

17. Kanade, S. P. 2DOF H-infinity loop shaping robust control for rocket [Text] / S. P. Kanade, A. T. Mathew // Attitude Stabilization International Journal of Aerospace Sciences. – 2013. – Vol. 2. – P. 133–134.
18. Sushchenko, O. A. Modeluyvannya zovnishnih zburen u sistemach stabilizatsii ruchomih nazemnih obektiv [Tekst] / O. A. Sushchenko // Elektronika ta systemi upravlinnya. – 2008. – Vol. 2, Issue 16. – P. 57–63.
19. Doyle, J. C., State-space solutions to standard  $H_2$  and  $H_\infty$ -control problems [Text] / J. C. Doyle, K. Glover, P. P. Khargonekar, B. A. Francis // IEEE Transactions on Automatic Control. – 1989. – Vol. 34, Issue 8. – P. 831–847. doi: 10.1109/9.29425
20. Zames, G. Feedback and optimal sensitivity: model reference transformations, multiplicative seminorms and approximate inverses [Text] / G. Zames // IEEE Transactions on Automatic Control. – 1981. – Vol. 26, Issue 2. – P. 301–320. doi: 10.1109/tac.1981.1102603
21. Glover, K. Robust stabilization of normalized coprime factor plant descriptions with  $H_\infty$  bounded uncertainty [Text] / K. Glover, D. McFarlane // IEEE Transactions on Automatic Control AC. – 1989. – Vol. 34, Issue 8. – P. 821–830. doi: 10.1109/9.29424
22. Balas, G. Robust Control Toolbox User's Guide [Text] / G. Balas, R. Chiang, A. Packard, M. Safonov. – The Math Works Inc, 2005–2008. – 182 p.

*Шляхом математичного моделювання підтверджено, що у реальних системах ідеальне відпрацювання вхідного сигналу за умови повної компенсації динамічних властивостей об'єкта керування є неможливим. Сформульовано правила, за якими можна обернути структурну схему системи у першій канонічній формі керованості. Розроблено модифікований принцип симетрії структурних схем, що забезпечує формування досяжних бажаних динамічних характеристик замкненої системи при обмеженому значенні коефіцієнта підсилення*

*Ключові слова: зворотні задачі динаміки, модифікований принцип симетрії, симетрія структурних схем*

*Путем математического моделирования подтверждено, что в реальных системах невозможна идеальная отработка входного сигнала при условии полной компенсации динамических свойств объекта управления. Сформулированы правила, в соответствии с которыми можно выполнить обращение структурной схемы системы в первой канонической форме управляемости. Разработан модифицированный принцип симметрии структурных схем, который обеспечивает формирование достижимых желаемых динамических характеристик замкнутой системы при ограниченном значении коэффициента усиления*

*Ключевые слова: обратные задачи динамики, модифицированный принцип симметрии, симметрия структурных схем*

УДК 681.51:519.71  
DOI: 10.15587/1729-4061.2016.61146

# ВИКОРИСТАННЯ МОДИФІКОВАНОГО ПРИНЦИПУ СИМЕТРІЇ СТРУКТУРНИХ СХЕМ ДЛЯ СИНТЕЗУ СИСТЕМ АВТОМАТИЧНОГО КЕРУВАННЯ

**О. І. Шеремет**

Кандидат технічних наук, доцент  
Кафедра електротехніки та електромеханіки\*  
E-mail: sheremet-a@mail.ru

**О. В. Садовой**

Доктор технічних наук, професор,  
проректор з наукової роботи\*  
E-mail: alsadovoy@mail.ru

\*Дніпродзержинський державний  
технічний університет  
вул. Дніпробудівська, 2,  
м. Дніпродзержинськ, Україна, 51918

## 1. Вступ

Зворотні задачі динаміки від самого початку свого визначення становили один із розділів аналітичної механіки. В результаті розв'язання зворотних задач динаміки визначаються сили, під дією яких система рухається за заданою траєкторією. Якщо вважати

рушійні сили керуючими, то в математичному сенсі розв'язання зворотних задач динаміки являє собою синтез алгоритму керування, що забезпечує потрібні динамічні показники системи [1–3].

Основною ідеєю, що лежить в основі перетворення структурних схем, є симетрія, як один із засадничих принципів методології наукового пізнання. Принцип

симетрії властивий матерії у всіх її проявах та використовується для виконання досліджень у різноманітних областях знань.

Розв'язання зворотних задач динаміки з використанням принципу симетрії структурних схем може бути основою для виконання синтезу систем автоматичного керування технічними об'єктами.

Проблема синтезу систем автоматичного керування з необхідними динамічними властивостями пов'язана з концепцією зворотних задач динаміки, у результаті розв'язання котрих за заданим законом руху системи визначаються керуючі впливи, під дією яких цей рух здійснюється. У найбільш широкому розумінні зміст зворотних задач динаміки включає визначення законів керування рухом динамічних систем за умови відтворення бажаних траєкторій.

## 2. Аналіз літературних даних та постановка проблеми

Визначення законів керування рухом динамічних систем складає зміст структурно-алгоритмічного синтезу. З іншої сторони, визначення параметрів динамічної системи є задачею параметричного синтезу, коли структура системи керування припускається відомою апіорі. Обидві ці задачі складають основу теорії автоматичного керування.

За останні десятиріччя зворотні задачі динаміки у теорії автоматичного керування набули широкого розуміння та тлумачення. Фундаментальним дослідженням можливостей використання зворотних задач динаміки для синтезу алгоритмів керування лінійними та нелінійними, одновимірними та багатовимірними системами присвячено роботи [1, 2]. Синтезовані таким чином алгоритми надають системам адаптивних властивостей та високої динамічної точності [3].

