

Пропонується підхід до математичного моделювання температурних полів у тілах складного перерізу на базі побудованих структур розв'язання тривимірних задач теплопровідності з використанням проекційно-структурного методу інтегральних перетворень і S -функцій. Наводяться результати обчислювального експерименту

Ключові слова: математичне моделювання, температурне поле, S -функції

Предлагается подход к математическому моделированию температурных полей в телах сложного сечения на базе построенных структур решения трехмерных задач теплопроводности с использованием проекционно-структурного метода интегральных преобразований и S -функций. Приводятся результаты вычислительного эксперимента

Ключевые слова: математическое моделирование, температурное поле, S -функции

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТРЕХМЕРНЫХ ТЕМПЕРАТУРНЫХ ПОЛЕЙ ПРОЕКЦИОННО- СТРУКТУРНЫМ МЕТОДОМ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ S -ФУНКЦИЙ

А. П. Слесаренко

Доктор физико-математических наук, профессор,
ведущий научный сотрудник,
лауреат Государственной премии Украины*

С. Ю. Загоруйко

Аспирант*

Контактный тел: 066-483-45-77

*Отдел моделирования и идентификации тепловых процессов
Институт проблем машиностроения
А.Н. Подгорного НАН Украины
ул. Дм. Пожарского, 2/10, г. Харьков, Украина, 61046

1. Введение

Представленные в статье исследования относятся к области математического моделирования температурных полей в телах неканонического поперечного сечения.

Мощность современных вычислительных машин позволяет значительно уточнять модели, увеличивая количество элементов счета (количество узлов сетки, клеточных автоматов и т.п.). Однако в результатах моделирования численными методами – набор дискретных значений, количество выходных данных так же значительно увеличивается. Выходные данные в результате численного моделирования требуют дополнительной обработки: поиск скрытых закономерностей, многопараметрический анализ, оптимизацию, сжатие найденных решений. Обработка большего числа элементов усложняются на много порядков, если вообще оказывается возможной. В отличие от численных методов, приближенные аналитические методы находятся в начале своего развития.

В компьютерных науках часто ссылаются на закон Мура, который утверждает, что скорость вычислений компьютеров увеличивается каждые 18 месяцев в два раза. Менее известно то, что объем компьютерной памяти увеличивается каждые 9 месяцев так же в два раза (Гоббель и Грюнвальд, 1999). Обращать внимание на существующие данные становится все труднее, поскольку их объем постоянно увеличивается. Оценено,

что ежегодно производится около 160 терабайтов уникальных данных, для хранения которых необходимо 100 тыс. терабайтов дискового пространства. Процесс конвертирования такого огромного количества данных в структурированную форму становится невозможным [2]. В подобных условиях разработка методов и моделей, в которых заранее не «встроено» возможность сжатия входной информации представляется нецелесообразным.

Альтернативой классическим аналитическим методам являются приближенные аналитические методы, которые позволяют максимально сжать входную информацию.

Для решения краевых задач теплопроводности приближенные аналитические методы получают все большее применение, в том числе прямые методы решения задач математической физики. К этим методам относятся вариационные методы и методы взвешенных невязок.

Под прямыми методами понимают такие приближенные аналитические методы решения краевых задач, которые сводят решение дифференциальных уравнений к решению системы алгебраических уравнений для нахождения неизвестных коэффициентов некоторого аналитического выражения.

Эти методы менее универсальны и обычно более сложны, чем численные методы. Однако они имеют то преимущество перед численными методами, что позволяют находить решение задачи в аналитической

форме. Последнее существенно для решения вопросов оптимизации проектирования и для разработок систем автоматизированного проектирования, так как параметры задачи (коэффициенты теплопроводности, температуропроводности сред, геометрические размеры тел и т.п.) входят при этом в аналитические выражения в явной форме и их можно свободно варьировать.

