УДК 621.317

# ГІРОСКОПІЧНИЙ ГРАВІМЕТР З АЛГОРИТМІЧНОЮ КОМПЕНСАЦІЄЮ ПОХИБОК

**О.М. Безвесільна**
Заслужений діяч науки і техніки України,
доктор технічних наук, професор*
Контактний тел.: 044-236-09-26
E-mail: bezvesilna@mail.ru

**А.В. Коваль**
Аспірант
Кафедра автоматизації і комп'ютеризованих технологій
Житомирський державний технологічний університет
Контактний тел.: 093-772-08-88
E-mail: koval.anton@gmail.com

**Є.В. Гура**
Аспірант*
E-mail: verstand@bigmir.net
Контактний тел. 093-751-80-52
*Кафедра приладобудування
Національний технічний університет України "Київський політехнічний інститут"

*Розроблено нові алгоритми для автоматичної компенсації похибок гіроскопічного гравіметра*

*Ключові слова: гіроскопічний гравіметр, алгоритм, похибки, швидкодія*

*Разработаны новые алгоритмы для автоматической компенсации погрешностей гироскопического гравиметра*

*Ключевые слова: гироскопический гравиметр, алгоритм, погрешности, быстродействиея*

*Developed new algorithms for autoerror compensation of gyroscopic gravimeter*

*Key words: gyroscopic gravimeter, algorithm, errors, velocity*

## Вступ

Необхідність підвищення точності та швидкодії гіроскопічного гравіметра (ГГ)[1] з автоматичною обробкою інформації зумовлена потребою в розробці ефективних і простих у реалізації алгоритмів оцінки стану ГГ.

**Метою даної роботи** є вирішення проблеми розробки теорії похибок оцінки стану ГГ з цифровою обробкою інформації.

Для цього треба:

1) розробити алгоритми оцінки стану ГГ при орієнтації його вісі чутливості на північ на базі методу найменших квадратів (МНК) і фільтру Калмана (ФК);

2) дослідити похибки оцінки, встановити їх залежність від параметрів збурень, початкових умов руху гіроскопа – чутливого елемента (ЧЕ);

3) проаналізувати похибки оцінки, зумовлені чутливістю алгоритмів оцінки до невідповідності прийнятої моделі й реального вихідного сигналу ГГ;

4) дослідити вплив викривлення закону руху ГГ, який спостерігається, типовими перешкодами та шумами датчика кута (ДК) каналу вимірювання;

5) провести порівняльний аналіз точності і швидкодії алгоритмів обробки інформації за методами МНК та ФК.

## Основна частина

Як правило, при дослідженні точності ГГ не враховується вплив похибок гірогравіметра, спричинених нелінійними викривленнями траєкторії руху гіроскопа; нерівністю нулю показника затухання прецесійних коливань через дію на гіроскоп моментів типу в'язкого тертя, неізохронністю прецесійних коливань; розбігом колової частоти прецесійних коливань, яка використовується в алгоритмах оцінки, з частотою прецесійних коливань гіроскопа; перешкодами, які викривлюють закон руху гіроскопа. Водночас вплив цих похибок, якщо його не враховувати, може бути неприпустимо великим (10...30 мГл). Тому постає завдання підвищення точності й швидкодії вимірювання ГГ через усунення зазначених похибок.

Вихідний сигнал ГГ, який знімається з ДК, подається на вхід цифрової обчислювальної машини

(ЦОМ). ЦОМ визначає за розробленими алгоритмами значення похибок і здійснює автоматичну компенсацію цих похибок у вихідному сигналі гірогравіметра. Потім уточнений сигнал гірогравіметра, нарівні з сигналами від інших підсистем, використовується для обчислення $\Delta g$.

Рух ЧЕ, який спостерігається за допомогою ДК, можна представити функцією

$$\alpha(t) = R^N + \alpha_1(t) + \varepsilon(t), \tag{1}$$

де $R$ – кут між нулем ДК та обчисленим напрямком на північ; $\alpha_1(t)$ – поточний кутовий стан ЧЕ, який визначається розв'язком рівняння

$$\ddot{\alpha}_1 + 2\xi_1\dot{\alpha}_1 + \omega_0 \sin\alpha_1 = 0, \tag{2}$$

де $\omega_0$ – колова частота малих прецесійних коливань ЧЕ; $\varepsilon(t)$ – викривлення траєкторії прецесійного руху ЧЕ; $\xi_1$ – параметр затухання.

