

*У статті розглянуті методи побудови адитивної нестационарної моделі вентиляційного процесу, розроблена узагальнена модель вентиляційної системи, розглянутий вплив зовнішніх факторів на вентиляційний процес із урахуванням часу запізнювання*

*Ключові слова: динамічний процес, вентиляція, математична модель, прогнозування, зовнішній вплив, час запізнювання*

*В статье рассмотрены методы построения аддитивной нестационарной модели вентиляционного процесса, разработана обобщенная модель вентиляционной системы, рассмотрено воздействие внешних факторов на вентиляционный процесс с учетом времени запаздывания*

*Ключевые слова: динамический процесс, вентиляция, математическая модель, прогнозирование, внешнее воздействие, время запаздывания*

# АДДИТИВНАЯ НЕСТАЦИОНАРНАЯ МОДЕЛЬ ВЕНТИЛЯЦИОННОГО ПРОЦЕССА

**Я. А. Гусенцова**

Доктор технических наук, доцент  
Кафедра строительных конструкций  
Луганский национальный аграрный университет  
Городок ЛНАУ, г. Луганск, Украина, 91008  
Контактный тел.: (0642) 32-39-88  
E-mail: gusentsova@gmail.com

## 1. Введение

Интерес к проблеме математического моделирования вентиляционных систем значительно возрос в связи с возросшими требованиями к внутренней и внешней экологии промышленных объектов. В литературе публикуются различные материалы, прямо или косвенно отражающие различные аспекты этой сложной проблемы.

Изучение характеристик элементов систем вентиляции и кондиционирования диктуется не только чисто научными соображениями, но также насущными инженерными задачами и, в первую очередь, необходимостью достаточно точно предсказывать параметры этого сложного процесса [1, 2, 12].

## 2. Анализ литературных данных и постановка проблемы

Аналитический обзор вентиляционных систем различного назначения, показал, что одним из направлений решения задачи повышения их эффективности является разработка математических моделей и методик расчета параметров вентиляционных систем. Большой объем исследований в этой сфере выполнен различными организациями в Украине, странах СНГ, дальнего зарубежья.

Предложено большое количество математических моделей, целью которых являлось достоверно описать характеристики вентиляционных процессов сложных систем, подвергающихся воздействию различных факторов [1 – 3, 6, 12].

Существующие аналитические методы расчета параметров процесса не всегда дают удовлетворительный результат, поэтому часто при расчетах пользуются экспериментальными данными, что снижает точность расчетов.

## 3. Цель и задачи исследования

Целью работы является повышение технико-экономической эффективности систем вентиляции за счет усовершенствования математических моделей и методик расчета их аэродинамических характеристик.

Поставленная цель предполагает решение следующих основных задач исследования: разработать теоретические основы математического моделирования, адекватные математические модели вентиляционного процесса и на их основе предложить принципы построения и методики проектирования вентиляционных систем.

## 4. Материалы и результаты исследований

В аддитивном нестационарном процессе сумма входных воздействий на систему вентиляции  $x_1(t)$ ,  $x_2(t)$ , ...,  $x_n(t)$  вызывает отклик на выходе  $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ .

Однако выходные результаты процесса вентиляции в общем случае выражаются суммой

$$Y(t) = \delta_k(t) + \Delta_k(t), \quad (1)$$

где  $\Delta_k(t)$  - стационарный случайный процесс;  
 $\delta_k(t)$  - детерминированный процесс при условии  $\delta_k(t)$  не равно const [2, 4].

Таким образом, на выходе осуществляется суммирование откликов на любые входные воздействия внешней среды.

Следовательно, здесь вентиляционный процесс рассматривается как процесс суммирования отдельных «откликов».

Очевидно также, что такого рода «сумматор» накапливает результаты независимо от того, действует ли на входе вентиляционной системы случайное

возмущение или детерминированная совокупность входных воздействий либо и то, и другое вместе. Если подобное положение действительно проявляется в реальных условиях, то это дает основание для важного вывода.

При прогнозировании вентиляционных процессов в целях упрощения задачи и повышения точности прогноза необходимо и достаточно изучать поведение только выходной величины (расхода, давления) и на основании экспериментальной зависимости расхода – время (напор – время) осуществлять кратковременный или долгосрочный прогноз [7 – 9].