На основании вышеперечисленных аргументов, сформулируем основные требования к разрабатываемым подходам: подходы должны относиться к приближенным аналитическим методам, результаты решения должны обладать представимостью (быть записанными в виде аналитической зависимости, а не числового набора данных); параметры задачи в аналитическое выражение должны входить в явном виде; аналитическое выражение должно иметь «модульную» конструкцию; решение, построенное на основе подхода, должно обладать высокой точностью; в модульную конструкцию решения должны входить управляющие параметры, позволяющие дополнительно уточнять решение; параметры структуры решения должны быть интерпретируемыми; структура решения должна быть консервативной – сохраняющей законы физики и геометрии моделируемого процесса.

2. Анализ исследований и публикаций

В работе [3] приводится анализ научной литературы по приближенным аналитическим методам решения трехмерных задач теплопроводности, механики и электростатики для тел сложного поперечного сечения с использованием R-функций. Отмечается, что в этих случаях R-функции в угловых точках и на ребрах ограниченных тел вносят в приближенные аналитические структуры решения «искусственные» сингулярные особенности. Это делает данные структуры решения неконсервативными, так как значения соответствующих функционалов для задач в вариационной постановке в этих случаях не ограничены, что противоречит физическим законам об ограниченности энергии в конкретных пространственных конструктивных элементах.

В статьях [4-7] рассматриваются вопросы построения гладких контуров и гладких поверхностей для областей и тел любой заданной сложной формы. Так же рассматриваются вопросы построения приближенных консервативных аналитических структур решений краевых задач, соответствующие значения функционалов в вариационных задачах, для которых ограничены и согласуются с физическими моделями исследуемых процессов.

3. Цель работы

Разработка новых приближенных аналитических подходов к математическому моделированию трехмерных температурных полей, позволяющих на $10^4 - 10^5$ порядков сократить объем дискового пространства при хранении результатов вычислительного эксперимента. Это становится возможным благодаря максимальному сжатию информации на конечном этапе моделирования из-за представимости результатов

моделирования в аналитических формах в виде конечных функциональных рядов.

4. Основные результаты исследования

Элементы пространственных конструкций во многих случаях представляют собой твердые тела (области Ω), ограниченные плоскостями $z=0, z=d$ и призматической (цилиндрической) поверхностью сложной формы, образующие которых перпендикулярны к плоскостям $z = \text{const}$.

Рассмотрим случай, когда определение температурного поля в области Ω сводится к решению краевой задачи:

$$\Delta T = WL^2 T_0^{-1} \lambda^{-1} = F, \tag{1}$$

$$T|_{z=0} = T|_{z=d} = 0, \tag{2}$$

$$T|_{S_1} = f_1(z)\psi_1(x,y); T|_{S_2} = f_2(z)\psi_2(x,y), \tag{3}$$

где $T = T(x,y,z) = T^* T_0^{-1} (T_0 = 1^0 C)$;
 $x = x_1 L^{-1}; y = y_1 L^{-1}; z = z_1 L^{-1}$.

Применим к уравнению (1) и граничным условиям (3) конечное интегральное преобразование

$$\bar{T}(x,y,\gamma) = \int_0^d T(x,y,z) \sin \gamma z dz,$$

где $\gamma = m \lambda d^{-1}$

В области изображений краевая задача (1)-(3) преобразуется к виду:

$$\frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial y^2} - \gamma^2 \bar{T} = \bar{F}, \tag{4}$$

$$\bar{T}|_{S_1} = \bar{f}_1(z)\psi_1(x,y); \bar{T}|_{S_2} = \bar{f}_2(z)\psi_2(x,y). \tag{5}$$

Пусть, для рис. 1, поверхность S_1 представляет собой плоскость $x=0$, а S_2 - остальную боковую поверхность и $f_2(z)=0$;

для рис. 2, 3 $f_1 = f_2 = 0$; для рис. 4 $f_1(z) = f_2(z) = f(z)$;
 $\psi_1(x,y) = \psi_2(x,y) = \psi(x,y)$.

На рис. 4 представлено сечение элемента конструкции в плоскости $z = \text{const}$.

