ТЕХНОЛОГИИ ОРГАНИЧЕСКИХ И НЕОРГАНИЧЕСКИХ ВЕЩЕСТВ И ЭКОЛОГИЯ

УДК 577.2

# ПРОЦЕССЫ ПЕРЕМЕШИВАНИЯ СУБСТРАТА В РЕАКТОРЕ БИОГАЗОВОЙ УСТАНОВКИ

**Ю.Г. Качан** Доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой\*

> **Ю.В. Курис** Кандидат технических наук, доцент\*

## И.Н. Левицкая Магистр\*

\*Кафедра энергетического менеджмента Запорожская государственная инженерная академия поспект Ленина, 226, г.Запорожье, Украина, 69006 Email: inna Levytska@mail.ru





Тангенциальный поток от мешалки является осесимметричным и описывается системой уравнений

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{r}}(\mathbf{r}\mathbf{v}_{r}) + \mathbf{r}\frac{\partial}{\partial z}(\mathbf{v}_{z}) = 0 \tag{1}$$

Поставлены задачи изучения вопросов перемешивания субстрата при помощи механических мешалок в реакторе биогазовой установки и получения математических соотношений технологических параметров перемешивания от параметров установки. В свою очередь планируется исследовать гидродинамику перемешивания гетерогенных сред, а также установить зависимость от числа Фруде в аппаратах с отражательными перегородками и в гладкостенных аппаратах.

Элементом биогазовой установки является шнек, представляющий собой закручивающее устройство для подачи субстрата в реактор. В шнековых и ленточных завихрителях выход субстрата происходит в соответствии с законом вращения твердого тела. Наибольшее распространение получили перемешивания в жидких средах при помощи механических мешалок [1].

## Перемешивания механическими мешалками

Процессы перемешивания в жидких средах при помощи механических мешалок широко распространены во многих отраслях техники.

Перемешивание с использованием механических мешалок гомогенизирует гетерогенные системы и интенсифицирует технологию получения двухфазных сред [2]. Результаты исследований по изучению влияния процесса перемешивания на количество выделяемого биогаза приведены на рисунке 1 [3, 4]. Можно заметить, что выход метана увеличивается почти в 1,5 раза.

$$v_{r}\frac{\partial v_{\theta}}{\partial r} + v_{r}\frac{\partial v_{r}}{\partial z} + \frac{v_{\theta}^{2}}{r} = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial \tau_{\theta z}}{\partial z}$$
(2)

$$v_{r}\frac{\partial v_{\theta}}{\partial r} + v_{z}\frac{\partial v_{\theta}}{\partial z} + \frac{v_{r} \cdot v_{\theta}}{r} = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial \tau_{\theta z}}{\partial z}, \qquad (3)$$

где  $\upsilon_r \upsilon_{\theta_r} \upsilon_{\theta_r} \upsilon_z$  – компоненты средних скоростей в цилиндрических координатах;  $\tau_{\theta_r}$  – компоненты тензора сдвига;  $\rho$  - плотность жидкости.

Предположим, что тангенциальный поток одномерный. В этом случае для профиля скорости в направлениях r и z следуют соотношения

$$v_{r} = v_{rmax} \left[ 1 - th^{2} \left( \frac{\varepsilon}{2} \right) \right], \tag{4}$$

$$v_{z} = \frac{v_{rmax}}{\sigma} \left[ \frac{2r^{2} - a^{2}}{r^{2} - a^{2}} th(\varepsilon) - \varepsilon \left( 1 - th^{2} \left( \frac{\varepsilon}{2} \right) \right) \right],$$
(5)

где

$$v_{\rm rmax} = \frac{A}{2} \left(\frac{\sigma}{t}\right)^{1/2} (r-a)^{0.25};$$
 (6)

$$\varepsilon = \sigma \frac{z}{r}; \tag{7}$$

А – параметр объемного потока;

 $\sigma$  - параметр ширины тангенциального потока;

t<sub>h</sub> – гиперболический тангенс.

Система уравнений содержит три производные константы – А, а и **о**, которые определяются из граничных условий.