Очевидно, что реализация задачи прогнозирования характеристик вентиляционной системы по функции  $Y(t)$  может быть обоснована только экспериментальным путем.

На основании вышеизложенного, реализованы две принципиально новые модели: двухмерная, или «плоская» и трехмерная, или «пространственная», модели вентиляционного процесса. Очевидно, переход от двухмерной к трехмерной модели и модели более высокого порядка является естественным, так как позволяет выявить более сложные зависимости и внешние связи, проявляющиеся в вентиляционном процессе [5, 6, 8].

Вначале даются качественные обоснования возможности представления вентиляционного процесса в виде двухмерной (плоской) модели, а затем осуществляется переход к более сложной трехмерной модели.

В самом общем виде модель вентиляционного процесса можно представить в виде обобщенной модели, состоящей условно из трех отдельных, взаимосвязанных и причинно-обусловленных подсистем. В действительности модель будет более сложной, но в первом приближении допустим, что вентиляционный процесс состоит из трех подсистем (рис. 1).

Подсистема I - внешняя среда, определяющая условия и интенсивность развития и протекания во времени вентиляционного процесса.

Подсистема II - система вентиляции, подвергающаяся воздействию внешнего воздействия. Очевидно, что различные системы обладают различной устойчивостью к тому или иному.

Подсистема III - конечный (или мгновенный) результат проявления вентиляционного процесса при том или ином внешнем воздействии. Другими словами, в этой подсистеме учитывается материальный эффект проявления вентиляции.

Как уже отмечалось выше, эта подсистема может быть описана математическим аппаратом теории случайных процессов. Другими словами, подсистема I представляет собой модель случайного процесса. Внешнее возмуще-

ние, вызывающее изменение характеристик вентиляционного процесса, по существу есть случайная функция, являющаяся естественным обобщением основного понятия в классической теории вероятностей - случайной величины  $x$  и случайного вектора:

$$X = (X_1, X_2, X_3, \dots, X_n),$$

где  $X_n$  ( $i = 1, 2, 3, \dots, n$ ) - некоторые случайные величины, рассматриваемые в качестве компонентов вектора  $X$ .

Если случайный вектор  $X$  претерпевает изменения в зависимости от одного  $t$  или нескольких параметров, т. е. имеют место функции  $X(t)$  или  $X(t_1, t_2, \dots, t_n)$ , то такие функции называются случайными:

- 1) при  $X(t)$  - одномерными векторными случайными функциями;
- 2) при  $X(t)$  - векторными случайными полями.

Если параметр  $t$  - время, то функция  $x(t)$  - называется случайным процессом. Рассматриваемая подсистема I, при ее предварительном исследовании может быть отнесена к аддитивным математическим моделям.

При исследовании вентиляционного процесса понятие множества связано со способностью выделять в обобщенной модели (системе) подгруппы, обладающие некоторыми общими свойствами. Можно говорить о множестве разнообразных входных воздействий, о параметрах каждого из воздействий, устойчивостью, и т. д. Понятие множество в данном случае совпадает с употреблением этого слова в математике и в обычной речи.

Можно считать, что любое внешнее воздействие, является элементом этого множества. Конечное множество - такое множество, которое содержит известное целое число элементов (положительное или равное нулю), в противном случае оно называется бесконечным [9, 11].

Прилагая к анализу вентиляционного процесса понятие точечные множества, можно установить

