

S-ФУНКЦИИ В РЕГИОНАЛЬНО-АНАЛИТИЧЕСКОМ МОДЕЛИРОВАНИИ ТЕПЛОВЫХ РЕЖИМОВ ЭЛЕКТРОДНЫХ МОДУЛЕЙ СТЕНОК КАНАЛОВ МГД-ГЕНЕРАТОРОВ

А. П. Слесаренко

Доктор физико-математических наук, профессор, ведущий научный сотрудник, лауреат Государственной премии Украины

Отдел моделирования и идентификации тепловых процессов*

Контактный тел.: (057) 3-49-51, 096-386-30-22

Ю. О. Кобриневич

Аспирант*

Контактный тел.: 093-734-84-22

E-mail: Kobrinovich.jul@mail.ru

С. Ю. Загоруйко

Аспирант*

*Институт проблем машиностроения А.М. Подгорного НАН Украины

ул. Дм. Пожарского, 2/10, г. Харьков, Украина, 61046

Пропонується регіонально-аналітичне моделювання температурних полів в електродних модулях стінок каналів МГД-генераторів. Наводяться результати моделювання теплових режимів модулів з урахуванням 20%-го і 50%-го виносу утеплювача, зміна градієнта температури в електродних модулях в залежності від часткового виносу утеплювача. Регіонально-аналітичні структури моделювання теплових процесів універсальні щодо зміни теплофізичних і геометричних параметрів математичної моделі

Ключові слова: регіонально-аналітичне моделювання, S-функції, теплові процеси, електродні модулі

Предлагается регионально-аналитическое моделирование температурных полей в электродных модулях стенок каналов МГД-генераторов. Приводятся результаты моделирования тепловых режимов модулей с учетом 20%-го и 50%-го уноса утеплителя, изменение градиента температуры в электродных модулях в зависимости от частичного уноса утеплителя. Регионально-аналитические структуры моделирования тепловых процессов универсальны относительно изменения теплофизических и геометрических параметров математической модели

Ключевые слова: регионально-аналитическое моделирование, S-функции, тепловые процессы, электродные модули

1. Постановка проблемы

Научные исследования, представленные в данной статье, относятся к разработке методологии регионально-аналитического моделирования тепловых процессов в составных электродных модулях стенок каналов МГД-генераторов и анализу изменения их тепловых режимов в зависимости от частичного уноса утеплителя.

Необходимость использования достижений науки в математическом моделировании физических процессов для повышения в оптимальных пределах единичных мощностей машин и оборудования при одновременном уменьшении их габаритов, металлоемкости, энергопотребления и снижении стоимости на единицу конечного полезного эффекта в настоящее время проявляется все сильнее.

Развитие современной техники, наряду со многими проблемами, выдвигает проблему исследования процессов теплообмена в элементах пространственных конструкций с учетом их реальной геометрии, условий взаимодействия с окружающей средой, зависимости тепловыделения от координат и времени, а также зависимости физических свойств материала

от температуры. Решение указанных вопросов имеет большое значение в самых различных отраслях народного хозяйства, таких как энергетическое машиностроение, ракетостроение, при создании оптимальных технологических процессов в металлургической, строительной, химической, легкой и других отраслях промышленности. Так, расчет тепловых режимов аппаратов и конструкций в условиях переменных тепловых воздействий, выбор теплоизоляции зданий, печей, трубопроводов, режимов нагрева машин, определение температурных напряжений в конструкциях и многие другие вопросы связаны с решением задач теплопроводности для составных конструктивных элементов.

Это особенно важно, так как в ряде случаев, связанных с определением тепловых полей в элементах летательных аппаратов, двигателей внутреннего сгорания, электронных и других устройств, размещение датчиков температур или теплового потока практически невозможно и только решение соответствующих задач теплообмена позволяет получить картину распределения температурного поля в исследуемом элементе.

В последнее время в связи с разработкой теории S-функций [1-3], стало возможно с любой заданной степенью приближения решать обратные задачи диф-

ференциальной геометрии, включая и точное аналитическое описание поверхностей элементов сложной формы различных инженерных подходов.

2. Анализ исследований и публикаций

Анализ отечественной и зарубежной литературы показывает, что при всем многообразии аналитических методов решения задач теплообмена до настоящего времени отсутствовали аналитические методы, позволяющие строить консервативные структуры решения линейных и нелинейных задач теплообмена для областей сложной формы с однородной и композитной средой. R-функции [4-7], прекрасно решающие задачи «релейного» включения и отключения «ветвей» аналитической информации об объекте сложной формы в аналитические конструкции решений соответствующих обратных задач аналитической геометрии, к сожалению не позволяют построить весовые функции в структурах решения краевых задач таким образом, чтобы они были непрерывно-дифференцируемыми и имели ограниченные производные. Это является принципиальным препятствием для их успешного применения при решении нелинейных нестационарных задач, так как все итерационные процессы «разваливаются» из-за неограниченности в угловых точках области вторых производных от весовых функций, построенных с помощью R-функций.

Следует также отметить, что при выборе оптимального теплового режима проектируемого устройства необходимо проводить большие серии расчетов тепловых полей с целью исследования тепловых процессов в элементах устройства в зависимости от изменения их геометрической формы, характера взаимодействия с окружающей средой, формы поверхностей контакта разнородных материалов. В данных условиях применение даже тех методов и алгоритмов, которые для конкретных геометрических параметров и граничных условий дают хорошие результаты, связано с дополнительными трудностями. Эти трудности вызваны необходимостью учета, каждый раз заново, изменения информации о геометрических и физических параметрах в соответствующих методах, алгоритмах и программах.

