

*Стаття містить три частини, в яких запропонований метод вивчення певного виду рухів пневмоколісних машин, описані один з можливих механізмів шимірування і нова версія відомої моделі нестационарного відведення пневмоколеса*

*Ключові слова: математичне моделювання, пневмоколісна машина, коливання, шина*

*Статья содержит три части, в которых предложен метод изучения определенного вида движений пневмоколесных машин, описаны один из возможных механизмов шиммирования и новая версия известной модели нестационарного увода пневмоколеса*

*Ключевые слова: математическое моделирование, пневмоколесная машина, колебания, шина*

*The article contains three parts, the method of study of certain type of motions of vehicle is offered in which, described one of possible mechanisms of shimmy and update version of the known model of non-stationary withdrawal of tire*

*Keywords: mathematical modeling, vehicle, vibrations, tire*

# О МАТЕМАТИЧЕСКОМ МОДЕЛИРОВАНИИ КОЛЕБАНИЙ ТРАНСПОРТНЫХ МАШИН ПРИ УВОДЕ ПНЕВМОКОЛЕС

**Б. М. Шифрин**

Кандидат технических наук, доцент

Кафедра «Общетехнические дисциплины и авиационная химия»

Государственная летная академия Украины

ул. Добровольского, 1, г. Кировоград, Украина, 25005

Контактный телефон: (0522) 37-24-67

E-mail: B\_Shifrin@mail.ru

## Введение

Несмотря на то, что автомобили, мотоциклы, движущиеся по взлетно-посадочной полосе (ВПП) самолеты, автопоезда являются машинами частого использования, от надежности которых зависят жизни людей, многие вопросы математического моделирования их движения требуют уточнения. Зачастую постановка отдельных теоретических задач динамики пневмоколесных машин (ПКМ) носит апостериорный характер.

В значительной степени «недоработки» по части математического моделирования динамики ПКМ обусловлены такими двумя причинами:

- многообразием механических явлений, проявляющихся в ходе качения по неровной и неоднородной опорной поверхности колес с деформируемой периферией;

- трудностями определения сил взаимодействия колес, снаряженных пневматическими шинами, с опорной поверхностью при реальных условиях движения ПКМ. (В работе будем рассматривать составляющую силы трения перпендикулярную диску колеса (поперечную силу) и момент сил трения вокруг центральной оси перпендикулярной опорной плоскости (восстанавливающий момент)).

Названные причины привели, в частности, к тому, что:

- при изучении колебаний шасси, как правило, ограничиваются рассмотрением равномерного пря-

молинейного движения точки соединения шасси с корпусом вдоль направления, перпендикулярного оси колеса [1-4];

- до сих пор, несмотря на длительное и крупномасштабное изучение, актуальным остается исследование механизма явления шимми [2-4].

В первой части работы предложен прагматический метод (метод малого верчения) для математического моделирования определенного класса движений ПКМ; во второй – описан один из возможных механизмов шиммирования пневмоколес шасси при их малом верчении; в третьей - на основе синтеза с апробированной моделью установившегося увода предложена новая версия модели Бидермана-Шумаева, позволяющая находить поперечную силу и восстанавливающий момент на шине при колебаниях пневмоколеса. При написании частей работы I, II, III использованы независимые обозначения.

## Часть I. Прагматический метод для математического моделирования колебаний ПКМ

### I.1. Введение

В данной части работы предложен прагматический метод для математического моделирования движения ПКМ, в частности для изучения колебаний элементов шасси. Метод работает при малом верчении и произвольном скольжении колес шасси. (Незатухающие колебания шасси при малом верчении могут быть на-

званы неканоническим шимми). Представлен критерий применимости метода. Метод основан:

- на наличии достаточно простой и в то же время надежной модели для нахождения поперечной силы трения на шине при ее поперечно поступательном движении [5-8];
- на возможности игнорирования восстанавливающего момента на шине при сложных движениях машины определенного вида.

Актуальность выделения неканонического шимми и построения метода для его исследования обусловлена:

- требованием полноты изучения механизмов интенсивных колебаний шасси и ПКМ в целом;
- трудностями математического моделирования восстанавливающего момента.

**1.2. Основные допущения и концепция виртуального буксируемого колеса**

Ограничимся случаями, когда:

- ось колеса шасси движется плоско параллельно плоскости опорной плоскости;
- продольное скольжение шины пренебрежимо мало и потому колесо движется в режиме чистого увода.

Пусть в данный момент времени кинематика плоско параллельного движения оси колеса шасси ПКМ характеризуется величинами:

$$V, W, \omega,$$

где  $V, W$  – составляющие векторов скорости центра масс оси и колеса в сборе (рис. 1.1а);  $\omega \neq 0$  – угловая скорость оси колеса или угловая скорость вращения колеса.

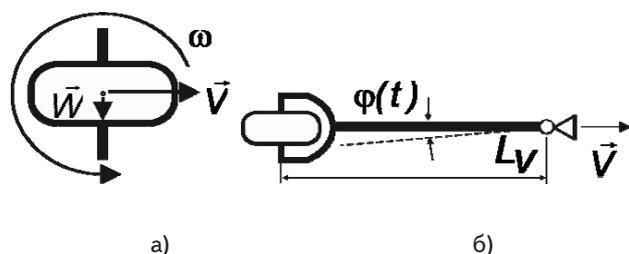


Рис. 1.1. Виртуальное буксируемое колесо

Реальное движение колеса рис. 1.1а представим как движение виртуального буксируемого с помощью абсолютно жесткой невесомой вилки колеса (рис. 1.1б), где:

$$\dot{\phi} = \omega; L_v = W / \omega, \tag{1.1}$$

где точкой обозначено дифференцирование по размерному времени;  $L_v$  – вынос виртуального буксируемого колеса. В общем случае:

$$V = V(t), W = W(t), \omega = \omega(t),$$

где  $t$  – время в секундах. Поэтому, опять же в общем случае,

$$L_v = L_v(t).$$

**1.3. О влиянии восстанавливающего момента**

1.3.1. Буксируемое колесо М.В. Келдыша. Обратимся к расчетной схеме буксируемого колеса [1], которая от-

личается от схемы рис. 1.1б лишь тем, что длина выноса неизменная:

$$L_v \neq L_v(t) = L = \text{const},$$

где  $L$  – длина выноса реального, т.е. не виртуально-буксируемого колеса.

Математическая модель [1], описывающая движение буксируемого колеса, представляет собой систему конечных и обыкновенных линейных дифференциальных уравнений первого порядка:

$$\left. \begin{aligned} \ddot{F} &= c_F \Delta, \ddot{M} = c_M \phi, \\ \dot{\Delta} + L \dot{\phi} &= -V(\phi + \Delta), \dot{\phi} + \dot{\phi} = V(\alpha \Delta - \beta \phi), \\ m \rho^2 \ddot{\phi} &= \ddot{F}L + \ddot{M}, \end{aligned} \right\} \tag{1.2}$$

где  $\ddot{F}, \ddot{M}$  – поперечная сила трения (сила трения, действующая перпендикулярно плоскости диска колеса) и восстанавливающий момент сил трения;  $c_F$  – коэффициент силы или боковая статическая жесткость шины;  $\Delta, \phi$  – линейная и угловая деформации шины, соответственно;  $c_M$  – коэффициент момента или пяточная статическая жесткость шины;  $V$  – скорость буксировки (рис.1б);  $\alpha, \beta$  – кинематические коэффициенты шины;  $m, \rho$  – масса и радиус инерции колеса; точками обозначено дифференцирование по размерному времени. В приведенных уравнениях  $\ddot{F}, \ddot{M}, \Delta, \phi$  – функции времени, а остальные величины – постоянные.