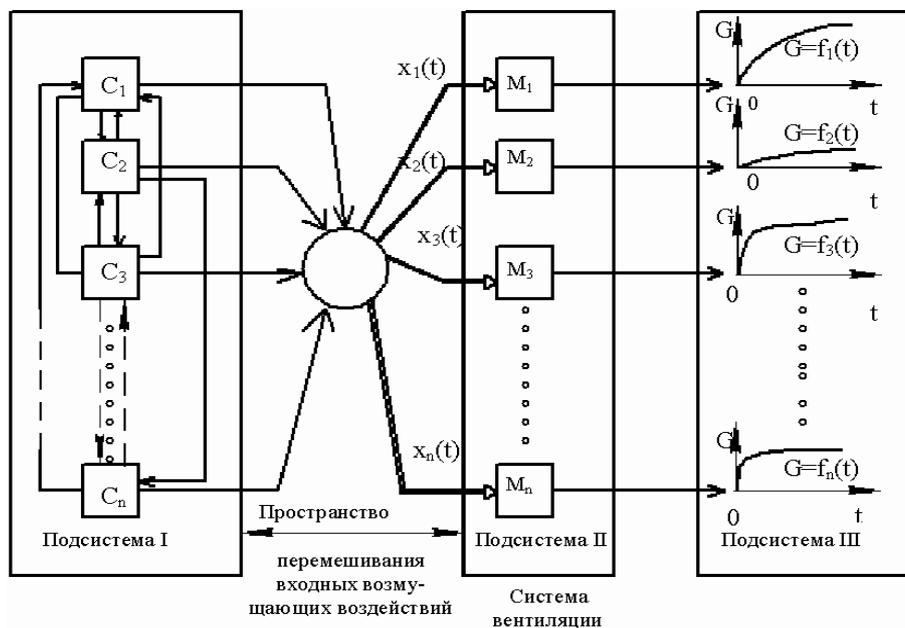


Рис. 1. Обобщенная модель системы вентиляции

следующие особенности подсистемы I. Пусть, например, внешние воздействия ( $x$ ), являются функцией времени ( $t$ ). Такая зависимость имеет место при вентиляционном процессе, когда при прочих равных условиях внешнее воздействие изменяются по временам, т. е.  $x = f(t)$ .

В инженерной практике часто требуется указать множество  $i$  возможных значений ( $x$ ), для которых  $f(t)$  определено, например, экспериментальным путем. Необходимо отметить, что подобным образом в математике описываются и функции, и множества.

При исследовании подсистемы I можно применять два известных способа задания множеств:

1) явный, или «списочный» способ, основанный на перечислении всех составляющих (возмущений), возникающих во внешней среде. Этот метод ясен и удобен в том случае, если число возмущающих воздействий, т. е. число элементов множества ( $S$ ), невелико. Так, множество  $S$  возмущающих воздействий

$$S = \{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\},$$

2) метод «правила» - неявный, или описательный, основанный на задании условий, при помощи которых для подсистемы I можно установить, принадлежит или не принадлежит тот или иной элемент ( $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ ) к рассматриваемому множеству. При этом методе используются выражения такого типа: « $S$  есть множество всех таких возмущающих воздействий  $x$ , что  $x$  есть целое положительное число и  $x$  заключено, например, между 1 и 6, включая и эти крайние значения». Для подобной формулировки применяется более компактная запись

$$S = \{x: x - \text{целое и } 1 \leq x \leq 6\}.$$

Здесь двоеточие (:) читается обычно как «такое, что». Слева от двоеточия стоит символ, обозначающий произвольный элемент данного множества агрессивных воздействий  $x$ . Справа от двоеточия записано правило, по которому определяют отдельные возмущающие воздействия в подсистеме I, т. е. элементы данного множества.

Рассматривая вентиляционный процесс в виде модели, обладающей динамическими свойствами, необходимо в первую очередь определить ее основные характеристики. Это диктуется тем, что в последнее время в теории вентиляционных процессов наблюдается повышенный интерес к системе с запаздыванием. Установлено, что в некоторых системах вентиляции (например, вытесняющей вентиляции) имеются запаздывания, которыми нельзя пренебречь, ибо их влияние на протекание воздухообмена достаточно велико. Рассмотрим предварительно некоторые общие вопросы, а затем - модели вентиляционного процесса с запаздыванием.

«Память» вентиляционного процесса. Любой динамический физический процесс, наблюдаемый в природе и характеризуемый определенным запаздыванием, можно описать математическим уравнением (математической моделью) с запаздыванием во времени. Для обоснования этого условия рассмотрим математическую модель вентиляционного процесса, под которой понимается математическая абстрак-

ция, определяющая его характеристики. Обычная математическая модель устанавливает связи между тремя совокупностями переменных:

1) переменными внешних воздействий, т. е. переменными входных возмущающих воздействий;

2) переменными в виде вентиляционных потерь воздуха либо изменяющийся во времени расхода (давления);

3) переменными, характеризующими действительное состояние вентиляционной системы и учитывающими непрерывное изменение ее характеристик.