В силу этого возникла потребность в разработке новых методов построения консервативных структур решения краевых задач, которые бы обладали свойствами универсальности по отношению к изменению как геометрических, так и физических параметров элементов проектируемых устройств.

3. Цель работы

Целью работы является разработать методологию математического моделирования температурных полей электродных модулей стенок каналов МГД-генераторов на базе дальнейшего развития регионально-структурного метода. Будут построены консервативные региональные аналитические структуры решения, точно учитывающие теплофизические характеристики параметры модели, а так же учитывающие геометрию модели в асимптотическом приближении с

заданной степенью точности. С помощью построенных структур решения краевых задач будут моделироваться тепловые режимы электродного модуля с учетом уноса утеплителя.

4. Основные материалы исследования

Рассмотрим вопрос дальнейшего развития регионально-структурного метода [8-10] применительно к моделированию температурных полей в электродных модулях стенок каналов МГД-генераторов.

Данная работа проведена по данным конструктивных схем электродных модулей стенок каналов МГД-генераторов и данным для теплофизических параметров математической модели, описывающей тепловые процессы в электродных модулях, предоставленных Институтом высоких температур РАН (Российская Федерация, Москва).

На рис. 1 представлены некоторые конструктивные схемы электродных модулей стенок каналов МГД-генераторов, разработанных в ИВТ РАН.

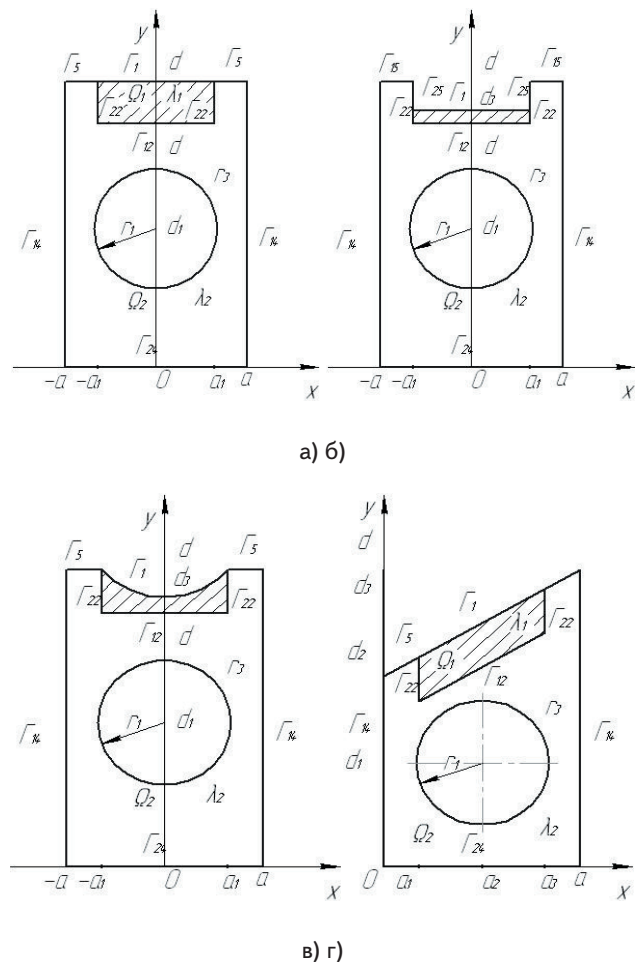


Рис. 1. Конструктивные схемы электродных модулей стенок каналов МГД-генераторов

В рассматриваемых электродных модулях тело электрода – медь (коэффициент теплопроводности $\lambda_2 = 350 \text{ Вт м}^{-1} \text{ град}^{-1}$), материал утеплителя – бетон медь (коэффициент теплопроводности $\lambda_1 = 2 \text{ Вт м}^{-1} \text{ град}^{-1}$).

Расчет температурного поля в электродных модулях стенок каналов МГД-генераторов (рис. 1) сводится к решению задачи теплопроводности

$$\operatorname{div}(\lambda \operatorname{grad} T^*) = 0 \quad (1)$$

$$\left(\frac{\partial T_1^*}{\partial v_1} + \operatorname{Bi}_1 T_1^* \right) \Big|_{\Gamma_1} = \operatorname{Bi}_1; \quad \left(\frac{\partial T_1^*}{\partial v_3} + \operatorname{Bi}_3 T_1^* \right) \Big|_{\Gamma_3} = 0; \quad (2)$$

$$\frac{\partial T_1^*}{\partial v_4} \Big|_{\Gamma_4} = 0; \quad \left(\frac{\partial T_2^*}{\partial v_5} + \operatorname{Bi}_2 T_2^* \right) \Big|_{\Gamma_5} = \operatorname{Bi}_2; \quad (3)$$

$$T_1^* \Big|_{\Gamma_2} = T_2^* \Big|_{\Gamma_2}; \quad \lambda_1 \frac{\partial T_1^*}{\partial v_2} \Big|_{\Gamma_2} = \lambda_2 \frac{\partial T_2^*}{\partial v_2} \Big|_{\Gamma_2}$$

где $T^* = T_1(x, y)$ при $(x_1, y_1) \in \Omega_1$;

