

УДК 621.391

# ПОБУДОВА ЕКСТРАПОЛЮЮЧОЇ МОДЕЛІ ПРОЦЕСУ ФУНКЦІОНУВАННЯ ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙНИХ СИСТЕМ

С.Г. Котенко

Аспірант\*

Контактний тел.: (057) 704-16-19

E-mail: catdontlike@gmail.com

М.О. Можаяєв

Аспірант\*

Контактний тел.: (057) 704-16-19

E-mail: mozhayev\_misha@mail.ru

С.М. Порошин

Доктор технічних наук, професор\*

Контактний тел.: (057) 704-16-19

E-mail: poroshinsm@mail.ru

\*Кафедра мультимедійних інформаційних технологій та систем

Національний технічний університет

«Харківський політехнічний інститут»

вул. Фрунзе, 21, м. Харків, Україна, 61002

*Розробка нових телекомунікаційних систем вимагає проведення експертизи якості функціонування перспективних телекомунікаційних систем. Процес експертизи нами був спрямований на формування експертних оцінок, заснованих, наприклад, на аналізі використання апарату ланцюгів Маркова*

*Ключові слова: телекомунікаційна система, експертні оцінки, гетерогенні системи*

*Разработка новых телекоммуникационных систем нуждается в осуществлении экспертизы качества функционирования перспективных телекоммуникационных систем. Процесс экспертизы должен быть направлен на формирование экспертных оценок, основанных, например, на анализе использования аппарата цепей Маркова*

*Ключевые слова: телекоммуникационная система, экспертные оценки, гетерогенные системы*

*Development of new telecommunication systems needs a quality examination of functioning existent and perspective telecommunication systems. The process of examination should be directed on forming the expert assessment, based on the analysis of the Markov chain set*

*Keywords: telecommunication system, expert assessment, heterogeneous system*

## Введення. Постановка завдання і аналіз літератури

Більшість сучасних телекомунікаційних систем (ТКС) є мультисервісними і гетерогенними системами [1 – 5], розробка яких вимагає постійного осмислення тенденцій їх розвитку, напрямів вдосконалення технологій їх побудови. Це можливо з використанням достатньо адекватних моделей процесів функціонування телекомунікаційних систем спеціального призначення (ТКС СП).

Основним недоліком моделей ТКС СП в рамках теорії масового обслуговування, обмежуючих використання СМО для вирішення завдань формування експертних оцінок показників якості проектованої системи, є їх недостатня розвиненість з точки зору можливості урахування реальної динаміки зміни стану (значень показників якості) ТКС СП.

Представлення моделей процесу функціонування ТКС СП в термінах теорії марковських процесів і змінних стану дозволяє адекватно описати динаміку функціонування модельованої системи, але є менш «фізичними», тобто володіють більш високим рівнем абстрактності в порівнянні з СМО. У зв'язку з цим актуальним можна вважати синтез моделі

функціонування перспективної ТКС СП, що поєднує позитивні аспекти розглянутих підходів.

Метою даної статті є рішення актуальної задачі побудови математичної моделі функціонування існуючих та перспективних ТКС які об'єднують різні підходи до опису цих мереж.

## 1. Модель процесу «народження та загибелі» в термінах змінних станів

Якщо під станом ТКС СП розуміти кількість пакетів інформації  $\eta$  ( $k$ ), що знаходяться в системі в кожен момент часу в черзі і на обслуговуванні, то основною особливістю процесу функціонування пакетної мережі ТКС СП буде його дискретність як за часом, так і за станом.

Такого роду процеси досить коректно можуть бути апроксимовані апаратом ланцюгів Маркова, зокрема дискретним варіантом відомого процесу «народження і загибелі» [10].

В цьому випадку інтенсивності  $p$  зміни стану мережі типу  $\mu / \mu / n / N$  в множині  $M = \{m\}$ ,  $n + N$ , де  $n$  - число, наприклад, субкадрів в циклі, а  $N$  - макси-

мальна кількість пакетів в черзі до ресурсу, можуть бути представлені в наступному вигляді:

$$p_{ml} = \begin{cases} \lambda & \text{при } l = m + 1; \\ m\mu & \text{при } l = m - 1; 0 < m \leq n; \\ 0 & \text{при } |l - m| \geq 2, \end{cases} \quad (1)$$

$$p_{0l} = \begin{cases} \lambda & \text{при } l = 1; \\ 0 & \text{при } l \geq 2, \end{cases} \quad (2)$$

$$p_{ml} = \begin{cases} \lambda & \text{при } l = r + 1; \\ n\mu + (m - n)v & \text{при } l = r - 1; n < m \leq N; \\ 0 & \text{при } |l - m| \geq 2, \end{cases} \quad (3)$$

$$p_{0l} = \begin{cases} \mu\lambda + Nv & \text{при } l = n + N - 1; \\ 0 & \text{при } l < n + N - 1, m = n + n \end{cases} \quad (4)$$