Вход вентиляционной системы может быть представлен явными функциями времени, учитывающими внешние воздействия  $x(t)$ . Выходной величиной есть функция  $G(t)$  или  $\delta_k(t)$ . Очевидно, вход и выход вентиляционной системы имеют причинно-следственную связь, которая в зависимости от внешних воздействий и свойств системы и может меняться, т. е. может быть сильной или слабой.

Характерной особенностью динамического процесса вентиляции является то, что ее характеристики во времени определяется не только мгновенными внешними воздействиями, но также зависит от возмущений, которые имели место в прошлом. Это позволяет утверждать, что динамический вентиляционный процесс имеет «память», в которой накапливаются последствия прошлых возмущающих воздействий на систему. Для характеристики памяти вентиляционного процесса введем понятие - его состояние  $Z(t)$ . Эта функция представляет собой совокупность, например, числовых величин, полностью характеризующих последствия прошлых агрессивных воздействий.

Среди множества внешних факторов (т. е. среди входных переменных), различают две разновидности:

- переменные детерминированные  $x(t)$ , представляющие собой периодически или постоянно действующие внешние воздействия;

- переменные возмущения  $\lambda(t)$ , представляющие собой беспорядочные воздействия, именуемые случайными внешними факторами.

Модель вентиляционного процесса является детерминированной, если в описывающих ее уравнениях не учитываются случайные величины или случайные функции на входе.

Если случайные возмущения или функции учитываются в модели вентиляционной системы (что равнозначно учету случайного характера входных переменных), то модель вентиляционного процесса - стохастическая (или недетерминированная).

Вентиляционная система имеет конечное число входных воздействий и соответствующие им число выходных откликов. Очевидно, что под воздействием внешних воздействий (входного сигнала) на выходе появляется (или не появляется) выходной сигнал.

В результате приведения вентиляционного процесса к подобной схеме представляется возможность применить для его анализа аппарат, используемый для описания конечных автоматов. Введем следующие обозначения:  $X$  - характеристика внешних воздействий, или на языке теории конечных автоматов - входной алфавит, состоящий из конечного числа входных букв  $x_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ). Очевидно, что в венти-

ляционной системе под каждой буквой  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  следует подразумевать гамму соответствующих входных воздействий,  $Y$  - выходной алфавит. По аналогии можно полагать, что  $Y$  состоит из конечного числа выходных букв  $y_1$ , под которыми в вентиляционном процессе подразумевают: расходы воздуха, давления в различных точках системы и т. п.

Обозначая здесь принятым уже выше индексом  $zK$  количество всех возможных состояний, в которых может находиться вентиляционная система, получим по аналогии с предыдущим алфавит состояний  $Z$  вентиляционного процесса. Теперь введем понятие - автоматное время, определяющее процесс работы системы, на вход которой передается некоторая последовательность внешних воздействий - сигналов (например, в виде скачков). Очевидно, автоматное время равно нулю в самом начале вентиляционного процесса. Затем при изменении внешнего воздействия (на входе) это время увеличивается на единицу. Далее при поступлении каждого последующего сигнала автоматное время будет принимать только целочисленные значения  $0, 1, 2, 3, \dots, n$ . При неравномерном поступлении на выход вентиляционной системы внешних воздействий (сигналов) автоматное время будет отличаться от астрономического.

Как уже отмечалось, реакция вентиляционной системы на входные воздействия сводится к ее переходу в новое состояние, что связано с определенным изменением ее параметров. Каждое новое состояние вентиляционной системы (конечного автомата), очевидно, зависит от ее «предыстории», т. е. от прежнего ее состояния и активности внешней среды (входного сигнала).

Идея черного ящика лежит в основе многих кибернетических систем, в том числе и в описании конеч-

ных автоматов. При этом рассматривают только вход и выход черного ящика. Это значительно упрощает практическую реализацию задачи описания конечного автомата с помощью двух следующих функций:

- функции переходов  $z(t) = \psi(z(t-1), x(t))$ ;
- функции выходов  $y(t) = \lambda(z(t-1), x(t))$ .

