (a_p + b_p) \approx \omega R$ , то мощность излучения пропорциональна квадрату произведения величины кавитационных импульсов давления на линейную скорость ротора. Таким образом, максимум эффективности работы аппарата смещается в сторону больших значений скоростей перекрывания.

### Вывод

Из проведённого анализа следует, что для достижения наиболее эффективного режима работы, с точки зрения наибольшей интенсификации проводимых технологических процессов, желательно, чтобы величина  $КК 1 < 1$  при максимально возможных значениях  $\omega R$  и  $V$ . При этом необходимо учитывать и энергетические затраты роторного аппарата.

Таким образом, роторные аппараты относятся к наиболее эффективному оборудованию для проведения и интенсификации гидромеханических и теплообменных процессов химической технологии.

### Литература

1. Питак, И.В. Закономерности процесса очистки газоздушных смесей в роторном вихревом аппарате [Текст]: дис. ... канд. техн. наук / И.В. Питак. – Х., 2008. – 149 с.
2. Питак, И.В. Определение эффективности очистки газоздушного потока в роторном массообменном аппарате / И.В. Питак, А.Г. Трошин, В.Ф. Моисеев // Східно-Європейський журнал передових технологій – Х.: Технологічний центр, 2007, № 5/4 (29) – с. 9–12.
3. Питак, И.В. Гидравлическая характеристика роторного массообменного аппарата. / И.В. Питак, А.Г. Трошин, В.Ф. Моисеев, А.В. Сурков // Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Збірник наукових праць. Тематичний випуск: «Хімія, хімічна технологія та екологія». – Х.: НТУ «ХПІ» - 2007. - №32. – С. 93-100.

4. Трошин, А.Г. О режимах движения жидкой фазы в роторном вихревом массообменном аппарате/Трошин А.Г., Питак И.В//Интегрированы технологии та енергозбереження //Щоквартальний науково-практичний журнал. – Х.: Національний технічний університет «ХПИ», 2007. - №4. – С. 31-37.
5. Питак, И.В. Аппарат для проведения процессов абсорбции и газоочистки/И.В. Питак, П.П. Хусточкин, В.Ф. Моисеев, В.П. Шапоров //Вісник Національного технічного університету «ХПИ». Збірник наукових праць. Тематичний випуск: Нові рішення в сучасних технологіях. – Х.:НТУ «ХПИ» - 2005. -№9. – С.3-6.
6. Карепанов, С.К. Математическая модель течения рабочей жидкости в каналах ротора и статора гидромеханического диспергатора /С.К. Карепанов//Применение роторных гидромеханических диспергаторов в горнодобывающей промышленности : теория и практика : сб. докл. Междунар. науч.-практ. семинара. – Минск : Беларус. АН БЖ, 1998. – С. 57– 67.

□                      □

*Дана лінеаризована математична модель дискретного гідроприводу з урахуванням інерційного навантаження, стисливості рідини і витоків, в основі якої лежить заміна нелінійної залежності не дотичними, а раціонально підібраними січними*

*Ключові слова: дискретні гідроприводи, лінеаризована математична модель, метод січних*

□                      □

*Дана линеаризованная математическая модель дискретного гидропривода с учетом инерционной нагрузки, сжимаемости жидкости и утечек, в основе которой лежит замена нелинейной зависимости не касательными, а рационально подобранными секущими*

*Ключевые слова: дискретные гидроприводы, линеаризованная математическая модель, метод секущих*

□                      □

*A linearize mathematical model of discrete hydraulic taking into account the inertial loads, compressibility and leakage, which is based on replacement of non-linear dependence is not tangent and secant rationally chosen is given in this article*

*Keywords: pneumatic aggregates discrete, linearize mathematical model, the method of secants*

□                      □

УДК 621.05

# ЛИНЕАРИЗОВАННАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДИСКРЕТНОГО ГИДРОПРИВОДА НА ОСНОВЕ МЕТОДА СЕКУЩИХ

**Г.А. Крутиков**

Доктор технических наук, профессор\*  
Контактный тел.: (057) 707-61-28  
E-mail: gkrutikov@gmail.com

**М.Г. Стрижак**

Аспирант\*  
Контактный тел.: (057) 707-61-28  
E-mail: mp9753@mail.ru

\*Кафедра «Гидропневмоавтоматика и гидропривод»  
Национальный технический университет  
«Харьковский политехнический институт»  
ул. Фрунзе, 21, г. Харьков, Украина, 61002

## Введение

При решении задач управления дискретным гидроприводом необходимо иметь сравнительно точные аналитические решения уравнений, описывающих функционирование гидропривода, которые невозможно получить на основе нелинейной модели. Предлагаемые в статье пути решения задачи динамического расчёта гидропривода являются компромиссом между численными нелинейными решениями на ЭВМ, что требует больших затрат машинного времени, и общепринятыми линейными решениями, которые пригодны лишь для замкнутых гидроприводов, но дают большую погрешность применительно к разомкнутым (дискретным) приводам.

## Постановка задачи

Решается задача получения достаточно точных аналитических решений для всех переменных состояния гидропривода на основе замены нелинейной расходно-перепадной характеристики золотника рационально подобранной секущей. Исходная нелинейная математическая модель в безразмерной форме для дискретного гидропривода (рис. 1), полученная в работе [1], имеет вид:

$$\frac{d^3\xi}{d\tau^3} + \left(\frac{\gamma}{\beta} + \phi\beta\right) \frac{d^2\xi}{d\tau^2} + (\phi\gamma + 1) \frac{d\xi}{d\tau} + \chi\phi = \bar{f} \sqrt{1 - \left(\beta \frac{d^2\xi}{d\tau^2} + \gamma \frac{d\xi}{d\tau} + \chi\right)} \tag{1}$$