У разі малих коливань ЧЕ ( $\sin\alpha_1 \approx \alpha_1$ ) функцію $\alpha_1(t)$ можна представити у вигляді

$$\alpha_1(t) = Ae^{-\xi_1 t}\sin(\omega t + \varphi). \tag{3}$$

Тут $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \xi_1^2}$; $A$, $\varphi$ – амплітуда і початкова фаза прецесійних коливань ЧЕ відповідно.

На підставі виразу (3) модель руху ЧЕ, яка спостерігається по ДК, можна представити у вигляді

$$\alpha(t) = \hat{R}^N + \hat{A}e^{\xi_1 t}\sin(\omega t + \hat{\varphi}). \tag{4}$$

Тут $\hat{R}^N$ – обчислений кут між нулем ДК та обчисленим напрямком на північ; $\hat{A}$, $\hat{\varphi}$ – обчислені $A$, $\varphi$.

У загальному випадку у виразі (4) величини $\hat{R}^N$, $A$, $\varphi$, $\omega$, $\xi_1$ – невідомі.

З урахуванням прийнятих припущень модель руху (4) можна описати виразом

$$\alpha(t) = \hat{R}^N + \hat{A}_c \sin\omega t + \hat{A}_S\cos\omega t, \tag{5}$$

де $\hat{A}_c = \hat{A}\cos\varphi$, $\hat{A}_S = \hat{A}\sin\varphi$.

Вектор стану, який треба оцінити у випадку, що розглядається, можна представити у вигляді

$$\hat{x}_N = \begin{bmatrix} \hat{R}^N & \hat{A}_c & \hat{A}_S \end{bmatrix}.$$

Для розглядання задачі оцінювання методом найменших квадратів складемо функціонал

$$F_N = \sum_{i=1}^{n}\left(\hat{R}^N + \hat{A}_c\sin\omega t_i + \hat{A}_S\cos\omega t_i - \alpha_i\right)^2. \tag{6}$$

Тут $\alpha_i = \alpha(t_i)$ кутове положення ЧЕ в моменти часу $t_i = (i-1)\Delta t$, $(i = \overline{1,n})$ при спостереженні за рухом ЧЕ протягом часу спостереження інформації $T_C$; $\Delta t$ – дискретність зйому інформації; $n = T_C\Delta t^{-1} + 1$ – кількість спостережуваних відліків за $T_C$.

Мінімум функціоналу $F_N$ досягається при

$$\frac{\partial F_N}{\partial \hat{R}^N} = \frac{\partial F_N}{\partial \hat{A}_c} = \frac{\partial F_N}{\partial \hat{A}_S} = 0. \tag{7}$$

Умови (7) еквівалентні матричному рівнянню

$$c^N\hat{x}_N = z_N, \tag{8}$$

де

$$c^N = \begin{bmatrix} n & \sum_{i=1}^{n}\sin\omega_0 t_i & \sum_{i=1}^{n}\cos\omega_0 t_i \\ \sum_{i=1}^{n}\sin\omega_0 t_i & \sum_{i=1}^{n}\sin^2\omega_0 t_i & \sum_{i=1}^{n}\sin\omega_0 t_i\cos\omega_0 t_i \\ \sum_{i=1}^{n}\cos\omega_0 t_i & \sum_{i=1}^{n}\sin\omega_0 t_i\cos\omega_0 t_i & \sum_{i=1}^{n}\cos^2\omega_0 t_i \end{bmatrix},$$

$$z_N = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{n}\alpha_i & \sum_{i=1}^{n}\alpha_i\sin\omega_0 t_i & \sum_{i=1}^{n}\alpha_i\cos\omega_0 t_i \end{bmatrix}^T.$$

Дослідимо розв'язність або, що те саме, визначимо спостерігання системи (8). Відомо, що неоднорідна система алгебраїчних рівнянь має єдиний розв'язок, коли її головний визначник не дорівнює нулю. Покажемо, при яких умовах $\det c^N \neq 0$.