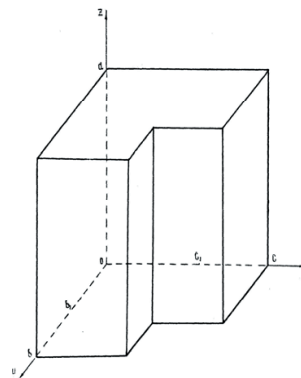


Рис. 1. Элемент конструкции

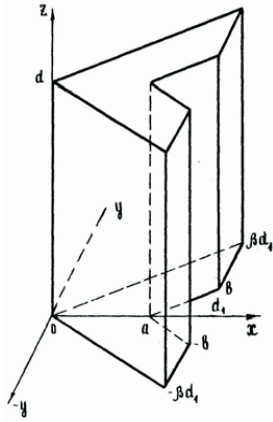


Рис. 2. Элемент конструкции

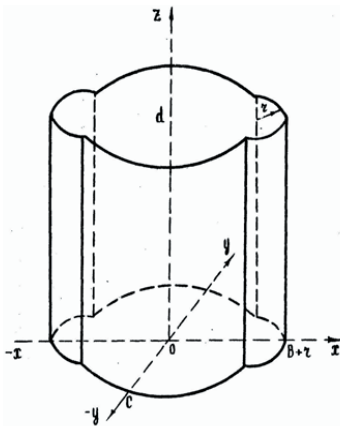


Рис. 3. Элемент конструкции

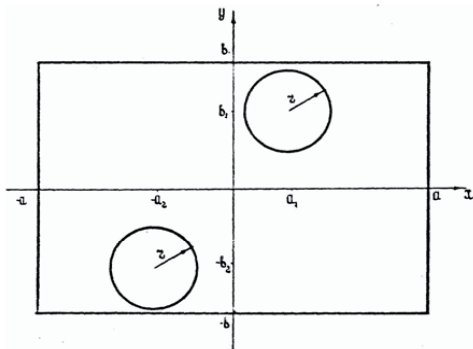


Рис. 4. Сечение элемента конструкции в плоскости z = const

Тогда структуру решения задачи (4), (5), точно удовлетворяющую условиям (5), представим в виде:

$$\bar{T}(x,y,z) = \Phi_0^{(l)}(x,y,\gamma) + \sum_{ij} C_{ij}^{(l)}(\gamma) \chi_{ij}^{(l)}(x,y), \quad (6)$$

где l=1,2,3,4 для рис.1-4 соответственно.

Для l=1 при b=b₁, c=c₁ рис. 1 функции $\bar{\Phi}_0^{(1)}$ и $\bar{\chi}_{ij}^{(1)}$ имеют вид:

$$\bar{\Phi}_0^{(1)} = \omega_1 \bar{f}_1(\gamma) \psi_1(\omega_2 - \omega_1)^{-1},$$

$$\bar{\chi}_{ij}^{(1)} = \omega P_1\left(\frac{2}{b}y-1\right) P_j\left(\frac{2}{c}x-1\right),$$

где P₁(a_kv-1) - полиномы Чебышева;
 $\omega_1 = y(b-y)(c-x)$; $\omega_2 = x$; $\omega = \omega_1 \omega_2$.

Для b ≠ b₁, c ≠ c₁ при $\beta = (b-b_1)b^{-1} = (c-c_1)c^{-1}$ функции $\bar{\Phi}_0^{(1)}$ и $\bar{\chi}_{ij}^{(1)}$ имеют вид:

$$\bar{\Phi}_0(x,y,\gamma) = \omega_1 \omega_3 f_1(\gamma) \psi(x,y) [(\omega_1 + \omega_2 + E_{12})(\omega\beta + \omega_3 + E_3)]^{-1},$$

где $E_{12} = -10^m \exp[-10^m(\omega_1^2 + \omega_2^2)]$,

$$E_3 = -10^m \exp[-10^m(\omega^2 + \omega_3^2)],$$

$$\chi_{ij}(x,y) = \frac{\omega_1 \omega_2 \omega_3}{(\omega\beta + \omega_3)} P_i\left(\frac{2}{c}x-1\right) P_j\left(\frac{2}{b}y-1\right),$$