В правой части последнего из уравнений (1.2) записан суммарный момент сил трения относительно шарнира (рис. 1.1б). Имея целью установить длины выноса  $L$ , при которых влияние восстанавливающего момента на суммарный момент несущественно, приведем характеристическое уравнение системы (1.2) в ином, чем в [1], виде:

$$\lambda^4 + C_3 \lambda^3 + (C_{21} + C_{22} f_2) \lambda^2 + C_1 f_1 \lambda + C_0 f_0 = 0, \tag{1.3}$$

где  $C_i (i=1, 21, 22, 1, 0)$  – независящие от  $c_M$  коэффициенты, а

$$f_i (i=0, 1, 2) = f_i(p_1, p_2, \bar{L} = L / \rho),$$

где

$$p_1 = c_M / (c_F \rho^2), p_2 = \beta / (\alpha \rho).$$

Для количественной оценки влияния восстанавливающего момента введем функции:

$$\bar{f}_i(p_j, \bar{L}) = \frac{f_i(p_j, \bar{L})}{f_i(p_1=0, p_2, \bar{L})}, i=0, 1, 2; j=1, 2.$$

Графики этих функций представлены на рис. 1.2а.

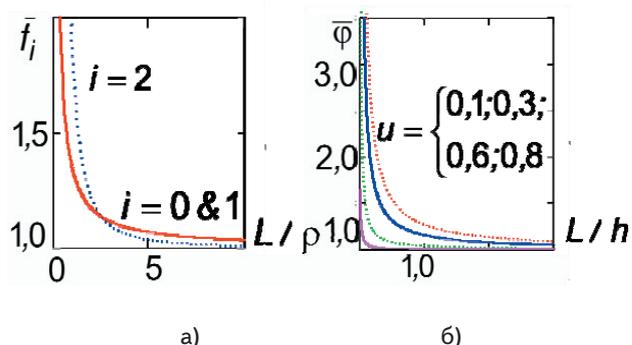


Рис. 1.2. О влиянии восстанавливающего момента

1.3.2. Установившийся увод. Введем в рассмотрение угол увода (рис. 1.1а):

$$U = \arctg(W/V) \approx W/V,$$

а также относительный угол увода:

$$u = U/U_{cr},$$

где  $U_{cr}$  – критический угол увода, т.е. угол чистого увода, при достижении которого на всем участке контакта шины с опорной плоскостью происходит скольжение. При установившемся уводе  $U \neq U(t), U = const$ . Поперечную силу трения и восстанавливающий момент на шине при установившемся уводе обозначим  $F$  и  $M$  соответственно. (Для неустановившегося увода в уравнениях (1.2) использовали обозначения  $\tilde{F}, \tilde{M}$ ).

Для количественной оценки влияния восстанавливающего момента теперь введем функцию:

$$\bar{\varphi}(u, L/h) = (FL + M) / FL,$$

где  $h$  – полудлина участка контакта шины с опорной плоскостью. Графики этих функций приведены на рис. 11.26.

Подытожим результаты параграфа. Предварительно заметим, что радиус инерции буксируемого колеса при вращениях  $\varphi(t)$  имеет порядок радиуса необжато-го колеса. С учетом рис. 11.2 заключим, при

$$L > L_* \approx 2,5D, \tag{1.4}$$

где  $D$  – диаметр необжато-го колеса, влиянием восстанавливающего момента можно пренебречь и полагать, что взаимодействие шины с опорной плоскостью сводится к образованию лишь поперечной силы трения.

**1.4. Оценка реализуемых значений  $L_v$  в ходе движения ПКМ**

1.4.1. Выкатывание самолета. Апостериорный анализ. На рис. 1.3 показана схема движения самолета по ВПП, закончившегося выкатыванием за боковую кромку [9].

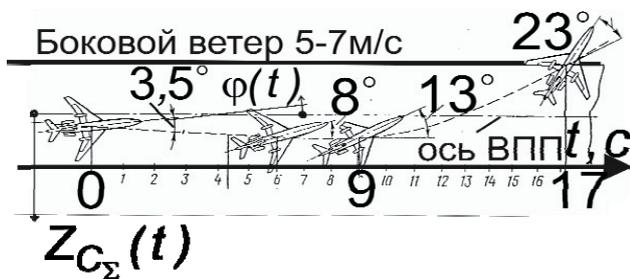


Рис. 1.3. Оценка реализуемых значений  $L_v$ . Выкатывание самолета

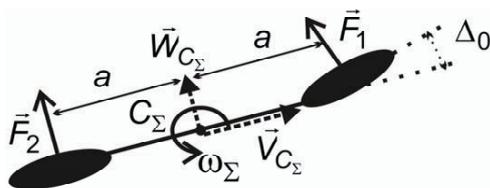


Рис. 1.4. Оценка реализуемых значений  $L_v$ . Расчетная схема движения автомобиля

Располагая схемой рис. 1.3 и данными бортовой системы регистрации параметров полета, произведем оценку реализуемых значений  $L_v$  для основных опор шасси; при этом их удалением от центра масс самолета пренебрежем.

Исходными для расчета данными являются:  
 - закон бокового отклонения центра масс самолета  $Z_{C_{\Sigma}}(t)$ ;  
 - углы увода  $U_i$  в моменты времени  $t_i (i=0,6,9,23)$  0,6,9 и 23 секунды;  
 - продольная скорость центра масс самолета.

Найдем длины выноса виртуального буксируемого колеса в названные моменты времени, следуя такому порядку расчета:

$$\varphi(t_i) = U_i - \dot{Z}_{C_{\Sigma}} / V_i \rightarrow \varphi(t) \rightarrow \omega(t) \rightarrow L_{vi} = U_i V_i / \omega_i.$$

Функцию  $\varphi(t)$  получим с помощью метода наименьших квадратов.

В итоге найдем, вынос виртуального буксируемого колеса в метрах в моменты времени 0, 6, 9 и 23 секунды после касания ВПП равен соответственно:

$$L_{vi} = 223,516,379,134(<).$$

Как видим неравенство (1.4) выполняется.

**1.4.2. Движение легкого автомобиля по криволинейной траектории. Априорный анализ**

Применим «велосипедную» расчетную схему двухосного автомобиля [10, 11] и уделим малыми углами увода. Для упрощения задачи:

- расстояния от центра масс машины до передних и задних пневмоколес положим равными между собой (рис. 1.4);

- нормальную нагрузку, приходящуюся на передние и задние пневмоколеса, примем распределенной поровну;

- будем полагать, что передние и задние колеса обладают одинаковыми механическими свойствами.

Будем также считать, что передние пневмоколеса повернуты на угол  $\Delta_0$ , после чего руль «закреплен»,  $\Delta_0 = const \neq 0$ . Как и на рис. 1.4, индекс «1» удержим, говоря о передних колесах, и – «2», если речь идет о задних колесах.

Искомые длины выноса виртуального буксируемого пневмоколеса найдем по формулам:

$$L_{vj} = U_j V_{C_{\Sigma}} / \omega_{\Sigma}, j=1,2. \tag{1.5}$$

Для нахождения величин, входящих в формулу (1.5), воспользуемся нулевым приближением решения задачи [11]. С учетом принятых упрощений по формулам [11] получим:

$$U_1 = \Delta_0 - \beta_0 - a\omega_{\Sigma} / V_{C_{\Sigma}}; U_2 = -\beta_0 + a\omega_{\Sigma} / V_{C_{\Sigma}}, \tag{1.6}$$

где

$$\beta_0 = \frac{1}{2} \Delta_0 [1 - m_{\Sigma} V_{C_{\Sigma}}^2 / (2K_F a)]; \omega_{\Sigma} = \frac{1}{2} \Delta_0 (V_{C_{\Sigma}} / a). \tag{1.7}$$

После подстановки (1.7) в (1.6) находим:

$$U_1 = \Delta_0 m_{\Sigma} V_{C_{\Sigma}}^2 / (4K_F a); U_2 = U_1.$$

Окончательно имеем:

$$L_{v1} = L_{v2} = L_v = \frac{1}{2} m_{\Sigma} V_{C_{\Sigma}}^2 K_F^{-1} .$$

Положим  $m_{\Sigma} = 1500$  кг,  $K_F = 50 \cdot 10^3$  Н. Тогда, используя формулу (I.5), придем к оценке:

$$L_v, <= 15 \cdot 10^{-3} (V_{C_{\Sigma}}, \text{ м/с})^2 .$$

Резюмируем: при движении легкового автомобиля с повернутым и заблокированным рулем режим малого верчения и малых углов увода реализуется при скоростях выше 10 м/с.

