

7. Иванов С.В., Олійник П.Б., Теут В.М. Синтез автостернового з забезпеченням заданої динамічної похибки // Судноводіння: зб. наук. праць, ОНМА – Вип. 19 – Одеса, «Видав-інформ», 2010. – с. 128-137.
8. С.В. Иванов, В.М. Теут, П. Б. Олійник Методика синтезу автостернового для морських суден з забезпеченням заданої динамічної похибки / VII міжнародна науково-технічна конференція «Гіротехнології, навігація, керування рухом та конструювання авіаційно-космічної техніки». Київ, 2011, 21-22 квітня 2011 р – с. 10-21
9. Справочник по теории корабля. В 3-х т. Т. 3. Л.: Судостроение, 1985, 544 с.
10. Астатична система керування з заданою динамічною похибкою та скороченою тривалістю перехідного процесу: UA 74965, МПК(2006) G05B 11/01; G05D 1/02 / Иванов С. В., Олійник П.Б., Теут В.М. - u201209446; Заявл. 02.08.2012; Опубл. 12.11.2012, Бюл. № 21 – 8 с: іл.

### Abstract

*The article is dedicated to the problem of synthesis of gyropilot with given dynamic error based on the authors' methods. The basis of the above-mentioned methods of synthesis is the bringing of the gyropilot characteristics to a reference system that has the desired properties. In the article the mentioned method was modified to simplify the structure of the regulator when receiving a given value of dynamic error and acceptable parameters of the transition process. To achieve the goal three options were offered: the creation of gyropilot with variable structure, the removal of the cutoff frequency for the eigenfrequency of the ship model, the direct compensation of exposure of time constant of the ship model. According to the results of study for the implementation in real devices the third option (direct compensation of time constant) was recommended, since its application provides a simplified structure of gyropilot compared with auto steering with variable structure and minimized overshoot and time of the transition process in the "gyropilot-ship" system compared with other options*

**Keywords:** gyropilot, gyropilot synthesis, dynamic error, control system quality

**За допомогою програмного пакету Maple розроблена математична модель зміни рівня ґрунтових вод під впливом додаткової інфільтрації. Запропонована модель дозволяє прогнозувати зміну рівня ґрунтових вод на забудованих територіях**

**Ключові слова:** додаткова інфільтрація, підтоплення міських територій, математична модель

**С помощью программного пакета Maple разработана математическая модель изменения уровня грунтовых вод под воздействием дополнительной инфильтрации. Предложенная модель позволяет прогнозировать изменение уровня грунтовых вод на застроенных территориях**

**Ключевые слова:** дополнительная инфильтрация, подтопление городских территорий, математическая модель

УДК 504.43

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОВЫШЕНИЯ УРОВНЯ ГРУНТОВЫХ ВОД ПОД ВОЗДЕЙСТВИЕМ ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ ИНФИЛЬТРАЦИИ

**Е. Н. Серикова**

Аспирантка

Кафедра инженерной экологии городов  
Харьковская национальная академия городского хозяйства  
ул. Революции, 12, г. Харьков, Украина, 61002  
Контактный тел.: 067-783-03-32  
E-mail: elena.kharkov@mail.ru

### 1. Введение

Одним из наиболее значимых факторов повышения уровня грунтовых вод (УГВ) городских территорий и возникновения подтопления вследствие этого, является дополнительная инфильтрация в грунтовые воды. В Украине подтоплено более 530 населенных пунктов [1,3]. Дополнительная инфильтрация в пределах больших городов Украины превышает природную

инфильтрацию в несколько раз. Утечки из водонесущих коммуникаций; фильтрация в грунтовые воды из поверхностного стока в результате отставания развития дождевой канализации от селитебного и промышленного освоения территории, из-за перегрузки и замусоривания коллекторов дождевой канализации; засыпка природных дренажей; экранирование транспирации асфальтовыми покрытиями; создание различных барражей, препятствующих оттоку подземных вод;

техногенные просадки поверхности земли и другие составляющие дополнительной инфильтрации приводят к опасному повышению УГВ. [1,2].

Несовершенство нормативно-правовой базы, постоянный недостаток средств и отсутствие заинтересованности строительных и эксплуатирующих ведомств приводит к необходимости борьбы с уже существующим подтоплением. [3]. Необходимо отметить, что попытки решить проблему подтопления на конкретных объектах и ограниченных участках, как правило, имеют низкую эффективность в связи с отсутствием системного подхода к вопросу о балансовых составляющих грунтовых вод на данной территории.

На застроенных территориях практически всегда имеет место та или иная водохозяйственная деятельность и это всегда усложняет структуру баланса подземных вод и в первую очередь - первого от поверхности водоносного горизонта грунтовых вод. Практика в основном неудачной борьбы с подтоплением показала, что решение проблемы подтопления на застроенных территориях возможно лишь при условии правильного представления о балансовых составляющих грунтовых вод этих территорий и организации поверхностного стока. Если эти вопросы решены, то на первый план выходит главный инструмент для обоснования предупредительных и ликвидационных мероприятий для сложно построенных гидрогеологических систем – математическое моделирование.

