

5. Олійник, А.П. Математическое моделирование нестационарной фильтрации с целью оценки физико-механических свойств грунтов в зоне трубопровода [Текст] / А.П.Олійник, М.В.Панчук – Сб. м-лов XI Межвузовской школы – семинара «Методы и средства технической диагностики» - Ивано-Франковск, 1992 – С.137-140.
6. Леонтьев, Н.Е. Основы теории фильтрации: Учебное пособие. [Текст] / Н.Е. Леонтьев – Изд-во прикладных исследований при механико-математическом факультете МГУ, 2009. – 88 с.
7. Андерсон, Д. Вычислительная гидромеханика и теплообмен [Текст] / Д. Андерсон, Дж. Таннехил, Р.Плетчер – М.: Мир, 1990 – Т.1 -384с.
8. Олійник, А.П. Дослідження впливу параметрів релаксації на збіжність чисельного методу послідовної верхньої релаксації для задачі Діріхле [Текст] // А.П. Олійник, Л.О. Штаєр / Карпатські математичні публікації, 2012 – Т.4, №2 – С.289-296.
9. Шешенин, С.В. Моделирование нестационарной фильтрации, вызванной разработкой месторождений [Текст] // С.В.Шешенин, Э.Р.Канушев, Н.Б.Артамонова / Вестник Московского Университета. Серия 1: Математика. Механика, 2011, №5 – С.66-68.

### Abstract

The article concerns the mathematical models of filtration of groundwaters taking into account the environmental (flooding) and technological (extraction of shale gas) factors. The models of Darcy and Forchheimer were considered with appropriate boundary conditions; the numerical implementation of the models was carried out. It was determined that the pattern of the filtration under conditions that  $V \gg V^2$ , where  $V$  is a typical filtration rate and without this condition, is identical, according to its qualitative measures. The peculiarities of the filtration process for the areas with different configurations of fluid invaded zones through the area boundary were determined; the impact of these zones on the spatial nature of the flow in the studied area was assessed. The obtained results permit to assess the level of groundwaters, and the peculiarities of their distribution in terms of environmental characteristics of the flow in the presence of different geometrical configuration of leakage zones through the studied area. These results can be used to assess the impact of the environmental and technological factors on water quality and to prevent flood waters

**Keywords:** numerical method, flow, groundwaters, models of Darcy and Forchheimer

Побудовано математичну модель процесу взаємодії лазерного випромінювання з ембрионом на основі чисельних значень коефіцієнтів теплопровідності його слоїв і математичного розрахунку розподілу температури в ембріоні

Ключові слова: математична модель, коефіцієнти теплопровідності

Построена математическая модель процесса взаимодействия лазерного излучения с эмбрионом на основе численных значений коэффициентов теплопроводности его слоев и математического расчета распределения температуры в эмбрионе

Ключевые слова: математическая модель, коэффициенты теплопроводности

УДК 517.955\$635.5

## РАСЧЕТ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ В МНОГОСЛОЙНОЙ СТРУКТУРЕ ЭМБРИОНА

Д. А. Левкин

Аспирант

Кафедра кибернетики

Харьковский национальный технический университет

сельского хозяйства им. П.Василенко

ул. Артема, 44, г. Харьков, Украина, 61002

Контактный тел.: (057) 716-42-63

E-mail: artur.lav@3g.ua

### 1. Введение

При тепловом воздействии лазера на эмбрион актуальной научной задачей является уменьшение травмируемости blastomeres. Эмбрион - это сферический микробиологический объект, состоящий из зоны пеллюцида, перивителлированного пространства и blastomeres. Зона пеллюцида на 90% состоит

из воды, 5% которой составляют белковые молекулы. Blastomeres имеют сферическую форму и являются белковыми компонентами эмбриона. Согласно неоднородному химическому составу слоев эмбриона, при взаимодействии лазерного излучения с эмбрионом происходит неравномерное распределение температуры по его слоям [1]. Для уменьшения травмируемости эмбриона при построении математической моде-

ли взаимодействия, необходимо задавать численные значения коэффициентов теплопроводности слоев эмбриона и граничные условия распределения температуры по его слоям.