**I.5. Суть предлагаемого метода математического моделирования колебаний ПКМ**

Предлагается:

1. Уравнения движения составлять, рассматривая колеса шасси как абсолютно твердые тела.

2. Взаимодействие колес с опорной поверхностью описывать поперечной силой, которую находить, привлекая дискретную модель шины [7]. (При этом уравнения движения дополнятся обыкновенным нелинейным дифференциальным уравнением первого порядка, образуя систему исходных уравнений).

3. В ходе численного решения системы исходных уравнений на каждом шаге вычислений по формуле (I.1) оценивать длину выноса виртуального буксируемого колеса. При выполнении неравенства:

$$L_v > L_* .$$

расчет можно продолжить. При отсутствии уточненных данных следует положить

$$L_* = 2,5D .$$

**I.6. Выводы**

Предложен прагматический метод для математического моделирования колебаний ПКМ. Исходим из:

- наличия надежной модели для нахождения поперечной силы трения на шине при ее поперечно поступательном движении;
- возможности пренебрежения восстанавливающим моментом сил трения на шине для движений, удовлетворяющих критерию (I.4);
- выполнения условия (I.4) при реальных движениях машин.

Использование предлагаемого метода позволит с помощью известных численных методов решения дифференциальных уравнений движения (метод Рунге-Кутты и/или Розенброка) выполнить теоретическое исследование колебаний элементов пневмоколесных машин в сложных условиях их движения и при произвольном скольжении колес шасси, привлекая обоснованную математическую модель шины. Как это видно далее из части II, механизмы появления интенсивных колебаний шасси при малом верчении могут иметь смешанную нелинейно-параметрическую природу.

**Часть II. Об одном механизме поддержания колебаний опор шасси**

**II.1. Введение и постановка задачи**

Будем исходить из того, что опора совершает гармонические поперечно поступательные колебания и выясняем, какие вертикальные колебания опоры могут

привести к поддержанию такого движения. Считаем, что упомянутые вертикальные колебания обусловлены статическим дисбалансом колеса.

Постановка задачи о влиянии вертикальных колебаний пневмоколесной машины на колебания опор шасси, происходящие в плоскостях параллельных опорной плоскости, не нова. В [13] изучалось влияние периодических неровностей дороги на шимми управляемых колес автомобиля, подвеска которых выполнена по конструктивной схеме «свеча»; получено уравнение типа Матье, описывающее углы поворота колес. Х. Пасейка выполнил теоретико-экспериментальное исследование влияния временного изменения нормальной реакции опорной поверхности на поперечную силу трения и восстанавливающий момент для разных диапазонов изменения углов увода колес, а также амплитуд нормальной реакции [14]. В [12] рассмотрены поперечно поступательные колебания опоры шасси при боковом сносе машины; изучены колебания при значительном скольжении колес и переменной нормальной реакции определенного вида.

**II.2. Механико-математическая модель**

Рассмотрим движение ПКМ и изучим кратковременные поперечно поступательные колебания опоры шасси относительно корпуса, который также движется поступательно. В отличие от [12] скольжение колес будем полагать изменяющимся в широком диапазоне. (Опорой шасси называем эквивалентное колесо и несомые элементы его крепления к корпусу (кузову или фюзеляжу)). Механическая модель машины будет состоять из двух твердых тел (корпуса и опоры шасси), которые соединены линейно упругой связью (рис. II.1). Для упрощения будем считать скорость движения машины постоянной:  $\vec{V} = \text{const}$  .

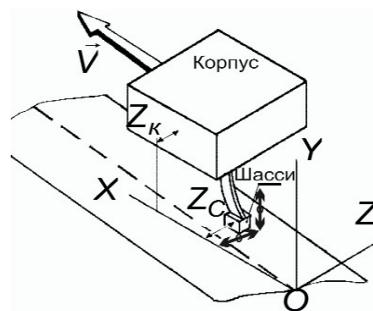


Рис. II.1. Движение пневмоколесной машины

Оси OXYZ – инерциальные. Плоскость диска колеса в ходе всего движения перпендикулярна опорной плоскости; ось OX лежит в плоскости параллельной диску колеса, а ось OZ параллельна его конструктивной оси вращения. Центр масс колеса С совершает заданные вертикальные колебания.

Запишем исходное уравнение поперечного движения опоры шасси:

$$M(d^2Z_c / dt^2) + c(Z_c - Wt) = -F, \tag{II.1}$$

где  $Z_c = Z_c(t)$  – поперечная координата центра масс опоры;  $M$  – ее масса;  $c = \text{const}$  – поперечная жесткость связи корпуса и опоры шасси;  $W = \text{const}$  – поперечная скорость точки подвеса опоры шасси;  $F$  – поперечная сила трения на колесе. Заметим

$$Z_c(t) - Wt = \Delta(t),$$

где  $\Delta$  – деформация упругой связи колеса с корпусом машины.

Решение уравнения (II.1) будем искать в виде:

$$Z_c(t) = Z_{c*}(t) = Wt + A_* (1 - \cos \omega_0 t), \quad (II.2)$$

где  $A_* = \text{const}$  – амплитуда колебаний;  $\omega_0 = \sqrt{c/M} = \text{const}$  – угловая частота колебаний.

Приступим к описанию силы трения. С учетом вертикальных колебаний опоры шасси нормальная реакция на колесе является временной функцией:

$$N \neq \text{const}, N = N(t).$$

Примем, что закон изменения этой функции включает постоянную величину и осциллирующую добавку:

$$N(t) = N_0 [1 + \epsilon_N p(t)], \quad (II.3)$$

где  $N_0 = \text{const}$  – нормальная реакция при отсутствии вертикальных колебаний опоры (или номинальная нормальная реакция);

$$\epsilon_N = \text{const} \ll 1, \epsilon_N > 0 -$$

глубина пульсаций нормальной реакции;  $p(t)$  – требующая определения осциллирующая функция параметрического возбуждения.

Введем в рассмотрение угол увода колеса:

$$U = \arctg\left(\frac{dZ_c/dt}{V}\right) \approx \frac{dZ_c/dt}{V}. \quad (II.4)$$

Наряду с углом увода будем рассматривать и относительный угол увода:

$$u = U / U_{cr}, \quad (II.5)$$

где  $U_{cr}$  – критический угол увода, т.е. наименьший угол увода, при котором в условиях чистого увода на всем участке контакта шины с опорной поверхностью происходит скольжение. Критический угол имеет порядок 10 градусов.

Поперечную силу трения запишем в виде [4,6,7,11,12,14,15,16]:

$$F = \mu_* N f(u), u \in [-1; 1], \quad (II.6)$$

где  $\mu_* = \text{const}$  – кулонов коэффициент трения;  $f(u)$  – характеристика трения:

$$f(u) = \mu_1 u + \mu_3 u^3 + \mu_5 u^5 + \mu_7 u^7, \quad (II.7)$$

где  $\mu_i, i = 1, 3, 5, 7$  – постоянные положительные коэффициенты:  $\mu_1 = 2,538$ ;  $\mu_3 = -4,076$ ;  $\mu_5 = 4,399$ ;  $\mu_7 = -1,885$ .