$T^* = T_2(x, y)$ при $(x_1, y_1) \in \Omega_2$;

$\operatorname{Bi}_1 = \alpha_1 d \lambda_1^{-1}$; $\operatorname{Bi}_2 = \alpha_2 d \lambda_2^{-1}$; $\operatorname{Bi}_3 = \alpha_3 d \lambda_3^{-1}$; $\lambda = \lambda_1$ при $(x_1, y_1) \in \Omega_1$;

$\lambda = \lambda_2$ при $(x_1, y_1) \in \Omega_2$;

$x = x_1 d^{-1}$; $y = y_1 d^{-1}$; $\Gamma_4 = \Gamma_{14} \cup \Gamma_{24}$;

$T_k^* = (T_k - T_{3cp})(T_{1cp} - T_{3cp})^{-1}$,

$k = 1, 2$; $d^* = 1$; $d_1^* = d_1 d^{-1}$; $a^* = a d^{-1}$;

$a_1^* = a_1 d^{-1}$; $d_2^* = d_2 d^{-1}$; $r_1^* = r_1 d^{-1}$; $d_3^* = d_3 d^{-1}$.

Bi_1 , Bi_2 и Bi_3 в задаче (1) – (3) выбирались таким образом, чтобы заменяя нелинейные условия Стефана-Больцмана условиями Ньютона (2), можно было получить максимально возможный «жесткий» тепловой процесс, протекающий в электродных модулях в режиме их рабочей эксплуатации.

Для решения задачи (1) – (3) применялся регионально-структурный метод [8-10].

Региональные структуры решения задачи (1) – (3), точно удовлетворяющие граничным условиям (2) и условиям теплового контакта разнородных сред (3) построим в виде

$$T_1^* = \Phi_{01} + v_1; \quad T_2^* = \Phi_{02} + v_2 \quad (4)$$

где

$$\Phi_{01} = (u_1^* \omega_{12}^2 \omega_{22}^2 + u_2^* \omega_1^2) (\omega_{12}^2 \omega_{22}^2 + \omega_1^2)^{-1};$$

$$\Phi_{02} = \Phi_{021} \Phi_{022}^{-1};$$

$$\Phi_{021} = \omega_3^2 \omega_8^2 (\eta_1 \omega_4^2 \omega_5^2 + u_2^* \omega_2^2 \omega_4^2 + u_2^* \omega_2^2 \omega_5^2) + \omega_2^2 \omega_4^2 \omega_5^2 (\beta u_{22}^* \omega_3^2 + \eta_2 \omega_8^2);$$

$$\Phi_{022} = \omega_3^2 \omega_8^2 (\omega_4^2 \omega_5^2 + \omega_2^2 \omega_4^2 + \omega_2^2 \omega_5^2) + \omega_2^2 \omega_4^2 \omega_5^2 (\beta \omega_3^2 + \omega_8^2)$$

$$v_1(x, y) = \sum_{i,j} C_{ij}^{(11)} \chi_{ij}^{(11)}(x, y) + \sum_{i,j} B_{ij} \chi_{ij}^{(12)}(x, y) \quad (5)$$

$$v_2(x, y) = \sum_{i,j} C_{ij}^{(11)} \chi_{ij}^{(2)}(x, y) + \sum_{i,j} C_{ij}^{(22)} \chi_{ij}^{(3)}(x, y) \quad (6)$$

$$\chi_{ij}^{(11)} = \phi_{ij}^{(11)} - \omega_1^* D_1^{(1)} \phi_{ij}^{(11)} + \omega_1^* \operatorname{Bi}_1 \phi_{ij}^{(11)};$$

$$\chi_{ij}^{(12)} = \phi_{ij}^{(12)} - \omega_1^* D_1^{(1)} \phi_{ij}^{(12)} + \omega_1^* \operatorname{Bi}_1 \phi_{ij}^{(12)}$$

5. Вычислительный эксперимент

Для рис. 1 а и б $\beta = 0$,

$$\chi_{ij}^{(k)} = \phi_{ij}^{(k)} - \gamma (\omega_2 \wedge \omega_{01}^2) D_1^{(2)} \phi_{ij}^{(k)} - \omega^* (D_1^* \phi_{ij}^{(k)} - \mu \phi_{ij}^{(k)})$$

$$\omega_1^* = \omega_1 \wedge_S (\omega_{12}^2 \omega_{22}^2); \quad \omega_{12} = y - d_2^*; \quad \omega_{22} = (a_1^{*2} - x^2) (2a_1^*)^{-1};$$

$$\omega_1 = \omega_5 = d^* - y; \quad \omega_{01} = \omega_1 \omega_3 \omega_4; \quad \omega_4 = \omega_{14} \omega_{24};$$

$$\omega_3 = \left[r_1^{*2} - x^2 - (y - d_1^*)^2 \right] (2r_1)^{-1}; \quad \omega_{14} = (a^{*2} - x^2) (2a^*)^{-1};$$

$$\omega_{24} = y;$$

$$\omega_{23} = y - y^2; \quad \omega_2 = -(\omega_{12} \wedge_S \omega_{22}); \quad \omega_0 = (\omega_{23} \wedge_S \omega_{14}) \wedge_S \omega_3;$$

$$\gamma = (\lambda_2 - \lambda_1) \lambda_2^{-1};$$

$$\mu = (\operatorname{Bi}_2 \omega_3 + \operatorname{Bi}_3 \omega_5) \omega_4 (\omega_3 \omega_4 + \omega_4 \omega_5 + \omega_3 \omega_5)^{-1};$$