Для результирующего вектора скорости q и компонентов  $v_r$  и  $v_{\theta}$  имеется соотношение

$$|\mathbf{q}| = \frac{\mathbf{A}}{2} \left(\frac{\sigma}{\mathbf{r}}\right)^{0.25} \frac{1}{\left(\mathbf{r}^2 - \mathbf{a}^2\right)^{0.25}} \left[1 - \mathrm{th}^2 \left(\frac{\varepsilon}{2}\right)\right].$$
(8)

Для области с потенциальным потоком имеем выражение функции тока

$$\psi = r^2 z . \tag{9}$$

Циркуляционный поток в направлении оси в центре аппарата в турбулентной области течения может быть представлен уравнениями

$$v_{z} = \frac{\varepsilon_{0}}{z + z_{1}} \cdot \frac{2\gamma^{2}}{\left(1 + \frac{1}{4}\xi^{2}\right)^{2}};$$
(10)
$$v_{z} = \frac{\varepsilon_{0}}{z + z_{1}} \cdot \frac{\left(\xi - \frac{1}{4}\xi^{2}\right)\gamma}{\left(1 + \frac{1}{4}\xi^{2}\right)^{2}};$$
(11)

где **ε**<sub>0</sub> – коэффициент вихревой вязкости;

γ - параметр, характеризующий ширину циркуляционного потока;

z<sub>1</sub> – координата, соответствующая циркуляционной области течения;

 $\boldsymbol{\xi}$  - безразмерная координата, определяемая из соотношения

$$\xi = \gamma \frac{r}{z + z_1} \,. \tag{12}$$

Результаты расчета по приведенным выше уравнениям позволяют получить только качественную картинку течения, но не количественные данные.

В гладкостенных аппаратах перемешивание сопровождается образованием центральной воронки. Глубина и форма воронки характеризуют эффективность технологического перемешивания. Этому вопросу посвящен ряд исследований. Результаты экспериментальных данных, как правило, представлены в виде критериальных зависимостей.

Для радиально-лопастных мешалок предложена расчетная формула, по которой определяют глубину воронки [5]:

$$\Gamma_{\rm h} = \frac{\rm h}{\rm d_{_{\rm M}}} = {\rm C}^{2}{\rm F} \cdot {\rm r_{\rm m}} \cdot \left(1,59 - 0,75 \cdot {\Gamma_{\rm d}^{1,45}}\right), \qquad (13)$$

где: h – глубина центральной воронки;

d<sub>м</sub> − диаметр мешалки; С − опытный коэффициент, для лопастных мешалок C=0,06; для пропеллерных - C=0,03;

падения;

$$\begin{split} Fr &= \frac{n^2 d}{g} \\ n &= \text{число оборотов;} \\ g &= \text{ускорение свободного} \\ B &= \left(\frac{r_m}{d_m}\right)^{1,45}; \\ r_m &= 0,745 \frac{r_\pi}{R_c}; \end{split}$$

r<sub>л</sub> - радиус лопасти мешалки; R<sub>c</sub> – радиус аппарата;

$$\Gamma_{\rm D} = \frac{{\rm d}_{_{\rm M}}}{{\rm D}}$$
  
D – диаметр аппарата.

Для исследования процессов перемешивания рекомендуется пользоваться математическими моделями, основанными на принципах гидродинамики жидкости, широко описанных авторами [6, 7, 8].

Поэтому в первом приближении рекомендуется исходить из модели идеального смешивания, которая является моделью макросмешивания. При этом не учитываются локальные, более мелкие явления. Такая модель, в частности, особенно целесообразна при отсутствии механического перемешивания, когда энергия входного потока расходуется на образование конвективных токов и турбулентных вихрей, которые и вызывают перемешивание жидкости в аппарате. В этих случаях для описания протекающих в аппарате физических явлений следует обратиться к уравнениям Навье-Стокса и можно не принимать во внимание ускорение поля внешних массовых сил, а также перепад давления в объеме жидкости, так как они пренебрежимо малы по сравнению с инерционными силами и силами трения. В результате уравнение движения имеет вид [9]:

$$\frac{\mathrm{Dw}_{\mathrm{i}}}{\mathrm{d}\tau} = \mathrm{v}\nabla^{2}\mathrm{w}_{\mathrm{i}}, \mathrm{I}=1,2,3, \tag{14}$$