Уравнения (II.1) и (II.3)-(II.7) образуют рассматриваемую далее модель поперечных колебаний опоры шасси ПКМ, учитывающую временное изменение нормальной реакции. Эти уравнения можно заменить одним обыкновенным нелинейным дифференциальным уравнением второго порядка с зависящим от времени коэффициентом.

### II.3. Приведение исходной математической модели

Введем в рассмотрение безразмерные параметры – время  $\tau$ , деформацию упругой связи  $\delta$  и относительный основной угол увода  $w_f$  («fundamental» – основной):

$$\tau = \omega_0 t, \delta = \delta(\tau) = \omega_0 \Delta(\tau) / (V_0 U_{cr}), w_f = \text{const} = W_f / U_{cr},$$

где  $W_f = W$ . С учетом только что введенных обозначений, уравнение (II.1) запишем в виде системы двух дифференциальных уравнений первого порядка:

$$\left. \begin{aligned} \dot{\delta} &= u - w_f, \\ \dot{u} &= -\delta - \epsilon_0 (1 + \epsilon_N p(\tau)) f(u) \end{aligned} \right\}, \quad (II.8)$$

где точками обозначено дифференцирование по безразмерному времени;  $\epsilon_0 = \text{const} = (\mu_* N_0) / (M U_{cr} V \omega_0)$  – «малый» параметр.

Согласно требованию (II.2) и, принимая во внимание (II.4), (II.5), а также сделанные обозначения, решение системы (II.8) будем искать в виде:

$$u = u_* = w_f + a_* \sin \tau, \quad (II.9)$$

где  $a_* = \text{const} = (A_* \omega_0) / (V U_{cr})$  – безразмерная амплитуда деформации. Таким образом, нужно выяснить при каких законах  $p(\tau)$  решение системы (II.8) имеет вид (II.9).

### II.4. Условия стационарности поперечных колебаний

Дадим ответ на только что поставленный вопрос. С помощью метода усреднения [17,18] получим приближенные условия возникновения стационарных колебаний в системе (II.8). Стремясь получить уравнения стандартного для усреднения их правых частей вида, решения упомянутой системы будем искать в форме:

$$\delta(\tau) = \varphi_0 - a(\tau) \cos \theta(\tau), \quad (II.10)$$

$$u(\tau) = w_f + a(\tau) \sin \theta(\tau), \quad (II.11)$$

где

$$\varphi_0 = \text{const} = -\epsilon_0 f(u = w_f); \quad (II.12)$$

$a(\tau)$  – неизвестная амплитудная функция;  $\theta(\tau) = \tau + \vartheta(\tau)$  – полный фазовый угол;  $\vartheta(\tau)$  – неизвестная фазовая функция. (Выражение (II.11) обладает большей полнотой, чем (II.9)).

После подстановки (II.11) в (II.7) и дальнейших элементарных преобразований найдем:

$$f(u) = f_0 + \sum_{i=1}^7 f_i (a \sin \theta)^i,$$

где

$$f_i = \text{const}, i = 0, \dots, 7:$$

$$f_0 = \mu_1 w_f + \mu_3 w_f^3 + \mu_5 w_f^5 + \mu_7 w_f^7;$$

$$f_1 = \mu_1 + 3\mu_3 w_f^2 + 5\mu_5 w_f^4 + 7\mu_7 w_f^6;$$

$$f_2 = 3\mu_3 w_f + 10\mu_5 w_f^3 + 21\mu_7 w_f^5; f_3 = \mu_3 + 10\mu_5 w_f^2 + 35\mu_7 w_f^4;$$

$$f_4 = 5\mu_5 w_f + 35\mu_7 w_f^3; f_5 = \mu_5 + 21\mu_7 w_f^2; f_6 = 7\mu_7 w_f;$$

$$f_7 = \mu_7.$$

Как видим,

$$f_0 = f(u = w_f).$$

После подстановки (II.10) и (II.11) в (II.8) и последующих элементарных преобразований, предложенных в [16,17], вместо (II.8) получим:

$$\dot{a} = \Phi(a, \theta, p) \sin \theta, \dot{\theta} = \Phi(a, \theta, p) \cos \theta, \} \quad (II.12)$$

где

$$\Phi = -p(\dots) - \epsilon_0 \epsilon_N p \sum \dots - \epsilon_0 \sum \dots, \quad (II.13)$$

где использованы обозначения:

$$(\dots) = \epsilon_0 \epsilon_N f_0; \sum \dots = \sum_{i=1}^7 f_i (a \sin \theta)^i. \quad (II.14)$$

(Напомним, в выражениях (II.13), (II.14)

$$p = p(\tau), a = a(\tau), \theta = \theta(\tau),$$

а остальные величины являются постоянными).

Ограничимся поиском функции параметрического возбуждения вида:

$$p(\tau) = \cos(\theta + \alpha), \quad \alpha = \text{const}, \quad (II.15)$$

После подстановки (II.15) в (II.13) и усреднения за цикл изменения полного фазового угла правых частей полученных уравнений вида (II.12) получим приближенные (укороченные) амплитудно-фазовые уравнения:

$$\dot{a} = 0,5(\dots) \sin \alpha + \epsilon_0 \epsilon_N \sin \alpha Q_1(a, w_f) - \epsilon_0 Q_2(a, w_f), \dot{\theta} = -0,5(\dots) \cos \alpha - \epsilon_0 \epsilon_N \cos \alpha Q_3(a, w_f) \} \quad (II.16)$$

где

$$Q_1 = 0,375f_2 a_1^2 + 0,312f_4 a_1^4 + 0,273f_6 a_1^6;$$

$$Q_2 = 0,5f_1 a_1 + 0,375f_3 a_1^3 + 0,312f_5 a_1^5 + 0,273f_7 a_1^7;$$

$$Q_3 = 0,125f_2 a_1^2 + 0,063f_4 a_1^4 + 0,039f_6 a_1^6.$$

Второе из уравнений (II.16) указывает, что стационарные колебания возможны лишь при  $\alpha = \pm \pi / 2$ .

Перезапишем уравнения (II.16) для случая

$$\alpha = \pi / 2 \quad (II.17)$$

и учтем обозначения (II.14). В итоге приходим к уравнениям:

$$\dot{a} = \epsilon_0 \sum_{j=0}^7 \zeta_j a^j, \dot{\theta} = 0 \} \quad (II.18)$$

где

$$\zeta_0 = 0,5\epsilon_N f_0; \zeta_1 = -0,5f_1; \zeta_2 = 0,375\epsilon_N f_2; \zeta_3 = -0,375f_3;$$

$$\zeta_4 = 0,312\epsilon_N f_4; \zeta_5 = -0,312f_5; \zeta_6 = 0,273\epsilon_N f_6; \zeta_7 = -0,273f_7.$$

Отсюда ясно, что уравнение для нахождения амплитуд  $a_*$  примет вид:

$$\sum_{i=0}^7 \zeta_i a_i^i = 0, \quad (II.19)$$

а

$$\vartheta(\tau) = \text{const} = \vartheta_0. \quad (II.20)$$

Подытожим результаты параграфа и для расчетов зададимся базовыми значениями параметров. Согласно (II.15) осцилляции нормальной реакции должны происходить с частотой  $\omega_0$ . Частота вертикальных колебаний определяется исключительно величиной скорости движения машины. Таким образом, в рассматриваемом случае равенства частоты вертикальных колебаний собственной частоте поперечных колебаний  $\omega_0$  должно выполняться условие:

$$\omega_0 = V / r_c,$$

где  $r_c$  – кинематический радиус колеса. Иными словами, при заданных  $\omega_0, r_c$  условие (II.15) накладывает ограничение на величину скорости движения машины. При выполнении условий (II.15), (II.19) и (II.20) поперечные колебания колеса становятся стационарными.