## 2. Постановка задачи

При взаимодействии лазерного излучения с эмбрионом главным параметром является температура нагрева. Температура, при которой начинает происходить процесс коагуляции белка оболочки эмбриона, зависит от длительности взаимодействия [1]. При мощности 140 мВт и длительности 3000 микросекунд лазерного импульса на эмбрион, происходит процесс взаимодействия лазерного излучения с его перивителлированным пространством и клетками бластомера. В процессе построения математической модели взаимодействия, для уменьшения травмируемости эмбриона при тепловом воздействии лазера, необходимо задавать численные значения коэффициентов теплопроводности слоев эмбриона и граничные условия распределения температуры по его слоям [2, 3]. Так как эмбрион имеет различные толщины слоев и при взаимодействии лазерного излучения с эмбрионом распределение температуры будет неравномерным, для задания граничных условий распределения температуры в эмбрионе будем использовать кривую Безье [4] и неравномерную сетку [5, 6].

## 3. Основная часть

Математический расчет пространственного распределения температуры в эмбрионе будем проводить с помощью кривой Безье [4]. Применяя кривую Безье, получим распределение температуры в многослойной структуре эмбриона по пространственной координате (1):

$$\{r_k\}_{k=1}^4 = \{16,6; 23,8; 31,7; 40\}. \quad (1)$$

Для задания длительности теплового воздействия лазера на каждый слой эмбриона воспользуемся формулой неравномерной сетки [5]:

$$t_k = \frac{1}{2}(b-a) \cos\left(\frac{\pi(k-0,5)}{e-1}\right) + a + \frac{b-a}{2}. \quad (2)$$

В формуле неравномерной сетки:  $b = 3000, a = 0,5 = 4$ .

Применяя неравномерную сетку, получим распределение длительности теплового воздействия лазера на слой эмбриона (3):

$$\{t_k\}_{k=1}^4 = \{200; 201; 1500; 2790\}. \quad (3)$$

Используя метод кондуктометрии, получили удельную электропроводность каждого слоя эмбриона [7]. При построении математической модели теплового воздействия лазера на эмбрион, для уменьшения травмируемости бластомеров, по закону Видемана-

Франца найдены коэффициенты теплопроводности слоев эмбриона из удельной электропроводности его слоев.

С учетом численных значений коэффициентов теплопроводности, математическая модель теплового воздействия лазера на эмбрион в сферической системе координат, примет вид (4):

$$3,8 \frac{\partial T_1}{\partial t} = 0,6729 \left( \frac{\partial^2 T_1}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial T_1}{\partial r} \right) - \text{для зоны пеллюцида};$$

$$4,08 \frac{\partial T_2}{\partial t} = 0,6704 \left( \frac{\partial^2 T_2}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial T_2}{\partial r} \right) - \text{для перивителлированного пространства};$$

$$\rho_3 c_3 \frac{\partial T_3}{\partial t} = 0,9777 \left( \frac{\partial^2 T_3}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial T_3}{\partial r} \right) - \text{для бластомеров};$$

$$\rho_4 c_4 \frac{\partial T_4}{\partial t} = 0,96345 \left( \frac{\partial^2 T_4}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial T_4}{\partial r} \right) - \text{для бластомеров}.$$

Граничные условия (5) относятся к одностороннему обогреву:

$$-0,6729 \frac{\partial T_3}{\partial z}(0, t) = q, \quad 1 \leq t \leq 3000. \quad (5)$$

Используя распределение температуры в многослойной структуре эмбриона (1), (3), запишем равенства идеального теплового контакта слоев эмбриона (6):

$$T_1(0; 0) = T_2(16,6; 200), \quad -0,6729 \frac{\partial T_1}{\partial r} = -0,6729 \frac{\partial T_2}{\partial r} - \text{зона пеллюцида};$$

$$T_2(16,6; 200) = T_3(23,8; 201), \quad -0,6729 \frac{\partial T_2}{\partial r} = -0,6704 \frac{\partial T_3}{\partial r};$$

зона пеллюцида - перивителлированное пространство;

$$T_3(23,8; 201) = T_4(31,7; 1500), \quad -0,6704 \frac{\partial T_3}{\partial r} = -0,9777 \frac{\partial T_4}{\partial r};$$

$$T_4(31,7; 1500) = T_5(40; 2790), \quad -0,9777 \frac{\partial T_4}{\partial r} = -0,96345 \frac{\partial T_5}{\partial r}$$

- бластомеры.

