

УДК 624.07

ГІСТЕРЕЗИС ПРИ ЗГИНІ РОЗТЯГНУТИХ КАНАТІВ

Запропоновано математичну модель згину розтягнутого канату, яка поєднує механічні характеристики при розтягненні та згині, що дає можливість визначити коефіцієнт поглинання при згині і уточнити коефіцієнт корисної дії канатного блоку

Ключові слова: механічний гістерезис, розтягнення та згин канатів, канатний блок

Предложена математическая модель изгиба растянутого каната, которая совмещает механические характеристики при растяжении и изгибе, что даёт возможность определить коэффициент поглощения при изгибе и уточнить коэффициент полезного действия канатного блока

Ключевые слова: механический гистерезис, растяжение и изгиб канатов, канатный блок

The mathematical model of bend is offered stretched a rope, which combines mechanical descriptions at roztyagnenni and bend which enables to define an asorptance at a bend and specify an output-input of rope block ratio

Keywords: mechanical hysteresis, roztyagnennya and bend of ropes, rope block

В. М. Беспалов

Кандидат технічних наук, старший науковий співробітник,
доцент*

Контактний тел.: 050-973-81-10

Г. М. Маренко

Кандидат технічних наук, начальник кафедри*

Контактний тел.: 050-401-68-96

Р. О. Кайдалов

Кандидат технічних наук, заступник начальника кафедри*

*Кафедра експлуатації та ремонту автомобілів та бойових машин

Академія внутрішніх військ МВС України

пл. Повстання, 3, м. Харків, Україна, 61010

Контактний тел.: 067-682-39-84

Вступ

Гістерезис у перекладі з грецької мови означає запізнення, тобто різні реакції фізичного тіла на зовнішні діяння в залежності від того, піддавалося це тіло раніше тим же діянням, чи піддається їм уперше. Гістерезис можна пояснити незворотними змінами, що проявляються у протіканні прямих та зворотних процесів. В залежності від суті фізичних процесів прийнято розрізняти магнітний, діелектричний та пружний гістерезис [1].

Під пружним гістерезисом розуміють різницю в значенні деформації тіла при одному й тому ж значенні механічної напруги в залежності від значення попередньої деформації тіла. Пружний гістерезис є причиною затухання вільних коливань у твердих тілах і поглинання енергії при вимушених коливаннях. Одразу треба зауважити, що поглинання енергії при коливаннях твердих тіл пов'язане із внутрішнім тертям та пружно-пластичними деформаціями, тобто не зовсім пружними процесами, а для більшості твердих тіл існують поняття пружних характеристик, модуля пружності, пружного прогину та ін. [1]. Ось чому більш правильно вживати назву механічний гістерезис.

Механічний гістерезис може бути шкідливим і тоді з ним необхідно боротися (вузли тертя машин), або корисним, таким що використовується свідомо (системи демпфювання коливань). В цих конструкціях паралельно вмикають пружні елементи (ресора, пружина)

та елементи, що мають великий механічний гістерезис (наприклад, амортизатор). В таких системах існує так званий конструктивний гістерезис, основні характеристики якого пов'язані вже не тільки із внутрішнім тертям, а із зовнішнім, нерідко – із внутрішнім тертям у рідині.

Постановка проблеми

Проблема має значення при вирішенні питань теоретичних (витрати енергії при огинанні канатів на блоках підйомно-транспортних машин, визначення поперечної жорсткості поліпасти автомобільного крану або інших машин) і практичних (визначення додаткового зусилля в канаті при витягуванні ушкоджених або засипаних бойових машин, посадка вантажу краном-гвинтокрилом, або підбір канату для посадки літака на авіаносець та ін.).

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Як відомо, всі інженерні розрахунки мають орієнтовне значення. Гіпотетичний підхід до проблеми визначається складністю системи.