где

$$\omega_3 = \eta_1 \sqrt{\eta_2} = \eta_1 + \eta_2 + 2\sqrt{\eta_1^{2k} + \eta_2^{2k} + 10^{-m} \exp[-10^m(\eta_1^{2k} + \eta_2^{2k})]},$$

$$\eta_1 = c_1 - x; \eta_2 = b_1 - y.$$

Для l=2
 при a=d₁, $\Phi_0^{(2)} = 0$, $\chi_{ij}^{(2)}(x,y) = \omega_0(x,y) \omega_1(x,y) x^i y^{2j}$,
 $\omega_0(x,y) = (\beta^2 x^2 - y^2)(d_1 - x)$,
 а при a ≠ d₁,
 $\chi_{ij}^{(2)}(x,y) = \omega_0(x,y) \omega_1(x,y) x^i y^{2j} [(d_1 - a)b\omega_0(x,y) + \omega_1(x,y)]^{-1}$,

$$\omega_1(x,y) = 2\sqrt{2^{2k}(d_1 - a)^{4k} y^{4k} + 2^{2k} b^{4k} (x-a)^{4k} + 10^{-m} \exp[-10^m y^{4k} + (x-a)^{4k}]} - 2b(x-a).$$

Для l=3

при r=0 $\chi_{ij}^{(3)}(x,y) = \left[1 - \left(\frac{x}{b}\right)^2 - \left(\frac{y}{c}\right)^2\right] \left[\left(\frac{x}{b}\right)^2 + \left(\frac{y}{c}\right)^2\right]^i$,
 $\Phi_0^{(3)} = 0$,

при r ≠ 0 структуру решения задачи представим в виде

$$\bar{T}(x,y,\gamma) = \sum_{i=0}^{n_1} c_i^{(31)}(\gamma) \chi_i^{(31)}(x,y) + \sum_{i+j=0}^{n_2} c_{ij}^{(3)}(\gamma) \chi_{ij}^{(3)}(x,y), \quad (7)$$

где

$$\chi_i^{(31)}(x,y) = \omega \left[\left(\frac{x}{b}\right)^2 + \left(\frac{y}{c}\right)^2\right]^i, \quad \chi_{ij}^{(3)}(x,y) = \omega r \left(\frac{x}{b+r}\right)^{2i} \left(\frac{y}{c}\right)^{2j},$$

$$f_1 = r^2 - (x-b)^2 - y^2, \quad f_2 = (x+b)^2 + y^2 - r^2,$$

$$f = 1 - \left(\frac{x}{b}\right)^2 - \left(\frac{y}{c}\right)^2,$$

$$\omega = f_1 f_2 r + f + 2\sqrt{f_1^{4k} f_2^{4k} r^{4k} + f^{4k} + 10^{-m} \exp[-10^m (f_1^{4k} f_2^{4k} + f^{4k})]}.$$

Для l=4, $\Phi_0^{(4)} = \bar{f} \psi(x,y)$, $\chi_{ij}^{(4)}(x,y) = \omega P_i(x) P_j(y)$, (P_i, P_j - полиномы Чебышева),

$$\omega = [(x-a_1)^2 + (y-b_1)^2 - r^2] \times$$

$$\times [(x+a_2)^2 + (y+b_2)^2 - r^2] (a^2 - x^2)(b^2 - y^2).$$

Система Рунда для определения коэффициентов $C_{ij}(\gamma)$ в решении (6) при $l=1$ имеет вид:

$$\sum_{i,j} C_{ij} \iint_{\Omega} [(\nabla x_{ij}, \nabla x_{ks}) + \gamma^2 x_{ij} x_{ks}] d\Omega = \iint_{\Omega} (\Delta \bar{\Phi}_0^{(1)} - \gamma^2 \bar{\Phi}_0^{(1)}) x_{ks} d\Omega.$$

Система Бубнова-Галеркина для определения коэффициентов $C_{ij}(\gamma)$ при $l=2,4$ имеет вид:

$$\sum_{i,j} C_{ij}(\gamma)(A_{ijks} + \gamma^2 B_{ijks}) = E_{ks}(\gamma),$$

где $k+s=0,1,\dots,n$, $A_{ijks} = \iint_{\Omega} \Delta x_{ij} x_{ks} d\Omega$, $B_{ijks} = -\iint_{\Omega} x_{ij} x_{ks} d\Omega$, $E_{ks}(\gamma) = \iint_{\Omega} \bar{F}^* x_{ks} d\Omega$.