$$\phi_{ij}^{(11)} = \omega_6 P_{2i}^{(1)}(x) P_j^{(1)}(y); \quad \phi_{ij}^{(12)} = \omega_{12}^2 \omega_{22}^2 \phi_{ij}^{(1)};$$

$$\phi_{ij}^{(1)} = P_{2i}^{(2)}(x) P_j^{(2)}(y); \quad \phi_{ij}^{(2)} = \phi_{ij}^{(11)};$$

$$\phi_{ij}^{(3)} = \omega_7 P_{2i}^{(3)}(x) P_j^{(3)}(y);$$

$$\omega_6 = 0.5 \left[y - d_{11}^* + 2^{\kappa} \sqrt{(y - d_{11}^*)^{2\kappa} + 10^{-N} \exp[-10^N (y - d_{11}^*)^{2\kappa}]} \right];$$

$$\omega_7 = 0.5 \left[d_{22}^* - y + 2^{\kappa} \sqrt{(d_{22}^* - y)^{2\kappa} + 10^{-N} \exp[-10^N (d_{22}^* - y)^{2\kappa}]} \right];$$

$$N = 4, 5, \dots; \quad \kappa = 2, 3, \dots; \quad \omega^* = \omega_0 \wedge_S \omega_2^2;$$

$P_{2i}^{(k)}(x)$, $P_j^{(k)}(y)$ ($k = 1, 2, 3$) - полиномы Чебышева, нормированные

для $k = 1$ по прямоугольнику $d_{11}^* \leq y \leq d^*$, $-a^* \leq a \leq a^*$;
 для $k = 2$ по прямоугольнику $d_2^* \leq y \leq d^*$, $-a_1^* \leq a \leq a_1^*$;
 для $k = 3$ по прямоугольнику $0 \leq y \leq d_{22}^*$, $-a^* \leq a \leq a^*$.

Здесь $d_{11}^* = 0.4$; $d_{22}^* = 0.6$. $\eta_1 = u_2 - \gamma \omega_2^* D_1^{(12)} u_2$;

$$\eta_2 = u_2^* - \omega_3 D_1^{(3)} u_2^* + \omega_3 \operatorname{Bi}_3 u_2^*;$$

$$\omega_2^* = -(\omega_{12} \wedge_S \omega_{22}^*);$$

$$\omega_{12} \wedge_S \omega_{22}^* = \omega_{12} + \omega_{22}^* -$$

$$-2^{\kappa} \sqrt{\omega_{12}^{2\kappa} + \omega_{22}^{*2\kappa} + 10^{-N} \exp[-10^N (\omega_{12}^{2\kappa} + \omega_{22}^{*2\kappa})]}$$

$N = 4, 5, \dots; \kappa = 2, 3, \dots;$

Функции u_1^*, u_2, u_2^* определяются в виде

$$u_1^* = a_1 y + b_{11} x^2 + (d^* - y) f_1(x, y) =$$

$$= a_3 y + a_4 x^2 + (1 - y)(a_5 + a_6 x^2);$$

$$u_2 = a_2 y + b_2; u_2^* = a_7 y^4 + a_8 y^2 + a_9,$$

где u_2 - точное решение для бесконечной пластины $d_1^* + r_1^* \leq y \leq d^*$; $u_1 = b_3 y + b_1$ - точное решение в области Ω_1 для бесконечной двухслойной пластины с поверхностями $y = 0, y = d^*$ и поверхностью контакта $y = d_1^* + r_1^*$. Коэффициенты a_{11}, b_{11} определяются из условий $a_{11} d^* = b_3 d^* + b_1; a_{11} d^* + b_{11} b_3^2 = a_2 d^* + b_2$. Функция $f_1(x, y)$ определяется так, чтобы функция u_1^* точно удовлетворяла граничному условию на Γ_1 .

Коэффициенты $0_7, 0_8, 0_9$ определяются из условий $u_2^*(d^*) = u_2(d^*); u_2^*(d_2^*) = u_2(d_2^*); u_2^*(0) = u_{22}(0)$, где $u_{22} = a_{22} y + b_{22}$ - точное решение для бесконечной пластины $0 \leq y \leq d$.

Для рис. 1 в:

$$u_1^* = u_1 + \omega_1 [-D_1^{(1)} u_1 + Bi_1 (u_1 - 1)],$$

где $\omega_{10} = 4.6500093x^2 + 0.8790325 - y$,

$$\omega_1 = \omega_{10} [\omega_{10}^2 + (\text{grad } \omega_{10})^2]^{-1/2}$$

Для рис. 1 б, $\beta = 1$

$$u_{22}^* = u_2 + (\omega_1 \vee \omega_{25}) Bi_1 (u_2 - 1); u_2 = a_2 y + b_2;$$

$$u_2^* = a_7 y^4 + a_8 y^2 + a_9;$$

$$\omega_1 = d_3^* - y; \omega_5 = d^* - y; \omega_8 = \omega_1 \vee \omega_{25};$$

$$\omega_{25} = (x^2 - a_1^{*2})(2a_1^*)^{-1}; \omega_2 = (P\omega_1\omega_2) \wedge_S \omega_{22};$$

$$\omega_1 \vee \omega_{25} = \omega_1 + \omega_{25} +$$

$$+ 2^{\kappa} \sqrt{\omega_1^{2\kappa} + \omega_{25}^{2\kappa} + 10^{-N} \exp[-10^N (\omega_1^{2\kappa} + \omega_{25}^{2\kappa})]}$$