Расчеты выполним применительно к движению легкового автомобиля. Вес колеса обозначим  $G$ ,  $G = Mg$ , где  $g$  – ускорение свободного падения. Принимаемые базовые значения параметров задачи приведем в таблице:

$\epsilon_N$	$\mu \cdot N_0 / G$	$r_c, \text{м}$	$\omega_0, \text{р/с}$	$U_{cr}, \text{р}$
0,01...0,05	15	0,25	100	0,2

С учетом принятых значений получим:

1. Скорость движения автомобиля, при которой частоты параметрического возбуждения и собственных поперечных колебаний опоры совпадут, примерно составит:

$$V = 25 \text{ м/с}.$$

2. Размерную амплитуду деформации внутренней связи можно оценить с помощью соотношения:

$$A_*, \text{см} = 5a^*.$$

3. «Малый» параметр

$$\epsilon_0 = 0,3.$$

### II.5. Результаты моделирования и численная верификация условий стационарности колебаний

На рис. II.2 приведены графики функций  $a_*(w_f)$ , построенные для разных (0,01; 0,02; 0,03; 0,04; 0,05) значений глубины пульсации нормальной реакции  $\epsilon_N$ ; нижняя кривая соответствует значению 0,01, а верхняя – 0,05.

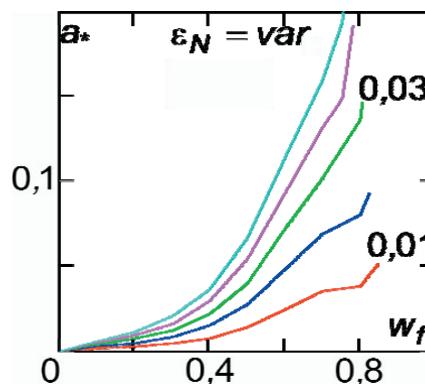


Рис. II.2. Амплитуды стационарных колебаний

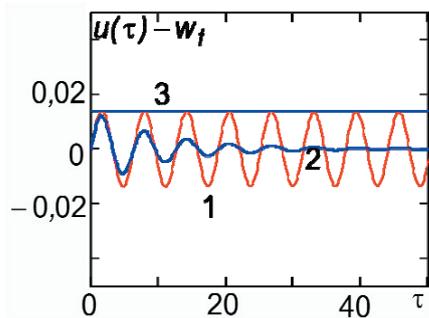


Рис. 11.3. Численная верификация условий стационарности колебаний

Произведем проверку правильности условий стационарности колебаний.

Для этого численно проинтегрируем уравнения (11.8), ожидая получить решения (11.10) и (11.11), где

$$a(\tau) = \text{const}, \vartheta(\tau) = \text{const},$$

а величина  $a$ , является корнем уравнения (11.18). Зададимся следующими данными:

$$\epsilon_0 = 0,3; \epsilon_N = 0,01; w_f = 0,5; \alpha = \pi / 2, a_* = 0,014.$$

Начальный момент времени выберем таким, чтобы угол  $\vartheta_0$  равнялся нулю. В соответствии с (11.10), (11.11) найдем начальные значения фазовых переменных:

$$\delta_0 = -0,014 - 0,3f_0; u_0 = 0,5.$$

Интегрирование выполним методом Рунге-Кутты и полученные результаты представим на рис. 11.3 линией «1». Линия «2» получится, если  $\epsilon_N = 0$ . Линия «3» выделяет значение 0,014.

### 11.6. Физическая природа наблюдаемых стационарных колебаний

Положим, что функцию параметрического возбуждения можно записать в виде:

$$p(\tau) = P[u(\tau)].$$

Введем в рассмотрение эффективную характеристику трения:

$$f_{ef}(u) = [1 + \epsilon_N P(u)] f(u). \tag{11.21}$$

Перезапишем уравнения (11.8), приняв во внимание (11.21). Будем иметь:

$$\left. \begin{aligned} \dot{\delta} &= u - w_f, \\ \dot{u} &= -\delta - \epsilon_0 f_{ef}(u) \end{aligned} \right\} \tag{11.22}$$

Можно показать, что стационарный режим системы (11.22)

$$\delta(\tau) = \text{const} = \delta^0; u(\tau) = \text{const} = u^0$$

перестает быть устойчивым, если точка  $f_{ef}(u^0)$  попадает на ниспадающую ветвь графика  $f_{ef}(u)$ .

Наблюдаемые на рис. 11.3 стационарные колебания  $u(\tau)$  приближенно описываются выражением (11.9). Поэтому

$$\sin \tau = a_*^{-1} [u(\tau) - w_f]. \tag{11.23}$$

С другой стороны,

$$p(\tau) = \cos(\theta + \alpha) = \cos(\tau + \pi / 2) = -\sin \tau.$$

Отсюда

$$P(u) = -a_*^{-1} (u - w_f)$$

и, следовательно,

$$f_{ef}(u) = -a_*^{-1} (u - w_f) f(u). \tag{11.24}$$

На рис. 11.4 приведены характеристики трения. Линия «1» является графиком функции (11.4), т.е. является исходной характеристикой трения. Линии «2» и «3» построены с помощью выражения (11.24) и являются эффективными характеристиками трения; при этом линия «2» соответствует случаю  $\epsilon_N = 0,01; w_f = 0,5$ , а линия «3» - случаю  $\epsilon_N = 0,05; w_f = 0,1$ .

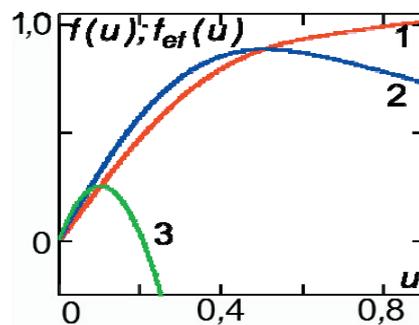


Рис. 11.4. Характеристики трения

Таким образом, наблюдаемые стационарные колебания обусловлены немонотонным характером эффективной характеристики трения.

### 11.7. Заключение

В части II теоретически изучены поперечно поступательные колебания опоры шасси ПКМ относительно заданным образом движущегося корпуса. Описан механизм поддержания поперечно поступательных колебаний при движении ПКМ с определенной (достаточно высокой) скоростью и несбалансированном колесе шасси. Эти колебания вряд ли могут быть выявлены в ходе нецелевых испытаний, а их появление является не только фактором снижения усталостной прочности элементов шасси, но и фактором снижения безопасности движения.

## Часть III. Об одной версии модели нестационарного увода Бидермана-Шумаева

### III.1. Введение

Модель Бидермана-Шумаева предложена в 1972 году и позволяет изучать поперечную силу трения и восстанавливающий момент на шине при проскальзывании ее беговой поверхности [19]. Значительно позже в 1990-1991 гг. построена основная аналитическая модель установившегося увода (далее, модель установившегося увода) [6,14-16]. В данной части на основе

синтеза модели Бидермана-Шумаева с моделью установившегося увода предложена версия модели Бидермана-Шумаева, описывающая нестационарный увод при углах увода меньших примерно пяти градусов, т.е. при не слишком большом скольжении шины.

Предлагаемая версия модели Бидермана-Шумаева применена для изучения составляющих силового взаимодействия шины с опорной поверхностью при гармонических колебаниях пневмоколеса вблизи различных основных углов увода. Результаты моделирования, полученные с помощью предложенной версии и дискретной модели [7], сопоставлены между собой.