## 2. Постановка проблемы

Фильтрация воды в грунтах всегда нестационарная, трехмерная, а скелет грунта имеет склонность к деформации и анизотропии. Кроме того, в воде присутствует воздух, что увеличивает ее сжимаемость [6] и уменьшает проницаемость пористой среды [7,8]. Однако на практике дифференциальные уравнения фильтрации стремятся по возможности упростить для того, чтобы получить несложные аналитические решения в виде формул, а также при нефизическом моделировании. При этом опускают из рассмотрения не очень существенные особенности процесса фильтрации.

## 3. Анализ исследований и публикаций

В наиболее общем виде с физическим смыслом дифференциальные уравнения фильтрации вывел и опубликовал в 1922 г. Н.Н. Павловский [9].

Н.Н. Павловский [9], с учетом вышеизложенных представлений и обстоятельств, указал, что гидромеханический смысл модели фильтрации необходим для вывода дифференциальных уравнений движения.

Н.Н. Павловский, используя формулу М.В. Остроградского - Д. Грина, получил наиболее общее дифференциальное уравнение неразрывности для фильтрующейся сжимаемой жидкости в деформируемой пористой среде [9]:

$$\frac{\partial(\rho V_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho V_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho V_z)}{\partial z} + \frac{\partial(\rho n)}{\partial t} = 0 \quad (1)$$

с характеристическими уравнениями, выражающими зависимости плотности жидкости от давления

$$\rho = f(\rho) \quad (2)$$

и пористости среды от давления

$$n = f(\rho). \quad (3)$$

Здесь  $V_x, V_y, V_z$  - компоненты вектора скорости фильтрации соответственно вдоль декартовых осей координат  $Ox, Oy, Oz$ , где  $Oz$  - вертикальная ось;  $t$  - время;  $x, y, z$  - координаты точки.

При постоянной плотности жидкости ( $\rho = \text{const}$ ), Н.Н. Павловский [9] получил такой вариант уравнения неразрывности:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k \frac{\partial H}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k \frac{\partial H}{\partial z} \right) = \frac{\partial n}{\partial t}, \quad (4)$$

которое при постоянной пористости ( $n = \text{const}$ ), то есть при несжимаемой пористой среде переходит в уравнение [9]

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k \frac{\partial H}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k \frac{\partial H}{\partial z} \right) = 0. \quad (5)$$

где коэффициент фильтрации переменный и может быть представлен в виде:

$$k = f(x, y, z). \quad (6)$$

Уравнение (5) при  $k = \text{const}$  можно записать короче как дивергенцию вектора скорости фильтрации в виде

$$\text{div} V = 0. \quad (7)$$

Для однородной изотропной несжимаемой пористой среды ( $k = \text{const}, n = \text{const}$ ) получается уравнение Лапласа, где неизвестной функцией является фильтрационный напор [9]:

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial z^2} = 0, \quad (8)$$

которое можно переписать в сокращенном виде

$$\nabla^2 H = 0, \quad (9)$$

где  $\nabla^2$  - оператор Лапласа (лапласиан) [10].

Уравнение (5) пригодно для описания стационарной напорной и безнапорной фильтрации несжимаемой воды в недеформируемой пористой среде. Оно описывает также и нестационарную жесткую фильтрацию безнапорных потоков со свободной поверхностью. Для этого должно быть добавлено условие на свободной поверхности, например на УГВ. Вообще, при наличии зависимости скорости фильтрации от вертикальной координаты  $z$ , уравнение (5) относится к так называемой гидродинамической теории фильтрации. Термин «гидродинамическая теория фильтрации» введен П.Я.Полубариновой-Кочиной [11].

В 1969-70 гг. Н.Н. Веригин [12,13] предпринял дополнительные исследования по анализу уравнений фильтрации подземных вод. Он получил интересный результат: при гидрогеологических прогнозах на срок  $t \leq 30$  лет можно без существенных погрешностей в определении напора (ошибка не более 5 %) использовать дифференциальное уравнение, аналогичное уравнению теплопроводности (уравнению Фурье):

$$\frac{\partial H}{\partial t} = a \nabla^2 H, \tag{10}$$

где  $a$  - коэффициент пьезопроводности или уровнепроводности в зависимости от типа фильтрационного потока, соответственно, напорного или безнапорного (со свободной поверхностью). При этом Н.Н. Веригин привел и другое ограничительное условие применения уравнения (10):

$$a \leq 10^5 \text{ м}^2/\text{сут.}$$

Оба условия, по времени прогноза  $t$  и коэффициенту  $a$ , практически не ограничивают область применения дифференциального уравнения (10) в реальных пластах подземных вод. Это позволило Н.Н. Веригину с соавторами [13] получить большое количество решений дифференциального уравнения (10) при различных граничных условиях. Полученные в [13] аналитические формулы относятся к линейной теории фильтрации или гидравлической теории. Область применения этих зависимостей определена авторами коллективной монографии [13] для фильтрационных расчетов гидромелиоративных систем сельского хозяйства. Следует отметить, что многие решения из [13] применимы и для городского строительства при условии, что величины изменения УГВ не превышают 10–25 % от естественной мощности вод [7,8,14,15].