где P - коэффициент нормировки.

$$\chi_{ij}^{(k)} = \phi_{ij}^{(k)} + (\omega_0 \wedge_S \omega_{01}^2) (\phi_{ij}^{(k)} - D_1^{(0)} \phi_{ij}^{(k)}) -$$

$$- \gamma (\omega_{01} \wedge_S \omega_{02}^2) D_1^{(01)} \phi_{ij}^{(k)};$$

$$M = (Bi_2 \omega_3 + Bi_3 \omega_9) (\omega_3 \omega_4 + \omega_4 \omega_9 + \omega_3 \omega_9)^{-1};$$

$$\omega_9 = \omega_5 (\omega_1 \vee \omega_{25}); \omega_{02} = (\omega_1 \vee \omega_{25}) \omega_3 \omega_4 \omega_5;$$

$$\omega_0 = (\omega_1 \vee \omega_{25}) \wedge_S [(P\omega_3 \omega_{24}) \wedge_S \omega_{14}] \wedge_S \omega_3.$$

Функция u_1^* определяется так же, как и в предыдущем случае. Коэффициенты $C_{ij}^{(1)}, C_{ij}^{(2)}, B_{ij}$ определялись из соответствующих систем Ритца.

На рис. 2, 3, 4 и 5 представлены расчеты температурного поля в электродных модулях (рис. 1 а, б, в) для $d = 31 \text{ мм}, d - d_1 = 15 \text{ мм}, a = 8 \text{ мм}, a_1 = 5 \text{ мм}, d - d_2 = 5 \text{ мм}; r_1 = 5.5 \text{ мм}; d - d_3 = 1 \text{ мм}$ при 20%-ном уносе утеплителя (рис. 3), $d - d_3 = 2.5 \text{ мм}$ при 50%-ном уносе утеплителя (рис. 4) равномерном по длине паза и при 50% -ном уносе утеплителя (при параболическом профиле границы Γ_1) (рис. 5) для рис. 1 в ($d - d_3 = 3,751 \text{ мм}$).

Для приведенных вариантов

$$T_{1cp} = 2200 \text{ К}; T_{3cp} = 350 \text{ К}; \alpha_1 = 500 \text{ Вт м}^{-2} \text{ К}^{-1};$$

$$\alpha_3 = 40 \text{ кВт м}^{-2} \text{ К}^{-1}; 0_2 = 0,03001; b_2 = -0,00953;$$

$$0_7 = -0,00051; 0_8 = 0,01719; 0_9 = 0,00378.$$

Для рис. 2 а $0_3 = 0,39454; 0_4 = -14,3790; 0_5 = -1,9516; 0_6 = -111,437$.

В табл. 1 представлены результаты расчета для средних значений температур $T_{ck}^* = T_{ck} T_0^{-1}$, ($T_0 = 1 \text{ К}$) по нагреваемым поверхностям утеплителя (T_{c1}^*), тела электрода (T_{c2}^*) и электродного модуля (T_{c3}^*) в зависимости от T_{1cp} и $\alpha_1^* = \alpha_1 \alpha_0^{-1}$ ($\alpha_0 = 1 \text{ Вт м}^{-2} \text{ К}^{-1}$ для рис. 2, рис. 3 (20%-ный и 50%-ный унос утеплителя) в строках сверху вниз соответственно. В табл. 2 эти же результаты представлены на рис. 4 (50%-ный унос утеплителя).

$d-d_1^*$	10000	1237	1219	1175	1076	892,7	406,9	403,0	400,6	399,6	399,2	
	0,9678	997,3	987,5	938,0	835,3	655,7	399,2	398,9	397,4	395,5	395,4	
	0,9356	817,8	808,5	755,8	681,0	550,7	394,0	393,0	393,4	392,3	392,1	
	0,9034	654,1	653,0	615,7	559,6	477,7	388,1	388,1	388,4	388,5	388,4	
	0,8712	508,4	506,8	487,5	461,3	427,1	382,2	382,2	383,2	384,3	384,3	
	0,8390	372,1	372,3	372,7	373,7	375,2	377,1	377,1	378,6	380,3	380,5	
	d_2^*	0,8380	371,9	372,0	372,5	373,5	375,0	377,0	377,1	378,5	380,2	380,3
		0,7542	368,5	368,6	368,9	369,5	370,2	371,1	371,1	371,7	372,3	372,4
		0,6704				365,2	365,6	365,9	365,9	366,0	366,1	366,2
		0,5866								360,6	361,0	361,0
0,5028										356,3	356,9	356,8
0,4190							353,7	353,7	354,1	354,6	354,7	
0,3352		352,1	352,2	352,5	352,8	352,9	353,1	353,2	353,4	353,5	353,4	
0,1676		352,9	352,9	352,9	352,9	352,9	352,9	352,9	352,9	353,0	353,1	
0,0000		353,0	353,0	352,9	352,9	352,9	352,9	352,9	352,9	353,0	353,1	
		0,000	0,032	0,065	0,097	0,129	0,161	0,162	0,186	0,234	0,258	
	d_1^*						$d-d_1^*$					