где D – оператор дифференцирования; w<sub>i</sub> – скорость;

τ - время;

v – кинематический коэффициент вязкости; ∇² – оператор Лапласа

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \,. \tag{15}$$

Уравнение энергии записывается так

$$\frac{\mathrm{Dt}}{\mathrm{d}\tau} = \mathrm{a}\nabla^2 \mathrm{t} \;, \tag{16}$$

где t – температура;

а - температуропроводность.

Для процесса перемешивания имеет значение энергия, расходуемая на преодоление сил вязкого трения, которая определяется из выражения

$$E_{\rm B} = \mu \int_{V_{\rm r}} \Phi_{\rm v} dV_{\rm P} , \qquad (17)$$

где µ - динамический коэффициент вязкости;

V<sub>p</sub> – объем реактора;

Ф<sub>v</sub> – функция диссипации Рэлея

$$\Phi_{v} = 2\left[\left(\frac{\partial w_{1}}{\partial x_{1}}\right)^{2} + \left(\frac{\partial w_{2}}{\partial x_{2}}\right)^{2} + \left(\frac{\partial w_{3}}{\partial x_{3}}\right)^{2}\right] + \left(\frac{\partial w_{1}}{\partial x_{2}} + \frac{\partial w_{2}}{\partial x_{1}}\right)^{2} + \left(\frac{\partial w_{1}}{\partial x_{3}} + \frac{\partial w_{3}}{\partial x_{1}}\right)^{2} + \left(\frac{\partial w_{2}}{\partial x_{3}} + \frac{\partial w_{3}}{\partial x_{2}}\right)^{2} \quad (18)$$

 $w_1,\,w_2$  ,<br/>w\_3 – проекция вектора скорости на оси x, y, z.

Уравнение движения в безразмерной форме запишется следующим образом

$$\frac{D\bar{w}_{1}}{d\bar{r}} = \frac{1}{Re} \nabla^{2} \bar{w}_{i}, \qquad (19)$$

где

$$\begin{split} \overline{w}_{i} &= \frac{w_{i}}{w_{cp}}; \\ x_{i} &= \frac{X}{D}; \\ \overline{\tau} &= \frac{\tau w_{cp}}{D}; \\ Re &= \frac{w_{cp} \cdot D}{v}; \end{split}$$

w<sub>cp</sub> – средняя скорость жидкости в аппарате;

Х – характерный линейный размер;

D – диаметр реактора;
 Re – критерий Рейноль

Уравнени

преобразован

ерий Рейнольдса.  
е после ряда простых  
ий приводится к без-  
иду 
$$= -(1-\alpha)\frac{\partial p}{\partial x} - (1-\alpha)\rho_*g\frac{\partial x_i}{\partial x}$$

2

размерному виду
$$\frac{E_{_B}}{w_{_{cp}}^3\rho D^2} = f \operatorname{Re} . \tag{20}$$

Исследования показали, что режим идеальной жидкости применим при Re≥13,5. Если перемешивание не подчиняется законам движения жидкости, необходимо обратиться к другим моделям для их описания. В процессах неидеального смешивания наблюдаются диффузионные явления. В этом случае математическая модель в безразмерном виде есть связь между числами Пекле и Рейнольдса

$$Pe = 21.3 \left(\frac{Re}{Re_{_{Kp}}}\right)^{0.69} \ln \frac{89.31 \cdot \ln \frac{Re_{_{Kp}}}{Re}}{Re_{_{m}}}, \qquad (21)$$

где Re<sub>кр</sub>=13,5;

$$\operatorname{Re}_{m} = 89,31 \cdot \ln \frac{\operatorname{Re}_{\kappa p}}{\operatorname{Re}} .$$
(22)

## Гидродинамика перемешивания гетерогенных сред

Анализу движения твердой частицы, взвешенной в турбулентном потоке, посвящено значительное количество работ. Среди них надо выделить монографии С. Соу, О. Хинце, Р.И. Нигматулина, Р. Бусройда, Г. Уоллиса [10, 18].