Концепція зворотних задач динаміки застосовується при вирішенні проблем керування рухом космічних апаратів [4, 5], оскільки синтезовані таким чином системи мають слабку чутливість до параметричних та координатних збурень та можуть застосовуватись у жорстких льотних умовах [5].

Задачі керування сучасними роботами, що відтворюють складні траєкторії руху робочих органів у просторі, також вирішуються за допомогою зворотного керування динамікою [6, 7]. При наявності великої кількості невизначених параметрів обернена динамічна модель робота складається за допомогою нечіткої логіки [8].

Зворотні задачі динаміки дозволяють реалізувати бажані траєкторії руху системи при змінних параметрах об'єкта керування у широких межах, тому вони застосовуються для синтезу субоптимальних та оптимальних алгоритмів керування динамічними системами [9–11].

Таким чином, сутність зворотних задач динаміки полягає у побудованні замкнених систем автоматичного керування, котрі здійснюють рух за бажаними траєкторіями за допомогою законів керування зі зворотними зв'язками за змінними стану керованих об'єктів. Проте, у більшості зазначених вище робіт об'єкт керування розглядається у ідеалізованому контексті [3], тобто вважається, що окремі його динамічні

властивості можуть бути повністю компенсовані за допомогою регуляторів [1, 2, 4, 5].

Алгоритми керування, що створюються за допомогою концепції зворотних задач динаміки, будуються за принципом симетрії структури та обернення операцій по відношенню до структури і операцій, що відповідають математичній моделі керованої системи [3]. При цьому принцип симетрії структурних схем допускає модифікації, котрі сприяють його застосуванню для синтезу систем керування технічними об'єктами. Наприклад, модифікований принцип симетрії структурних схем застосовують при виконанні аналітичного конструювання регуляторів [12], а також для релейних систем оптимального керування електроприводами [13, 14].

У роботах [14, 15] запропоновано один з можливих варіантів модифікації принципу симетрії структурних схем, проте не наведено універсальної та наочної методики для виконання зворотних перетворень структурних схем систем автоматичного керування. Питання впливу передатних функцій модифікуючих ланок на динамічні та статичні характеристики систем автоматичного керування також досліджені недостатньо глибоко.

## 3. Мета і завдання дослідження

Метою роботи є розширення можливостей щодо використання модифікованого принципу симетрії структурних схем для синтезу систем автоматичного керування, а також дослідження впливу модифікуючих ланок на динамічні та статичні характеристики систем автоматичного керування технічними об'єктами.

Для досягнення поставленої мети в роботі поставлені такі завдання:

- розробити методику, що дозволяє виконувати зворотні перетворення структурних схем систем автоматичного керування, представлених у канонічній формі керованості;
- перевірити вірність запропонованої методики шляхом виконання математичного моделювання;
- запропонувати реалізацію ланки модифікації зворотного перетворення, яка здатна забезпечити формування досяжних динамічних характеристик замкненої системи при обмеженому значенні коефіцієнта підсилення, та дослідити її вплив на динамічні та статичні характеристики системи автоматичного керування.

## 4. Розв'язання зворотних задач динаміки у системах автоматичного керування

Розглянемо синтез системи керування як розв'язання зворотної задачі динаміки для  $n$ -вимірного об'єкта, що описується наступними диференціальним рівняннями:

$$\frac{d^n x(t)}{dt^n} + \sum_{i=0}^{n-1} a_i \frac{d^i x(t)}{dt^i} = bu(t), \quad (1)$$

де  $x(t)$  – функція часу, що характеризує змінення вихідної координати;  $u(t)$  – залежність керуючої дії від часу;  $a_i$ ,  $b$  – постійні коефіцієнти.

Рівняння (1) у зображеннях Лапласа будуть мати наступний вигляд:

$$p^n x(p) + \sum_{i=0}^{n-1} a_i p^i x(p) = bu(p), \tag{2}$$

де  $x(p)$  – зображення Лапласа для вихідної координати;  $u(p)$  – зображення Лапласа для керуючої дії.

При розв'язанні зворотної задачі динаміки потрібно знайти керуючу дію, що забезпечує рух вихідної координати  $x(p)$  за потрібною траєкторією  $x^*(p)$ . Тоді шукана керуюча дія  $u^*(p)$  може бути визначена виходячи з формули (2) наступним чином:

$$u^*(p) = \frac{1}{b} \left( p^n x^*(p) + \sum_{i=0}^{n-1} a_i p^i x^*(p) \right). \tag{3}$$

Формула (3) лежить в основі перетворення структурних схем систем автоматичного керування за допомогою розв'язання зворотних задач динаміки. Математичні операції, що виконуються для одержання керуючої функції, є зворотними відносно відповідних операцій, призначених для математичного описання об'єкта керування.

На рис. 1 наведено структурні схеми n-вимірного об'єкта керування (2) з одержаним шляхом розв'язання зворотної задачі динаміки алгоритмом керування.

Алгоритм керування уособлює в собі структурну схему, зворотну відносно структурної схеми об'єкта керування. Ці структурні схеми є симетричними: структура алгоритму керування являє собою дзеркальне відображення об'єкта керування. Можна сформулювати наступні правила перетворення відповідних математичних операцій [1]:

- інтегруванню у вихідній структурній схемі відповідає диференціювання у оберненій;
- коефіцієнту підсилення вихідної структурної схеми  $b$  відповідає  $1/b$  оберненої;
- від'ємні зворотні зв'язки вихідної структурної схеми замінюються на додатні канали паралельної передачі інформації у оберненій структурній схемі, а відповідні коефіцієнти цих зв'язків –  $a_0, a_1, \dots, a_{n-2}, a_{n-1}$  – залишаються без змін.

Спираючись на роботи [1–3], можна запропонувати більш зручний спосіб зворотного перетворення структурних схем за допомогою принципів, що застосовуються для розв'язання зворотних задач динаміки.