**III.2. Постановка задачи**

Синтезируя идеи, положенные в основу построения моделей шины М.В. Келдыша и модели «щетка», В.Л. Бидерман и его ученик В.В. Шумаев получили, что при качении пневмоколеса и его одновременных движениях вида (рис. III.1):

$$Z_c = Z_c(t), \varphi_n = \varphi_n(t) ,$$

где  $Z_c, \varphi_n$  – гармонические функции смещения центра масс пневмоколеса вдоль оси  $O_g Z_g$  и угла вращения его диска, поперечную силу трения и восстанавливающий момент можно определять по формулам [19]:

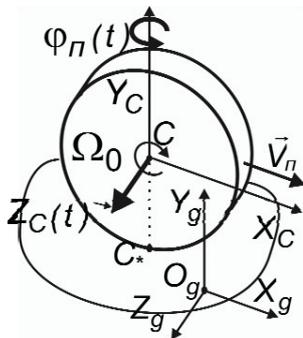


Рис. III.1. К постановке задачи о колебаниях пневмоколеса

$$\left. \begin{aligned} F(t) &= F_s \sin \Omega t + F_c \cos \Omega t, \\ M(t) &= M_s \sin \Omega t + M_c \cos \Omega t, \end{aligned} \right\} \quad (III.1)$$

где  $\Omega$  – частота внешнего возбуждения; коэффициенты  $F_i, M_i; i = s, c$  следует находить с учетом матрично-равенства:

$$A_* \bar{X}_* = B_* , \quad (III.2)$$

где

$$A_* = \begin{pmatrix} n_1 m_2 - g_1; n_1 m_1; n_2 m_2; n_2 m_1; \\ -n_1 m_1; n_1 m_2 - g_1; -n_2 m_1; n_2 m_2; \\ n_1 m_4; n_1 m_3; n_2 m_4 - g_2; n_2 m_3; \\ -n_1 m_3; n_1 m_4; -n_2 m_3; n_2 m_4 - g_2 \end{pmatrix};$$

$$\bar{X}_* = \begin{pmatrix} F_s \\ F_c \\ M_s \\ M_c \end{pmatrix}; B_* = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \varphi_0 X_a m_2 + Z_0 (X_a - m_2); \\ \frac{1}{2} \varphi_0 X_a m_1 + Z_0 m_1; \\ -\frac{1}{2} \varphi_0 X_a m_4 + \frac{2}{3} \varphi_0 (X_a / 2)^3 - Z_0 m_4; \\ \frac{1}{2} \varphi_0 X_a m_3 + Z_0 m_3 \end{pmatrix};$$

где, в свою очередь,

$$n_1 = k_1 - k_3 (X_a / 2)^2; n_2 = k_2 X_0 / 2 ;$$

$$m_1 = \frac{V_n}{\Omega} [1 - \cos(\frac{\Omega}{V_n} X_a)]; m_2 = \frac{V_n}{\Omega} \sin(\frac{\Omega}{V_n} X_a) ;$$

$$m_3 = X_a \frac{V_n}{2\Omega} [1 + \cos(\frac{\Omega}{V_n} X_a)] - (\frac{V_n}{\Omega})^2 \sin(\frac{\Omega}{V_n} X_a) ;$$

$$m_4 = (\frac{V_n}{\Omega})^2 [1 - \cos(\frac{\Omega}{V_n} X_a)] - X_a \frac{V_n}{2\Omega} \sin(\frac{\Omega}{V_n} X_a) ;$$

$$g_1 = 2[k_1 X_a / 2 - k_3 \frac{(X_a / 2)^3}{3}] + \frac{1}{k_s} ;$$

$$g_2 = 2k_2 \frac{(X_a / 2)^3}{3} + \frac{1}{k_s} ,$$

где (т.е. в только что записанных пяти равенствах)  $k_1, k_2, k_3, k_s$  – константы шины;  $X_a$  – длина участка адгезии. Если изучается случай поперечно поступательного смещения диска пневмоколеса, то в равенствах (III.2) следует положить  $\varphi_0 = 0$ ; если изучается случай вращения диска пневмоколеса, то  $Z_0 = 0$ .

При отсутствии проскальзывания, что приближенно реализуется при малых колебаниях вблизи нулевого угла увода,  $X_a = H$ , в иных случаях  $X_a < H$ , где  $H$  – длина участка контакта шины с опорной поверхностью. При  $U \geq U_{cr}$  на всем участке контакта происходит скольжение и, следовательно,  $X_a = 0$ . Для нахождения сил трения на участке пятна контакта шины с опорной поверхностью, где имеет место скольжение, следует использовать, по мнению авторов модели, закон трения скольжения Кулона. Как видим, преимущество этой модели – в возможности проведения расчетов с учетом скольжения в контакте.

В авторской работе [19] модель применена для изучения колебаний вблизи нулевого угла увода. Кроме того, в общих чертах оговорен прием ее использования для изучения колебаний вблизи ненулевого угла увода.

В данной части работы имеем целью:

- на основе синтеза модели Бидермана-Шумаева с соотношениями установившегося увода предложить версию модели Бидермана-Шумаева, которая удобна для изучения колебаний в зоне малого скольжения вблизи ненулевого основного угла увода;

- показать применение версии модели Бидермана-Шумаева для изучения (а) силы трения при поперечно поступательных колебаниях шины вблизи различных основных углов увода; (б) момента сил трения (восстанавливающего момента) на шине буксируемого пневмоколеса при его колебаниях вблизи различных основных углов увода.

**III.3. Предлагаемая версия модели**

При колебаниях вблизи ненулевого угла увода вместо будем иметь:

$$\left. \begin{aligned} Z_c &= W_n t + Z_0 \sin \theta_z(t), \\ \varphi_n &= \Theta_n + \varphi_0 \sin \theta_\varphi(t) \end{aligned} \right\} \quad (III.3)$$

где  $W_n = \text{const}, \Theta_n = \text{const}$  – поперечная составляющая вектора скорости центра масс пневмоколеса и угол поворота его диска, соответственно; эти значения определяют основной угол увода.

Перепишем элементы матричного уравнения (III.2) иначе, вводя в рассмотрение безразмерное число  $\bar{\Omega}$ , а также относительную длину участка адгезии:

$$\bar{\Omega} = \Omega D_n / V_n; \bar{X}_a = X_a / H, \bar{X}_a \in [0; 1],$$

где  $D_n$  – диаметр необжатого пневмоколеса. Вместо (III.2) получим:

$$A_s(\bar{X}_a, \bar{\Omega}) \cdot \bar{X}_s(\bar{X}_a, \bar{\Omega}) = B_s(\bar{X}_a, \bar{\Omega}), \quad (III.4)$$

где

$$B_s = \begin{pmatrix} -\varphi_0 \bar{X}_a \bar{H} D_n m_2 / 2 + Z_0 (\bar{X}_a \bar{H} D_n - m_2); \\ \varphi_0 \bar{X}_a \bar{H} D_n m_1 / 2 + Z_0 m_1; \\ -\varphi_0 \bar{X}_a \bar{H} D_n m_4 / 2 + \varphi_0 (\bar{X}_a \bar{H} D_n)^3 / 12 - Z_0 m_4; \\ \varphi_0 \bar{X}_a \bar{H} D_n m_3 / 2 + Z_0 m_3 \end{pmatrix};$$

$$n_1 = k_1 - k_3 (\bar{X}_a \bar{H})^2 D_n^2 / 4; n_2 = k_2 (\bar{X}_a \bar{H}) D_n / 2;$$

$$m_1 = D_n (\bar{\Omega})^{-1} [1 - \cos(\bar{\Omega} \bar{X}_a \bar{H})]; m_2 = D_n (\bar{\Omega})^{-1} \sin(\bar{\Omega} \bar{X}_a \bar{H});$$

$$m_3 = D_n^2 \bar{X}_a \bar{H} (2\bar{\Omega})^{-1} [1 + \cos(\bar{\Omega} \bar{X}_a \bar{H})] - D_n^2 (\bar{\Omega})^{-2} \sin(\bar{\Omega} \bar{X}_a \bar{H});$$

$$m_4 = D_n^2 (\bar{\Omega})^{-2} [1 - \cos(\bar{\Omega} \bar{X}_a \bar{H})] - D_n^2 \bar{X}_a \bar{H} (2\bar{\Omega})^{-1} \sin(\bar{\Omega} \bar{X}_a \bar{H});$$

$$g_1 = D_n \bar{X}_a \bar{H} [k_1 - D_n^2 (\bar{X}_a \bar{H})^2 k_3 / 12] + 1 / k_s;$$

$$g_2 = k_2 D_n^3 (\bar{X}_a \bar{H})^3 / 12 + 1 / k_s,$$

где  $\bar{H} = H / D_n = \text{const}$ .