Багато вчених займалась цим питанням (Я.Г.Пановко, Б.С.Ковальський, Г.С.Писаренко, І.Л.Корчинський, М.М.Давіденков, Д.Ю. Панов, Є.С.Сорокін, В.А.Мали-

новський), вони заперечувались на формі петлі, приходячи до ідеї амплітудно залежного тертя. В роботі [1] показано, що ми маємо такі ж самі віброграми як при уявленні канату як пружно-в'язкого тіла, так і при амплітудно залежному терті, коли в'язке тертя взагалі відсутнє. До цього слід додати, що всі ці дослідження теж гіпотетичні. В роботах [2, 3] наведено результати великої кількості досліджень врахування сил тертя при коливаннях, при цьому величина сили тертя може приймати два значення: дорівнювати нулю або межовому значенню сили тертя спокою. В канатно-блочних системах ці питання часто непомітні, але коли в Кольській надглибокій свердловині на глибині понад 12,7 км амплітуда коливань каротажного приладу перевищила 100 м, стало ясно, що це питання має принципове значення. До того ж виявляється, що дослідження формування вітей гістерезисної петлі впливає на величини коефіцієнту поглинання та декременту коливань; часто їх визначають неправильно.

Мета статті

Метою статті є розроблення математичної моделі згину розтягнутого канату, яка б поєднувала механічні характеристики при розтягненні та згині.

Виклад основного матеріалу

Немає застав вважати, що канат був з якихось причин послаблений, тобто його натяжіння

$$T = S \pm (T_0 + k \cdot z) \tag{1}$$

де S – пружний опір; $T_0 + k \cdot z$ – не пружний опір; z – переміщення кінця (сумарна деформація) натягнутого канату.

Жорсткість натягнутого канату при його згині буде залежати, у першу чергу, від його натяжіння. При згині згінний момент M буде складатися з моменту пружних сил та моменту сил не пружного опору:

$$M = f(T) = f_1(S) \pm f_2 \cdot (T_0 + k \cdot z) \tag{2}$$

де $f_1(S)$ – момент пружних сил; $f_2(T_0 + k \cdot z)$ – згінний момент від сил не пружного опору.

При згині натягнутого канату можна розглядати випадки чистого (канат невеличкої довжини) та вільного (довжина канату велика, перерізи його можуть обертатися) згину. Для техніки найбільш важливим є вільний згин.

Для розглядання вільного згину застосуємо техніку «чистого згину», яку добре розроблено в «Опори матеріалів». Це не є дуже «чистим» моментом в цій роботі, тому що при «чистому згині» можуть виникати тільки згінні моменти (іншими втратами нехтують).

При такому допущенні можемо записати математичну модель:

$$\begin{cases} M_n = B \cdot \chi + B_0 [1 + k \cdot \chi - \exp(-\beta \cdot \chi)], \chi' \geq 0 \\ M_p = B \cdot \chi - B_0 [1 + k \cdot \chi - \exp(\beta \cdot \chi)], \chi' \leq 0 \end{cases} \tag{3}$$

де $\chi = 1/\rho$ – кривизна (ρ – радіус згину); β – коефіцієнт нарощення опору із зміною кривизною; B – жорсткість канату, $B = E_k I_k$, де E_k – модуль Юнга, а I_k – момент інерції; B_0 – так звана «трібожорсткість». При великому розтягненні ($\chi \rightarrow 0$, прямий канат) будемо мати:

$$\begin{cases} M_- = 0, \chi' \geq 0 \\ M_p = 0, \chi' \leq 0 \end{cases} \tag{4}$$

При великій кривизні ($\chi \rightarrow \infty$), що може мати місце при посадці літака на «авіаматку», будемо мати:

$$M_n = B \cdot \chi + B_0 (1 + k \cdot \chi) \tag{5}$$

Таким чином, у даному випадку найсерйознішим питанням є конструктивний вибір величини радіусу ρ башмаку та величини B_0 , яка залежить від натяжіння T .

Важливим питанням є вирішення задачі у загальному вигляді. При згінних коливаннях канату з амплітудою A на основі виразів (3) можемо записати для коефіцієнту поглинання:

$$\psi_0 = B_0(T) \cdot 2 \cdot (1 + k \cdot \chi_0) [1 - \text{th} \cdot (\beta \cdot A) / \beta \cdot A / (B \cdot \chi_0)] \tag{6}$$

Таким чином, маємо коефіцієнт поглинання натягнутого канату при вільному згині його, який є дуже залежним від натяжіння канату T , його кривизни χ , коефіцієнту нарощення не пружного опору β та амплітуди коливань A (залежить від первісного діяння на канат, потім зменшується у відповідності до декременту коливань $\delta = \Psi_0/2$).