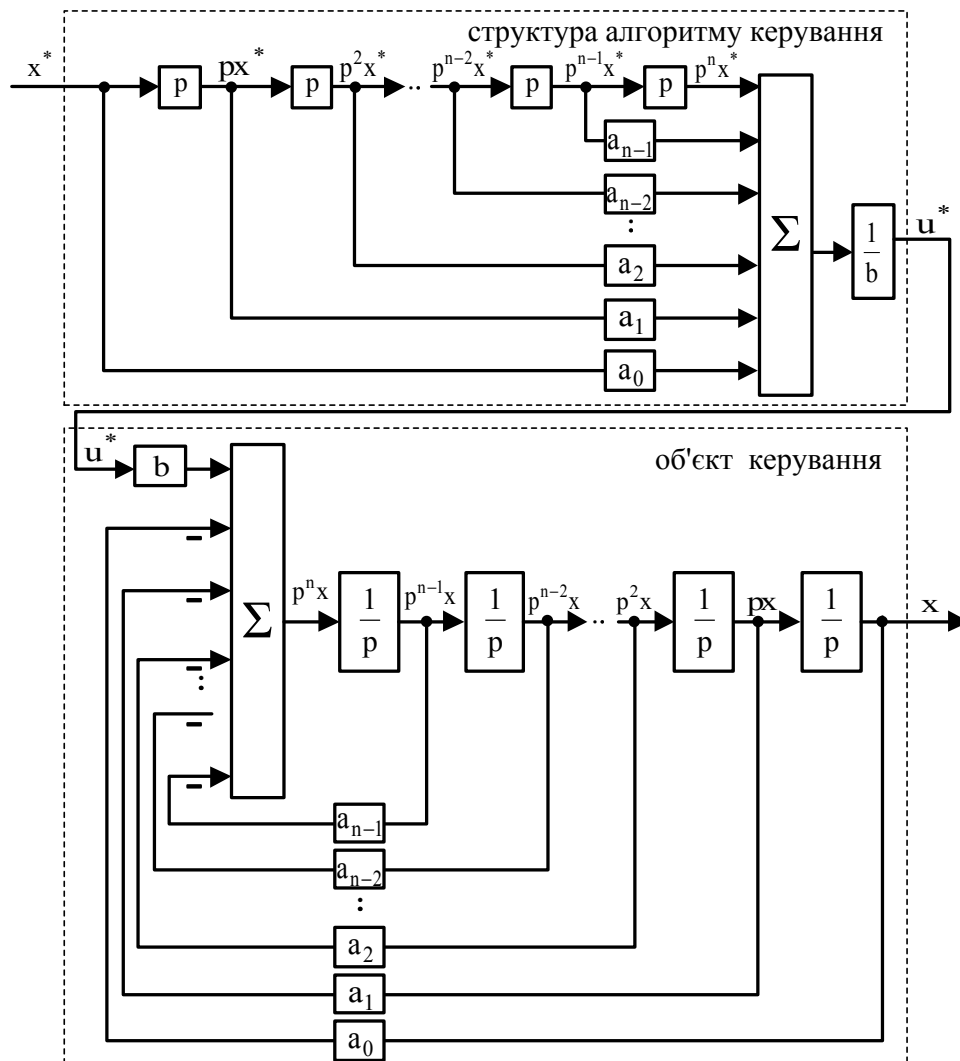


Рис. 1. Структурна схема об'єкта керування та алгоритму керування, що був одержаний шляхом розв'язання зворотної задачі динаміки

Для спрощення розв'язання зворотної задачі динаміки відносно об'єкта керування слід представити його у одній з канонічних форм. Якнайкраще для цього підходить перша канонічна форма (канонічна форма керованості Фробеніуса). Передатну функцію об'єкта керування  $W_{об}(p)$  слід привести до наступного уніфікованого вигляду:

$$W_{об}(p) = \frac{y(p)}{u(p)} = \frac{\beta_m p^m + \beta_{m-1} p^{m-1} + \dots + \beta_1 p + \beta_0}{p^n + \alpha_{n-1} p^{n-1} + \dots + \alpha_1 p + \alpha_0}, \quad (4)$$

де  $m, n$  – порядок чисельника та знаменника передатної функції об'єкта керування відповідно;  $\beta_m, \beta_{m-1}, \dots, \beta_1, \beta_0$  – коефіцієнти чисельника передатної функції об'єкта керування;  $\alpha_{n-1}, \alpha_{n-2}, \dots, \alpha_1, \alpha_0$  – коефіцієнти знаменника передатної функції об'єкта керування;  $y(p)$  – зображення Лапласа для вихідної координати об'єкта керування;  $u(p)$  – зображення Лапласа для керуючої дії.

Структурна схема, що відповідає представленню об'єкта керування в канонічній формі керованості Фробеніуса, наведена на рис. 2. Координати  $x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, x_n$  – це змінні стану об'єкта керування.

Сформулюємо правила, за якими можна обернути структурну схему у першій канонічній формі керованості. У структурній схемі, зображеній на рис. 2, виконуються наступні модифікації:

- інтегратори замінюються на диференціюючі ланки;
- у прямому каналі передачі інформації напрям передачі сигналу змінюється на протилежний;
- напрям передачі інформації у зворотних зв'язках залишається без зміни, а знак зворотного зв'язку змінюється на протилежний;

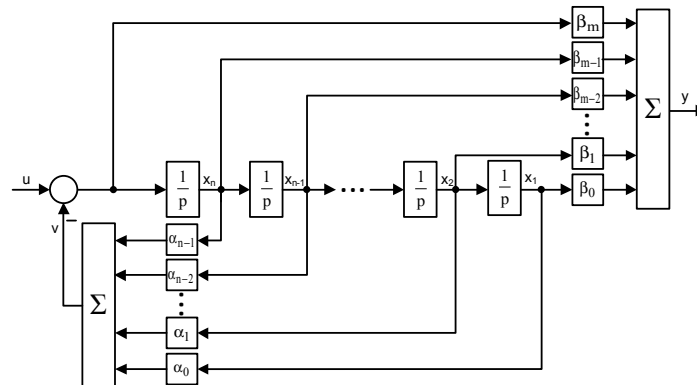


Рис. 2. Структурна схема об'єкта керування в канонічній формі керованості Фробеніуса