По своей физической сущности функция переходов связывает новое состояние  $z(t)$  вентиляционной системы как модели конечного автомата с ее прежним состоянием  $z(t-1)$  и входным сигналом  $x(t)$  - внешними свойствами среды.

Смысл функции выходов очевиден - она связывает выходную величину  $y(t)$ , «вырабатываемую» вентиляционной системой, под которой можно подразумевать расход  $G(t)$ .

Изложенное позволяет утверждать, что функции переходов и выходов позволяют определить реакцию вентиляционной системы как модели конечного автомата на любую последовательность входных сигналов, если известно начальное состояние конечного автомата  $z(0)$ .

---

#### 4. Выводы

---

Таким образом, представление вентиляционной системы в виде аддитивной нестационарной модели позволяет решать несколько важных задач: разработать адекватную математическую модель аэротермодинамических характеристик систем вентиляции, выбрать способ интегрирования математической модели, алгоритм и программу ее реализации и разработать на ее основе более простые адекватные математические модели, предельно полно учитывающие особенности протекания вентиляционного процесса.

---

#### Литература

1. Ананьев В. А. Системы вентиляции и кондиционирования. Теория и практика / В. А. Ананьев, Л. Н. Балуева, А. Д. Гальперин. - М. : Евроклимат : Арина, 2000. - 416 с.
2. Аэрогидромеханика. Ч. 1. Основы механики сплошных сред / А. А. Коваленко, В. И. Соколов, В. И. Осенин [и др.]. - Луганск : Изд-во ВНУ, 2001. - 64 с.
3. Вытесняющая вентиляция в непроизводственных зданиях / С. Хакоп, Э. Мундт, П. Нильсен [и др.]. - М. : АВОК-ПРЕСС, 2003. - 99 с.
4. Гусенцова Я. А. Математическая модель стационарного режима работы сложных приточно-вытяжных вентиляционных систем / Я. А. Гусенцова, К. Н. Андрийчук // Коммунальное хозяйство городов. Серия: Технические науки и архитектура. - К., 2004. - Вып. 60. - С. 191- 195.
5. Гусенцова Я. А. Математические модели движения потоков воздуха в системах воздушного отопления и вентиляции / Я. А. Гусенцова // IV MEZINÁRODNI VĚDECKO - PRAKTIKA KONFERENCT "PREDNI VĚDECKO NOVINKY - 2008", 01-15 září 2008 roku. - Praha : Publishing House "Education and Saintist", 2008. - P. 70-74.
6. Жуковский С. С. Математична модель тепло- і повітрообміну помешкань за нестационарних умов / С. С. Жуковский, О. В. Кінаш // Вісник ДонНАБА. Серія: Сучасні будівельні конструкції і матеріали. - Макіївка, 2006. - № 6. - С. 3-9.
7. Математическая модель аэротермических характеристик систем воздушного отопления и вентиляции / Я. А. Гусенцова, А. А. Коваленко, Е. А. Иващенко [и др.]. - Луганск : Изд-во ВНУ им. В. Даля, 2006. - 62 с.
8. Математические модели процесса перемешивания в системах воздушного отопления / Я. А. Гусенцова, А. А. Коваленко, Е. А. Иващенко [и др.]. - Луганск : Изд-во ВНУ им. В. Даля, 2006. - 48 с.
9. Методологические основы математического моделирования систем воздушного отопления и вентиляции / Я. А. Гусенцова, Е. А. Иващенко, А. А. Коваленко [и др.]. - Луганск : Вид-во СНУ им. В. Даля. - 2005. - 32 с.
10. Системы вентиляции: моделирование, оптимизация / Я. А. Гусенцова, А. А. Коваленко, К. Н. Андрийчук, В. И. Соколов. - Луганск : Изд-во ВНУ им. В. Даля. - 2005. - 192 с.

11. Соколов В. И. О моделировании нестационарных процессов в напорных газовых системах // Вісник Східноукраїнського державного університету. – 2000. – № 5 (27). – С. 209-212.
12. Alamdari F. Displacement Ventilation and Cooled Ceilings. Proceedings of Roomvent 98 / F. Alamdari. – Stockholm, 1998.

