

О ВЛИЯНИИ КОНСТРУКТИВНЫХ ПАРАМЕТРОВ НА КОЛЕБАТЕЛЬНЫЙ ПРОЦЕСС ПРИВОДА МЕХАНИЗМА ПОДЪЕМА

В статье рассмотрены вопросы влияния конструктивных особенностей многомассовой механической системы на колебательный силовой процесс при переходных режимах работы механизма подъема автомобильного крана

Л. А. Родионов
Доцент

Кафедра «Промышленный и автомобильный транспорт»*
Контактный тел.: (057) 733-78-18

О. С. Подоляк
Старший преподаватель

Кафедра «Промышленный и автомобильный транспорт»*
Контактный тел.: (057) 733-78-18

Н. Л. Шелкунова
Инженер

Кафедра «Технология управления качеством машин»*
Контактный тел.: (057) 733-78-28

*Украинская инженерно-педагогическая академия
ул. Университетская, 16, г. Харьков, Украина

Введение

Привод механизма подъема представляет собой сложную механическую систему с жесткостными и инерционными параметрами, определяющими амплитудно-частотную характеристику колебательного процесса. При проектировании или модернизации следует обращать внимание на необходимость отстройки механической системы от возможности возникновения таких негативных явлений, как резонанс и биение.

Цель и задачи статьи

В данной статье определяется соотношение моментов инерции и жесткостей, при которых в системе могут возникнуть биения.

Анализ опубликованной литературы

Вопросом возникновения биений в колебательных процессах занимались многие ученые [1,2,3,4] однако их исследования ограничивались изучением систем с двумя степенями свободы в связи со сложностью вычислений. Расчеты современных механизмов грузоподъемных машин требуют рассмотрения более сложных систем.

Основная часть

Определение динамических колебаний системы

Принципиальную схему механизма подъема крана заменим динамически эквивалентной схемой (рис.1),

обладающей таким же энергетическим запасом для режима подъем – опускание груза (включение грузовой лебедки). Приведение дискретных масс выполняем, исходя из равенства кинетических энергий приводимой и приведенной массы; приведение жесткостей – из условия равенства потенциальных энергий, приведение внешних моментов из условия равенства секундных работ [5].

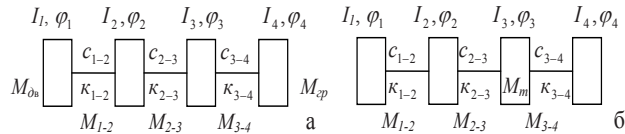


Рисунок 1. Динамически эквивалентная схема механизма подъема крана в режиме а – подъем; б – опускание

Здесь I_1 – момент инерции двигателя и муфты сцепления; I_2 – момент инерции коробки передач и коробки отбора мощности; I_3 – момент инерции остальных вращающихся частей привода приведенных к барабану грузовой лебедки; I_4 – момент инерции груза; c_{1-2} – крутильная жесткость пружин демпфера; c_{2-3} – жесткость карданного вала привода; c_{3-4} – крутильная жесткость каната (остальные валы считаем абсолютной жесткими); k_{1-2} – коэффициент неупругого сопротивления демпфера крутильных колебаний; k_{2-3} – коэффициент неупругого сопротивления карданного вала привода; k_{3-4} – коэффициент неупругого сопротивления каната; $M_{дв}$ – внешний момент двигателя; $M_{гр}$ – грузовой момент, $M_{т}$ – тормозной момент; M_{1-2} , M_{2-3} , M_{3-4} – моменты в упругих связях.

Запишем систему дифференциальных уравнений для эквивалентной схемы механизма подъема (рис. 1) в режиме подъем – опускание, используя метод, изложенный в [3], здесь за независимые обобщенные координаты приняты моменты в упругих связях.

$$\left. \begin{aligned} \ddot{M}_{12} + \kappa_{12} \left(\frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2} \right) \dot{M}_{12} + \beta_{12}^2 M_{12} - \frac{c_{12} \kappa_{23}}{c_{23} I_2} \dot{M}_{23} - \frac{c_{12}}{I_2} M_{23} &= \frac{c_{12}}{I_1} M_{дв}(t); \\ \ddot{M}_{23} + \kappa_{23} \left(\frac{1}{I_2} + \frac{1}{I_3} \right) \dot{M}_{23} + \beta_{23}^2 M_{23} - \frac{c_{23} \kappa_{12}}{c_{12} I_2} \dot{M}_{12} - \frac{c_{23}}{I_2} M_{12} - \frac{c_{23} \kappa_{34}}{c_{34} I_3} \dot{M}_{34} - \frac{c_{23}}{I_3} M_{34} &= 0; \\ \ddot{M}_{34} + \kappa_{34} \left(\frac{1}{I_3} + \frac{1}{I_4} \right) \dot{M}_{34} + \beta_{34}^2 M_{34} - \frac{c_{34} \kappa_{23}}{c_{23} I_3} \dot{M}_{23} - \frac{c_{34}}{I_3} M_{23} &= -\frac{c_{34}}{I_4} M_{тр}(t); \end{aligned} \right\} (1)$$