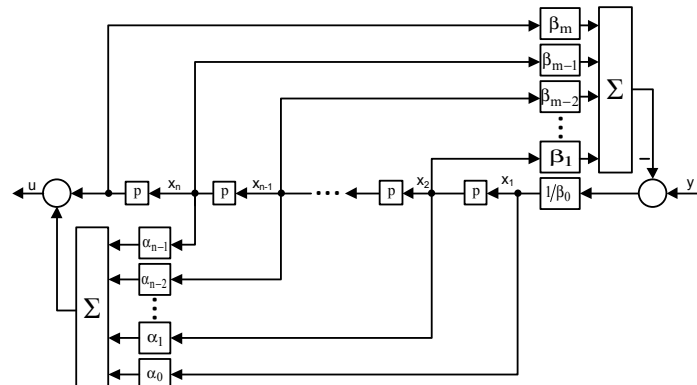


Рис. 3. Структурна схема оберненої моделі об'єкта керування

– напрям передачі інформації у паралельних гілках залишається без зміни, при цьому сигнали  $\beta_1 x_2, \beta_2 x_1, \dots, \beta_{m-2} x_{n-1}, \beta_{m-1} x_n, \beta_m (u-v)$  від'єднуються від прямої гілки та складаються за допомогою окремого суматора, утворюючи від'ємний зворотний зв'язок у оберненій структурній схемі;

– коефіцієнт, що відноситься до прямого каналу передачі інформації ( $\beta_0$ ) замінюється оберненим значенням, а коефіцієнти зворотних зв'язків ( $\alpha_{n-1}, \alpha_{n-2}, \dots, \alpha_1, \alpha_0$ ) залишаються незмінними;

– коефіцієнти, що відносяться до паралельних каналів передачі інформації ( $\beta_m, \beta_{m-1}, \dots, \beta_1$ ), залишаються без змінень.

Після виконання зазначених перетворень структурна схема оберненої моделі об'єкта керування буде мати такий загальний вигляд, як на рис. 3.

Перетворення від вихідного вигляду структурної схеми, показано на рис. 2 до зворотного, наведеного на рис. 3, може виконуватись безпосередньо за структурою об'єкта керування, приведеною до першої канонічної форми керованості.

Наприклад, після перетворень об'єкт керування був приведений до наступної передатної функції:

$$W_{об}(p) = \frac{y(p)}{u(p)} = \frac{15p + 500}{p^3 + 5p^2 + 35p + 100}.$$

Наведений об'єкт має третій порядок ( $n=3, m=1$ ), йому відповідає наступний набір коефіцієнтів:  $\alpha_2=5, \alpha_1=35, \alpha_0=100, \beta_1=15, \beta_0=500$ . Об'єкт та його обернену модель у структурних блоках MATLAB Simulink представлено на рис. 4 ( $s$  – оператор Лапласа в програмному середовищі MATLAB).

Для перевірки вірності зазначеного вище способу обернення структурних схем на вхід моделі, наведеної на рис. 4, подається синусоїдальний сигнал з частотою 50 Гц та амплітудою 1 В (з блоку Signal Generator). Результат співставлення вхідного сигналу об'єкта та обробленого за допомогою оберненої моделі вихідного сигналу, знятий з блоку Scope 2, показано на рис. 5.

Виходячи з рис. 5, можна зазначити, що похибка, з якою обернена модель відтворює сигнал, суттєво зале-

жить від обраного чисельного методу та максимального адаптивного кроку, з яким виконується розв'язання задачі (у наведеному прикладі використовується чисельний метод Дормана-Принса з максимальним адаптивним кроком  $\Delta_{\max} = 10^{-4}$ ). Таким чином, отримані результати моделювання підтверджують неможливість ідеального відпрацювання вхідного сигналу за умови повної компенсації динамічних властивостей об'єкта керування.