Рис. 2. Распределение температуры в электродном модуле

$d-d_1^*$	4086	4066	4055	10000	d_2^*	0,9677	1192	1183	1145	1047	907,6	408,2
	0,9420	1000	982,1	936,0		852,6	676,6	401,9	400,5	399,5	397,9	0,9356
	0,9162	828,3	821,9	778,9		704,0	572,7	396,7	393,9	394,0	393,9	0,9034
	0,8905	667,6	669,3	637,2		578,1	498,0	391,3	387,5	388,2	389,5	0,8712
	0,8647	523,6	518,9	499,5		475,6	434,4	386,3				
	0,8390	375,9	376,2	377,1		378,5	380,3	382,8	382,2	383,2	385,2	0,8390
	d_2^*	0,8380	375,5	375,8		376,7	378,2	380,1	382,1	382,2	383,2	385,1
		0,7542	371,9	372,0		372,3	372,8	373,3	374,7	374,8	375,5	376,0
		0,6704					367,5	367,8	368,3	368,3	368,5	368,9
		0,5866									362,5	362,9
0,5028										357,4	358,1	
0,4190							354,3	354,4	354,9	355,4		
0,3352		352,5	352,6	352,9	353,2	353,4	353,7	353,7	353,9	354,2		
0,1676		353,3	353,3	353,3	353,4	353,4	353,4	353,4	353,4	353,2		
0,0000		353,3	353,3	353,3	353,4	353,4	353,4	353,4	353,4	353,2		
		0,000	0,032	0,065	0,097	0,129	0,161	0,162	0,186	0,258		
	d_1^*						$d-d_1^*$					

Рис. 3. Распределение температуры в электродном модуле при 20%-ном уносе утеплителя



Рис. 4. Распределение температуры в электродном модуле при 50%-ном уносе утеплителя

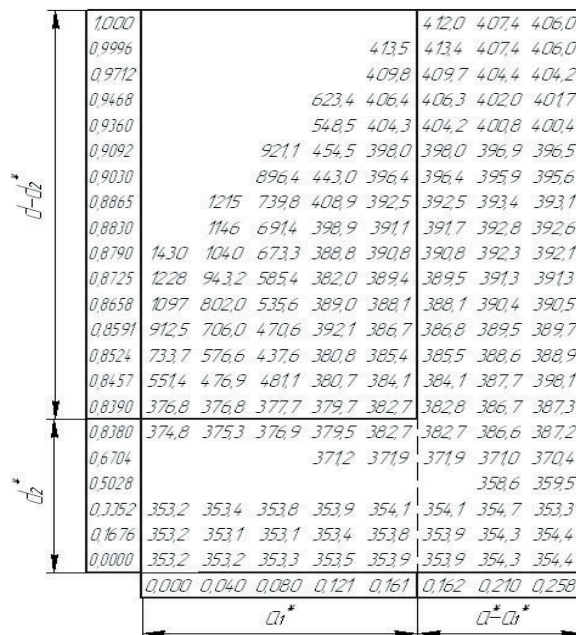


Рис. 5. Распределение температуры в электродном модуле при 50%-ном уносе утеплителя (рис. 1 в)

Таблица 1

Средние значения температур по нагреваемым поверхностям утеплителя, тела электрода и электродного модуля для рис. 1 а и б

α_1^*	500			1000			2000			3000		
	T_{c1}^*	T_{c2}^*	T_{c3}^*	T_{c1}^*	T_{c2}^*	T_{c3}^*	T_{c1}^*	T_{c2}^*	T_{c3}^*	T_{c1}^*	T_{c2}^*	T_{c3}^*
2200	1049,5	399,8	805,9	1347,3	438,0	1006,3	1624,8	502,2	1203,9	1759,8	558,2	1309,2
	1030,9	406,1	753,2	1330,6	451,4	939,8	1614,8	529,0	1132,2	1754,6	596,8	1240,0
	939,3	412,7	663,5	1244,7	465,4	831,7	1534,8	566,3	1027,5	1688,2	635,2	1136,6
2400	1113,1	404,3	847,3	1437,9	446,0	1065,9	1740,7	516,0	1281,5	1888,0	577,1	1396,4
	1092,8	411,2	789,9	1419,3	460,6	993,4	1729,8	545,3	1203,3	1882,2	619,2	1320,9
	992,8	418,4	691,1	1325,1	475,9	875,5	1642,5	586,0	1089,1	1809,9	661,1	1208,1
2600	1176,7	408,9	888,7	1528,6	454,0	1125,6	1856,6	529,9	1359,1	2016,2	596,1	1483,6
	1154,7	416,3	826,5	1508,8	469,8	1047,1	1844,8	561,5	1247,5	2009,9	641,7	1401,8
	1046,4	414,1	720,4	1405,6	486,4	919,3	1750,2	605,6	1150,7	1931,5	687,1	1279,7
2800	1240,3	413,4	930,2	1619,2	462,0	1185,3	1972,5	543,7	1436,7	2144,3	615,0	1570,8
	1216,6	421,4	863,2	1598,0	479,1	1100,7	1959,8	577,8	1345,6	2137,6	664,1	1482,7
	1100,0	429,8	748,9	1486,0	496,9	963,1	1857,9	625,3	1212,3	2053,2	713,0	1351,2
3000	1303,9	417,9	971,6	1709,9	470,0	1244,9	2088,4	557,5	1514,3	2272,5	633,9	1658,0
	1278,8	426,5	899,8	1687,1	488,3	1154,3	2074,8	594,1	1416,7	2265,3	686,5	1563,6
	1153,6	435,5	777,4	1566,4	507,4	1006,9	1965,6	645,0	1273,9	2174,8	738,9	1422,7