где

$$\beta_i^2 = c_i \left(\frac{1}{I_i} + \frac{1}{I_{i+1}} \right) - \text{частоты свободных колебаний парциальных двухмассовых систем без учета сил трения.}$$

Определив моменты инерции, жесткости упругих элементов, коэффициенты неупругого сопротивления и внешние моменты [5], вычислим при помощи системы уравнений (1) упругие моменты в системе для режима подъем – опускание груза. Длина каната при подъеме 15 метров при опускании 10 метров. Подъем осуществляем с земли. Систему уравнений решим, воспользовавшись методом Рунге Кутты.

Из рисунков (Рис.2,3) видно, что моменты в упругих звеньях M_{1-2} , M_{2-3} , M_{3-4} механической системы носят колебательный затухающий характер, причем ряд моментов имеют характер биений.

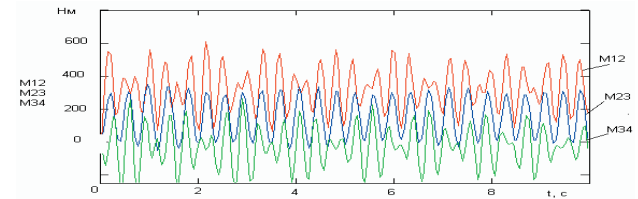


Рисунок 2. Изменение моментов M_{1-2} , M_{2-3} , M_{3-4} в режиме подъема груза

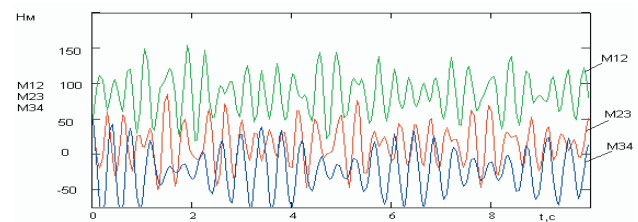


Рисунок 3. Изменение моментов M_{1-2} , M_{2-3} , M_{3-4} в режиме опускания груза

Свободные крутильные колебания системы

Представим, что система имеет n степеней свободы. Углы поворота дисков – обобщенные координаты: q_1, q_2, \dots, q_n .

Пусть $I_1, I_2, I_3, \dots, I_n$ – моменты инерции вращающихся масс относительно оси вала, $c_1, c_2, c_3, \dots, c_n$ – коэффициент жесткости участков вала.

Тогда $c_1(q_1 - q_2)$, $c_2(q_2 - q_3)$, и т.д. – представляют крутящие моменты для участков вала между дисками.

На первый диск при колебаниях действует момент $c_1(q_1 - q_2)$, на второй $c_1(q_1 - q_2) - c_2(q_2 - q_3)$ и т.д.

Заметим, что:

$$c_1 = \frac{GI_p}{l_1}; \quad c_2 = \frac{GI_p}{l_2}, \dots, \quad c_{n-1} = \frac{GI_p}{l_{n-1}},$$

где: l_1, l_2, \dots, l_{n-1} – длина участков вала, G – модуль сдвига, I_p – полярный момент инерции поперечного сечения вала.

Кинетическая энергия системы:

$$T = \frac{1}{2} (I_1 \dot{q}_1^2 + \dots + I_n \dot{q}_n^2), \quad (2)$$

потенциальная энергия

$$\Pi = \frac{1}{2} [c_1(q_2 - q_1)^2 + c_2(q_3 - q_2)^2 + \dots + c_{n-1}(q_n - q_{n-1})^2]. \quad (3)$$

Дифференциальные уравнения движения

$$\begin{cases} I_1 \ddot{q}_1 + c_1(q_1 - q_2) = 0, \\ I_2 \ddot{q}_2 - c_1(q_1 - q_2) + c_2(q_2 - q_3) = 0, \\ I_3 \ddot{q}_3 - c_2(q_2 - q_3) + c_3(q_3 - q_4) = 0, \\ \dots \\ I_{n-1} \ddot{q}_{n-1} - c_{n-2}(q_{n-2} - q_{n-1}) + c_{n-1}(q_{n-1} - q_n) = 0, \\ I_n \ddot{q}_n - c_{n-1}(q_{n-1} - q_n) = 0. \end{cases} \quad (4)$$

Чтобы найти собственные частоты колебаний, принимаем решения уравнений в виде:

$$q_1 = A_1 \sin kt, \quad q_2 = A_2 \sin kt, \quad q_3 = A_3 \sin kt, \dots,$$

$$q_n = A_n \sin kt.$$

Обозначим $\frac{A_j}{A_1} = \mu_j (j = 1, 2, \dots, n)$,

тогда $q_j = \mu_j A_1 \sin(kt + \beta)$.