**Abstract**

*The article describes the methods of construction of the additive non-stationary pattern of ventilation process. A generalized pattern of the ventilation system was developed, the impact of external factors on the ventilation process was studied, taking to the account the time lag.*

*Based on the experimental plot (flow rate - pressure) - (head - time) short-term and long-term forecast of the parameters of ventilation system was carried out.*

*Two fundamentally new patterns were implemented: two-dimensional or "flat", and the three-dimensional or "spatial" models of the ventilation process.*

*A simplified model of the ventilation process was developed. There is a research of input actions of parameters on the final result of the ventilation process. The dynamic characteristics of the object of research, ventilated area, were determined. The time lag of the process was estimated.*

*The transition and output functions were defined, allowing to determine the response of ventilation system to any sequence of input signals, if its initial state is known*

**Keywords:** *dynamic process, ventilation, mathematical pattern, forecasting, external action, time lag*

**У даній статті проводиться історичний огляд виникнення фракталів та розвитку фрактальної геометрії як прикладної науки. Актуальність дослідження обумовлена високим практичним значенням і недостатнім опрацюванням проблеми застосування фрактальних алгоритмів кодування зображень в інформаційних технологіях та комп'ютерній графіці**

**Ключові слова:** *фрактал, фрактальна геометрія, кодування зображень*

**В данной статье проводится исторический обзор возникновения фракталов и развития фрактальной геометрии как прикладной науки. Актуальность исследования обусловлена высоким практическим значением и недостаточной проработкой проблемы использования фрактальных алгоритмов кодировки изображений в информационных технологиях и компьютерной графике**

**Ключевые слова:** *фрактал, фрактальная геометрия, кодировка изображений*

УДК 004.6

## ФРАКТАЛИ

**Р. А. Зубко**

Старший викладач

Кафедра інформаційних технологій та програмування

Відкритий міжнародний університет розвитку людини «Україна»

вул. Львівська, 23, м. Київ, Україна, 03115

Контактний тел.: (044) 424-62-74, 097-240-70-28

E-mail: RZubko@ukr.net

Поява фракталів в математичній літературі близько ста років тому була сприйнята дуже негативно, як це було і в історії розвитку багатьох інших математичних ідей [1]. Термін фрактал уперше ввів в 1975 році Бенуа Мандельброт. Слово фрактал утворюється від латинського дієслова *frangere* - ламати, і прикметника *fractus* - дробовий. Слід зазначити, що математичні ідеї сформувалися задовго до цього в XIX столітті в роботах Георга Кантора, Карла Вейерштраса, Джузеппе Пеано, Гастона Жюліа, П'єра Фату та інших. Поняття фрактальної (дробової) розмірності з'явилося в 1919 році в роботі Фелікса Хаусдорфа. Проте, саме Бенуа Мандельброт об'єднав ці ідеї і поклав початок систематичному вивченню фракталів і їх застосувань [2].

В результаті зусиль Бенуа Мандельброта фрактальна геометрія стала прикладною наукою. Він і його учні відкрили багато нових фракталів, наприклад, фрактальний броунівський рух для моделювання лісового і гірського ландшафтів, флуктуації рівня річок

і биття серця. Відкриття фракталів призвело до революції не лише в геометрії, але і у фізиці, хімії, біології. Фрактали ініціювали інтенсивний розвиток теорії інформації. Фрактальні алгоритми знайшли застосування в інформаційних технологіях, наприклад для синтезу тривимірних комп'ютерних зображень природних ландшафтів.

Траєкторії часток броунівського руху, яким займався Роберт Броун ще в 1828 році і Альберт Ейнштейн в 1905 році, є прикладом фрактальних кривих, хоча їх математичний опис був даний тільки в 1923 році Норбертом Вінером. У 1890 році Пеано сконструював свою знамениту криву - безперервне відображення, що переводить відрізок в квадрат і, отже, підвищує його розмірність з одиниці до двійки.

Фрактал, жодним чином не схожий на криву, який Мандельброт назвав пиллом - це класична множина Кантора. Ця множина настільки розріджена, що вона не містить інтервалів, але, має стільки ж точок, скільки ін-