Таблица 2

Средние значения температур по нагреваемым поверхностям утеплителя, тела электрода и электродного модуля для рис. 1 в

α_1^*	500			1000			2000			3000		
	T_{c1}^*	T_{c2}^*	T_{c3}^*	T_{c1}^*	T_{c2}^*	T_{c3}^*	T_{c1}^*	T_{c2}^*	T_{c3}^*	T_{c1}^*	T_{c2}^*	T_{c3}^*
2200	847,6	408,1	709,1	1080,2	455,3	883,3	1329,6	534,8	1079,1	1470,0	602,8	1196,6
2400	901,4	414,4	747,9	1159,2	466,7	940,9	1435,5	554,7	1154,9	1591,0	630,1	1288,1
2600	955,2	420,7	786,7	1238,1	478,1	998,6	1541,4	574,7	1236,7	1712,0	657,4	1380,0
2800	1009,0	426,9	825,5	1317,0	489,5	1056,2	1647,3	594,7	1315,5	1833,1	684,7	1471,2
3000	1062,7	433,2	864,3	1396,0	500,9	1113,9	1753,2	614,7	1394,4	1954,2	712,1	1562,7

6. Выводы

Анализ результатов расчета температуры (рис. 2, 3, 4 и 5) в электродных модулях показывает, что температура в теле электрода и на его поверхности меняется незначительно. Температура центральной части поверхности утеплителя уменьшается до 200 К при 50%-ном уносе утеплителя (равномерно по длине паза) и увеличивается до 200 К при 50%-ном уносе утеплителя для параболического профиля. Рост уноса утеплителя приводит к увеличению градиента температуры в остальной части утеплителя.

Анализ результатов табл. 1 и 2 показывает, что средние значения температур по нагреваемым поверхностям утеплителя и тела электрода являются линейными функциями T_{1cp}^* . Для $\alpha_1^* = 500$ значения T_{c2} слабо меняются при изменении T_{1cp}^* . При увеличении коэффициента теплообмена α_1^* угловой коэффициент линейной функции $T_{c2} = f(T_{1cp}^*)$ возрастает и достигает значения 0,404 при $\alpha_1^* = 3000$. Рост уноса утеплителя ведет к увеличению значений T_{c2} . Разность значений

между T_{c2} при уносе и без уноса утеплителя возрастает при увеличении значений T_{1cp}^* и α_1^* .

Средние значения температур (T_{c1}) по нагреваемой поверхности утеплителя уменьшаются с ростом утеплителя. При 50%-ном уносе утеплителя для параболического профиля значения T_{c1} меньше значений T_{c1} для рис. 1 б (50%-ный унос утеплителя). Разность между значениями T_{c1} для рис. 1 а и значениями T_{c1} для рис. 1 б, в уменьшается при увеличении коэффициента теплообмена α_1^* , а угловой коэффициент линейной функции $T_{c1} = \Psi(T_{c1}^*)$ возрастает и достигает значения 2/3 при $\alpha_1^* = 3000$.

Значения T_{c1} возрастают также и при увеличении значений T_{1cp}^* .

Результаты расчета температуры в электродных модулях (рис. 1 а, б, в) стенок каналов МГД-генераторов при $\alpha_1^* = (1+j)$; $T_{1cp}^* = 2200 + 200\beta$; $j = 0,1,3,5$; $\beta = 0;1;2;3;4$ дают возможность проводить качественный анализ тепловых процессов в данных модулях, а также степени надежности их работы в данном диапазоне высоких температур.

Литература

1. Слесаренко А. П. S-функции в обратных задачах аналитической геометрии и моделировании тепловых процессов [Текст] / А. П. Слесаренко // Восточно-европейский журнал передовых технологий. - 2011. - Т3 №4(51). - С. 41-46.
2. Слесаренко А.П. S-функции в обратных задачах дифференциальной геометрии и управлении образования форм [Текст] / А.П. Слесаренко // Восточно-европейский журнал передовых технологий. - 2012. - Т1 № 4 (55) - С. 4 - 10.
3. Слесаренко А.П. S-функции в построении консервативных структур решения геометрических обратных краевых задач [Текст] / А.П. Слесаренко // Восточно-европейский журнал передовых технологий. - 2012. - Т2 №4 (56) - С. 60 - 66.
4. Рвачев, В. Л. Теория R-функций и некоторые ее приложения [Текст] / В.Л. Рвачев. - Киев: Наук. Думка, 1982. - 552 с.
5. Рвачев В. Л. Проблемно-ориентированные языки и системы для инженерных расчетов [Текст] / В.Л Рвачев, А.Н. Шевченко - Киев: Техника, 1988. - 197 с.
6. Рвачев В.Л. R-функции в задачах теории пластин [Текст] / В.Л. Рвачев, Л.В. Курпа - Киев: Наук. думка, 1987. - 176 с.
7. Рвачев В. Л. Автоматизация программирования в краевых задачах [Текст] / В.Л. Рвачев, Г.П. Манько - Киев.: Наук. думка, 1983 - 232 с.
8. Слесаренко, А.П. Развитие алгебрологического метода и его приложения к многомерным нелинейным задачам теплопроводности для однородных и композитных сред [Текст] : автореф. дис. ...д-ра физ.-мат. наук : 01.04.14, 01.01.02 / А. П. Слесаренко. - М., 1984. - 36 с.
9. Слесаренко А.П. Нестационарные задачи теплопроводности для тел сложного сечения с разнородными сквозными включениями [Текст] / А.П. Слесаренко // Докл. АН УССР. Сер. А. - 1980. - №10. - С.19-22.
10. Слесаренко А.П. Интегральные преобразования, регионально-аналитический и вариационно-разностный методы в многомерных задачах теплопроводности для неоднородных сред [Текст] / А.П. Слесаренко // Тепломассообмен ММФ-2000: Докл. IV Минского международного форума (Беларусь, Минск, май, 2000). Минск: АНК «Институт тепло-и массообмена им. А.В. Лыкова» НАН Беларуси -2000. Т3. - С.108 - 115.

Abstract

The article suggests a new regional structural methodology of mathematical modeling of thermal processes in composite electrode modules of walls of MHD generators. The effect of cooling systems of the electrode modules and the impact of 20% and 50% heater entrainment on the nature of the thermal process change in the electrode modules are taken into account. There is the analysis of dependence between growth of heater entrainment and increase of temperature gradient in the rest of heater. It was revealed that the temperature of the central part of the heater surface reduced to 200 K at 50% entrainment (uniformly along the length of the slot), and increased to 200 K at 50% heater entrainment for a parabolic profile.

Regional analytical structures of solution of appropriate problems of heat conductivity exactly satisfy the boundary conditions of problems and the conditions of the thermal contact at the boundaries of the contact of heterogeneous mediums.

They are universal, concerning the change of geometric shapes of areas of study and boundaries of the contact of heterogeneous mediums. The accurate information about the geometry of the boundaries of areas and boundaries of the contact is given by S-functions, allowing for the first time in the world scientific practice to solve the inverse problems of differential geometry for given areas of any given complex shape. The functions of temperature, determined by conservative structures of solution, are continuous and limited, and have continuously differentiable limited derivatives. The splines and regional structures of solution are more native in approximation theory for boundary value problems than polynomials and general structures of solution

Keywords: regional-analytical modeling, S-functions, temperature processes, electrode modules

Останнім часом спостерігається активне проникнення систем комп'ютерної алгебри в освітній процес, що дає можливість формування принципово нових технологій навчання. В статті дано опис основних команд пакету GraphTheory системи комп'ютерної алгебри Maple. Розглянуто способи розв'язання деяких типових задач теорії графів в Maple

Ключові слова: теорія графів, системи комп'ютерної алгебри, Maple, технології навчання, спеціальні графи, властивості графів, атрибути графів

В последнее время наблюдается активное проникновение систем компьютерной алгебры в образовательный процесс, что дает возможность формирования принципиально новых технологий обучения. Дано описание основных команд пакета GraphTheory системы компьютерной алгебры Maple. Рассмотрены способы решения некоторых типичных задач теории графов в Maple

Ключевые слова: теория графов, системы компьютерной алгебры, Maple, технологии обучения, специальные графы, свойства графов, атрибуты графов

УДК 510.6

СИСТЕМИ КОМП'ЮТЕРНОЇ АЛГЕБРИ В ТЕОРІЇ ГРАФІВ

Л. П. Бедратюк

Доктор фізико-математичних наук, завідувач кафедри*

Контактний тел.: (03822) 4-90-43

E-mail: leonid.uk@gmail.com

Г. І. Бедратюк

Старший викладач*

Контактний тел.: (03822) 4-90-43

E-mail: bedratyuk@ukr.net

*Кафедра програмної інженерії

Хмельницький національний університет
вул. Інститутська, 11, м. Хмельницький, Україна,
29016

1. Вступ

Система комп'ютерної алгебри Maple перший реліз якої випущений у 1981 році канадською фірмою Waterloo Maple, Inc., успішно поєднує символічні маніпуляції, обчислювальну математику, потужну графіку та зручну мову програмування. В силу своєї зручності та універсальності система Maple стала незамінним інструментом наукових досліджень для багатьох вчених, інженерів та студентів. Останнім часом спостерігається активне проникнення систем комп'ютерної алгебри в освітній процес оскільки це дає можливість формування принципово нових технологій навчання [1,2,3]. Практично для кожного розділу математики в Maple розроблено окремі спеціалізовані пакети команд. Проте на даний час ці технології, незважаючи на свою ефективність та наочність, в силу різних причин, ще недостатньо поширені в навчальному процесі. Метою даної статті є розгляд основних команд спеціалізованого пакету GraphTheory, який розроблений для

розв'язання типових задач теорії графів. Для розуміння матеріалу потрібно мати початкові навички роботи в Maple, для чого достатньо ознайомитися з одним із багатьох доступних посібників, наприклад [4], [5]. Також ми вважатимемо, що читач знайомий із основами теорії графів, див. [6],[7]. Матеріали статті можуть бути використані викладачами для розв'язання учбових задач, які зустрічаються в процесі вивчення дисципліни "Дискретна математика".

2. Опис пакету GraphTheory

Демо короткий опис тієї частини мови програмування системи Maple та тих елементів цієї програми, які необхідні для вирішення типових задач теорії графів.

2.1 Створення графів. Пакет GraphTheory являє собою набір процедур для створення графів, малювання графів, маніпуляцій з ними і перевірки їхніх