Первая составляющая суммарных затрат (9) определяется так:

$$\sum_{n=1}^{n} S_{Д}^{пл} = S_{Д}^{пл} \cdot N_{пл}\left(L\right) . \qquad (11)$$

Дифференцированно по составляющим значение $S_{Д}^{пл}$ определяется достаточно просто, исходя из того, что при проведении плановых технических воздействий количество операций, их трудоемкость и стоимость являются известными величинами.

3. Выводы

В результате проведенных исследований разработана маркетинговая методика определения диапазонов оптимальных как для клиентуры, так и для самих обслуживающих производств экономических показателей при их взаимосвязи с показателями качества обслуживания в зависимости от технологий реализации сервисных услуг i-го типа. Предложено возможное решение задачи определения оптимальной технологии реализации сервисных услуг i-го типа.

Литература

1. Эванс Дж. Р., Берман Б. Маркетинг. Сокр. пер. с англ. / Ред. Горячев А.А. - М.: Экономика, 1993. – 335 с.
2. Котлер Ф. Основы маркетинга / Пер. с англ. – М.: Прогресс, 1990. – 736 с.
3. Кузнецов Е.С. Управление технической эксплуатацией автомобилей. – 2-е изд. перераб. и доп. – М.: Транспорт, 1990. – 272 с.
4. Лукинский В.С., Зайцев Е.И. Прогнозирование надежности автомобилей. – Л.: Политехника, 1991. – 224 с.
5. Кокс Д., Смит В. Теория восстановления. – М.: Советское радио, 1967. – 352 с.

УДК 539.3

ЗАДАЧА ОПТИМИЗАЦИИ УПРУГОГО ОСНОВАНИЯ БАЛКИ

Рассматривается изгиб балки лежащей на упругом основании переменной по длине балки жесткости. В качестве целевой функции в задаче оптимизации выбирается закон изменения жесткости основания. Решены двойственные задачи при ограничениях на податливость балки и на суммарную жесткость основания. Получены условия оптимальности. Решены сингулярные задачи оптимизации. Приводятся числовые примеры

А.А. Дисковский
Кандидат технических наук, доцент*

Л.П. Кагадий
Кандидат физико-математических наук, профессор*

И.В. Пасечник
Кандидат технических наук, доцент*

*Кафедра высшей математики
Национальная металлургическая академия Украины
пр. Гагарина 4, г. Днепропетровск, Украина, 49600
Контактный тел.: 41-08-95

1. Введение

К расчетной схеме «балка на упругом основании» приводится ряд задач строительной механики, в частности, осесимметричная деформация кругового цилиндра, подкрепленная ребрами пластина, оболочка со шпангоутами. Если же, например, рассматривается оболочка вращения, то приходим к балке, лежащей на упругом основании переменной жесткости. Авторы пришли к такой задаче, изучая деформацию цилиндрической оболочки неравномерно [1] и нерегулярно [2] подкрепленной шпангоутами. В настоящей работе рассматривается задача оптимального распределения жесткости основания по длине балки. Такая задача имеет и самостоятельное практическое значение, например, при проектировании фундаментов и оснований. Отметим, что среди многочисленных публикаций по оптимальному проектированию балок подобной задачи найти не удалось.

2. Постановка задачи

Дифференциальное уравнение изгиба балки, лежащей на упругом винклеровском основании переменной жесткости $k^2(x)$ запишем в виде

$$W^{IV} + k^2(x)\,W = q(x)\ . \qquad (1)$$

здесь q(x) – распределенная внешняя нагрузка.

Граничные условия на краях балки $x = 0, l$ примем, не ограничивая общности, в виде шарнирного операния

$$W = W'' = 0 \qquad (2)$$

В качестве минимизируемого функционала, вначале, выберем податливость (энергию упругой деформации) балки, при этом в качестве управляющей функции выбираем k(x)

$$I = \int_0^l q\cdot W\,dx \to \min_k \qquad (3)$$

В рассматриваемой задаче в качестве ограничения естественно выбрать изопериметрическое условие постоянства суммарной жесткости основания

$$I_1 = \int_0^l k^2 dx = c\ . \qquad (4)$$

Таким образом, рассматривается задача выбора, такого закона распределения жесткости основания по длине балки k(x) который обеспечил бы наибольшую жесткость балки при заданной сумарной жесткости основания.

3. Условие оптимальности

Для получения условия оптимальности применим классический вариационный подход, описанный, например, в монографии [3]. Запишем выражения для первых вариаций интегралов (3), (4) и уравнение в вариациях, соответствующее дифференциальному уравнению равновесия (1)

$$\delta I = \int_0^l q\delta W\,dx; \qquad \delta I_1 = 2\int_0^l k\delta k\,dx\ ; \qquad (5)$$

$$\delta W^{IV} + k^2\delta W + 2kW\delta k = 0\ . \qquad (6)$$

Уравнение в вариациях (6) получается путем подстановки в (1) вместо W и k величин $W+\delta W$, $k+\delta k$ и выделении членов, линейных относительно δW и δk .