А.Ж. Муфтахов применил постановку задач в виде следующих систем дифференциальных уравнений жесткой фильтрации [16]:

а) плоская в разрезе фильтрация

$$\frac{\partial^2 H_i}{\partial x^2} + \gamma_i^2 \frac{\partial^2 H_i}{\partial z^2} = 0; \quad i = 1, 2; \quad \gamma_i^2 = \frac{k_{zi}}{k_{xi}}, \tag{11}$$

б) осесимметричная в разрезе фильтрация

$$\frac{\partial^2 H_i}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial H_i}{\partial r} + \gamma_i^2 \frac{\partial^2 H_i}{\partial z^2} = 0; \quad i = 1, 2; \quad \gamma_i^2 = \frac{k_{zi}}{k_{ri}},$$

или [15]

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial H_i}{\partial r} \right) + \gamma_i^2 \frac{\partial^2 H_i}{\partial z^2} = 0, \tag{12}$$

в) трехмерная фильтрация

$$\frac{\partial^2 H_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_i}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H_i}{\partial z^2} = 0; \quad i = 1, 2; \quad \gamma_i^2 = \frac{k_{zi}}{k_{ni}}. \tag{13}$$

Здесь  $x, y, z$  - декартовы координаты, причем  $z$  по вертикали;  $r$  - горизонтальная цилиндрическая координата;  $H_i$  - фильтрационный напор в  $i$ -том слое;  $i = 1$  для верхнего слоя;  $i = 2$  для нижнего слоя;  $\gamma_i$  - коэффи-

циент анизотропии для  $i$ -того слоя;  $k_{zi}$  - коэффициент фильтрации в вертикальном направлении для  $i$ -того слоя;  $k_{xi}, k_{ri}, k_{ni}$  - коэффициенты фильтрации в горизонтальном направлении для  $i$ -того слоя.

Условие на свободной поверхности УПВ, находящейся в верхнем слое, было записано А.Ж. Муфтаховым в линеаризованном виде [16]

$$\frac{\partial h_i}{\partial t} + \frac{k_{zi}}{\mu_i} \cdot \frac{\partial h_i}{\partial z} - \frac{\omega(\eta)}{\mu_i} = 0, \tag{14}$$

где  $\eta$  - обобщенная координата,  $\eta = x$  для плоской в разрезе фильтрации,  $\eta = r$  для осесимметричной;  $\mu_i$  - коэффициент водоотдачи или недостатка насыщения верхнего слоя соответственно при понижении или повышении УГВ;  $\omega$  - инфильтрационное питание водоносного пласта, зависящее от координаты  $\eta$ . Величину  $\omega$  называют также дополнительной инфильтрацией или интенсивностью дополнительной инфильтрации [18]. Обратим внимание, что напор на свободной поверхности записан как  $h_1$ , а не  $H_1$ , то есть он отсчитывается от горизонтальной плоскости 0-0, проведенной через подстилающий грунтовые воды водоупор.

#### 4. Граничные условия модели

Для апробирования математической модели выбираем:

- выбираем произвольный участок территории г. Харькова с типичными природными условиями для него и строим усредненную стратиграфическую колонку (рис. 1) исходя из разреза в районе г. Харькова [4];

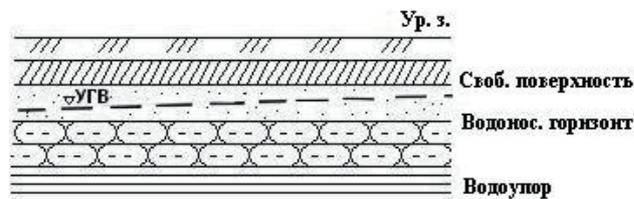


Рис. 1. Типичная стратиграфическая колонка г. Харькова [4]

- участок длиной  $2l$ , что соответствует 2000м и шириной 2000м (рис. 2);

- данные о дополнительной инфильтрации в пределах г. Харькова были взяты из [1]. Дополнительная инфильтрация составляет около 210 000 тыс м<sup>3</sup>/год, что соответствует 0,7 м/год или  $1,9 \cdot 10^{-3}$  м/сут;

- данные об условиях залегания грунтовых вод на территории г. Харькова взяты из [5]:  $k_{z1}$  - средний уровень залегания УГВ по г. Харькову,  $k_{z1}$  для г. Харькова равен от 0,2 до 10 м, для значительной части территории  $< 2$  м, что соответствует подтопленному состоянию, поэтому для таких подтопленных участков принимаем  $k_{z1} = 1,5$  м;  $h_{cp}$  - фоновый УГВ, принимаем два варианта  $h_{cp} = 0,2$  м и 0,5 м;

- поток жидкости отсутствует на боковых границах участка и на подошве водоносного горизонта, согласно [19];

- дополнительная инфильтрация происходит на всей поверхности участка;