Версию модели Бидермана-Шумаева для малых колебаний пневмоколеса вблизи постоянного произвольного угла увода построим при допущениях:

$$F = F_a,$$

где  $F_a$  – сила трения на участке адгезии;

- колебательная составляющая выражений  $F(t), M(t)$  ничтожно мало влияет на длину участка адгезии и потому в процессе движения:

$$X_a \neq X_a(t) = \text{const}.$$

Длина участка адгезии при этом определится величиной основного угла увода. Согласно [15] будем иметь:

$$X_a = H(1 - u_{oc}). \quad (III.5)$$

Вследствие этого условия, поперечная сила и восстанавливающий момент будут изменяться по законам:

$$F(t) = F_0(u_{oc}) + A_F^* \sin(\Omega t + \beta_F^*),$$

$$M(t) = M_0(u_{oc}) + A_M^* \sin(\Omega t + \beta_M^*),$$

где  $F_0 = \text{const} = F_0(u_{oc}), M_0 = \text{const} = M_0(u_{oc})$  – постоянные составляющие силы и момента;  $A_F^*, A_M^*$  – размерные амплитуды и  $\beta_F^*, \beta_M^*$  – фазовые углы их колебательных составляющих.

Размерные амплитуды и фазовые углы при условии (III.5) не будут зависеть от времени. Если же отказать от условия (III.5), то колебательные составляющие вблизи ненулевого угла увода уже не будут описываться гармоническими законами и решение значительно усложнится. Величины  $F_0(u_{oc}), M_0(u_{oc})$  легко определяются с помощью модели установившегося увода.

С помощью соотношения (III.5) и матричного уравнения (III.4) можно найти вектор:

$$\bar{X}_s(u_{oc}, \bar{\Omega}) = \begin{pmatrix} F_s(u_{oc}, \bar{\Omega}) \\ F_c(u_{oc}, \bar{\Omega}) \\ M_s(u_{oc}, \bar{\Omega}) \\ M_c(u_{oc}, \bar{\Omega}) \end{pmatrix},$$

и далее зависимости:

$$A_F^*(u_{oc}, \bar{\Omega}) = \sqrt{F_s^2(u_{oc}, \bar{\Omega}) + F_c^2(u_{oc}, \bar{\Omega})},$$

$$A_M^*(u_{oc}, \bar{\Omega}) = \sqrt{M_s^2(u_{oc}, \bar{\Omega}) + M_c^2(u_{oc}, \bar{\Omega})},$$

$$\beta_F^*(u_{oc}, \bar{\Omega}) = \arctg[F_c(u_{oc}, \bar{\Omega}) / F_s(u_{oc}, \bar{\Omega})],$$

$$\beta_M^*(u_{oc}, \bar{\Omega}) = \arctg[M_c(u_{oc}, \bar{\Omega}) / M_s(u_{oc}, \bar{\Omega})],$$

описывающие малые колебания пневмоколеса.

### III. 4. Применение модели

Положим

$$\Theta_n = \varphi_0 = 0, Z_0 \neq 0,$$

зададимся базовыми значениями параметров задачи и произведем вычисления поперечной силы трения и восстанавливающего момента на пневмоколесе.

Как и в [19], изучим поведение пневмоколеса 260-508P:

$$N = 18,6 \text{ кН}, D_n = 1,02 \text{ м}, H = 0,23 \text{ м},$$

$$k_1 = 0,212 \cdot 10^{-5} \text{ м/Н}, k_2 = 0,227 \cdot 10^{-4} 1/(\text{мН}),$$

$$k_3 = 0,115 \cdot 10^{-4} 1/(\text{мН}), k_s = 7,69 \cdot 10^6 \text{ Н/м}^2;$$

$$k_F = 3,80 \cdot 10^5 \text{ Н/м}, k_M = 6660 \text{ Нм};$$

$$\alpha = 57,1 \text{ м}^{-2}, \beta = 22,1 \text{ м}^{-1},$$

где  $k_1, k_2$  – боковая и угловая податливости каркаса шины;

$2k_3$  – кривизна экватора каркаса при единичной боковой силе;

$k_s$  – боковая жесткость протектора.

На рис. III.2 представлены результаты моделирования, полученные с помощью версии модели Бидермана-Шумаева (сплошная линия) и дискретной модели (пунктирная линия) при варьировании основного угла увода.

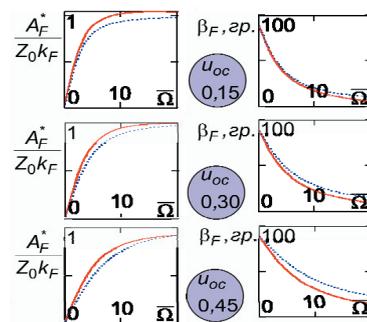


Рис. III.2. Применение модели. Сила трения при поперечно поступательном движении пневмоколеса

Теперь применим предлагаемую версию модели для нахождения момента сил трения относительно оси ориентирования буксируемого пневмоколеса, если его основной угол увода необязательно равен нулю, а изменяется в зоне углов малого скольжения.

В выражениях (III.4) положим:

$$\varphi_0 = 1, Z_0 = \varphi_0 L = L; X_a = X_a(u_{oc}),$$

где  $L$  – длина выноса буксируемого пневмоколеса. Вычислим значения  $A_M^*(\Omega), A_F^*(\Omega)$  и сравним величины  $A_M^*(\bar{W})$  и  $A_F^*(\bar{\Omega})L$ . Назначим  $u_{oc} = 0,25$  и  $L = \lambda_n$ . Такое назначение основного угла увода связано с тем, что при этом угле увода функция зависимости восстанавливающего момента при установившемся уводе от угла увода имеет максимум. На рис. III.3 представим результаты моделирования для пневмоколеса 260-508P при длине выноса  $L$  равной длине релаксации  $\lambda_n$ .

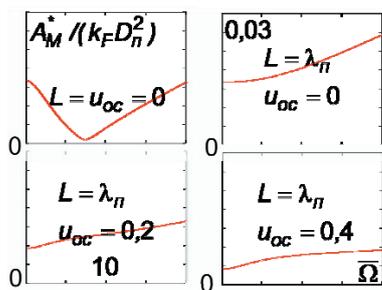


Рис. III.3. Амплитуда восстанавливающего момента на буксируемом пневмоколесе

Первый из фрагментов этого рисунка построен, чтобы показать стыковку с моделью М.В. Келдыша [1,19]. Из остальных трех фрагментов видно, что с увеличением основного угла увода влияние восстанавливающего момента нивелируется.

### III.5. Резюме и вывод

Предложена версия модели Бидермана-Шумаева для расчета боковых и угловых колебаний катящегося пневмоколеса вблизи ненулевого основного угла увода, допускающая учет малых скольжений беговой поверхности шины. Версия модели построена с привлечением соотношений основной аналитической модели установившегося увода. Показано применение предлагаемой версии для изучения поперечной силы трения и восстанавливающего момента на шине.