Приведем систему уравнений, описывающую течение гетерогенной среды. При этом принято писать уравнения для каждого компонента смеси.

> Обозначим объемную долю частиц взвеси через а. В этом случае уравнение неразрывности для жидкой фазы имеет вид

$$\frac{\partial}{\partial \tau}(1-\alpha)\rho_{*} + \frac{\partial}{\partial x_{k}}(1-\alpha)\rho_{*}W_{1*}, \qquad (23)$$

где  $\rho_{\rm ж}$  – плотность жидкости;

W<sub>1ж</sub> – мгновенная скорость жидкости (газа);

x<sub>k</sub> – пространственная координата (k=1,2,3).

Аналогично для твердых частиц, учитывая, что рж – величина постоянная, будем иметь

$$\frac{\partial \alpha}{\partial \tau} + \frac{\partial \alpha W_{\tau,k}}{\partial x_k} = 0; \qquad (24)$$

где W<sub>τ</sub>,<sub>k</sub> – мгновенная скорость твердой фазы.

Прежде чем записать уравнения движения, определим скорость потока

$$W_{m,k} = (1 - \alpha) W_{m,k} + \alpha W_{1,k}$$
 (25)

Уравнение сохранения количества движения для жидкой фазы в i-м направлении имеет вид

$$-\alpha)\rho_{*}W_{*,i} + \frac{\partial}{\partial x_{k}}(1-\alpha)\rho_{*}W_{*,i}W_{*,k} =$$

$$-\alpha)\frac{\partial p}{\partial x_{k}} - (1-\alpha)\rho_{*}\frac{\partial x_{i}}{\partial x_{i}} + \frac{\partial}{\partial x_{k}}\left[u\left(\frac{\partial W_{m,i}}{\partial x_{i}} + \frac{\partial W_{m,j}}{\partial x_{i}}\right)\right] - \frac{2}{2}\cdot\frac{\partial}{\partial x_{k}}\left[u\left(\frac{\partial W_{m,k}}{\partial x_{k}}\right) - R\right]$$
(26)

$$\partial x_i$$
 ( $z_i = 0, z_k = 0, z_j = 0, z_j = 0, z_i = 0,$ 

Для твердой фазы получим аналогичное уравнение

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \left( \alpha \rho_{x} W_{x,i} \right) + \frac{\partial}{\partial x_{k}} \left( \alpha \rho_{x} W_{x,i} W_{x,k} \right) = \alpha \frac{\partial p}{\partial x_{i}} - \alpha \rho_{6} g \frac{\partial x_{i}}{\partial x_{j}} - D \alpha \rho_{*} \left( \frac{\partial W_{x,j}}{\partial \tau} - \frac{\partial W_{*,j}}{\partial \tau} \right) + R_{j} \quad (27)$$

При установлении в процессе перемешивания турбулентного режима мощность, потребляемая мешалкой, не зависит от вязко-

В этих уравнениях приняты обозначения:

 x<sub>j</sub> – координата, параллельная линии действия ускорения свободного падения g;

р – давление;

R<sub>i</sub> – сила сопротивления частиц, приходящихся на единицу объема жидкости и действующая в i-м направлении;

i,j,k – индексы для координат;

τ - индекс твердой фазы;

m – индекс двухфазного потока;

В – коэффициент присоединенной массы к ускоряемой жидкости (при отсутствии конкретных данных можно принять B=0,5).

Исследования показали [12 – 15, 18], что для мешалок различного типа в аппаратах с отражательными перегородками и в гладкостенных Еи = аппаратах мощность, затраченная на перемешивание, не зависит от критерия Фруда при значении Re<Re<sub>кр</sub>. Критическим числом Рейнольдса Re<sub>кр</sub> будет тогда, когда возникает воздушная прослойка, которая достигает лопастей мешалки, и она содействует аэрации жидкости.