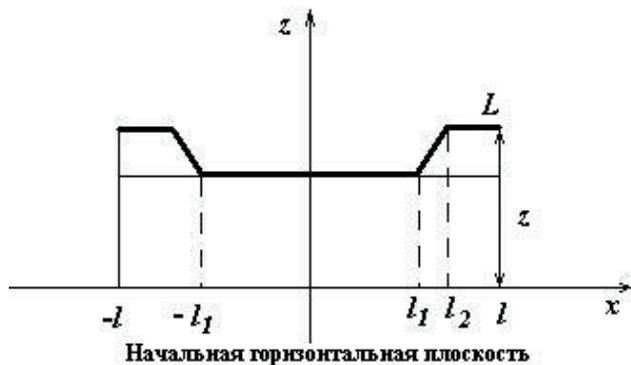


Рис. 2. Вид функции  $C_2(x)$ :  $L$  – схематически обозначает УГВ; в точках  $-l_1$  и  $l_1$  происходит точечное воздействие дополнительной инфильтрации на УГВ;  $l_2 - l_1$  – расстояние, на котором происходит изменение УГВ под воздействием дополнительной инфильтрации;  $z$  – расстояние от начальной горизонтальной плоскости до свободной поверхности

Рассмотрим случай плоской фильтрации. Предположим, что

$$H = h_1 + c, \quad c = \text{const.} \tag{15}$$

Рассмотрим уравнение (11) и подставим в него уравнение (15):

$$\frac{\partial^2 h_1}{\partial x^2} + \gamma_1^2 \frac{\partial^2 h_1}{\partial z^2} = 0, \tag{16}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 h_1}{\partial x^2} + \gamma_1^2 \frac{\partial^2 h_1}{\partial z^2} &= 0 \\ h_1|_{x=l} &= z \\ h_1|_{x=-l} &= z \\ h_1|_{z=0} &= 0 \\ \frac{\partial h_1}{\partial t} &= 0 \\ \frac{\partial h_1}{\partial z} &= \frac{1}{k_{z1}} \cdot \omega(\eta) - 1 \end{aligned} \right\}, \tag{17}$$

где  $z=0$  – начальная горизонтальная плоскость.

$$h_1 = H - z.$$

Рассматриваем стационарную задачу. Тогда уравнение (14) примет вид (17).

$\eta = x$ , так как рассматривается случай плоской фильтрации.

Для решения задачи (17) применим метод разделения переменных Фурье. Будем искать неизвестную функцию  $h_1$  в виде:

$$h_1(x_z) = X(x) \cdot Z(z). \tag{18}$$

Подставим (18) в (17)

$$X''(x)Z(z) + \gamma_1^2 X(x)Z''(z) = 0.$$

Делим на

$$\frac{X''(x)}{X(x)} + \gamma_1^2 \frac{Z''(z)}{Z(z)} = 0,$$

$$\frac{X''(x)}{X(x)} = -\gamma_1^2 \frac{Z''(z)}{Z(z)}.$$

Так как слева величина зависит только от  $x$ , а правая только от  $z$ , то обе части равенства являются постоянными. Следовательно:

$$\frac{X''(x)}{X(x)} = \lambda = \text{const.}$$

Пусть  $\lambda < 0$ ;  $\lambda = -\mu^2$

$$\frac{X''(x)}{X(x)} = -\mu^2,$$

$$X''(x) + \mu^2 X(x) = 0. \tag{19}$$

Получено дифференциальное уравнение II порядка. Характеристическое уравнение для него:

$$K^2 + \lambda \mu^2 = 0,$$

$$K = \pm i\mu.$$

Общее решение для функции  $X(x)$  имеет вид:

$$X(x) = c_1 \cos \mu x + c_2 \sin \mu x.$$

Удовлетворим граничным условиям (17):

$$X(l) = 0$$

$$\begin{cases} c_1 \cos \mu l + c_2 \sin \mu l = 0 \\ c_1 \cos \mu l - c_2 \sin \mu l = 0 \end{cases} \tag{20}$$

Получена система однородных уравнений. Чтобы она имела не нулевое решение, требуется, чтобы определитель этой системы был равен 0.

$$\Delta = \begin{vmatrix} \cos \mu l & \sin \mu l \\ \cos \mu l & -\sin \mu l \end{vmatrix} = 0$$

$$\Delta = -\cos \mu l \cdot \sin \mu l - \cos \mu l \cdot \sin \mu l = -2 \cos \mu l \cdot \sin \mu l = -\sin 2\mu l$$

Из условия  $\Delta = 0$  получаем  $\sin 2\mu l = 0$ .