Для $l=2$ $\bar{F}^* = \bar{F}$; для $l=4$ $\bar{F}^* = \bar{F} + \gamma^2 \bar{f}\psi - \Delta(\bar{f}\psi)$.

Коэффициенты $C_i^{(31)}(\gamma)$ и $C_{ij}^{(3)}(\gamma)$ определяются из системы Бубнова-Галеркина

$$\sum_{i=0}^{n_1} C_i^{(31)}(\gamma)[A_{ik} + \gamma^2 B_{ik}] + \sum_{i+j=0}^{n_2} C_{ij}^{(3)}(\gamma)[A_{ijk} + \gamma^2 B_{ijk}] = E_k(\gamma),$$

$$\sum_{i=0}^{n_1} C_i^{(31)}(\gamma)[A_{iks} + \gamma^2 B_{iks}] + \sum_{i+j=0}^{n_2} C_{ij}^{(3)}(\gamma)[A_{ijks} + \gamma^2 B_{ijks}] = E_{ks}(\gamma),$$

где $k=0,1,\dots,n_1$; $k+s=0,1,\dots,n_2$ при соответствующих $A_{ik}, B_{ik}, A_{ijk}, B_{ijk}, \dots, A_{ijks}, B_{ijks}$.

Решение исходных задач для n координатных функций определяются по формуле:

$$T_n(x,y,z) = \sum_{m=1}^p \bar{T}_{nm}(x,y,z) \left[\int_0^d K^2(\gamma,z) dz \right]^{-1} K(\gamma,z). \quad (8)$$

5. Вычислительный эксперимент

Результаты вычислительного эксперимента, полученные по формуле (8) при $l=1$ (рис. 1) $F=0$; $\psi_1(x,y)=1$; $f_1(z)=1$; $P=70$; $d=0,8$; $b=1,6$; $c=1,6$; $n=6,10,15$ при $\beta=0$, $x=0,4;0,8;1,2$; $\beta=0,25$, $x=0,4;0,8;1,2$ приведены в табл. 1, 2 в первой, второй и третьей строках ячеек таблиц соответственно.

В табл. 1 в нижних строках ячеек приведены результаты для решения, полученного методом Фурье при $b=b_1$, $c=c_1$.

Таблица 1

Распределение температуры в элементе (рис. 1) при $\beta=0$

x		0,4		0,8		1,2	
z		0,2; 0,6		0,4		0,2; 0,6	
y							
0,0		0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000
		0,781927	0,784926	0,572043	0,574394	0,352999	0,353945
0,2; 1,4		0,806156	0,807781	0,592486	0,594276	0,737003	0,373833
		0,827932	0,830123	0,612002	0,613924	0,393448	0,394912
		0,829017	0,835978	0,617092	0,619003	0,396459	0,398171
0,6; 1,0		0,782912	0,786921	0,573131	0,574853	0,354496	0,355848
		0,807258	0,808735	0,593248	0,594741	0,375193	0,375806
		0,828642	0,830898	0,613159	0,615241	0,395083	0,396788
		0,829274	0,836027	0,618781	0,620486	0,397135	0,398934

