

5. ГОСТ 23465-79 Дизели автомобильные. Общие технические условия [Текст]. - Введ. 1980-01-01. - М.: Изд-во стандартов, 1979 - 6 с.
6. Кухтов, В.Г. Классификатор отказов трактора Т-150 [Текст] / В.Г. Кухтов, В.П. Важаев, Большагин Ю.А. - М.: НПО НАТИ, 1992. - 39 с.
7. Кухтов, В.Г. Определение содержания и объемов работ при техническом сервисе [Текст] / В.Г. Кухтов, А.С. Полянский // Техника АПК. - 2001. - №1-2. - С. 13-18.
8. Кухтов, В.Г. Долговечность деталей шасси колёсных тракторов [Текст] / В.Г. Кухтов. - Харьков: ХНАДУ, 2004. - 292 с.
9. Кривоконь, О.Г. Стан тракторобудування в Україні. Проблемні питання подальшого розвитку галузі та шляхи їх регулювання [Текст] / О.Г. Кривоконь, А.А. Макалей // Весник НТУ «ХПІ». Сборник научных трудов. Тематический выпуск «Автомобиле- и тракторостроение». - Харьков: НТУ «ХПИ». - 2010. - №1. - С. 3-7.

УДК 004.896.378.4

Розроблено математичну модель розрахунку складної еліпсоподібної траєкторії маніпулятора на основі систем рівнянь Лагранжа

Ключові слова: робот, маніпулятор, аналітична динаміка, система рівнянь Лагранжа, математична модель

Разработана математическая модель расчета сложной эллипсообразной траектории манипулятора на основе систем уравнений Лагранжа

Ключевые слова: робот, манипулятор, аналитическая динамика, система уравнений Лагранжа, математическая модель

A mathematical model for calculating the complex elliptic manipulator trajectory based on the systems of equations of Lagrange is developed

Keywords: robot manipulator, analytical dynamics, the system of Lagrange equations, mathematical model

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАСЧЕТА СЛОЖНОЙ ТРАЕКТОРИИ МАНИПУЛЯТОРА НА ОСНОВЕ СИСТЕМ УРАВНЕНИЙ ЛАГРАНЖА 2-ГО РОДА

А.Д. Бурченко*
 Контактный тел.: 050-470-09-68
 E-mail: burchenko.oleksandr@fcs.snu.edu.ua

М.Д. Солодовник
 Кандидат физико-математических наук, доцент*
 *Кафедра теоретической и прикладной механики
 Восточнoукраинский национальный университет
 имени В.Даля
 кв. Молодежный, 20А; г. Луганск, Украина, 91034

1. Введение

Применение роботов вызвано не только повышением эффективности производства, но и обеспечением жизнедеятельности человека (исключение работы персонала в агрессивных средах и т.п.). Начиная со второго курса, когда студенты освоили основные разделы высшей математики и аналитической динамики [2]

учебными планами соответствующих специальностей предусматривается знакомство с простейшими манипуляторами и их кинематическими и динамическими характеристиками. В качестве примера рассматривается манипулятор рис. 1, в котором:

- жесткий угольник АВ массой m_2 может поступательно перемещаться вдоль оси Y (s – переменная величина, зависящая от времени t);

- шарнирно соединенный с ним стержень AD, массой m_1 и моментом инерции J_1 относительно центра масс (x_1, y_1) совершает плоское движение, угол поворота $\varphi(t)$ которого ограничен выступами K и L;
- захват D должен двигаться по заданной программой траектории (в производственных условиях осуществлять установку деталей, производить контактную сварку, производить покраску в агрессивной среде и т.п.).

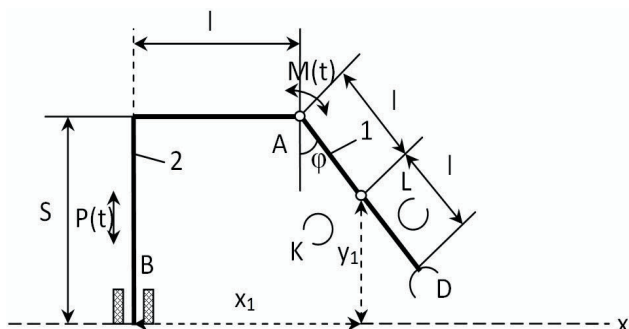


Рис. 1. Схема манипулятора

Звено AB приводится в движение вдоль втулки гидropневмосистемой под воздействием усилия $P(t)$ на поршень. Звено AD приводится во вращательное движение электродвигателем вмонтированным в месте шарнира A и создающим крутящий момент $M(t)$.

Задача состоит в определении указанных воздействий для реализации заданной программы движения захвата.