З теорії матриць відомо, що визначник Грамма – це визначник вигляду

$$D = \begin{bmatrix} (\bar{x}_1\bar{x}_1) & (\bar{x}_1\bar{x}_2) & \dots & (\bar{x}_1\bar{x}_m) \\ (\bar{x}_2\bar{x}_1) & (\bar{x}_2\bar{x}_2) & \dots & (\bar{x}_2\bar{x}_m) \\ (\bar{x}_m\bar{x}_1) & (\bar{x}_m\bar{x}_2) & \dots & (\bar{x}_m\bar{x}_m) \end{bmatrix}, \tag{9}$$

де $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_m$ – набір $n$ – мірних векторів, $(\bar{x}_i\bar{x}_j)$ – скалярний добуток векторів $\bar{x}_i$, $\bar{x}_j$ причому $i,j \in [1,n]$. Визначник $D$ – позитивний, коли вектори $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_m$ лінійно незалежні. Якщо прийняти

$$x_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}, \quad x_2 = \begin{bmatrix} \sin\omega t_1 \\ \sin\omega t_2 \\ \vdots \\ \sin\omega t_n \end{bmatrix}, \quad x_2 = \begin{bmatrix} \cos\omega t_1 \\ \cos\omega t_2 \\ \vdots \\ \cos\omega t_n \end{bmatrix}, \tag{10}$$

то визначник системи (8) є визначником Грамма. Отже, якщо $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3$ лінійно незалежні, то $\det c^N > 0$ і система (8) завжди розв'язувана і єдиним способом. Знайдемо умови, коли $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3$ лінійно незалежні.

Розглянемо випадок, коли $n = 3$. Дослідження лінійної залежності векторів $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3$ еквівалентне дослідженню системи рівнянь

$$b_1\bar{x}_1 + b_2\bar{x}_2 + b_3\bar{x}_3 = 0, \tag{11}$$

$$D' = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & \sin\lambda & \cos\lambda \\ 1 & \sin 2\lambda & \cos 2\lambda \end{bmatrix} = 2\sin\lambda\cos 2\lambda, \tag{12}$$

де $\lambda = \omega\Delta t$.

З цього виходить, що

$$\lambda \neq \pi k; \ \lambda \neq \pi\left(\frac{1}{2} + 2k\right); \ (k = 0, \pm 1, \pm 2). \tag{13}$$

$D' \neq 0$, тобто вектори $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3$ лінійно незалежні. Очевидно, що при виконанні умов (13) вектори $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3$, лінійно незалежні і при $n > 3$.

Отже, в разі виконання умов

$$n \ge 3\,;\ \Delta t \ne \frac{\pi k}{\omega}\,;\ \Delta t \ne \frac{\pi k}{2\omega} + \frac{2\pi k}{\omega}\,; \tag{14}$$

система (8) розв'язувана і до того ж єдиним способом. Доведена умова розв'язності системи (8) еквівалентна доказу спостерігання розглядуваної системи.

Розв'яжемо систему (8), попередньо змінивши суми тригонометричних функцій на їхні остаточні вирази. Після заміни запишемо систему (8) у вигляді

$$c_{\lambda,n}^{N}\,\hat{x}_N = z_{\lambda,n}^{N}\,, \tag{15}$$

де

$$c_{\lambda,n}^{N} = \begin{bmatrix} n\sin\frac{\lambda}{2} & \sin\frac{n\lambda}{2}\sin\frac{n-1}{2}\lambda & \sin n\lambda\cos\frac{n-1}{2}\lambda \\ 4\sin\frac{n\lambda}{2}\sin\frac{n-1}{2}\cos\frac{\lambda}{2} & n\sin\lambda - \sin n\lambda\cos(n-1)\lambda & \sin n\lambda\sin(n-1)\lambda \\ 4\sin\frac{n\lambda}{2}\cos\frac{n-1}{2}\cos\frac{\lambda}{2} & \sin n\lambda\sin(n-1)\lambda & n\sin\lambda + \sin n\lambda\cos(n-1)\lambda \end{bmatrix},$$

$$z_{\lambda,n}^{N} = \begin{bmatrix} z_1^N & z_2^N & z_3^N \end{bmatrix}^T = \left[\sin\frac{\lambda}{2}\sum_{i=1}^{n}\alpha_i\, 2\sin\lambda\sum_{i=1}^{n}\alpha_i\sin\lambda(i-1)\, 2\sin\lambda\sum_{i=1}^{n}\alpha_i\cos\lambda(i-1)\right]^T.$$