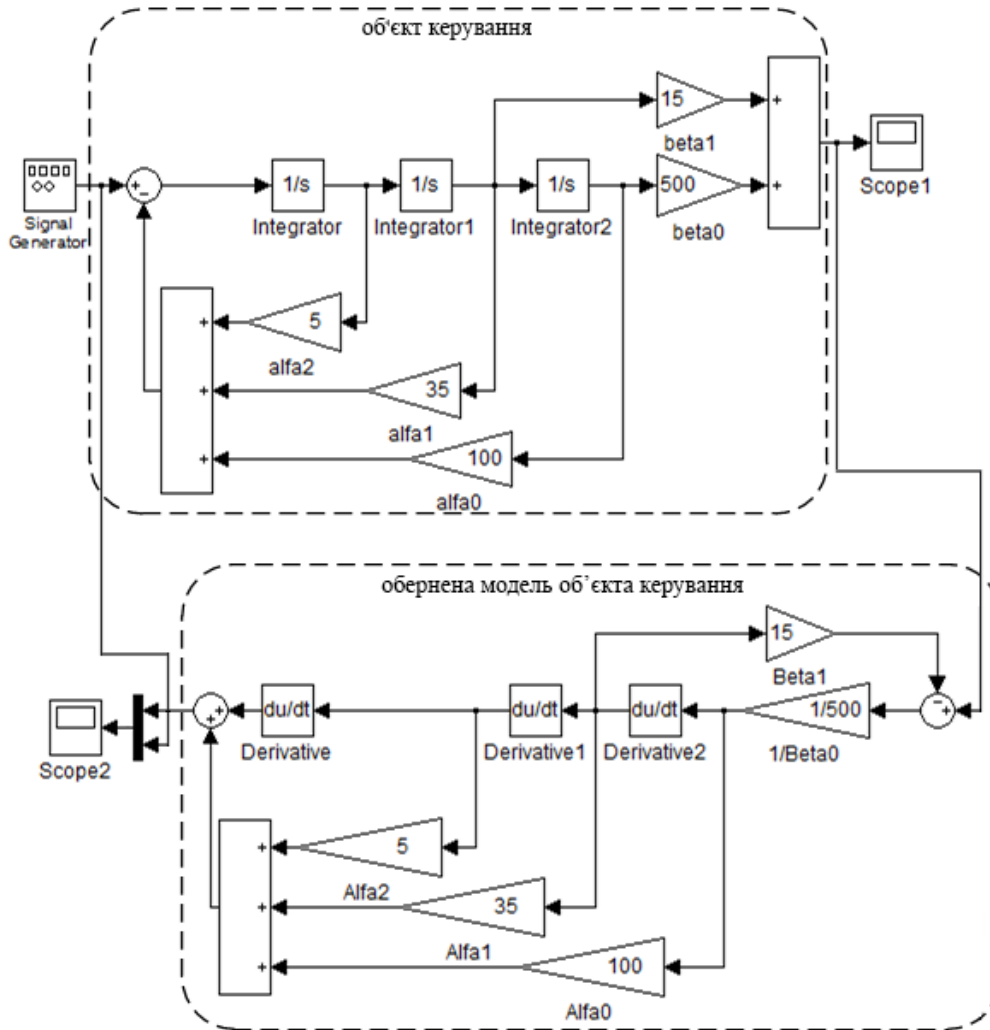


Рис. 4. Об'єкт керування та його обернена модель у структурних блоках MATLAB Simulink

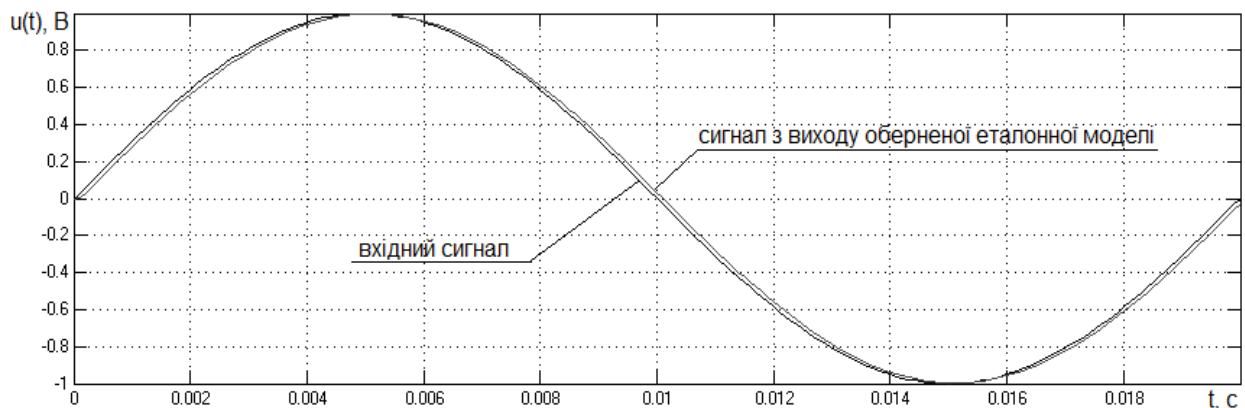


Рис. 5. Порівняння вхідного сигналу та сигналу з виходу оберненої моделі об'єкта керування

**5. Модифікований принцип симетрії структурних схем**

Розглянемо можливості практичного застосування принципу симетрії структурних схем для розв'язання задач синтезу автоматизованих електромеханічних систем. У найпростішому випадку система, у якій застосовується принцип симетрії структурних схем, складається із об'єкта керування з передатною функцією  $W_{об}(p)$  та його оберненої (дзеркальної) моделі  $W_{дз}(p)$  (рис. 6).

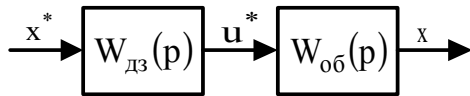


Рис. 6. Розімкнена система з оберненою моделлю об'єкта керування

Є очевидним той факт, що передатна функція оберненої моделі  $W_{дз}(p)$  буде зворотною відносно передатної функції об'єкта керування  $W_{об}(p)$

$$W_{дз}(p) = \frac{1}{W_{об}(p)}, \tag{5}$$

тобто при такому підході динаміка об'єкта керування повністю компенсується оберненою моделлю і передатна функція всієї системи  $W(p)$  буде дорівнювати одиниці

$$W(p) = W_{об}(p)W_{дз}(p) = 1. \tag{6}$$

При виконанні умови (6) теоретично ідеально відтворюється задана траєкторія руху, тобто  $x = x^*$ . Це означає, що нулі та полюси передатних функцій  $W_{об}(p)$  та  $W_{дз}(p)$  повинні скорочуватись. Практично, при скороченні нулів та полюсів передатних функцій завжди буде присутньою похибка, пов'язана з неточністю обчислення або вимірювання параметрів об'єкта керування чи взагалі ці параметри можуть змінюватись під час технологічного процесу. Крім того, на реальний об'єкт можуть діяти збурення, вплив котрих у структурній схемі, показаній на рис. 6, жодним чином не враховуються.

Таким чином, умова (6) має лише теоретичний сенс, бо вона дозволяє точно відтворити потрібну траєкторію руху лише для стаціонарних об'єктів з незмінними параметрами при відсутності зовнішніх збурень.