Выразим вариацию минимизируемого функционала через δk . Для этого введем сопряженную переменную $V(x)$, которую определим из условия, чтобы выражение для минимизируемого функционала не содержало вариации δW . Умножим уравнение (6) на $V(x)$ и проинтегрируем по длине балки

$$\int_0^l V\left(\delta W^{IV} + k^2\delta W + 2hW\delta k\right)dx = 0 \qquad (7)$$

Выполняя затем интегрирование первого слагаемого в интеграле (7) четыре раза по частям с учетом граничных условий (2), преобразуем интеграл к виду

$$\int_0^l \left(\left(V^{IV} + k^2V\right)\delta W + 2k\,W\cdot V\delta k\right)dx\ , \qquad (8)$$

при этом на сопряженную переменную накладываются граничные условия

$$V = V'' = 0 \ \text{ при } \ x = 0, l \qquad (9)$$

Присоединив к вариации минимизируемого функционала δI вариацию δI_1 с помощью множителя Лагранжа λ и выражения (8), получаем

$$\int_0^l \left(V^{IV} + k^2V + q\right)\delta W + 2k\left(W\cdot V + \lambda\right)\delta k\ \Big]dx \qquad (10)$$

Для того, чтобы вариация расширенного функционала (10) не зависела от δW, сопряженная переменная V должна удовлетворять уравнению

$$V^{IV} + k^2V = -q\ . \qquad (11)$$

Тогда необходимое условие оптимальности принимает вид

$$k\left(W\cdot V + \lambda\right) = 0\ . \qquad (12)$$

Сравнивая краевые задачи (1), (2) и (11), (9) получаем, что $V = -W$. С учетом этого условие оптимальности (12) будет таким

$$k\left(W^2 - \lambda\right) = 0\ . \qquad (13)$$

4. Решение сингулярной задачи оптимизации

Типичным свойством оптимальных проектов многих элементов конструкций является появление на них сингулярных точек [3]. В этих точках обращаются в ноль слагаемые содержащие старшие производные определяющих дифференциальных уравнений. Нетрудно видеть, что подобная ситуация возникает и в рассматриваемом случае. Задача (1), (2), (4), (13) не имеет решения. Поэтому решение $k(x)$ приходится разыскивать на классе кусочно-непрерывных функций, имеющих разрывы первого рода. Указанная выше задача будет иметь решение, если на интервалах $(0, x_1)$ и (x_2, l) $k = 0$, а на интервале (x_1, x_2) $W = \sqrt{\lambda}$ (см. рис.1).

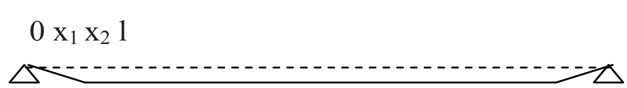

Рисунок 1. Форма прогиба балки при оптимальном распределении жесткости основания

Подставляя последнее выражение для прогиба W в уравнение (1) находим, что на интервале (x_1, x_2)

$$k^2 = \frac{q(x)}{\sqrt{\lambda}}. \qquad (14)$$

Координаты точек разрывов x_1, x_2 находим из условий непрерывности в этих точках функции прогиба W и ее производных W', W'', W''' – перерезывающая сила будет иметь разрыв:

$$W_i^- = W_i^+; \quad (W')_i^- = (W')_i^+; \quad (W'')_i^- = (W'')_i^+, \qquad (15)$$

здесь значками «–» и «+» отмечаются значения величин, вычисляемых, соответственно при $x = x_i - 0$ и $x = x_i + 0$, $i = 1,2$. В рассматриваемой задаче

$$W_1^+ = W_2^- = \sqrt{\lambda}; \ (W')_1^+ = (W')_2^- = 0; \ (W'')_2^+ = (W'')_2^- = 0 \qquad (16)$$

Выражения для W_1^- и W_2^+ найдем из решений соответственных краевых задач на интервалах $(0, x_1)$ и (x_2, l) для уравнения (1) при $k^2 \equiv 0$ и граничных условий (2), и условий сопряжения (15), (16). Эти десять условий позволяют найти восемь постоянных интегрирования, по четыре для каждого интервала, и выразить координаты точек разрыва x_1, x_2 через λ. Постоянная Лагранжа λ определяется из изопериметрического условия (4), которое при этом принимает вид

$$\int_{x_1}^{l-x_2} k^2 dx = c. \qquad (17)$$

5. Числовые примеры

Рассмотрим два частных случая нагружения балки. Первый - $q = \text{const}$. В этом случае из-за симметрии $x_1 = x_2$ и из краевой задачи для интервала $(0, x_1)$ имеем $x_1^4 = 24\sqrt{\lambda}/q$. Тогда, с учетом выражения (14), из условия (17) получаем уравнение для определения x_1

$$c\, x_1^4 + 48 x_1 - 24 l = 0. \qquad (18)$$

Решение уравнения (18) было получено в радикалах в пакете Maple. Например, для $c = 1$, $l = 100$ найдено, что $x_1 = 6{,}75$. Прогиб балки при этом на интервале (x_1, x_2) будет $W = 86{,}5\, q$. Сравним этот прогиб с прогибом балки, лежащей на упругом основании постоянной жесткости, распределенной по всей длине балки. В этом случае $k^2 = c/l = 10^{-2}$. Как известно, для срединной части балки на упругом основании в случае длинной балки прогиб можно определять из частного решения уравнения (1) $W = q/k^2 = 100q$. Таким образом, прогиб уменьшился на 13,5%. Для параболической же нагрузки $q = x(x - l)$ прогиб середины балки при указанных выше значений c и l, уменьшается на 96%.