Для розв'язання системи (15) можна запропонувати метод Гауса з вибіркою головного елемента, або метод Крамера. Якщо розв'язувати систему другим методом, елементи вектора $\hat{x}^N$ можна подати у вигляді

$$\hat{R}^N = \left(\det c_{\lambda,n}^N\right)^{-1}\left(A_{11}^N z_1^N + A_{21}^N z_2^N + A_{31}^N z_3^N\right),$$
$$\hat{A}_c = \left(\det c_{\lambda,n}^N\right)^{-1}\left(A_{12}^N z_1^N + A_{22}^N z_2^N + A_{32}^N z_3^N\right), \tag{16}$$
$$\hat{A}_S = \left(\det c_{\lambda,n}^N\right)^{-1}\left(A_{13}^N z_1^N + A_{23}^N z_2^N + A_{33}^N z_3^N\right),$$

де $A_{ij}^N$ – алгебраїчні додатки елемента $c_{ij}^N$ матриці $c_{\lambda,n}^N$.

Розкриваючи вираз $\hat{R}^N$, дістанемо

$$\hat{R}^N = \left[nk_1 - 4\cos\frac{\lambda}{2}\sin^2\frac{n\lambda}{2}\right]^{-1}\left(k_1 S_1^N + k_2 S_2^N + k_3 S_3^N\right), \tag{17}$$

де

$$k_1 = \sin\frac{\lambda}{2}\left(n\sin\lambda + \sin n\lambda\right),$$

$$k_2 = -2\sin\frac{n\lambda}{2}\sin\frac{n-1}{2}\lambda\sin\lambda\,,$$

$$k_3 = -2\sin\frac{n\lambda}{2}\cos\frac{n-1}{2}\lambda\sin\lambda\,,$$

$$S_1^N = \sum_{i=1}^{n}\alpha_i\,,\ S_2^N = \sum_{i=1}^{n}\alpha_i\sin\lambda(i-1),\ S_3^N = \sum_{i=1}^{n}\alpha_i\cos\lambda(i-1).$$

Оцінки амплітуди $\hat{A}$ і початкової фази $\hat{\varphi}$ прецесійних коливань визначаються через $\hat{A}_c$ і $\hat{A}_S$ та виразами

$$\hat{A}^N = \sqrt{\hat{A}_c^2 + \hat{A}_S^2}\,, \tag{18}$$

$$\hat{\varphi} = \begin{cases} \arcsin\frac{A_S}{A_c},\ A_c \ge 0; \\ \pi - \arcsin\frac{A_S}{A_c},\ A_c \le 0. \end{cases}$$

Дослідимо похибки оцінки стану ГГ. Для цього подамо розв'язок диференціального рівняння (2) при $\sin\alpha \approx \alpha - \frac{\alpha^3}{3!}$ у вигляді

$$\alpha_1(t) = A_0 e^{-\xi_1 t}\sin(pt + \varphi_0) + A_1 e^{-\xi_1 t}\sin 3(pt + \varphi_0)\,, \tag{19}$$

де

$$p \cong \omega_0\left(1 - \frac{A_0^2}{16}\right),\ A_1 \cong \frac{A_0^3}{192},\ \omega_0 \gg \xi_1\,.$$

Розклавши $\alpha_1(t)$ у ряд Тейлора за параметрами $p$ і $\xi$ в околі точки $(\omega_0, 0)$ та, лишаючи тільки два члени розкладу, дістанемо

$$\alpha_1(t) \approx A_{oc}\sin\omega_0 t + A_{os}\cos\omega_0 t +$$
$$+\frac{A_0^3}{192}\sin 3(\omega_0 t + \varphi_0) -$$
$$-\omega_0 t\frac{A_0^3}{16}\cos(\omega_0 t + \varphi_0) - \xi_1 t A_0\sin(\omega_0 t + \varphi_0)\,. \tag{20}$$

З іншого боку, проведемо розкладення в ряд Тейлора функції моделі руху ЧЕ (5) за параметрами $\hat{R}^N$, $\hat{A}_c$, $\hat{A}_S$, $\omega$ в околі точки $\left(\hat{R}_0^N, \hat{A}_{oc}, \hat{A}_{os}, \omega_0\right)$ та, лишаючи перші два члени розкладу в ряд, дістанемо

$$\alpha(t_i) = \hat{R}_o^N + \Delta\hat{R}^N + \hat{A}_{oc}\sin\omega_0 t_i + \hat{A}_{os}\cos\omega_0 t_i +$$
$$+\Delta\hat{A}_c\sin\omega_0 t_i + \Delta\hat{A}_S\cos\omega_0 t_i +$$
$$+\Delta\omega t_i\hat{A}_0\cos\left(\omega_0 t_i + \hat{\varphi}_0\right) + \varepsilon(t_i)\,, \tag{21}$$

де $\Delta\hat{R}^N = \hat{R}^N - \hat{R}_0^N$, $\Delta\hat{A}_c = \hat{A}_c - \hat{A}_{oc}$, $\Delta\hat{A}_s = \hat{A}_s - \hat{A}_{os}$ – похибки оцінки стану та похибки врахування $\omega_0$.

Після підстановки виразів (20) та (21) в функціонал (6), дістанемо

$$F_N = \sum_{i=1}^{n}\left(\Delta\hat{R}^N + \Delta\hat{A}_c\sin\omega_0 t_i + \Delta\hat{A}_s\cos\omega_0 t_i - \alpha_N^0(t_i)\right), \tag{22}$$

де

$$\alpha_N^0(t_i) = -A_0\left(\Delta\omega + \omega_0\frac{A_0^2}{16}\right)t_i\cos(\omega_0 t + \varphi_0) +$$
$$+A_0\xi t\sin(\omega_0 t + \varphi_0) +$$
$$+\frac{A_0^3}{192}\sin 3(\omega_0 t + \varphi_0) + \varepsilon(t_i)\,, \tag{23}$$

Умова досягнення мінімуму функціонала еквівалентна матричному рівнянню

$$c_{\lambda_0,n}^N\hat{\delta}^N = f^N\,, \tag{24}$$

де матриця

$$c^N_{\lambda_0,n}\hat{\delta}^N = \hat{f}^N\Big|_{\lambda=\lambda_0},\ \lambda_0 = \omega_0\Delta t,$$

$$\hat{\delta}^N = \left[\Delta\hat{R}^N \quad \Delta\hat{A}_c \quad \Delta\hat{A}_S\right]^T,$$

$$f^N = \left[\sin\frac{\lambda_p}{2}\sum_{i=1}^{n}\lambda_N(t_i)2\sin\lambda_0\sum_{i=1}^{n}\alpha^0_N(t_i)\sin\lambda_0(i-1)2\sin\lambda_0\sum_{i=1}^{n}\alpha^0_N(t_i)\cos\lambda_0(i-1)\right]^T.$$

Скориставшись методом Крамера для знаходження $\Delta\hat{R}^N$, отримаємо

$$\Delta\hat{R}^N = \left(nk^0_1 - 4\cos\frac{\lambda_0}{2}\sin^2\frac{n\lambda_0}{2}\right)^{-1}\left(k^0_1f^N_1 + k^0_2f^N_2 + k^0_3f^N_3\right), \quad (25)$$

де

$$k^0_j = k_j\big|_{\lambda=\lambda_0},\ \left(j=\overline{1,3}\right)$$

$$f^N_1 = \sum_{i=1}^{n}\alpha^0_N(t_i),\ f^N_2 = \sum_{i=1}^{n}\alpha^0_N(t_i)\sin\lambda_0(i-1),$$

$$f^N_3 = \sum_{i=1}^{n}\alpha^0_N(t_i)\cos\lambda_0(i-1).$$

Розкривши вираз (25) і випустивши, у подальшому, для зручності запису індекс при $\lambda_0$, отримаємо вираз похибки оцінювання

$$\Delta\hat{R}^N = d_1(\lambda,n)A_0\left[\left(\frac{A_0^2}{16}+\frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right)\sin\left(\varphi_0+\frac{n-1}{2}\lambda\right) - \frac{\xi}{\omega_0}\cos\left(\varphi_0+\frac{n-1}{2}\lambda\right)\right] -$$

$$-d_2(\lambda,n)\frac{A_0^3}{192}\sin 3\left(\varphi_0+\frac{n-1}{2}\lambda\right) + \bar{d}_3\left(\lambda,n,\varepsilon(t_i)\right), \quad (26)$$

де

$$d_1(\lambda,n) = \frac{\lambda}{2\sin\lambda}\,\frac{\sin\frac{n\lambda}{2}\left(\sin\lambda+\frac{n}{2}\sin 2\lambda\right) - (n\sin\lambda)^2\cos\frac{n\lambda}{2}}{n\sin\frac{\lambda}{2}(n\sin\lambda+\sin n\lambda) - 4\cos\frac{\lambda}{2}\sin^2\frac{n\lambda}{2}},$$

$$d_2(\lambda,n) = \frac{(1+2\cos\lambda)(\cos\lambda+\sin n\lambda)\sin\frac{n\lambda}{2}\sin n\lambda - \cos\lambda\sin^3\frac{n\lambda}{2}(n\sin\lambda+\sin n\lambda)}{\cos\lambda(1+2\cos\lambda)\left[n\sin\frac{\lambda}{2}(n\sin\lambda+\sin n\lambda) - 4\cos\frac{\lambda}{2}\sin^2\frac{n\lambda}{2}\right]},$$

$d_3\left[\lambda,n,\varepsilon(t_i)\right]$ – похибки, зумовлені викривленням спостережуваного закону руху ЧЕ.

При $\Delta t \le 0.01T_0$, $\left(T_0 = 2\pi\omega_0^{-1}\right)$ закономірно спростити вираз (26) при $\Delta t \to 0$, $T_H = \text{const}$. Здійснюючи граничний перехід для $\Delta R^N$, дістанемо

$$\Delta\hat{R}^N = \sum_{j=1}^{n}\Delta R^N j, \quad (27)$$

де

$$\Delta\hat{R}^N_1 = -d_2(u)\frac{A_0^3}{192}\sin 3\left(\varphi_0+\frac{u}{2}\right),$$

$$\Delta\hat{R}^N_2 = -d_1(u)\frac{\xi}{\omega_0}A_0\cos 3\left(\varphi_0+\frac{u}{2}\right),$$

$$\Delta\hat{R}^N_3 = d_1(u)\frac{A_0^3}{16}\sin\left(\varphi_0+\frac{u}{2}\right),$$

$$\Delta\hat{R}^N_4 = d_1(u)\frac{\Delta\omega}{\omega_0}A_0\sin\left(\varphi_0+\frac{u}{2}\right),$$

$$\Delta\hat{R}^N_5 = \lim_{\substack{\Delta t\to 0\\ T_c=\text{const}}}\bar{d}_3\left[\lambda,n,\varepsilon(t_i)\right] = \bar{d}_3\left[u,\varepsilon(t_i)\right],$$

$$d_1(u) = \frac{(u+\sin u)\sin\frac{u}{2} - u^2\cos\frac{u}{2}}{u(u+\sin u) - 8\sin^2\frac{u}{2}},$$

$$d_2(u) = \frac{2}{3}\,\frac{3\cos\frac{u}{2}\sin^2 u - \sin\frac{3}{2}u(u+\sin u)}{u(u+\sin u) - 8\sin^2\frac{u}{2}},$$

$$u = \omega_0 T_c,$$

$$\bar{d}_3\left[\lambda,n,\varepsilon(t)\right] = \frac{k^0_1\sum_{i=1}^{n}\varepsilon(t_i) + k^0_2\sum_{i=1}^{n}\varepsilon(t_i)\sin\lambda(i-1) + k^0_3\sum_{i=1}^{n}\varepsilon(t_i)\cos\lambda(i-1)}{nk^0_1 - 4\cos\frac{\lambda}{2}\sin^2\frac{n\lambda}{2}},$$

$$\Delta\hat{R}^N_5 = \omega_0\frac{(u+\sin u)\int_0^{T_c}\varepsilon(t)dt - 4\sin^2\frac{u}{2}\int_0^{T_c}\varepsilon(t)\sin\omega t dt - 2\sin u\int_0^{T_c}\varepsilon(t)\cos\omega t dt}{u(u+\sin u) - 8\sin^2\frac{u}{2}}.$$

Вихідний сигнал ГГ подається на вхід ЦОМ. ЦОМ визначає за наведеними вище алгоритмами (27) значення похибок $\Delta\hat{R}^N_{1-5}$ і здійснює віднімання з вихідного сигналу, який знімається з датчика кута ГГ $\hat{\alpha}^N = \hat{R}^N - \sum_{i=1}^{5}\Delta\hat{R}^N_{1-5}$.

Таким чином здійснюється автоматична компенсація похибок і забезпечується суттєве підвищення точності ГГ.

## Висновки

Проведені дослідження вирішили проблему розвитку й узагальнення теорії похибок оцінки стану ГГ з цифровою обробкою інформації.

1. Розроблено алгоритми оцінки стану ГГ за умов орієнтації його осі чутливості на північ за МНК і ФК.

Пряме цифрове моделювання і результати експериментальних досліджень алгоритмів оцінки цілком підтвердили формули похибок, одержаних аналітично. Порівняльне цифрове моделюванні МНК і ФК показало адекватність алгоритмів. Виявлено, що похибки оцінки стану ГГ у разі північної орієнтації зумовлені такими основними чинниками:

– $\Delta\hat{R}^N_1$ – нелінійними викривленнями траєкторії руху гіроскопа через апроксимацію $\sin\alpha \approx \alpha$;

– $\Delta\hat{R}_2^N$ – нерівністю нулю показника загасання прецесійних коливань через дію на гіроскоп моментів типу в'язкого тертя;

– $\Delta\hat{R}_3^N$ – неізохронністю прецесійних коливань;

– $\Delta\hat{R}_4^N$ – розбігом колової частоти прецесійних коливань, яку використовують в алгоритмах оцінки, з частотою прецесійних коливань ГГ;

– $\Delta\hat{R}_5^N$ – перешкодами, що викривлюють закон руху ГГ.

2. Проведено аналіз похибок оцінки. В разі орієнтації ГГ на північ похибки оцінки $\Delta\hat{R}_1^N - \Delta\hat{R}_4^N$ зменшуються при збільшенні часу спостереження інформації. Похибки $\Delta\hat{R}_{1,3}^N$, пропорційні кубу амплітуди прецесійних коливань $A_0$ і кубу полярного радіуса початкових умов $\rho$. Похибки $\Delta\hat{R}_2^N$, $\Delta\hat{R}_4^N$ пропорційні першому степеню $A_0$ і $\rho$ відповідно. Знайдено час спостереження інформації, коли похибки оцінки $\Delta\hat{R}_1^N - \Delta\hat{R}_4^N$ в разі орієнтації ГГ на північ перетворюються на нуль при довільних фазах коливань. Знайдено оптимальні, у розумінні перетворення на нуль похибок оцінки $\Delta\hat{R}_i^N = 0$, $(i = 1,4)$, співвідношення часу спостереження інформації та початкових умов руху ГГ. Досліджено впливи викривлень спостережуваного закону руху ГГ типовими перешкодами і шумами ДК каналу вимірювання. Показано, що перешкода типу лінійного дрейфу показань ГГ спричиняє похибки $\Delta\hat{R}_{51}^N$, які пропорційні часу спостереження інформації. Перешкода експоненціального типу зумовлює похибки $\Delta\hat{R}_{51}^N$, які монотонно зменшуються при збільшенні часу спостереження інформації. Зменшення похибки тим швидше, чим менша стала часу експоненти. Досліджено похибки, спричинені гармонічними перешкодами $\Delta\hat{R}_{53}^N$ і шумом ДК $\Delta\hat{R}_{54}^N$, (у вигляді білого шуму). Встановлено, що низькочастотна перешкода, частота якої сумірна з частотою прецесійних коливань, слабко приглушується алгоритмами оцінки для часу спостереження інформації $T_H \geq 0.15T_0$, а при $T_H < 0.15T_0$ підсилюється. Високочастотна гармонічна перешкода, частота якої вища за частоту прецесійних коливань у 100 разів і більше, а також випадкова перешкода типу білого шуму, ефективно фільтруються алгоритмами оцінки.

3. Запропоновано і досліджено ГГ нового типу, який відрізняється від відомих тим, що дає змогу підвищити точність вимірювань і швидкодію більш, ніж у два рази за рахунок застосування автоматичної компенсації похибок за розробленими алгоритмами оцінки стану ГГ.

4. Встановлено, що час спостереження інформації, потрібний для приглушування похибок оцінки, має бути не меншим $3T_0$.

Література

1. Безвесільна, О.М. Авіаційні гравіметричні системи та гравіметри: Монографія. / О.М. Безвесільна. – Житомир: ЖДТУ, 2007. – 604 с.