В цьому випадку, беручи до уваги вираз

$$A(k+1) = B^T(k+1, k, u(k))A(k) + \Gamma(k)v(k)$$

та враховуючи взаємозв'язок інтенсивностей переходу процесу зі стану  $\eta$  ( $k$ ) в стан  $r$  з елементами матриці однокрокових перехідних ймовірностей (ОПЙ)

$$B_{ml}(k+1, k, u(x)) = p_{ml}T, B_{mm} = p_{mm}T + 1$$

спостерігається реальний взаємозв'язок рівняння стану ТКС СП з параметрами системи на основі врахування особливостей ймовірнісно-часового механізму зміни її стану.

При цьому матриця ОПЙ, враховуючи особливості процесу «народження і загибелі», набуває «стрічкову» структуру:

$$B^T(k+1, k, u(k)) = \begin{pmatrix} B_{11}(k) & B_{21}(k) & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & B_{12}(k) & B_{22}(k) & B_{23}(k) & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & B_{m-1,m}(k) & B_{mm}(k) \end{pmatrix}, \quad (5)$$

де  $K = (k+1, k, u)$ .

Аналізуючи висловлювання (1) - (4), неважко простежити взаємозв'язок процесу функціонування проектованої ТКС СП з параметрами структури мережі, при цьому характер переходу структури зі стану в стан носить випадковий стрибкоподібний характер, що залежить як від навантаження, так і від кількості вільних тимчасових слотів в системі обслуговування мережі, кількості місць для очікування початку обслуговування і т.д.

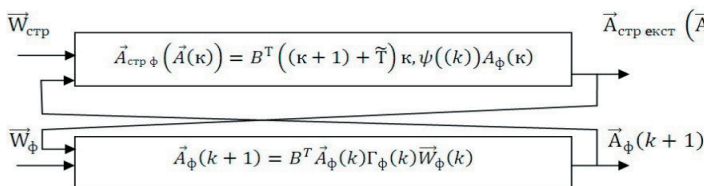


Рис. 1. Загальна схема процесу екстраполяції стану ТКС СП

Враховуючи особливості представленої моделі, можна припустити, що процес зміни стану структури (її індексу) ТКС СП з необхідним ступенем адекватності аналогічним чином може бути представлений умовним марковським ланцюгом з чотирма станами [1].

В цьому випадку виникає задача прогнозування індикатора стану структури для своєчасного перерахунку елементів матриці ОПЙ відповідно до одного з виразів (1) - (4).

Загальна модель функціонування перспективної ТКС СП з екстраполяцією індексу структури системи представлена на рис. 1.

В цьому випадку структурна схема ФФ повинна бути доповнена і може бути представлена в загальному вигляді так, як зображено на рис. 2

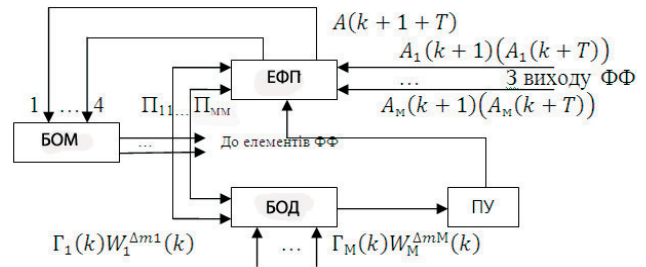


Рис. 2. Структурна схема пристрою формування-екстраполяції значень стану ТКС СП

де БОМ управляється екстраполятор з фіксованим попередженням (ЕФП).