Представляя эти значения углов в дифференциальные уравнения, исключив из них $\mu_j A_1$, получим уравнение n -й степени относительно k^2 , называемые частотным уравнением; n корней этого уравнения, дадут n частот, соответствующих n – главным формам колебаний системы.

Для случая системы с четырьмя массами ($n=4$) частотное уравнение будет иметь вид:

$$\begin{aligned} & k^6 - \left(\frac{I_1 + I_2}{I_1 I_2} c_1 + \frac{I_2 + I_3}{I_2 I_3} c_2 + \frac{I_3 + I_4}{I_3 I_4} c_3 \right) k^4 + \\ & + \left(\frac{I_1 + I_2 + I_3}{I_1 I_2 I_3} c_1 c_2 + \frac{I_1 + I_2}{I_1 I_2} \cdot \frac{I_3 + I_4}{I_3 I_4} c_1 c_3 + \frac{I_2 + I_3 + I_4}{I_2 I_3 I_4} c_2 c_3 \right) k^2 - \\ & - \frac{I_1 + I_2 + I_3 + I_4}{I_1 I_2 I_3 I_4} c_1 c_2 c_3 = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

где k – корни частотного уравнения

Введем обозначения:

$$A = \frac{I_1 + I_2}{I_1 I_2} c_1 + \frac{I_2 + I_3}{I_2 I_3} c_2 + \frac{I_3 + I_4}{I_3 I_4} c_3,$$

$$B = \frac{I_1 + I_2 + I_3}{I_1 I_2 I_3} c_1 c_2 + \frac{I_1 + I_2}{I_1 I_2} \cdot \frac{I_3 + I_4}{I_3 I_4} c_1 c_3 + \frac{I_2 + I_3 + I_4}{I_2 I_3 I_4} c_2 c_3,$$

$$C = \frac{I_1 + I_2 + I_3 + I_4}{I_1 I_2 I_3 I_4} c_1 c_2 c_3.$$

После математических преобразований представим уравнение (5) в следующем виде:

$$x^3 - Ax^2 + Bx - C = 0 \quad (6)$$

Бифения происходят в том случае, когда $x_2 - x_1 \ll x_1$, т.е. $x_1 \approx x_2$ [2].

Пусть уравнение (6) имеет два равных корня d и третий – e ,

тогда

$$\begin{aligned} (x - d)^2(x - e) &= x^3 - x^2(2d + e) + xd(d + 2e) - ed^2 = \\ &= x^3 - Ax^2 + Bx - C. \end{aligned} \quad (7)$$

Имеем:

$$\begin{cases} 2d + e = A, \\ d(d + 2e) = B, \\ ed^2 = C; \end{cases} \quad (8)$$

отсюда

$$3d^2 - 2Ad + B = 0 \quad (9)$$

$$d_{1,2} = \frac{2A \pm \sqrt{4A^2 - 12B}}{6}, \quad (10)$$

и $d_1 = d_2 = d = \frac{A}{3}$, если $A^2 = 3B$, $e = \frac{C}{d^2}$.

Присвоим значения

Таким образом, если комбинация моментов инерции и жесткостей такова, что выполняется условие

$$\begin{aligned} & \left(\frac{I_1 + I_2}{I_1 I_2} c_1 + \frac{I_2 + I_3}{I_2 I_3} c_2 + \frac{I_3 + I_4}{I_3 I_4} c_3 \right)^2 = \\ & = 3 \left(\frac{I_1 + I_2 + I_3}{I_1 I_2 I_3} c_1 c_2 + \frac{I_1 + I_2}{I_1 I_2} \cdot \frac{I_3 + I_4}{I_3 I_4} c_1 c_3 + \frac{I_2 + I_3 + I_4}{I_2 I_3 I_4} c_2 c_3 \right), \end{aligned}$$

то в системе выполняется условие возникновения явления бифения.

Выводы

Предложенный метод можно использовать в качестве проверочного в инженерных расчетах при проектировании или модернизации подобных систем.

Литература

1. Мендельштам Л.И. Лекции по теории колебаний. – М.: «Наука», 1972. – 418с.
2. Яблонский А.А., Норейко С.С. Курс теории колебаний. – М.: «Высшая школа», 1975. – 248с.
3. Федорова З.М., Лукин И.Ф., Нестеров А.П. Подъемники. – К.: «Вища Школа», 1976.- 296с.
4. Пановко Я.Г. Введение в теорию колебаний. – М.: «Наука», Гл. ред. физ.-мат. лит., 1991.-256с.
5. Нестеров А.П., Подоляк О.С., Чернышенко А.В. Динамические нагрузки в трансмиссии автомобильных кранов при переходных процессах// Збірник наукових праць УДАЗ. 2006.- №73.- С.127-135.