Следовательно,

$$2\mu l = \pi m,$$

$$m = 0, 1, \dots,$$

$$\mu_m = \frac{\pi m}{2l},$$

Таким образом, получена совокупность решений:

$$X_m(x) = C_1^m \cos \frac{\pi m}{2l} x + C_2^m \sin \frac{\pi m}{2l} x.$$

Проверим выполнение граничных условий:

$$X_m^l(1) = C_1^m \cos \frac{\pi m}{2l} l + C_2^m \sin \frac{\pi m}{2l} l,$$

$$C_2^m = 0.$$

Тогда

$$X_m(x) = C^m \cos \frac{\pi m}{2l} x.$$

Для  $Z(z)$  имеем уравнение:

$$\begin{aligned} -\frac{Z''(z)}{Z(z)} \gamma_1^2 &= -\mu^2, \\ Z''(z) - \frac{\mu^2}{\gamma_1^2} Z(z) &= 0. \end{aligned} \tag{21}$$

Получено дифференциальное уравнение II порядка. Характеристическое уравнение для него:

$$K^2 - \frac{\mu^2}{\gamma_1^2} = 0.$$

Следовательно,

$$K_{1,2} = \pm \frac{\mu}{\gamma_1},$$

но  $\mu$  были определены ранее:

$$\mu_m = \frac{\pi m}{2l}.$$

Следовательно, общее решение (21) имеет вид:

$$Z_m(z) = D_1^m e^{\mu m z} + D_2^m e^{-\mu m z}.$$

Потребуем, чтобы

$$Z(0) = 0,$$

$$Z_m(0) = D_1^m + D_2^m = 0,$$

$$D_1^m = -D_2^m,$$

$$Z_m(z) = D_1^m (e^{\mu m z} - e^{-\mu m z}),$$

$$Z_m(z) = D^m \operatorname{sh} \mu_m z = D^m \operatorname{sh} \frac{\pi m}{2l} z.$$

Таким образом, частное решение задачи (17) имеет вид:

$$h_1^m(x, z) = X_m(x) Z_m(z) = C^m \cos \frac{\pi m}{2l} x \cdot D^m \operatorname{sh} \frac{\pi m}{2l} z.$$

Обозначим  $C^m$  и  $D^m$  через  $E^m$ .

$$h_1^m = E^m \cos \frac{\pi m}{2l} x \cdot \operatorname{sh} \frac{\pi m}{2l} z.$$

Общее решение задачи (17) принимает вид:

$$h_1(x, z) = \sum_{m=1}^{\infty} E^m \cos \frac{\pi m}{2l} x \cdot \operatorname{sh} \frac{\pi m}{2l} z. \tag{22}$$

Константы  $E^m$  будут определены из граничного условия (17).

Как показано в [14]:

$$\text{обозначим } \omega_1 = \frac{1}{k_{z1}} \omega_0 - 1,$$

$$h_1 = \frac{\omega_0}{k_{z1}} z + C_2(x) - z.$$

Из (17) получаем:

$$\frac{\partial h_1}{\partial z} = \frac{1}{k_{z1}} \cdot \omega(x) + C_0.$$

Следовательно:

$$\begin{cases} \frac{\partial h_1}{\partial z} = \frac{1}{k_{z1}} \cdot \omega_0 & \text{при } x \leq \pm l, z = h_{cp} \\ \frac{\partial h_1}{\partial z} = 0 & \text{при } x \notin [-l; l], z = h_{cp} \end{cases} \tag{23}$$

Из (23) получаем при

$$h_1 = \text{const} = C_1.$$

При

$$h_1 = \frac{\omega_0}{k_{z1}} z + C_2(x), z = h_{cp}. \tag{24}$$

Где  $\text{const } C_0$  вошла в неизвестную функцию  $C_2(x)$ . Из условий непрерывности функции  $h_1$  в точках  $x=-l$ ;  $x=l$  получим при  $z = h_{cp}$

$$\begin{cases} C_1 = \frac{\omega_0}{k_{z1}} h_{cp} + C_2(l) \\ C_1 = \frac{\omega_0}{k_{z1}} h_{cp} + C_2(-l) \end{cases} \tag{25}$$

Вычитая равенства (25), получим:

$$C_2(l) = C_2(-l).$$

Поскольку мы рассматриваем стационарную задачу (17), то считаем, что при  $z = h_{cp}$ ,  $h_1$  не зависит от  $t$  и равна начальному распределению, показанному на рис. 2.

$$\text{Обозначим } \frac{\omega_0}{k_{z1}} \cdot h_{cp} = h_1$$

Выберем четную функцию  $C_2(x)$  в следующем виде:

$$C_2(x) = \begin{cases} h_1 & x < l_1 \\ k_1 x + b_1 & l_1 \leq x \leq l_2 \\ h_2 & x \geq l_2 \end{cases} \quad (26)$$

Вид функции  $C_2(x)$  представлен на рис. 2.

Считаем, что  $h_1, h_2, k_1, b_1, l_1, l_2$  определенные экспериментально значения. Приравниваем выражения (22) и (24) при получим:

$$h_1 + C_2(x) = \sum_{m=1}^{\infty} E^m \cos \frac{\pi m}{2l} x \cdot \text{sh} \frac{\pi m}{2l} h_{cp} \quad (27)$$

Из соотношения (27) требуется определить неизвестные постоянные  $E^m$  при условии, что  $C_2(x)$  определяется формулой (26).

Для этого умножаем обе части равенства (27) последовательно на  $\cos \frac{\pi k}{2l} x$  при  $k=1,2,\dots$  и проинтегрируем в  $[-l; l]$ .

Так как функции  $C_2(x)$  и четные, то получаем

$$\int_{-l}^l h_1 dx + 2 \int_0^l C_2 \cos \frac{\pi k}{2l} x dx = 2E^k \text{sh} \frac{\pi k}{2l} h_{cp} \int_0^l \cos^2 \frac{\pi k}{2l} x dx$$

вследствие ортогональности системы косинусов, вычисляем интеграл:  $I_k = \int_0^l \cos^2 \frac{\pi k}{2l} x dx$

Получим:

$$\int_0^l \cos^2 \frac{\pi k}{2l} x dx = \frac{l}{2}$$

$$E^k \text{sh} \frac{\pi k}{2l} h_{cp} \cdot l = 2l h_1 + 2 \int_0^l C_2(x) \cos \frac{\pi k}{2l} x dx$$

Вычислим  $A_k = \int_0^l C_2(x) \cos \frac{\pi k}{2l} x dx$  с учетом (26).

$$A_k = \frac{2h_1 l}{\pi k} \sin \frac{\pi k l_1}{2l} + b_1 \frac{2l}{\pi k} \left[ \sin \frac{\pi k l_2}{2l} - \sin \frac{\pi k l_1}{2l} \right] + h_2 \left[ \sin \frac{\pi k}{2} - \sin \frac{\pi k l_2}{2l} \right] + K_1 \cdot \frac{2l}{\pi k} \left[ -\cos \frac{\pi k l_1}{2l} - \frac{\pi k l_1}{2l} \cdot \sin \frac{\pi k l_1}{2l} + \cos \frac{\pi k l_2}{2l} + \frac{\pi k l_2}{2l} \cdot \sin \frac{\pi k l_2}{2l} \right] \quad (28)$$

Таким образом

$$2h_1 l + A_k = E^k \text{sh} \frac{\pi k}{2l} h_{cp} \cdot l$$

Отсюда определяем  $E^k$  с учетом (28):

$$E^k = \frac{2(h_1 l + A_k)}{h_{cp} l \cdot \text{sh} \frac{\pi k}{2l}} \quad (29)$$

Решение рассматриваемой задачи имеет вид (22), где коэффициенты  $E^k$ -е определены по формуле (29).

Вычислим 3 первых коэффициента  $E^1, E^2, E^3$  с помощью программного пакета Maple:

$$E^1 = \frac{2(h_1 l + A_1)}{h_{cp} l \cdot \text{sh} \frac{\pi}{2l}}; E^2 = \frac{2(h_1 l + A_2)}{h_{cp} l \cdot \text{sh} \frac{\pi}{l}}; E^3 = \frac{2(h_1 l + A_3)}{h_{cp} l \cdot \text{sh} \frac{3\pi}{2l}}$$

$$A_1 = \frac{2h_1 l}{\pi} \cdot \sin \frac{\pi l_1}{2l} + b_1 \frac{2l}{\pi} \left[ 1 - \sin \frac{\pi l_2}{2l} \right] + k_1 \frac{2l}{\pi} \left[ -\cos \frac{\pi l_1}{2l} - \frac{\pi l_1}{2l} \cdot \sin \frac{\pi l_1}{2l} + \cos \frac{\pi l_2}{2l} + \frac{\pi l_2}{2l} + \frac{\pi l_2}{2l} \cdot \sin \frac{\pi l_2}{2l} \right]$$

Аналогично по формуле (28) вычислим  $A_2$  и  $A_3$ .

Выбираем граничные условия для расчетов для произвольного участка г.Харькова с типичными природными условиями (рис. 1.) и параметрами, приведенными в пункте «граничные условия модели» (рис. 2.) [1,4,5]:

$$l=500 \text{ м};$$

$$l_1=500 \text{ м};$$

$$l_2=600 \text{ м};$$

$$k_{z1}=1,5 \text{ м};$$

$$\omega_0 = 0,7 \text{ м/год, что соответствует } 1,9 \cdot 10^{-3} \text{ м/сут};$$

$$k_1 = 1;$$

$$h_{cp} = 0,2 \text{ и } 0,5 \text{ м.}$$

Результаты вычислений получены в программном пакете Maple.

Визуализация расчетов изменения УГВ под воздействием дополнительной инфильтрации при  $h_{cp}=0, 2$  м приведена на рис. 3.

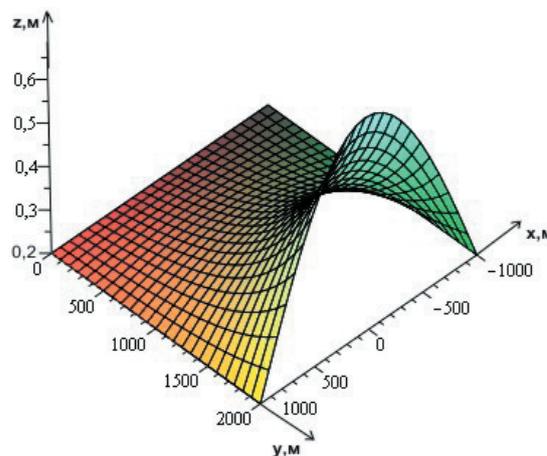


Рис. 3. Подъем УГВ под воздействием дополнительной инфильтрации при  $h_{cp}=0,2$  м

Визуализация расчетов изменения УГВ под воздействием дополнительной инфильтрации при  $h_{cp}=0, 5$  м приведена на рис. 4.