Таблица 2

Распределение температуры в элементе (рис. 1) при $\beta=0,25$

x		0,4		0,8		1,2	
z		0,2; 0,6		0,4		0,2; 0,6	
y							
0,2		0,761934	0,763805	0,538023	0,544076	0,316603	0,321317
		0,780826	0,782239	0,558993	0,564987	0,326686	0,341701
		0,801739	0,803848	0,578196	0,584704	0,347034	0,362046
0,6		0,763987	0,765929	0,540013	0,547104	0,317614	0,323999
		0,783482	0,789029	0,560686	0,567983	0,338999	0,344313
		0,804026	0,805799	0,580408	0,588713	0,358904	0,364256
1,0		0,751753	0,755739	0,537107	0,542298	0,316869	0,321597
		0,774039	0,776193	0,558686	0,563749	0,335005	0,342328
		0,793736	0,796852	0,578674	0,583913	0,357401	0,361407

Численные результаты для функции T при $l=2$ (рис. 2), $\beta=(\sqrt{3})^{-1}$; $d=10$; $F=10$; $z=0,5d$; $n=21$, представлены на рис. 5 в виде картин распределения изотерм. Для рис. 5 $a=0,6$; $b=0,231$; для рис. 6 $a=0,8$; $b=0,116$.

Численные результаты для функции T при $l=3$ (рис. 3), $b=1$; $c=0,6$; $F=10$; $r=0,0$; $z=0,5d$; $d=0,2;40$ приведены в табл. 3.

В первых трех строках ячеек таблицы приведены результаты для $r=40,60,80$ соответственно. В четвертой строке ячеек табл. 3 приведены значения для точного решения задачи при $r=0$; $d \rightarrow \infty$.

На рис. 6 приведены картины изотерм при $z=0,5d$; $d=10$; $n=n_1+1+\frac{1}{2}(n_2+1)(n_2+2)=34$; $r=0,2$ и $r=0,3$.

Таблица 3

Распределение температуры в тепловыделяющем элементе (рис. 3) при $r=0$, $d \rightarrow \infty$

x		0,15		0,30		0,45		0,60		0,75		0,90	
y													
0,12		1,24078	1,15145	1,00255	0,79410	0,52609	0,19853						
		1,23894	1,14965	1,00085	0,79258	0,52492	0,19799						
		1,24021	1,15088	1,00200	0,79358	0,52565	0,19830						
		1,24055	1,15121	1,00232	0,79387	0,52588	0,19840						
0,21		1,13159	1,04226	0,89336	0,68401	0,41690	0,08934						
		1,12980	1,04053	0,89175	0,68352	0,41591	0,08908						
		1,13103	1,04170	0,89282	0,68441	0,41651	0,08922						
		1,13146	1,04202	0,89313	0,68469	0,41671	0,08927						
0,30		0,96285	0,87351	0,72462	0,51617	0,24816	-						
		0,96117	0,87191	0,72317	0,51501	0,24750	-						
		0,96230	0,87297	0,72411	0,51573	0,24788	-						
		0,96262	0,87328	0,72439	0,51596	0,24802	-						
0,39		0,73454	0,64521	0,49631	0,28786	0,01985	-						
		0,73309	0,64386	0,49518	0,28712	0,01979	-						
		0,73403	0,64472	0,49588	0,28756	0,01982	-						
		0,73432	0,64499	0,49611	0,28771	0,01984	-						
0,48		0,44668	0,35735	0,20845	0,00000	-	-						
		0,44564	0,35646	0,20789	0,00000	-	-						
		0,44628	0,35699	0,20821	0,00000	-	-						
		0,44649	0,35717	0,20833	0,00000	-	-						