Замкнемо від'ємним одиничним зворотним зв'язком структурну схему системи, що включає до свого складу об'єкт керування та його обернену модель (рис. 7). На виході суматора такої системи буде утворюватись сигнал  $\Delta x$ , що є різницею між еталонним значенням вихідної координати  $x^*$  та наявним значенням  $x$

$$\Delta x = x^* - x. \tag{7}$$

Визначимо передатну функцію замкненої системи з оберненою моделлю об'єкта керування, вважаючи, що виконується умова  $W_{об}(p)W_{дз}(p) = 1$

$$W(p) = \frac{W_{об}(p)W_{дз}(p)}{1 + W_{об}(p)W_{дз}(p)} = \frac{1}{2}. \tag{8}$$

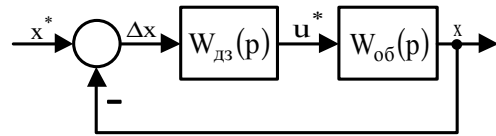


Рис. 7. Замкнена система з оберненою моделлю об'єкта керування

Отже, коефіцієнт передачі системи після замикання одиничним зворотним зв'язком зменшується вдвічі. Якщо ж система матиме коефіцієнт передачі від'ємного зворотного зв'язку  $k_{зв.з}$ , то

$$W(p) = \frac{1}{1 + k_{зв.з}}. \tag{9}$$

Практично, ні передатна функція (8), ні (9) не забезпечить компенсації динамічних властивостей об'єкта керування та точного відтворення завдання  $x^*$ . Система, побудована за структурною схемою, показаною на рис. 7, буде мати неусувну статичну похибку.

Можна модифікувати принцип симетрії [13], ввівши до прямого каналу передачі інформації окрім  $W_{дз}(p)$ , блок модифікації зворотного перетворення з передатною функцією  $W_{мод}(p)$  (рис. 8).

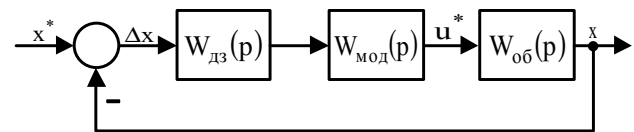


Рис. 8. Замкнена система з оберненою моделлю об'єкта керування та блоком модифікації зворотного перетворення

У найпростішому випадку блок модифікації зворотного перетворення буде підсилювальною ланкою з коефіцієнтом передачі  $k$ . Тоді, при виконанні умови  $W_{об}(p)W_{дз}(p) = 1$ , передатна функція системи матиме наступний вигляд:

$$W(p) = \frac{W_{об}(p)W_{дз}(p)W_{мод}(p)}{1 + W_{об}(p)W_{дз}(p)W_{мод}(p)} = \frac{W_{мод}(p)}{1 + W_{мод}(p)} = \frac{k}{1 + k}. \tag{10}$$

Виходячи з рівняння (10), можна зробити висновок, що використання  $W_{мод}(p) = k$  дозволяє створити безінерційну систему, а збільшення коефіцієнта передачі блоку модифікації зворотного перетворення буде наближувати значення передатної функції всієї системи до одиниці. Теоретично, коли  $k \rightarrow \infty$ , то  $W(p) = 1$  і динаміка об'єкта керування буде повністю скомпенсованою. Якщо від'ємний зворотний зв'язок не буде одиничним ( $k_{зв.з} \neq 1$ ), то при  $k \rightarrow \infty$  передатна функція системи становитиме  $W(p) = 1/k_{зв.з}$ , тобто на виході об'єкта керування буде сигнал  $x$ , послаблений у  $1/k_{зв.з}$  разів порівняно з еталонним значенням вихідної координати  $x^*$ .

У реальних системах ідеальне відпрацювання вхідного сигналу без урахування динаміки об'єкта керування є неможливим, оскільки, з одного боку, це потребує джерел енергії нескінченної потужності (осо-

бливо якщо мова йде про відпрацювання ступінчастих впливів), а з іншого – збільшення сигналу керування у реальних системах завжди обмежується деяким максимально допустимим значенням, що унеможлиблює технічну реалізацію ланки  $W_{\text{мод}}(p) = k$  при  $k \rightarrow \infty$ . Крім того, навіть при збільшенні коефіцієнта  $k$  до деякого максимально допустимого значення  $k_{\text{макс}}$ , одержана система буде мати неусувну статичну похибку.

Структурно модифікація зворотного перетворення об'єкта керування повинна вносити у систему таку ланку  $W_{\text{мод}}(p)$ , яка здатна забезпечити формування досяжних динамічних характеристик у замкненому стані при обмеженому значенні коефіцієнта підсилення, а також надає можливість усунення статичної похибки. Введемо до структурної схеми, представленій на рис. 8, інтегруючу ланку з передатною функцією  $W_{\text{мод}}(p) = k/p$ . Тоді, при виконанні умови  $W_{\text{об}}(p)W_{\text{дз}}(p) = 1$ , одержимо наступну передатну функцію системи:

$$W(p) = \frac{W_{\text{об}}(p)W_{\text{дз}}(p)W_{\text{мод}}(p)}{1 + W_{\text{об}}(p)W_{\text{дз}}(p)W_{\text{мод}}(p)} = \frac{k}{1 + \frac{k}{p}} = \frac{1}{\frac{1}{k}p + 1} \quad (11)$$

Таким чином, виходячи з формули (11), система з ланкою модифікації зворотного перетворення  $W_{\text{мод}}(p) = k/p$  еквівалентна до аперіодичної ланки першого порядку зі сталою часу  $\frac{1}{k}$ . Це забезпечує реально досяжну динаміку у замкненій системі, що складається із об'єкта, дзеркальної моделі та блока модифікації зворотного перетворення. Крім того, введення інтегруючої ланки до прямої гілки робить систему астатичною з першим порядком астатизму, тобто ступінчастий сигнал завдання буде відпрацьовуватись нею без статичної похибки.