2. Математическая модель расчета сложной траектории манипулятора

Одним из методов решения задачи для рассматриваемого манипулятора с двумя степенями свободы (5,4) является применение системы уравнений Лагранжа 2-го рода, которую представим в виде:

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{S}} \right) - \frac{\partial T}{\partial S} = P(t) \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} \right) - \frac{\delta T}{\delta \varphi} = M(t) \end{cases} \quad (1)$$

Из рисунка следует:

$$\begin{cases} x_1 = l(1 + \sin \varphi) \\ y_1 = S - l \cos \varphi \end{cases} \quad (2)$$

Пусть $V_1^2 = \dot{x}_1^2 + \dot{y}_1^2$ - квадрат скорости центра масс звена AD, тогда:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = l \cos \varphi \cdot \dot{\varphi} \\ \dot{y}_1 = \dot{S} + l \sin \varphi \cdot \dot{\varphi} \end{cases} \quad (3)$$

$$V_1^2 = \dot{S}^2 + l^2 \dot{\varphi}^2 + 2l \dot{S} \dot{\varphi} \sin \varphi \quad (4)$$

Пусть T – кинетическая энергия системы, $S, \dot{S}, \varphi, \dot{\varphi}$ - обобщенные координаты и обобщенные скорости. Выражение для кинетической энергии имеет вид:

$$T = \frac{1}{2} m_2 \dot{S}^2 + \frac{1}{2} m_1 V_1^2 + \frac{1}{2} J_1 \dot{\varphi}^2 \quad (5)$$

Подставляя (5) в выражение (1) и производя известные преобразования в исходных уравнениях, приходим к системе дифференциальных уравнений второго порядка, правые части которых и дадут выражения для $P(t)$ и $M(t)$, причем частные производные от кинетической энергии по S и φ обращаются в ноль:

$$\begin{cases} P(t) = (m_1 + m_2) \ddot{S} + m_1 l (\dot{\varphi}^2 \cos \varphi + \ddot{\varphi} \sin \varphi) \\ M(t) = m_1 l (l \ddot{\varphi} \sin \varphi + \dot{S} \dot{\varphi} \cos \varphi) + J_1 \ddot{\varphi} \end{cases} \quad (6)$$

Для выполнения программы захватом D необходимо наложить на его движение соответствующие ограничения. Например, для того чтобы захват двигался вдоль оси X (в производственных условиях так осуществляется автоматическая сварка двух металлических листов) координата Y_D должна равняться нулю, что равносильно условию $S - 2l \cos \varphi = 0$.

Тогда:

$$\begin{cases} S = 2l \cos \varphi \\ \dot{S} = -2l \sin \varphi \cdot \dot{\varphi} \\ \ddot{S} = -2l (\dot{\varphi}^2 \cos \varphi + \ddot{\varphi} \sin \varphi) \end{cases} \quad (7)$$

Подставляя эти выражения в (6), получим значения $P(t)$ и $M(t)$, зависящие только от угловой скорости ($\dot{\varphi}$) и углового ускорения ($\ddot{\varphi}$), что диктуется выбором функции управления.

Таким образом:

$$\begin{cases} P(t) = -l(m_1 + 2m_2) (\dot{\varphi}^2 \cos \varphi + \ddot{\varphi} \sin \varphi) \\ M(t) = m_1 l^2 [\ddot{\varphi} - 2\dot{\varphi}^2 \sin 2\varphi - 2\ddot{\varphi} \sin^2 \varphi] + J_1 \ddot{\varphi} \end{cases} \quad (8)$$

Технические условия движения манипулятора требуют, чтобы звено AD отходило в выступа K и коснулось выступа L с нулевыми угловой скоростью ($\dot{\varphi}$) и угловым ускорением ($\ddot{\varphi}$). Теоретически и практически такое условие не из простых. Об этом свидетельствует проблема стыковки космических кораблей на орбите, стыковка топливного шланга при дозаправке самолетов в воздухе, состыковка поездных составов (вагонов, цистерн) с техногенноопасными грузами и т.п. [3]. Бывают случаи, когда автоматика не может выполнить заданную программу и тогда прибегают к ручному управлению.

В качестве функции управления выбираем выражение:

$$\varphi(t) = \varphi(0) + [\varphi(\tau) - \varphi(0)] \left(10 - \frac{15t}{\tau} + \frac{6t^2}{\tau^2} \right) \frac{t^3}{\tau^3} \quad (9)$$

Такой выбор обеспечивает плавный подход звена AD к выступу L, при этом возможны и другие предположения, например, предусматривающие, так называемый, «пристрелочный» вариант.