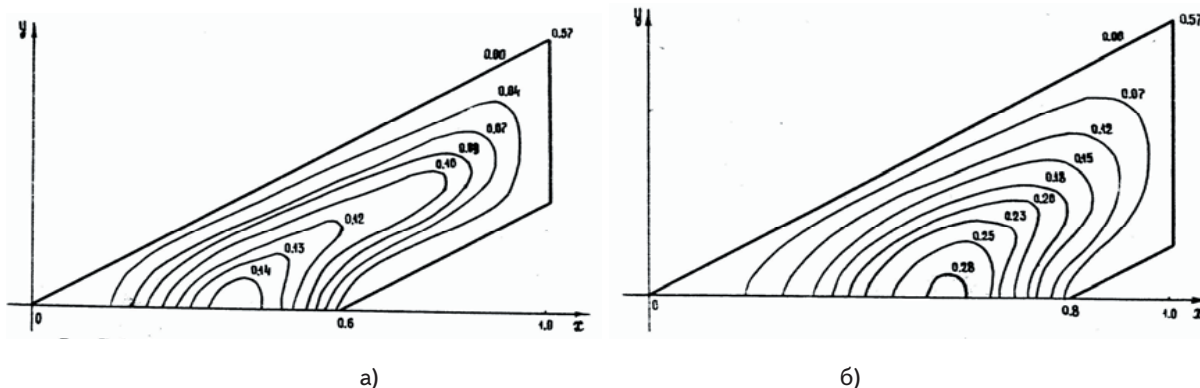


Рис. 5. Изотермы в тепловыделяющем элементе для: (а) $b = 0,231; z = 0,5d$, (б) $b = 0,116; z = 0,5d$

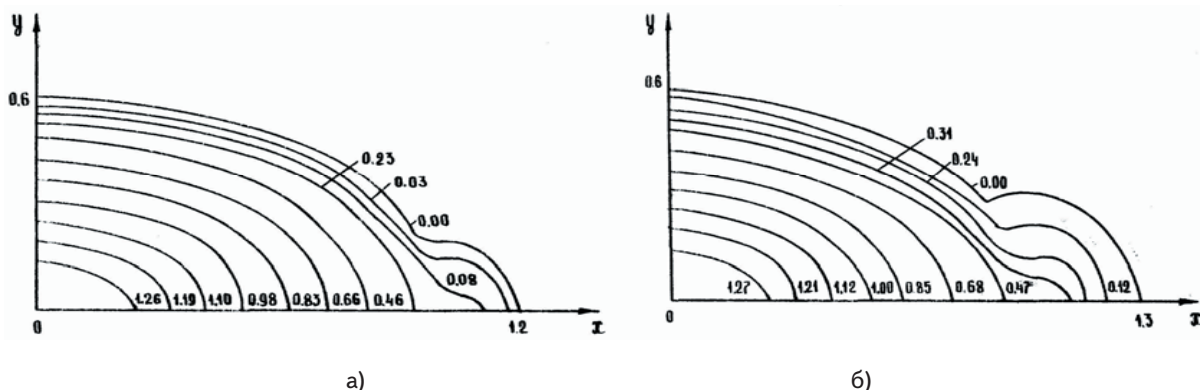


Рис. 6. Изотермы в тепловыделяющем элементе для: (а) $r = 0,2; z = 0,5d$, (б) $r = 0,3; z = 0,5d$

Таблица 4

Распределение температуры в тепловыделяющем элементе (рис. 4) при $r = 0,5$

$x \backslash y$	0,0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
0,0	0,416203	0,370004	0,276294			
	0,418721	0,372311	0,279444			
	0,421210	0,374714	0,281077			
	0,421213	0,374718	0,221081			
0,4	0,475943	0,432002	0,337895	0,258151		
	0,478792	0,434197	0,340248	0,260714		
	0,481178	0,436758	0,342709	0,263373		
	0,481181	0,436763	0,342714	0,263378		
0,6	0,522608	0,485304	0,400065	0,317841	0,265007	0,239999
	0,525225	0,488089	0,402518	0,320106	0,267291	0,239999
	0,528041	0,490228	0,404907	0,322437	0,269454	0,239999
	0,528046	0,490232	0,404912	0,322441	0,269459	0,240000

6. Выводы

В настоящее время в противовес моделированию на основе аналогий и феноменологическим моделям развивается направление структурных моделей, геометрических моделей и моделей, включающих дополнение теплофизики.

Генри Гаслашем в работе [1] построена структурная модель неравновесной термодинамики, в которой

второй закон термодинамики дополнен принципом максимальной диссипации. Эта модель так же может быть отнесена к геометрическим моделям.

В этом случае её параметры можно трактовать в рамках многомерной геометрии.

Структурные модели могут базироваться как на феноменологических характеристиках объекта, так и на фундаментальных физических законах.