Приходим к выводу – предложенная версия модели Бидермана-Шумаева удобна для расчетов нестационарных режимов качения пневмоколес и может применяться при изучении динамики ПКМ при реальных режимах их движения. С развитием теории поликомпонентного сухого трения [2,20] можно расширить применение версии модели на случай произвольного скольжения в зоне контакта.

### Литература

1. Келдыш, М.В. Шимми переднего колеса трехколесного шасси [Текст] /М.В. Келдыш// Труды ЦАГИ, 1945. - №564. - 37 с.

2. Журавлев, В.Ф. О механизме явления шимми [Текст]/ В.Ф. Журавлев, Д.М. Климов// Доклады РАН. – 2009.- Т.428, №6. - С.761-764.
3. Takacs D. Delay effects in shimmy dynamics of wheels with stretched string-like tyres [Текст]/ D. Takacs, G. Orosz, G. Stepan//European journal of mechanics A/Solid. – 2009. №28. - P. 516-525.
4. Thota P. Shimmy in a nonlinear model of an aircraft nose landing gear with non-zero rake angle [Текст]/ P. Thota, B. Krauskopf, M. Lowenberg//Proceedings of European Nonlinear Oscillations Conference (ENOC 2008), Saint Petersburg, Russia, 30 June-4 July 2008. - 5 p.
5. Шифрин, Б.М. Сопоставление моделей трения на шине при ее колебаниях [Текст]/Б.М. Шифрин//Зб. «Конструювання, виробництво та експлуатація сільськогосподарських машин», 2010. - Вып.40, ч.2. - С.139-150.
6. Gim G. An analytic model of pneumatic tires for vehicle dynamic simulations. Part 1: Pure slips [Текст]/G. Gim, P.E. Nikravesh// Int. J. of Vehicle Design. – 1990. –V.11, №6. - P. 589-618.
7. Шифрин, Б.М. Прагматические модели взаимодействия пневматической шины с опорной поверхностью и их применение [Текст]/Б.М. Шифрин//Зб. «Техніка в сільсько-господарському виробництві, галузеве машинобудування, автоматизація», 2009.- Вып. 22. - С.137-149.
8. Шифрин, Б.М. О модели шины М.В.Келдыша [Текст]/ Б.М. Шифрин //Восточно-европейский журнал передовых технологий.- 2009. №5/6(41). - С.34-37.
9. Лигум, Т.И. Аэродинамика самолета Ту-154Б [Текст]/Т.И. Лигум, С.Ю. Скрипниченко, А.В. Шишмарев.- М.: Транспорт, 1985. - 263 с.
10. Вербицкий, В.Г. Влияние перераспределения нагрузок по осям на критическую скорость прямолинейного движения автомобиля [Текст]/В.Г. Вербицкий, Е.М. Мисько// Вісник Донецького ін-ту автомобільного транспорту/М-во освіти і науки України, Донецький ін-т автомобільного транспорту.- 2009. - №2. - С.58-67.
11. Qu Q. On lateral dynamics of vehicles based on nonlinear characteristics of tires [Текст]/ Q. Qu, Y. Liu//Vehicle system dynamics. - 2000. – Vol. 34. P. 131-141.
12. Шифрин, Б.М. Совместное влияние нелинейностей трения и параметрических возбуждений на колебания пневмоколесных машин [Текст]/Б.М. Шифрин// Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 2009. №1/5 (37). - С.7-10.
13. Кручинин, П.А. О возбуждении параметрических колебаний управляемых колес [Текст]/ П.А. Кручинин, С.И. Злочевский, А.Д. Дербаремдикер //Математика, механика, сер.1: сб. ст. /Московский у-т.- М., 1987.- №3.- С.27-32.
14. Расејка Н.В. Tyre and vehicle dynamics/Н.В. Расејка// Butterworth-Heinemann, 2006.- 642 p.
15. Плахтиенко, Н.П. Одностепенная модель колебаний опоры шасси самолета [Текст]/Н.П. Плахтиенко, Б.М. Шифрин// Техн. механика. – 2006.- №1. С.16-25.

16. Шифрин, Б.М. Моделирование взаимодействия пневматика с дорожным покрытием [Текст]/Б.М. Шифрин// Держ. льотна академія України.-Кіровоград, 2007.-14с. –Укр.-Деп. в ДНТБ України 16.04.07, №22-Ук2007. Реф. В РЖ «Депоновані наукові роботи» 2007, №1-2.
17. Бидерман, В.Л. Теория механических колебаний[Текст]/В.Л. Бидерман// М.: Высшая школа, 1980. – 408 с.
18. Боголюбов, Н.Н. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний [Текст]/Н.Н. Боголюбов, Ю.А. Митропольский//М.: ГИФМЛ, 1963.- 412 с.
19. Бидерман, В.Л. Нестационарное качение пневматической шины [Текст]/ В.Л. Бидерман, В.В. Шумаев//Известия Вузов, Машиностроение. – 1977. - №12. - С. 85-90.
20. Журавлев, В.Ф. О модели сухого трения в задаче качения твердых тел/ В.Ф. Журавлев// ПММ. – 1998. – Т.62, вып. 5. – С.762-767.

*Приведені загальні напрями дослідження процесу адгезійної взаємодії фізичних явищ, які супроводжують процес різання. Описані основні механізми дії адгезійної взаємодії на фізичні явища і взаємозв'язок між явищами на основі адгезії, а також подальші напрями дослідження цих процесів*

*Ключові слова: адгезія, глибоке свердлення, фізичні явища, процес різання*

*Приведены общие направления исследования процесса адгезионного взаимодействия физических явлений, которые сопровождают процесс резания. Описаны основные механизмы действия адгезионного взаимодействия на физические явления и взаимосвязь между явлениями на основе адгезии, а также дальнейшие направления исследования этих процессов*

*Ключевые слова: адгезия, глубокое сверление, физические явления, процесс резания*

*The general directions of adhesive contact of the physical phenomena process research, accompany the cutting process are presented. The basic mechanisms of adhesive contact action in the physical phenomena and intercommunication between the phenomena on the basis of adhesion and also the further directions of these processes research are described*

*Keywords: adhesion, deep boring, physical phenomena, cutting process*

УДК 621.91

# ЩОДО ОСОБЛИВОСТЕЙ ВИЗНАЧЕННЯ АДГЕЗІЙНОЇ ВЗАЄМОДІЇ В УМОВАХ ГЛИБОКОГО СВЕРДЛЕННЯ

**В. П. Маршуба**

Кандидат технічних наук, доцент\*  
Контактний тел.: 095-669-78-19

**О. В. Чернякова**

Аспірант, асистент\*  
Контактний тел.: 066-207-85-50

**І. Б. Плахотнікова**

Старший викладач\*  
Контактний тел.: (057) 702-05-11

\*Кафедра поліграфічного виробництва і комп'ютерної графіки  
Українська інженерно-педагогічна академія  
вул. Університетська 16, м. Харків, Україна, 61003

### 1. Актуальність

Процесу різання різноманітних матеріалів в теперішній час приділяється досить велика увага, тому що постійно з'являються новітні матеріали, які потребують нового підходу щодо їх обробки, з-за того, що ці матеріали суттєво відрізняються від вже існуючих фізико-механічними властивостями. Тому новітні матеріали частенько не можуть оброблятися вже існуючими конструкціями ріжучих інструментів та реко-

мендованими для цього режимами різання. Крім того, по мірі розвитку суспільства, виникає необхідність збільшити продуктивність основного виробництва, що призводить до зростання застосованих режимів різання, тоді як конструкції існуючого ріжучого інструменту вже здебільшого не задовольняють появу нових вимог.

Новий підхід до розглядання цього питання передбачає рішення декілька напрямків цієї проблеми: тобто створення принципово нових конструкцій ріжучих