При перемешивании гомогенных жидкостей потребляемая мешалками мощность зависит от параметров жидкости, скорости вращения мешалки. На основе теории подобия и размерности получена следующая расчетная формула [7]:



 $N = K d_{M}^{5} n^{3} \rho \left(\frac{III}{d_{M}}\right) \left(\frac{L}{d_{M}}\right)^{1.5} \left(\frac{R}{6}\right)^{0.8} \left(\frac{R}{4}\right)^{0.4} \left(\frac{I}{d_{M}}\right)^{0.3} .$  (30)

сти перемешиваемой среды, а определяется плотнос-

ме того, частота вращения и диаметр мешалки. Для

лопастных и турбулентных мешалок предложена рас-

На энергию, расходуемую мешалкой, влияют, кро-

Для определения мощности, потребляемой пропеллерной мешалкой, можно пользоваться формулой

$$Eu = 1,241 \cdot \exp(0,737\ln B - 0,0402B) \times$$

четная зависимость [7]:

тью последней.

$$\left\{1 - \exp\left[-1/136 \cdot B \cdot \exp(3+0,096B) - 11\exp(-0,096B)\right]^{-1}\right\} \frac{S}{d_{_{\rm M}}} \quad (31)$$

где Eu – критерий Эйлера;

В – число лопастей мешалки;

S/d<sub>м</sub> – отношение шага мешалки к ее диаметру.

Мощность, потребляемая при перемешивании скребковыми мешалками, определяется как сумма трех составляющих в зависимости от зоны аппарата [19]: у вала мешалки; у внутренних стенок аппарата; между лопастью мешалки

и стенкой аппарата.

Получено следующее уравнение для критерия мощности

 $\left[ \frac{\pi^2 \frac{s}{\delta} n_c + 4\pi^3 \frac{\binom{d_i}{D}}{1 - \binom{d_i}{D}^2} + kn_c \left(1 - e^{\frac{\pi^2}{n_c}}\right)}{1 - \binom{d_i}{D}^2} \right]$ 

где N – мощность мешалки;

d<sub>м</sub> – диаметр мешалки;

n – частота вращения;

К – эмпирический коэффициент;

 ρ, μ - плотность и динамический коэффициент вязкости жидкости;

g – ускорение свободного падения;

D – диаметр аппарата;

Н – высота жидкости в аппарате;

h<sub>м</sub> – расстояние мешалки от дна аппарата;

s – толщина лопасти мешалки;

L – длина лопасти мешалки;

Ш – ширина лопасти мешалки;

I – ширина отражательной перегородки;

Во и В – число лопастей мешалки;

R<sub>0</sub> и R – число отражательных перегородок;

m,u,e,h,c,s,l,w,j,b,r – опытные коэффициенты.

Для геометрически подобных аппаратов можно пренебречь последними девятью членами уравнения, тогда

$$\frac{N}{d_{M}^{5}n^{3}\rho} = K' \left(\frac{d_{M}n\rho}{\mu}\right)^{m} \left(\frac{d_{M}n^{2}}{g}\right)^{u}$$
(29)

 $d_{M}^{-}n^{-}\rho$   $Ke_{z}$ 

где s – толщина скребка;

n<sub>c</sub> – число скребков мешалки;

 $\delta$  - ширина зазора между лопастью мешалки и стеной аппарата, см;

d<sub>i</sub> – диаметр вала мешалки;

k – константа;

N

 ${\rm Re}_z$  – критерий Рейнольдса, определенный по формуле

$$\operatorname{Re}_{z} = \frac{\rho n d_{M}^{2}}{\mu} . \tag{33}$$

Первый член в уравнении учитывает потери энергии в зоне между лопастью мешалки и стенкой аппарата, второй – расход энергии у вала мешалки; третий – у внутренних стенок аппарата.

Упрощенная формула предложена автором [19]:

(32)

где:  $N_w = \frac{W}{n \cdot d_{_M}^3}$ ; w - скорость потока, циркулирующего в аппарате.