Структурная модель представляет собой математическую конструкцию, задача которой состоит в описании внутренних взаимоотношений переменных, описывающих физическое состояние и поведение частиц материала, составляющих исследуемое тело.

Актуальной проблемой в настоящее время является построение приближенных аналитических конструкций структурных моделей физических процессов.

Результаты, приведённые в данной статье, относятся к решению части вопросов по построению приближенных аналитических конструкций структурных моделей тепловых процессов в пространственных элементах различных конструкций.

Следует отметить, что представимость форм решений при структурно-аналитическом моделировании, в виде функциональных рядов по базисным функциям, точно учитывающим граничные воздействия, позволяет сократить объем дискового пространства, при организации соответствующих баз данных минимум на пять-шесть порядков, по сравнению с численным моделированием.

Литература

1. Haslash H. Maximum Dissipation Non-Equilibrium Thermodynamics and Geometric Structure – Springer Science + Business Media, LLC 2011 – 297 p.
2. Cloyd J. Data Mining with Newton's Method. A thesis presented to the faculty of the Department of Computer and Information Sciences East Tennessee State University In partial fulfillment of the requirements for the degree Masters of Science in Computer Science – December, 2002 – 113 p.
3. Слесаренко, А.П. Интегральные преобразования в математическом моделировании трехмерных температурных полей проекционно-структурным методом [Текст]/ А.П. Слесаренко, С.Ю. Загоруйко, Ю.О. Кобринович // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 2012. - №4/4(58). – С. 43-49.
4. Слесаренко, А.П. S-функции в обратных задачах аналитической геометрии и моделировании тепловых процессов [Текст]/ А. П. Слесаренко // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 2011. - №3/4(51). – С. 41-46.
5. Слесаренко, А.П. S-функции в обратных задачах дифференциальной геометрии и управлении образования форм [Текст] / А.П. Слесаренко // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 2012. - №1/4(55). – С. 4-10.
6. Слесаренко, А.П. S-функции в построении консервативных структур решения геометрических обратных краевых задач [Текст] / А.П. Слесаренко // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 2012. - №2/4(56). – С. 60-66.
7. Слесаренко, А.П. S-функции в регионально-аналитическом моделировании тепловых режимов электродных модулей стенок каналов МГД-генераторов [Текст] / А.П. Слесаренко, С.Ю. Загоруйко, Ю.О. Кобринович // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 2012. - №6/4(60). – С. 37-43.
8. Слесаренко, А.П. Развитие алгебро-логического метода и его и его приложения к многомерным нелинейным задачам теплопроводности для однородных и композитных сред: Автореф. дис. д-ра. физ.-мат. наук – М., 1984. – 36с.

Abstract

The article suggests a new approximate analytical approach to the mathematical simulation of three-dimensional temperature fields in bodies, limited by cylindrical surface of complex shape and two parallel planes, whose generators are perpendicular to the planes.

The application of the final integral transformations on the coordinate, parallel to the generators of the cylindrical surface, allowed reducing the solution of three-dimensional heat conduction problems to the solution of the corresponding two-dimensional problems with a parameter of the Sturm-Liouville problem.

Built analytical structures of approximate solutions of the heat conduction problems in the image area exactly satisfy the corresponding boundary conditions. Geometrical information is taken into account by the S-functions.

The basic functions, contained in the approximate analytical structures of solutions of the heat conduction problems in the images area, are continuously differentiable. These qualities of the basic functions are possible to obtain due to the fact that the S-functions permitted to build the equations of smooth surfaces of bodies and the equations of smooth boundaries of areas of complex shape. According to the theorem of Kantorovich-Krylov, in these cases the basic functions, built using complete systems of functions in a particular coordinate system, also form complete systems of continuously differentiable functions.

Undetermined coefficients of analytical structures of solutions in the image area are discovered from the corresponding algebraic systems with a parameter of the Sturm-Liouville problem, obtained by the Bubnov-Galerkin method

Keywords: *mathematical simulation, temperature field, S-functions*