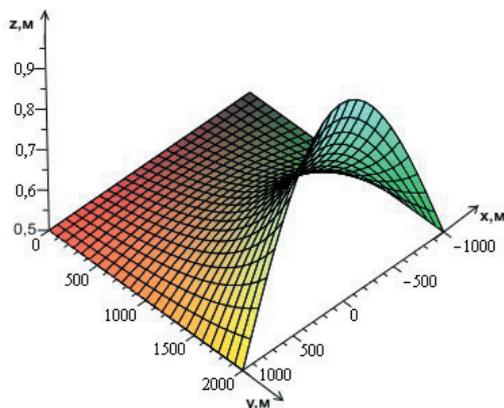


Рис. 4. Подъем УГВ под воздействием дополнительной инфильтрации при  $h_{cp}=0,5$  м

Результаты моделирования показывают, что при отсутствии расходных статей максимальный подъем

УГВ прямо пропорционален величине инфильтрации.

## 5. Выводы

На основе уравнения Муфтахова А.Ж. была построена математическая модель, которая позволила получить решение поставленной задачи в замкнутом аналитическом виде (в виде рядов). Это дало возможность провести визуализацию результатов и подтвердить предварительно полученные автором данные о воздействии дополнительной инфильтрации на уровень грунтовых вод с использованием традиционного инженерного подхода.

Разработанный подход позволяет применить численные методы оценки для прогнозирования процесса изменения уровня грунтовых вод на застроенных территориях. Для расчетов и визуализации использовался программный пакет Maple.

## Литература

1. Серикова Е.Н., Яковлев В.В. Дополнительная инфильтрация в подземные воды на территории крупных городов (на примере г. Харькова) // Научно-технический сборник «Коммунальное хозяйство городов» – Харьков, ХГАГХ. – 2011. с. 344-348.
2. Горбань Н.С., Хват В.М., Хват А.В. Зменшення негативного впливу дощових стічних вод на водні об'єкти шляхом контролю та управління накопиченням твердих часток на поверхні міських водозборів // Экология и промышленность №4, Харьков, 2010. с. 57-63.
3. Серикова Е.Н., Яковлев В.В. Роль управленческих методов в предотвращении подтопления городов. // Научный вестник будівництва №68 – Харків, ХНУБА ХОТВ АБУ, 2012. с. 382-387.
4. Iakovlev V. V., Svirenko L. P., Chebanov G. U., Spirin O. I. Risig Ground Water Levels in North-Easter Ukraine: Hazardous Trends in Urban Areas, in K. W. F. Howard and R. G. Israfilov (Ids), Current Problems of Hydro Geology in Urban Areas, Urban Agglomerates Industrial Centers, Kluwer Academic Publishes, Dordrecht, pp. 222-241. (Разрез).
5. Подтопление в населенных пунктах Харьковской области / Г.Г. Стрижельчик, Ю.П. Соколов, И.А. Гольдфельд, А.Ю. Чебанов, Н.С. Николенко. – Х., 2003. – 160с.
6. Развитие исследований по теории фильтрации в СССР (1917-1967) / Под ред. П.Я. Полубариновой-Кочиной. – М.: Наука, 1969. – 546 с.
7. Аверьянов С.Ф. Фильтрация из каналов и ее влияние на режим грунто-вых вод // Влияние оросительных систем на режим грунтовых вод. – М.: Изд-во АН СССР, 1956. – с. 85-447.
8. Аверьянов С.Ф. Фильтрация из каналов и ее влияние на режим грунто-вых вод. – М.: Колос, 1982. – 238 с.
9. Павловский Н.Н. Теория движения грунтовых вод под гидротехническими сооружениями и ее основные приложения. – Петроград: Изд-во Научно-мелиорационного института, 1922. – 752с.
10. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. – М.: Наука, 1984. – 832 с.
11. Полубаринова-Кочина П.Я. Теория движения грунтовых вод. – М.: Гостехтеориздат, 1952. – 676 с.
12. Веригин Н.Н. О гравитационно-упругом режиме фильтрации // Труды ин-та «ВОДГЕО», вып. 22: Инженерная гидрогеология. – М.: ВНИИ ВОДГЕО, 1969. – С. 6-17.
13. Методы фильтрационных расчетов гидромелиоративных систем / С.В. Васильев, Н.Н. Веригин, Б.А. Глейзер, Г.А. Разумов, В.К. Рудаков, В.С. Саркисян, Б.С. Шержуков; Под ред. Н.Н. Веригина. – М.: Колос, 1970. – 440 с.
14. Гавич И.К. Гидрогеодинамика. – М.: Недра, 1988. – 349 с.
15. Шестаков В.М., Пашковский И.С., Соيفер А.М. Гидрогеологические исследования на орошаемых территориях. – М.: Недра, 1982. – 245 с.
16. Муфтахов А.Ж. Гидродинамические основы прогноза подтопления промплощадок и фильтрационные расчеты защитного дренажа в сложных гидрогеологических условиях: Автореф. дис. д-ра техн. наук. – М.: ВНИИ ВОДГЕО, 1975. – 44 с.
17. Прогноз и предотвращение подтопления грунтовыми водами территорий при строительстве / С.К. Абрамов, Б.М. Дегтярев, Е.С. Дзекцер, Г.В. Донской, А.Ж. Муфтахов; Под ред. С.К. Абрамова. – М.: Стройиздат, 1978. – 177 с.
18. Прогнозы подтопления и расчёт дренажных систем на застраиваемых и застроенных территориях: Справочное пособие к СНиП / А.Ж. Муфтахов, И.В. Коринченко, Н.М. Григорьева, В.И. Сологаев, А.П. Шевчик; ВНИИ ВОДГЕО. – М.: Стройиздат, 1991. – 272 с.
19. Пивень В.Ф. Единственность решения граничных задач фильтрации в анизотропно-неоднородной пористой среде // Вісник ХНУ. №775, 2007. с. 205-215.