Екстраполяція індикатора індексу структури здійснюється відповідно до правила [7].

$$\bar{A}_{стр}(\bar{A}_\phi(k+1)) = B^T((k+1) + \tilde{T})k, \psi((k))\bar{A}_\phi(k) \quad (6)$$

При цьому, якщо передбачене значення індикаторів відповідає переходу системи на наступну ділянку простору станів, що визначається відповідно до одного з виразів (1) - (4), здійснюється перерахунок значень елементів матриці ОПЙ. Екстраполяція значень індикатора стану ТКС СП здійснюється при постійному контролі значень апріорної дисперсії екстраполяції. Елементи матриці дисперсії визначаються в блоці обчислення дисперсії (БОД) відповідно з виразом [7]

$$P_{mm}(\Delta A(k+1, k) + \tilde{T}) = B_{mm}^2((k+1) + \tilde{T})P_{mm}(A(k, k-1) + \tilde{T}) + 4B^2((k+1) + T)\sigma_v^2 \quad (7)$$

та визначають значення фіксованого попередження екстраполяції відповідно до вимог експерта до точності моделювання, визначаючи настройку порогового пристрою (ПП).

Таким чином, на основі розробленої моделі процесу функціонування перспективної ТКС СП можливий облік динаміки і дискретності реально протікаючих в них процесів. Крім того, розроблена модель

чутлива до параметрів графіку і структури проек-тованої ТКС СП, що дозволить ЕТ ТКС формувати об'єктивні оціночні значення ПК системи на багатоваріантній основі.

**2. Стійкість моделювання процесу функціонування перспективної ТКС**

При прийнятому нами підході до моделювання процесу функціонування перспективних ТКС СП, стан моделюваної системи визначається вектором, що включає в себе фазові координати і індекс структури.

Динаміка зміни значень індикаторів станів відображає особливості дискретних як за часом, так і станом процесів реально протікаючих в сучасних цифрових інфотелекомунікаційних системах з фіксованими довжинами повідомлень, що передаються в строго певні інтервали часу. Разом з тим адекватність процесної моделі визначається, в тому числі, і її стійкістю.

Розуміючи під стійкістю властивість моделі функціонування ТКС СП зберігати значення цільової функції в заданих межах протягом дії прийнятого керуючого впливу, скористаємося другим методом Ляпунова для формулювання імовірнісного аналога умов асимптотичної стійкості процесу моделювання при марківському його описі.

В роботах [7, 8], присвячених аналізу стійкості відповідно до другого методу Ляпунова, сформульовані достатні умови асимптотичної стійкості у «великому», які для моделі представленої в [8] можуть бути інтерпретовані таким чином.

Нехай  $\epsilon$  - відкрита околиця початку координат, яка обмежена сферою радіуса  $r$ , тобто  $\bar{x} \in \epsilon$  тягне за собою  $\|\bar{x}\| \leq r$ . Нехай функція  $W$  така, що

$$W(\bar{x}) < r \text{ для всіх } \bar{x} \in R^n \tag{8}$$

А також є функцією Ляпунова, такою що  $dW/dt$  негативно визначена на  $R^n$ .

Припустимо, що  $W(\bar{x}) \rightarrow \infty$  при  $\|\bar{x}\| \rightarrow \infty$ . Тоді початок координат є глобальною асимптотично стійкою крапкою.

Для лінійної системи:

$$\frac{d\bar{x}}{dt} = A\bar{x}(t) \tag{9}$$

Функція Ляпунова виду

$$W(\bar{x}) = \bar{x}^T P \bar{x}, \tag{10}$$

де  $P$  - симетрична, позитивно певна матриця, умови глобальної асимптотичної стійкості виконуються, якщо матриця

$$Q = -A^T P - P A \tag{11}$$

є позитивно визначеною. Функцію Ляпунова для нелінійних систем, представимо сукупністю лінійної системи і безінерційною нелінійної ланки з характеристикою  $x = \phi(\sigma)$ . Вона може бути побудована у вигляді

$$W(x) = W_n(x) + b \int_0^\sigma \phi(\zeta) d\zeta, \tag{12}$$

де лінійна частина функції  $W_n(x)$  визначається з виразу (10).

Реалізований імовірнісний підхід до моделювання ТКС СП, а також складність опису динаміки зміни станів моделі системи обумовлюють неможливість безпосереднього застосування умов глобальної стійкості для аналізу процесу функціонування ТКС СП. В цьому випадку необхідно отримати аналог класичних умов стійкості детермінованих систем для імовірнісного випадку (для випадку опису детермінованих систем за допомогою керованого ланцюга Маркова). З цією метою розглянемо ряд достатніх умов обмеженості за ймовірністю (стійкості) керованого ланцюга Маркова (при діючому в ІТС керуючому впливі).