Равенства непрерывности по времени на слоях эмбриона (7):

$$T(16,6; 200-0) = T(16,6; 200+0) - \text{на зоне пеллюцида эмбриона};$$

$$T(23,8; 201-0) = T(23,8; 201+0) - \text{на перивителлированном пространстве};$$

$$T(31,7; 1500-0) = T(31,7; 1500+0) - \text{на бластомерах};$$

$$T(40; 2790-0) = T(40; 2790+0) - \text{на бластомерах}.$$

Задания численных значений коэффициентов теплопроводности слоев эмбриона и граничных условий распределения температуры по его слоям, позволят повысить жизнеспособность эмбриона при тепловом воздействии лазера.

---

#### 4. Вывод

---

Построена математическая модель процесса взаимодействия лазерного излучения с эмбрионом. На этапе построения математической модели, задание чис-

ленных значений коэффициентов теплопроводности слоев эмбриона и граничных условий распределения температуры по его слоям, уменьшит травмируемость blastomeres при тепловом воздействии лазера на эмбрион.

---

#### Литература

1. Douglas-Hamilton, D. H. Thermal effects in laser-assisted pre-embryo zona drilling [Текст] / D. H. Douglas-Hamilton, J. Conia // J. Biomed Opt. - 2001. - №6 (2). - P. 205-213.
2. Математические методы повышения жизнеспособности эмбриона при тепловом воздействии лазера [Текст]: Труды 55-й научной конференции МФТИ, 19-25 ноября 2012г., г. Москва / Д. А. Левкин. – Москва-Долгопрудный-Жуковский: МФТИ, 2012. - С.52-53.
3. Математическая модель распределения температуры в эмбрионе [Текст]: Наукові підсумки 2012, 20 декабря 2012 г., м. Харьков / Д. А. Левкин // Технологический аудит и резервы производства. - 2012. - № 6/3 (8). - С.29 -30.
4. Forrest, A. R. Interactive interpolation and approximation by Bezier polinomials [Текст] / A. R. Forrest // The Computer Journal. - 1972. - V.15.,N 1 - P.71-79.
5. Амосов, А. А. Разностная схема на неравномерной сетке для уравнений одномерной магнитной газовой динамики [Текст] / А. А. Амосов, А. А. Злотник // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. - Москва, 1989. - Т. 29, №4. - С. 521-534.
6. Андреев, Б. В. О равномерной сходимости на неравномерной сетке классической разностной схемы для одномерного сингулярно возмущенного уравнения реакции диффузии [Текст] / Б. В. Андреев // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. - Москва, 2004. - Т. 44, №3. - С. 476-492.
7. Андреев, В. С. Кондуктометрические методы в биологии и медицине [Текст] / Андреев В. С. - М.: Медицина, 1973. - 335 с.

#### **Abstract**

*An embryo is a non-linear, non-stationary microbiological object consisting of three layers. In the chemical composition, its layers consist of protein and water. The interaction of the laser radiation with an embryo causes a nonuniform heating of the embryo, which leads to an injure of the blastomeres. To reduce the injure of the blastomeres during the interaction of the laser radiation with the embryo, it is necessary to set the numerical values of the coefficients of thermal conductivity of the layers of the embryo, and the boundary conditions of the temperature distribution in the multilayer structure of the embryo at the stage of construction of a mathematical model of interaction.*

*The method of conductometry permitted to receive the specific conductivity of the layers of the embryo. Applying Wiedemann-Franz law, we have obtained the numerical values of the coefficients of thermal conductivity of the layers of the embryo from the coefficients of electroconductivity of its layers.*

*The mathematical calculation of the temperature distribution in the embryo according to the spatial and temporal coordinate were conducted applying Bezier curve and irregular grid.*

*At the stage of the construction of the mathematical model of the interaction of the laser radiation with the embryo, the definition of the numerical values of the coefficients of thermal conductivity of its layers and the boundary conditions of the temperature distribution over the layers of the embryo will reduce the injure of the blastomeres during the interaction of the laser radiation with the embryo*

**Keywords:** *mathematical model, coefficients of thermal conductivity, boundary conditions, method of conductometry, Wiedemann-Franz law*