**Abstract**

On the basis of the equation of Muftahov Ahmet Zhelyaevich, a mathematical model was designed. It provided a solution of the problem of the change of ground water level under the influence of additional infiltration in closed analytic form (as a series). This made it possible to visualize the results and confirm previously obtained data as to the impact of additional infiltration on the level of ground water using the traditional engineering approach. The developed approach allows us to apply numerical methods for assessing the changes in the water level that is an advantage in relation to similar studies conducted earlier. For calculation and visualization the software package Maple was used. The suggested mathematical model allows predicting the process of changing of groundwater level on the built up areas

**Keywords:** additional infiltration, flooding of urban areas, mathematical model, Maple software package

**Досліджено можливість класифікації сигналів трубопроводів за допомогою штучних нейронних мереж з метою виявлення витоків. Проведено порівняльні дослідження ефективності методу Левенберга-Маркара і методу еластичного розповсюдження RPROP при навчанні мережі**

**Ключові слова:** штучна нейронна мережа, класифікація, витoki трубопроводів

**Исследована возможность классификации сигналов трубопроводов с помощью искусственных нейронных сетей с целью обнаружения утечек. Проведены сравнительные исследования эффективности метода Левенберга-Маркара и метода эластичного распространения RPROP при обучении сети**

**Ключевые слова:** искусственная нейронная сеть, классификация, утечки трубопроводов

УДК 004.032.26

# КЛАССИФИКАЦИЯ СИГНАЛОВ УТЕЧЕК ПОДЗЕМНЫХ ТРУБОПРОВОДОВ С ПОМОЩЬЮ ИСКУССТВЕННЫХ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ

**В.А. Строганов**

Старший преподаватель

Кафедра информационных систем

Севастопольский национальный технический университет

ул. Университетская, 33, г. Севастополь, Украина, 99053

Контактный тел.: (0692) 23-53-64

E-mail: vstroganov@mail.ru

## 1. Введение

В данной статье речь пойдет о попытке создать метод, автоматизирующий поиск утечек воды из подземных трубопроводов. Очевидно, что актуальность решаемой задачи не может вызывать сомнений. Утечки воды имеются во всех, без исключения, водопроводных сетях.

В развитых странах на хорошо ухоженных водопроводах потери составляют до 10% от общего объема воды, подаваемого в городскую сеть. Например, среднегодовые потери воды в водопроводной сети Германии составляют до 8%. Потери в водопроводной сети г. Цюриха (Швейцария) с населением около 400 тыс. чел. составляют от 5,78 до 6,13 млн. м<sup>3</sup> в год, что составляет (7,7 – 8,3)% от годовой подачи воды потребителям и в денежном эквиваленте приводит к расходам около 4 млн. долларов США в год. В Украине потери воды за счет утечек достигают, по оптимистическим оценкам, 40% [1]. Наличие поврежденных трубопроводов приводит не только к материальным потерям. Имеется непосредственная опасность попадания

грунтовых вод и инородных тел в питьевую воду, что может вызвать массовые отравления населения. Таким образом, задача своевременного обнаружения и устранения утечек подземных трубопроводов имеет несомненную практическую ценность.

Существует несколько основных подходов к поиску утечек трубопроводов, наиболее перспективным из которых представляется анализ акустических сигналов, излучаемых движущейся по трубопроводу жидкостью. При возникновении утечки к фоновому сигналу трубопровода добавляется сигнал, обусловленный акустической эмиссией жидкости, вытекающей из отверстия.

Излучаемый акустический сигнал преобразуется в колебания грунта над местом прокладки трубопровода и может быть считан на поверхности при помощи специального датчика - геофона. По результатам анализа этого сигнала может быть принято решение о наличии или отсутствии утечки в данной точке трубопровода.

В настоящее время используются специализированные приборы – так называемые акустические те-