Визначення жорсткості канату при згині за методикою М.Ф.Глушко [2] приводить до похибних результатів у зв'язку із невизначеною жорсткістю $B_0(T)$, методикою формування петлі гістерезису та визначення пружної жорсткості B . Те ж саме можна сказати і про розтягнутий канат [1]. Але пов'язати ці два питання (розтягнення та згин) має принципове значення.

Якщо зауважити, що пружний момент опору при згині є функцією характеристик канату (пружного модулю E_k та моменту інерції перерізу I_k) при розтягненні $B = E_k I_k$, то можна гіпотетично ж записати:

$$I_k = \gamma \cdot I_c \tag{7}$$

де

$$I_c = \sum_{i=1}^n (I_i + a_i \cdot F_i^2) \tag{8}$$

I_c – момент інерції канату при його роботі як суцільного стрижня при великому натяжінні T ; I_i та F_i – момент інерції та площа дротинки канату; a_i – відстань центру ваги дротинки до центральної вісі інерції; γ – коефіцієнт, що характеризує конструкцію, густину сучення канату та наявність осердя.

При не натягнутому канаті дротинки мають змогу зсуватися при згині, а при збільшенні натяжіння зчеплення їх зростає, ковзання дротинок вже нема (він працює як суцільний стрижень), трібожорсткість канату зростає від $B_0 = E_k \gamma I_c$ до $B_0 = E_k I_c$:

$$B_0(T) = E_k \cdot I_c \cdot [1 + \gamma - \exp(-\theta T)] , \tag{9}$$

де θ – коефіцієнт наростання триборжорсткості від натягіння канату.

Щодо пружного модулю E_k , деякі дані наведено в роботі [1]. Щодо пружної жорсткості B , то багатьма дослідженнями доведено, що $B/T = \text{const}$, але в цих дослідженнях мова йшла про загальну жорсткість $B + B_0(T)$; ми приймаємо $B = \text{const}$.

Таким чином, при накопиченні експериментальних даних щодо $B_0(T)$ можна буде математично поєднати розтягнення та згин канату.

При огинанні канатом канатного блоку для площі петлі гістерезису v можемо записати:

$$v = \int (M_n - M_p) d\chi , \tag{10}$$

інтегрування в межах від $-\varphi/2$ до $+\varphi/2$ (де φ – кут обхвату блока канатом) при заміні $d\chi = d\varphi/d\varphi$ дає:

$$v = 2 \cdot B_0 [1 + (2 \cdot k / D_6) + \text{ch}(2 \cdot \beta / D_6)] \cdot \varphi , \tag{11}$$

де D_6 – діаметр канатного блоку.

Робота пружних сил w у тих же межах (від $-\varphi/2$ до $+\varphi/2$) теж буде залежати від кута обхвату φ блока канатом:

$$w = 2 \cdot B \cdot D_6 \cdot \varphi . \tag{12}$$

Таким чином для коефіцієнту поглинання у цьому випадку маємо:

$$\psi_0 = v/w = B_0(T) \cdot [1 + (2 \cdot k / D_6) + \text{ch}(2 \cdot \beta / D_6)] / [B \cdot D_6] . \tag{13}$$

Таким чином, як це не дивно, при огинанні канатом блоку, поглинання частки енергії згину не залежить від кута обхвату блока канатом (при зміні кута частка зостається постійною) але дуже залежить від діаметру блока D_6 та, найголовніше, від натягіння канату T : не слід забувати, що $B_0(T)$

При огинанні канатного блоку для подолання опору від згину необхідне додаткове зусилля ΔT . Легко собі уявити, що при згині рівнодіюча $(T + \Delta T)$ реалізується на радіусі r , тоді при набіганні канату на блок $(T + \Delta T) \cdot r = M_n$, тобто

$$(T + \Delta T) \cdot r = B \cdot \chi + B_0 [1 + k \cdot \chi - \exp(-\beta \chi)] , \tag{14}$$

звідки маємо

$$\Delta T = \{B \cdot \chi - T \cdot r + B_0 [1 + k \cdot \chi - \exp(-\beta \chi)]\} / r , \tag{15}$$

де B_0 – по (9),

При $\theta T \rightarrow \infty$ (досить натягнутий канат) $B_0 = E_k I_c (1 + \gamma)$, тоді

$$\Delta T = E_k \cdot I_c \cdot \{\gamma \cdot \chi - (1 + \gamma) \cdot [1 + k \cdot \chi - \exp(-\beta \chi)] - T \cdot r\} / r . \tag{16}$$

Невизначеним зостається параметр r , який можна прийняти, як радіус інерції (в запас при дуже розтягнутому канаті), тоді будемо мати $I_k = F_k r^2$, де F_k – сумарна площа всіх д्रोїнок канату.

Тепер можна перейти до визначення коефіцієнту корисної дії канатного блоку.

Якщо за роботою [3] маємо рівновагу всіх моментів на канатному блоці, то

$$S_{зб} \cdot R = S_{наб} \cdot R + \lambda \cdot S_{наб} + N \cdot f \cdot d_0 / 2 , \tag{17}$$

де $S_{зб}$ та $S_{наб}$ – натягіння канату у вітах що збігає з блоку та набігає на блок відповідно, у нашому випадку $S_{зб} = M_p/R$, $S_{наб} = M_n/R$; λ – коефіцієнт, що враховує втрати від згину та тертя канату по рівчаку блоку, $\lambda = (\Delta T + \Delta T')/T$; $\Delta T'$ – додаткове зусилля на тертя; N – навантаження на вісь блоку (геометрична сума $S_{наб}$ та $S_{зб}$, яка залежить від кута обхвату φ), для блоку $S_{наб} \approx S_{зб}$, при куті обхвату $\varphi = 2\alpha$ будемо мати $N = 2 S_{наб} \sin \alpha$; f – коефіцієнт тертя в опорі блоку; d_0 – діаметр підшипника вісі.

Отже,

$$S_{зб} = S_{наб} (1 + \lambda + 2 \cdot f \cdot d_0 \cdot \sin \alpha / D_6) \tag{18}$$

а коефіцієнт корисної дії канатного блоку

$$\eta = S_{наб} / S_{зб} = M_n / [M_p (1 + \lambda + 2 \cdot f \cdot d_0 \sin \alpha / D_6)] , \tag{19}$$

де

$$\begin{aligned} M_n &= 2B / D_6 + E_k \cdot I_c \cdot [1 + \gamma - \exp(-\theta T)] \cdot [1 + 2 \cdot k / D_6 - \exp(-2\beta / D_6)] ; \\ M_p &= 2B / D_6 - E_k \cdot I_c \cdot [1 + \gamma - \exp(-\theta T)] \cdot [1 + 2 \cdot k / D_6 - \exp(2\beta / D_6)] . \end{aligned} \tag{20}$$

Висновки

Таким чином, були розглянуті випадки вільного згину канату та згину його на канатному блоці, що характерно для всіх канатно-блочних систем. Запропонована математична модель згину розтягнутого канату, яка поєднує механічні характеристики при розтягненні та згині, дає можливість визначити коефіцієнт поглинання при згині і уточнити коефіцієнт корисної дії канатного блоку.

Література

1. Гистерезис при статическом растяжении каротажных канатов [Механика технологического оборудования. Ч.1.]: Методическое пособие / В.Н. Беспалов, Б.С. Ковальский, С.Л. Смоляков, Ю.И. Карпухин. – Х.: МО СССР, 1989. – С. 57-72.
2. Глушко М.Ф. Стальные подъемные канаты /М.Ф. Глушко. – К.: Техника, 1966. – 327 с.
3. Александров М.П. Подъемно транспортные машины [Учебник для вузов. – 6 е изд., перераб. и доп.] / М.П. Александров. – М.: Высш. школа, 2002. – 558 с.