Аналитическое условие плавного отрыва от упора К при $t=0$ и безударного «мягкого» соприкосновения звена AD с упором L при $t=\tau$ представим в виде:

$$\begin{aligned} \dot{\varphi}|_{t=0,t=\tau} &= 0 \\ \ddot{\varphi}|_{t=0,t=\tau} &= 0 \end{aligned} \quad (10)$$

где $0 \leq t \leq \tau$ – промежуток времени поворота звена AD в секторе ограниченном выступами К и L. Вычисляя производные от $\varphi(t)$ по t в выражении (9) получим:

$$\begin{aligned} \dot{\varphi} &= [\varphi(t) - \varphi(0)] \frac{30t^2}{\tau^3} \left(1 - 2\frac{t}{\tau} + \frac{t^2}{\tau^2} \right) \\ \ddot{\varphi} &= [\varphi(t) - \varphi(0)] \frac{60t}{\tau^3} \left(1 - 3\frac{t}{\tau} + 2\frac{t^2}{\tau^2} \right) \end{aligned} \quad (11)$$

Торможение манипулятора начинается при $\ddot{\varphi}=0$, что соответствует $t = \frac{\tau}{2}$ и максимальной угловой скорости. Таким образом, для этого характерного момента времени:

$$\begin{cases} \varphi\left(\frac{\tau}{2}\right) = \frac{1}{2}[\varphi(0) + \varphi(\tau)] \\ \dot{\varphi}\left(\frac{\tau}{2}\right) = \frac{15}{8\tau}[\varphi(0) + \varphi(\tau)] \\ \dot{\varphi}(\tau) = \dot{\varphi}\left(\frac{\tau}{2}\right) = \dot{\varphi}(0) = 0 \end{cases} \quad (12)$$

Для численной реализации задачи необходимо ввести значения масс и моментов инерции составных звеньев, а также время τ (продолжительность технологического цикла) и значения угла раствора $[\varphi(\tau) - \varphi(0)]$. На печать целесообразно в табличном и графичном виде вывести значения $\varphi(\tau), \dot{\varphi}(\tau), \ddot{\varphi}(\tau), P(t), M(t)$, вытекающие из формул (9), (11) и (8) соответственно. Формулы (12) используются как контрольнопроверочные. В дальнейшем

становится возможным усложнять задачу, например, программировать захвату D вычерчивать сложные кривые, например, эллипс с центром на оси X в точке x_0 и полуосями 1,3. При этом очевидно необходимо корректировать положения ограничителей К и L. Уравнение связи в этом случае имеет вид:

$$\frac{(x_D - x_0)^2}{1} + \frac{y_D^2}{3^2} = 1, \quad (13)$$

где x_D и y_D определяются по формулам аналогичным (2), т.е:

$$\begin{aligned} x_D &= l(1 + 2\sin\varphi) \\ y_D &= S - 2l\cos\varphi \end{aligned} \quad (14)$$

Подставляя эти выражения в (13), получим связь между φ и S в виде:

$$S = 2l\cos\varphi + 3\sqrt{1 - [l(1 + 2\sin\varphi) - x_0]^2}. \quad (15)$$

Дальнейший расчет производится по общей методике, изложенной выше.

3. Выводы

В статье разработана математическая модель расчета сложной траектории простейшего механического манипулятора, которая может быть использована при разработке более сложных моделей [4], когда для робота программируется передвижение его вдоль прямой с выполнением действий в точках, заданных оператором.

Более того, совершенствование механических роботов дает предпосылки ускоренному развитию молекулярной электроники, как базиса при создании робототехнических комплексов с элементами искусственного интеллекта [5,6].

Литература

1. Яблонский А.А. Сборник заданий для курсовых работ по теоретической механике [Текст]/ А.А. Яблонский – М.: Высш. шк. – 4-е изд. 367 с.
2. Уиттекер Е.Т. Аналитическая динамика [Текст]/ Е.Т. Уиттекер – М.: ОНТИ, – 1957. – 387 с.
3. Ермилов Ю. Управление сближением космических аппаратов [Текст]/ Ю.Ермилов, Е.Иванова, С.Пантюшин. – М.: Наука, – 1977.
4. Апальков А. Концепция интеллектуального робота для оценки напряжений в трубопроводах [Текст]/ А.Апальков, Т.Акинфиев, М.Армада// Искусственный интеллект – 2009. – №3 – С. 285-292.
5. Ульшин В.А. К десятилетиею кафедры системной инженерии [Текст]/ В.А.Ульшин// Вісник СНУ ім. В.Даля. – 2009. №1(131). – С. 193-209.
6. Агринская Н. Молекулярная электроника [Текст]/ Н.Агринская. – СПбГПУ, – 2004. – 110 с.