Якщо замкнена система має неединичний зворотний зв'язок з коефіцієнтом  $k_{\text{зв.з}}$ , то після введення  $W_{\text{мод}}(p) = k/p$ , передатна функція (11) буде наступною:

$$W(p) = \frac{W_{\text{об}}(p)W_{\text{дз}}(p)W_{\text{мод}}(p)}{1 + k_{\text{зв.з}}W_{\text{об}}(p)W_{\text{дз}}(p)W_{\text{мод}}(p)} = \frac{W_{\text{мод}}(p)}{1 + k_{\text{зв.з}}W_{\text{мод}}(p)} = \frac{1/k_{\text{зв.з}}}{\frac{1}{kk_{\text{зв.з}}}p + 1} \quad (12)$$

тобто система також буде описуватись аперіодичною ланкою першого порядку, але її стала часу становитиме  $\frac{1}{kk_{\text{зв.з}}}$ , а коефіцієнт підсилення –  $1/k_{\text{зв.з}}$ .

Виходячи з викладеного вище, можна зробити висновки, що застосування принципу симетрії структурних схем, що витікає з розв'язання зворотних задач динаміки, у реальних автоматизованих електромеханічних системах можливе при модифікації зворотного перетворення за рахунок введення інтегруючої ланки до прямого каналу передачі інформації.

Окремо слід розглянути ситуацію, коли порядок аперіодичної нейтральності об'єкта керування  $v_a$  відрізняється від нуля. З практичної точки зору при цьо-

му немає сенсу компенсувати вільні оператори Лапласа у знаменнику передатної функції об'єкта керування, котру можна представити наступним чином:

$$W_{\text{об}}(p) = \frac{W'_{\text{об}}(p)}{p^{v_a}} \quad (13)$$

де  $W'_{\text{об}}(p)$  – частина передатної функції об'єкта керування, що не має у своєму складі вільних операторів Лапласа у знаменнику;  $v_a$  – порядок аперіодичної нейтральності об'єкта керування (кількість вільних операторів Лапласа у знаменнику передатної функції).

Структурна схема системи з об'єктом, котрий має  $v_a > 0$ , наведена на рис. 9.

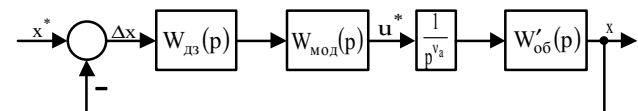


Рис. 9. Замкнена система з оберненою моделлю об'єкта керування, що має  $v_a > 0$ , та блоком модифікації зворотного перетворення

Передатна функція оберненої моделі для такої системи буде визначатись частиною передатної функції об'єкта керування, що не має у своєму складі вільних операторів Лапласа у знаменнику

$$W_{\text{дз}}(p) = \frac{1}{W'_{\text{об}}(p)} \quad (14)$$

Визначимо передатну функцію системи, показаної на рис. 9, використовуючи умову (14) при  $W_{\text{мод}}(p) = k/p$

$$W(p) = \frac{W'_{\text{об}}(p)W_{\text{дз}}(p)W_{\text{мод}}(p)}{1 + W'_{\text{об}}(p)W_{\text{дз}}(p)W_{\text{мод}}(p)} = \frac{1}{1 + \frac{k}{p} \cdot \frac{1}{p^{v_a}}} = \frac{1}{1 + \frac{k}{p^{v_a+1}}} \quad (15)$$

Характеристичний поліном

$$\frac{1}{k}p^{v_a+1} + 1 = 0$$

має  $v_a + 1$  коренів  $\sqrt[v_a+1]{-k}$ , що говорить про нестійкість системи, показаної на рис. 9. Таким чином, коли об'єкт керування має  $v_a > 0$ , то обернення його частини  $W'_{\text{об}}(p)$ , що не включає до свого складу  $1/p^{v_a}$ , призводить до втрати стійкості. Для забезпечення стійкості у автоматизованих електромеханічних системах з передатними функціями (15) необхідно використовувати відповідні регулятори.

### 6. Обговорення результатів дослідження модифікованого принципу симетрії структурних схем

Перевагою запропонованих правил обернення структурних схем систем автоматичного керування у

першій канонічній формі керованості є їх наочність та можливість безпосереднього застосування до структурної схеми або математичної моделі об'єкта керування, представленого у структурних блоках MATLAB Simulink.

Дослідження щодо пошуку динамічної ланки для модифікації зворотного перетворення показали, що інтегруюча ланка дозволяє забезпечити реальну динаміку замкненої системи та підвищує порядок астатизму. Проте, у випадках, коли об'єкт має порядок аперіодичної нейтральності  $v_a > 0$ , недоцільно компенсувати його складову  $1/p^{v_a}$ , а модифікація зворотного перетворення призводить до нестійкої динаміки системи. Таким чином, подальші дослідження щодо потрібних динамічних властивостей модифікуючої ланки, можна вважати перспективними.

Можна запропонувати наступні рекомендації щодо застосування наведених досліджень:

1. Об'єкт керування слід привести до однієї передатної функції або, якщо це можливо, структурно представити у вигляді однієї зі стандартних форм (як найкраще для цього підходить перша канонічна форма керованості).

2. Потрібно виконати зворотне перетворення об'єкту керування. Результатом перетворення може бути передатна функція або структурна схема оберненої (дзеркальної) моделі. Якщо об'єкт має у своєму складі інтегратори, то виконувати їх компенсацію недоцільно, оскільки їх наявність підвищує порядок астатизму системи.

3. Для практичної реалізації принципу симетрії структурних схем до прямої гілки замкненої системи слід ввести блок модифікації зворотного перетворення, який являє собою інтегруючу ланку. При цьому замкнена система, що складається із об'єкта керування, дзеркальної моделі та блока модифікації буде мати певну реальну та передбачувану динаміку.