Нехай ланцюг Маркова задовольняє наступним вимогам [5, 9]:

1) на безлічі станів ланцюга  $Z$  існує єдина підмножина  $C$ , для якої виконується умова  $P\{Z; Z \setminus C\} = 0, Z \in C$ , тобто існує одна мінімальна інваріантна множина станів;

2) на безлічі  $C$  ланцюг є ергодичним, тобто у нього існує  $\lim_{n \rightarrow \infty} P\{Z_n \in E \subset C\}$ ;

3) безліч  $C$  складається з непересічних підмножин (циклічних підкласів)  $c_1, \dots, c_D, c_i \cap c_j = \emptyset, i \neq j, U_i c_i = C$ , таких, що  $P\{Z; c_i\} = 1$  при всіх  $Z \in c_i - 1$  для всіх  $i, j \leq d, z \in C$  існують фінальні ймовірності

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P\{Z_{nd+j-i} \in E \subset c_j | z_0 = z \in c_i\},$$

4) для будь-якої обмеженої замкнутої множини  $K$  з  $Z$  справедливо  $\lim_{n \rightarrow \infty} P\{Z_n \in K\} = 0$  зокрема для будь-якого виконується рівняння  $\lim_{n \rightarrow \infty} P\{Z_n \in K\} = 0$ .

Всі перераховані вимоги (умови) визначають один з можливих варіантів (типів) поведінки ланцюга Маркова, на основі якої описана динаміка зміни станів ТКС СП. Достатні умови обмеженості за ймовірністю (стійкості) послідовності визначаються наступним чином.

Якщо для ланцюга Маркова з простором станів  $Z$  виконані вимоги 1-4 і на безлічі  $Z$  задана функція  $W(z)$  така, що виконуються умови:

$$1) 0 \leq W(z) < \infty, z \in Z$$

$$2) \text{ Існує функція } \Delta(z), \text{ для якої}$$

$$M_z W - W(z) \leq \Delta(z), z \in Z; \tag{13}$$

$$\sup \Delta(z) = \Delta^+ < \infty, \Delta^+ \geq 0; \tag{14}$$

$$-\Delta^- = \sup_{z \in Z} \Delta(z) < 0, \tag{15}$$

починаючи з деякого  $r_0 \geq 0 (\lim_{r \rightarrow \infty} G_r = z)$ , при будь-якому  $z \in Z$  послідовність  $\{z_n\}$  обмежена по ймовірності. Причому процес  $\{z_n\}$ , обмежений за

ймовірністю, якщо для будь-якого  $\varepsilon > 0$  існує таке обмежене безліч  $E_\varepsilon \in Z$ , що  $P\{Z_n \in E_\varepsilon\} \geq 1 - \varepsilon$  при будь-якому  $n \geq 0$ .

Разом з тим достатньою для практики умовою коректності результатів моделювання є контроль виконання умови  $\|\Pi\| \leq 1$ .

Відкритими залишаються питання оптимізації (з урахуванням вимог до допустимої похибки управління): а) кількості градацій змінних стану; б) величини приростів змінних стану; в) тимчасового інтервалу дискретизації простору станів моделюваної ТКС.

Якщо відома допустима похибка значення критерію оптимальності  $\Delta I(k, \bar{Y}_i, \bar{Y}_{tr}, \bar{u})$  керуючого впливу, то відповідна градація значення може бути визначена (у загальному випадку) на основі функцій чутливості [6] з виразу

$$\Delta I(t, \bar{Y}_i, \bar{Y}_{tr}, \bar{u}) \geq \sum_{j=0}^m F_j(t, \bar{Y}_i, \bar{Y}_{tr}, \bar{u}) \Delta y_i, \quad (16)$$

де  $F_j(\cdot) = \frac{\partial I_j(\cdot)}{\partial y_i}$  – коефіцієнт чутливості 1-го порядку

$j$ -й компоненти  $i$ -го вектора станів ТКС.

Знаючи допустимі градації  $\Delta y_i$ , на основі теорії екстраполяції випадкових процесів [10, 11] можна визначити необхідні інтервали дискретизації

$$\Delta y_i = \dot{x}_i(t) - \dot{x}_i(t) e^{-\lambda_i \Delta t_i}, \quad (17)$$

де  $\lambda_i$  – ширина спектру флуктуацій компонент вектора  $\bar{x}_i(t)$ ,  $\dot{x}_i(t)$  – оціночне значення  $i$ -го елемента вектора  $\bar{x}$  на момент часу  $t$ .

Крім того, враховуючи тип аналізованої нами моделі системи масового обслуговування, інтервал кореляції може бути визначений з виразу

$$K_x(t_{кор}) = \sigma_x^2 e^{-(\mu + \lambda)t_{кор}}, \quad (18)$$

де  $\sigma_x^2 = \frac{n\lambda\mu}{(\mu + \lambda)^2}$  – дисперсія процесу  $\bar{x}$  (тобто на краях інтервалу кореляції значення функції кореляції буде прагнути до  $1/e$ ).

Слід зазначити, що при визначенні інтервалу дискретизації з виразів (16) - (17) з метою збільшення ступеня адекватності процесу моделювання значення інтервалу дискретизації необхідно вибирати багато меншим значення інтервалу  $\Delta t_{дискр} \ll \Delta t_{кор}$  кореляції, як правило,  $\Delta t_{дискр} \approx (0,01 \dots 0,1 \Delta t_{кор})$ .

### Висновки

У даній статті приведені результати теоретичних досліджень побудови екстраполюючих моделей процесу функціонування ТКС. Побудову моделі було проведено з використанням апарата ланцюгів Маркова, зокрема дискретним варіантом відомого процесу «народження і загибелі».

Була створена загальна модель функціонування перспективної ТКС СП з екстраполяцією індексу структури системи.

Аналіз запропонованої моделі продемонстрував що розроблена модель чутлива до параметрів трафіку та структури проектованої ТКС СП, що дозволить ТКС формувати об'єктивні оціночні значення ПК системи на багатоваріантній основі. Проведено перевірку запропонованої моделі на стійкість за Ляпуновим та встановлено що модель є коректною, при виконанні умови  $\|\Pi\| \leq 1$ .

Також встановлено що при визначенні інтервалу дискретизації з виразів (16) - (17) з метою збільшення ступеня адекватності процесу моделювання значення інтервалу дискретизації необхідно вибирати багато меншим значення інтервалу кореляції, як правило,  $\Delta t_{дискр} \approx (0,01 \dots 0,1 \Delta t_{кор})$ .

### Література

1. Кучук, Г.А. Фрактальный анализ процессов, структур и сигналов [Текст]: коллективная монография / Г.А. Кучук, А.А. Можав, Р.Э. Пашенко, К.М. Руккас – Х.: ЭкоПерспектива, 2006. – 360 с.
2. Willinger W. Self-Similarity Through High-Variability: Statistical Analysis of Ethernet LAN Traffic at the Source Level [Текст] / W. Willinger, M. S. Taqqu, R. Sherman, D. V Wilson // ACM SIGCOMM'91, 1991. – P. 149-157.
3. Leland W., On the self-similar nature of IP-traffic [Текст] / W. Leland, M. Taqqu, W. Willinger // IEEE/ACM Transactions on Networking. – 1997. – № 3. – P. 423-431.
4. Можав, О.О. Моделирование трафика телекоммуникационных сетей на базе масштабной инвариантности [Текст]: збірник наукових праць / Харківського університету Повітряних Сил. – Х.: ХУ ПС, 2006. – Вип. 6(12). – С. 79-82.
5. Кучук, Г.А. Управление трафиком мультисервисной розподеленной телекоммуникационной сети [Текст] / Г.А. Кучук // Системы управления, навигации та зв'язку. – 2007. – Вип. 2. – С. 18-27.
6. Ненадович, Д.М. Анализ устойчивости и чувствительности процесса функционирования управляемой инфокоммуникационной системы со случайной скачкообразной структурой [Текст] / Д. М. Ненадович // Электромагнитные волны и электронные системы. 2006. № 9. С. 16-20.
7. Ярушкина, Н.Г. Основы теории нечетких и гибридных систем. [Текст] / Н. Г. Ярушкин- М.: Финансы и статистика, 2004. – 320 с.
8. Сейдж Э., Меле Дж. Теория оценивания и ее применение в связи и управлении [Текст]: пер. с англ. под ред. Б.Р. Левина. - М.: Связь, 1976. - 496 с.
9. Сейдж Э., Уайт Ч. Оптимальное управление системами [Текст]: пер. с англ. под. ред. Б.Р. Левина. - М.: Радио и связь, 1982. - 392 с.
10. Терентьев, В. М. Теоретические основы управления сетями многоканальной радиосвязи [Текст] / В. М. Терентьев, И. Б. Парашук - СПб.: ВАС, 1995. - 195 с.
11. Тихонов, В. И. Статистическая радиотехника [Текст] / В. И. Тихонов - М.: Радио и связь, 1982. - 624 с.
12. Тихонов, В.И., Марковские процессы [Текст] / В. И. Тихонов, М.А. Миронов - М.: Сов. радио, 1977. - 488 с.