#### Общие выводы

1. Изучены вопросы перемешивания субстрата в реакторе биогазовой установки, получены, математические соотношения технологических параметров перемешивания от параметров установки. Данный анализ выполнен с использованием уравнений Навье-Стокса и при этом установлено, что применимость режима идеальной жидкости ограничивается условием Re > 13,5.

2. Исследование гидродинамики перемешивания гетерогенных сред подтвердили, что для мешалок различного типа в аппаратах с отражательными перегородками и в гладкостенных аппаратах мощность, затраченная на перемешивание, не зависит от числа Фруде при значениях Re<Rekput.

## Литература

- Куріс Ю.В. Підвищення теплотехнічних та технологічних показників спалювання біогазу в теплогенеруючому обладнанні: Дисертація на здобуття наукового ступеню кандидата технічних наук, НУХТ, Київ, 2007.
- Васильев Ю.С., Хрисанов Н.И. Экология использования возобновляемых энергоисточников. - Л.: Изд-во ЛГУ, 1991. - 343 с.
- Курис Ю. В., Крючков Е. Н. Анализ энергетического баланса производственно животноводческого комплекса ЗАО "Запорожсталь" с использованием биоэнергетической установки // Сборник конференции «Биотехнология: Образование, наука», - НТУ КПИ. – 2003. С. 141-143.
- Рудик В.Ф., Ротару СП. Анаэробная биоконверсия отходов животноводства // Тез. докл. респ. науч.-техн. конф. "Анаэробная биологическая обработка сточных вод".
   - Кишинев, 1988. - С. 25-29.

- 2/4 (38) 2009
- Плановский А.Н. Теория и практика перемешивания в жидких средах. - М.: НИИТЭХИМ, 1971., - С. 325.
- Shpilrain E.E., Amadziev A.M., Vainshtein S.I., Mozgovoy A.G. Combined solar heating systems with heat pumps and heat storage // Te-jiHOTexHHKa. - 2001. - Jfe 2. - C. 39-45.
- 7. Zlokarnik M. // Chem. Ing. Tehn. 1971, 43, 1028.
- Курис Ю. В. Преимущества биотехнологий в решение энергетических вопросов. // Труды юбилейной XXX международной научно технической конференции "Запорожсталь XXX". – Запорожье: Запорожсталь. – 2003. – С. 53 – 57.
- Амерханов Р:А., Бессараб А.С., Драганов Б.Х., Рудобашта С.Л., Шишко Г.Г. Теплоэнергетические установки и системы сельского хозяйства / Под ред. Б.Х. Драганова.
   - М.: Колос-Пресс, 2002: -423 с.
- Бусройд Р. Течение газа со взвешенными частицами. -М.: Мир, 1975.-378 с.
- Нестеренко А.В; Основы термодинамических расчетов вентиляции и кондиционирования воздуха - М:: Высшая шк., 19621, - 355 с.
- Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред: В 2 ч. - М.: Наука, 1997. - Ч. 1. -464 с.
- Нигматулин Р.И; Методы механики сплошной среды для описания многофазных смесей // Прикладная математика и механика. -1980, 34.-№6.-С. 1097-1112.
- 14. Нигматулин Р.И. Некоторые вопросы гидромеханики двухфазных полидисперсных сред// Изв. АН СССР. Механ. жидкости и газов. -1988. -№3; 63.-С. 63-67.
- Нигматулин Р.И. Основы механики гетерогенных сред.
   М;: Наука, 1978: 336 с.
- Соу С. Гидродинамика многофазных систем. М.: Мир, 1971. -536с.
- Уоллис Г. Одномерные двухфазные течения. М.: Мир, 1972. -440 с.
- Хинце И.О. Турбулентность. Ее механизм и теория. М.: Физма-тиз, 1993. - 680 с.
- Кафаров В.В.; Мешалкин В;П. Анализ и синтез химикотехнических систем: Учеб. для вузов. - М.: Химия, 1998. - 432 с.