4. Модифікований принцип симетрії структурних схем не може розглядатись як самодостатній метод синтезу автоматизованих електромеханічних систем та для забезпечення потрібних показників якості керування потребує використання відповідних регуляторів.

Модифікований принцип симетрії структурних схем найкраще підходить для приведення динаміки об'єкта керування до деякого зручного з позицій синтезу вигляду, готуючи ґрунт для визначення передатної функції регулятора.

У подальших дослідженнях модифікований принцип симетрії структурних схем буде використовуватись для виконання синтезу систем автоматичного керування на базі дискретного часового еквалайзера [16].

## 7. Висновки

1. Розроблено та перевірено шляхом виконання математичного моделювання методу для виконання зворотних перетворень структурних схем систем автоматичного керування, представлених у канонічній формі керованості.

2. Встановлено, що похибка, з якою обернена модель відтворює сигнал, суттєво залежить від обраного чисельного методу та максимального адаптивного кроку, з яким виконується розв'язання задачі. Це підтверджує неможливість ідеального відпрацювання вхідного сигналу за умови повної компенсації динамічних властивостей об'єкта керування.

3. У замкнених системах має практичне значення використання лише модифікованого принципу симетрії. В якості блока для модифікації зворотного перетворення виступає інтегруюча ланка, котра забезпечує формування досяжних динамічних характеристик замкненої системи при обмеженому значенні коефіцієнта підсилення, а також підвищує порядок астатизму.

## Література

1. Крутько, П. Д. Обратные задачи динамики управляемых систем. Линейные модели [Текст] / П. Д. Крутько. – М.: Наука, 1987. – 304 с.
2. Крутько, П. Д. Обратные задачи динамики управляемых систем. Нелинейные модели [Текст] / П. Д. Крутько. – М.: Наука, 1988. – 326 с.
3. Крутько, П. Д. Обратные задачи динамики в теории автоматического управления. Цикл лекций [Текст]: учебное пособие для вузов / П. Д. Крутько. – М.: Машиностроение, 2004. – 576 с.
4. Велищанский, М. А. Синтез алгоритмов переориентации космического аппарата на основе концепции обратной задачи динамики [Текст] / М. А. Велищанский, А. П. Крищенко, С. Б. Ткачев // Известия РАН. Теория и системы управления. – 2003. – № 5. – С. 156–163.
5. Лавров, Н. Г. Применение концепции обратных задач динамики к проблеме управления угловым движением спускаемого аппарата [Текст] / Н. Г. Лавров, Е. Э. Страшинин, Л. Н. Шалимов // Вестник ЮУрГУ. – 2009. – № 26. – С. 4–9.
6. Yuan, Ch. Robust Adaptive Inverse Dynamics Control for Uncertain Robot Manipulator [Text] / Ch. Yuan, M. Guifu, M. Guangying, L. Shuxia, G. Jun // International Journal of Innovative Computing, Information and Control. – 2014. – Vol. 10, Issue 2. – P. 575–587.
7. Ghavifekr, A. A. Designing inverse dynamic controller with integral action for motion planning of surgical robot in the presence of bounded disturbances [Text] / A. A. Ghavifekr, M. A. Badamchizadeh, G. Alizadeh, A. Arjmandi // 2013 21st Iranian Conference on Electrical Engineering (ICEE). – Institute of Electrical & Electronics Engineers (IEEE), 2013. – P. 1–6. doi: 10.1109/iranianee.2013.6599773
8. Meysar, Z. Fuzzy logic-based inverse dynamic modelling of robot manipulators [Text] / Z. Meysar, N. Leila // Transactions of the Canadian Society for Mechanical Engineering. – 2010. – Vol. 34, Issue 1. – P. 137–150.



9. Freeman, R. A. Inverse Optimality in Robust Stabilization [Text] / R. A. Freeman, P. V. Kokotovic // SIAM Journal on Control and Optimization. – 1996. – Vol. 34, Issue 4. – P. 1365–1391. doi: 10.1137/s0363012993258732
10. Pukdeboon, C. Inverse optimal sliding mode control of spacecraft with coupled translation and attitude dynamics [Text] / C. Pukdeboon // International Journal of Systems Science. – 2015. – Vol. 46, Issue 13. – P. 2421–2438. doi: 10.1080/00207721.2015.1011251
11. Lasserre, J. B. Inverse Polynomial Optimization [Text] / J. B. Lasserre // Mathematics of Operations Research. – 2013. – Vol. 38, Issue 3. – P. 418–436. doi: 10.1287/moor.1120.0578
12. Колесников, А. А. Аналитическое конструирование агрегированных регуляторов и обратные задачи динамики управляемых систем [Текст] / А. А. Колесников, А. Г. Чирченков, М. В. Бессарабов // Синтез алгоритмов сложных систем. – 1986. – Вып. 6. – С. 3–6.
13. Садовой, А. В. Системы оптимального управления прецизионными электроприводами [Текст] / А. В. Садовой, Б. В. Сухинин, Ю. В. Сохина; под ред. А. В. Садовой. – К.: ИСИМО, 1996. – 298 с.
14. Садовой, А. В. Релейные системы оптимального управления электроприводами [Текст] / А. В. Садовой, Б. В. Сухинин, Ю. В. Сохина, А. Л. Дерез; под ред. А. В. Садовой. – Днепропетровск: ДГТУ, 2011. – 337 с.
15. Садовой, А. В. Синтез оптимальной системы управления с полиномиальной линией переключения [Текст] / А. В. Садовой, Р. С. Волянский // Электротехнические и компьютерные системы. – 2011. – № 3. – С. 23–24.
16. Шермет, О. І. Поняття дискретного часового еквайзера [Текст] / О. І. Шермет, О. В. Садовой, Ю. В. Сохіна // Збірник наукових праць Донбаського державного технічного університету. – 2014. – Вип. 1. – С. 147–151.