6. Двойственная задача

Двойственной задачей к рассмотренной будет задача, определения закона распределения жесткости основания k(x), обеспечивающего минимальную суммарную жесткость основания

$$I = \int_0^l k^2 dx \to \min_k \qquad (18)$$

при заданной податливости балки

$$I_1 = \int_0^l q \cdot W dx = c. \qquad (19)$$

В этом случае вариация расширенного минимизируемого функционала (10) будет иметь вид:

$$\int_0^l [(V^{IV} + k^2 V + \lambda q)\delta W + 2k(W \cdot V + 1)\delta k\,]\, dx.$$

Отсюда получаем уравнение для сопряженной переменной

$$V^{IV} + k^2 V = -\lambda q \qquad (20)$$

и необходимое условие оптимальности

$$k(W \cdot V + 1) = 0. \qquad (21)$$

Как и ранее, сравнивая краевые задачи для W и для сопряженной переменной (20), (9), получаем, что $V = -\lambda W$. Тогда условие оптимальности (21) примет вид

$$k(\lambda W^2 - 1) = 0. \qquad (21)$$

Отметим, что, из-за сингулярности, решения двойственных задач оптимизации не будут отличаться, как это происходит для линейных функционалов, только масштабными множителями. Как и для двойственной задачи, в рассматриваемой задаче на интервалах $(0, x_1)$ и (x_2, l) $k = 0$, а на интервале (x_1, x_2) $W = \frac{1}{\sqrt{\lambda}}$ (рис.1). Подставляя последнее выражение для прогиба W в уравнение (1) находим, что на интервале (x_1, x_2)

$$k^2 = \sqrt{\lambda}\, q(x).$$

Координаты точек разрывов x_1, x_2 находим из краевых задач для интервалов $(0, x_1)$ и (x_2, l) с учетом условий сопряжения (16). Существенным отличием от двойственной задачи является то, что постоянная Лагранжа λ определяется из ограничения (19), которое при этом принимает вид

$$\int_0^{x_1} W_1 q\, dx + \int_{x_1}^{x_2} \frac{q}{\sqrt{\lambda}} dx + \int_{x_2}^{x_1} W_2 q\, dx = c.$$

7. Выводы

Таким образом, оптимизация упругого основания балки происходит двумя путями: выделением свободных от основания участков по краям балки и перераспределением жесткости основания по закону, совпадающему с изменением нагрузки. Для $q = const$ действует только первый механизм, поскольку $k = const$ уже является оптимальным. Для других видов нагрузки задействованы оба механизма, что приводит к значительно большему выигрышу. Интересно, что при таком основании, при любом виде нагрузки и любых граничных условий прогиб балки будет иметь одинаковый вид, представленный на рис. 1. Влияние нагрузки, граничных условий и соотношения жестокостей балки и основания выражается в законе изменения жесткости основания и в размерах граничных участков балки свободных от основания.

Литература

1. Andrianov I.V., Awrejcewicz I., Diskovsky A.A. Optimal design of ring-stiffened shells. Fakta Universitatis. Series: Mechanics, 2007, vol. 6, (1), 75-80.
2. Andrianov I.V., Awrejcewicz I., Diskovsky A.A. Homogenization of quasipeodic structures. Trans. ASME I. Vibr. Acounstics, 2006, vol. 128 (4), 532-534.
3. Bunichuk N.V. Introduction to Optimization of Structures. Springer-Verlag, New Yourk, 1990.

УДК 621.515.2-226.2

ДОСЛІДЖЕННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ ЗАСТОСУВАННЯ ДВОХРЯДНИХ ЛОПАТОК В ВЕНТИЛЯТОРІ ВЕНТИЛЯЦІЙНОЇ УСТАНОВКИ

Представлены результаты экспериментального исследования применения двухрядных лопаточных венцов для повышения напора вентиляторов вентиляционных установок эжекторного типа

Ю.М. Терещенко
Доктор технічних наук, професор*
Контактний ел.: 8-044-406-75-93

В.В. Панін
Доктор технічних наук, професор*
Контактний тел.: 8-044-406-70-96

С.Ю. Гуз
Науковий співробітник*
Контактний тел.: 8-044-406-70-58
*Кафедра авіаційних двигунів
Національний авіаційний університет
пр-т Космонавта Комарова, 1 корп.1, к.1.112. м. Київ, 03058

Вступ

Вентиляційні установки являють собою сукупність спеціального устаткування (вентиляторів, повітроводів, пилевідділячів, тощо) об'єднаного в системи для здійснення повітрообміну, створення доцільно організованих і спрямованих повітряних потоків у будинках, каналах, камерах або захисних кожухах енергетичних установок і апаратів. Вентиляційні установки призначені для використання з метою: