Проведено аналіз можливості прогнозування динаміки популяцій за допомогою універсальної моделі, отриманої теоретичним шляхом на основі положень системології. Запропоновано ряд методик визначення робочих параметрів моделей, а також проведено оцінювання якості прогнозування кількості парнокопитних з їх (моделей) застосуванням

Ключові слова: універсальна математична модель, прогнозування динаміки популяцій

Проведен анализ возможности прогнозирования динамики популяций с помощью универсальной модели, полученной теоретическим путем на основе положений системологии. Предложен ряд методик определения рабочих параметров моделей, а также проведена оценка качества прогнозирования численности парнокопытных с их (моделей) использованием

Ключевые слова: универсальная математическая модель, прогнозирование динамики популяций

УДК 519.8 (075.8)

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ ЧИСЛЕННОСТИ ПАРНОКОПЫТНЫХ В ОХОТНИЧЬИХ ХОЗЯЙСТВАХ УКРАИНЫ

И.А. Пилькевич
Доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой
Кафедра мониторинга окружающей природной среды*
Контактный тел. (0412) 41-56-86, 067-397-87-39
E-mail: igor.pilkevich@mail.ru
А.В. Маевский
Аспирант*
Контактный тел.: 097-403-14-96
*Житомирский национальный агроэкологический университет
бул. Старый, 7, г. Житомир, Украина, 10008

1. Введение

Наиболее существенными признаками популяций является динамика численности особей. Динамика численности (плотности) популяций разных видов имеет очень важное для человека, поскольку многие животные и растения служат объектами его хозяйственной деятельности или причиной какого-либо убытка. Поэтому знание закономерностей динамики численности популяции необходимо для прогнозирования возможных нежелательных явлений и внесения, в случае необходимости, корректив в эту динамику с целью управления.

Численность любой популяции изменяется под воздействием биотических и абиотических факторов [1]. Один и тот же фактор может играть, в зависимости от состояния популяции, как позитивную, так и негативную роль. Поэтому назрела неотложная потребность для внедрения новых методов обработки и анализа полученной информации, которые должны базироваться на моделировании исследуемых процессов с использованием современных математических методов прогноза.

2. Постановка задачи

Как известно [2], прогнозирование является сложным и тяжелым заданием, которое нуждается в обстоятельном анализе специфического первичного материала и не менее сложной его обработке. В интегрированной системе прогноз должен выступать как основа стратегии и тактики, что позволяет надежно управлять группировками, эффективно применять новейшие методы и средства защиты животных. Недостаточное теоретическое обоснование закономерностей многолетней и сезонной динамики популяции копытных в охотничьих хозяйствах Украины, отсутствие методов краткосрочного прогноза развития копытных [3] обусловили приоритетность направления исследований и актуальность избранной темы данной работы.

3. Основная часть

Всемирно известной математической моделью популяции с низкой смертностью, в основу которой положена задача о динамике численности популяции, является классическая модель неограниченного роста – геометрическая прогрессия в дискретном представлении

$$A_{n+1} = qA_n \quad \left(N_{n+1} = rN_n\right), \qquad (1)$$

или экспонента – в непрерывном

$$\frac{dN(t)}{dt} = rN\,, \qquad (2)$$

где $r = b_{max} - d_{min}$ – потенциальная скорость естественного роста; b – специфическая (удельная) рождаемость; d – специфическая (удельная) смертность.

Поскольку естественная скорость роста r характеризует внутренне свойственную живым организмам способность к размножению при отсутствии ограничивающего действия среды, Бирг предложил в 1948 г. использовать параметр r для числового выражения биотического потенциала, определенного Чеплином. Если $r>1$, то численность популяции увеличивается, а если $r=1$, то численность популяции стабильна.

В соответствии с экспоненциальными законами (модель (1) или (2)) изолированная популяция развивалась бы в условиях неограниченных ресурсов. В природе такое встречается крайне редко. Примером является размножение видов завезенных в места, где есть много еды и отсутствуют конкурирующие виды и хищники.

Впервые системный фактор, который ограничивает рост популяции, описал Ферхюльст в уравнении логистического роста [2]:

$$\frac{dN(t)}{dt}=r\left(1-\frac{N}{K}\right). \tag{3}$$

Логистическое уравнение обладает двумя важными свойствами. При малых значениях N численность растет экспоненциально (как в уравнении (2)), а при больших – приближается к определенному пределу K.

Величина K, называемая емкостью экологической ниши популяции, определяется ограниченностью пищевых ресурсов и многими другими факторами, которые могут быть неодинаковыми для разных видов. Таким образом, емкость экологической ниши представляет собой системный фактор, который определяет ограниченность роста популяции в этом ареале обитания.

Уравнение (3) можно также переписать в виде [3]:

$$\frac{dN(t)}{dt}=rN-\delta N^2, \tag{4}$$

где δ – коэффициент внутривидовой конкуренции (за пищевой ресурс, убежище и тому подобное).

Аналитическое решение уравнения (3) имеет вид [4]:

$$N(t)=\frac{N_0Ke^{rt}}{K-N_0+N_0e^{rt}}. \tag{5}$$

Формула (5) описывает кинетическую кривую, то есть зависимость численности популяции от времени. Видно, что при неограниченном росте времени t численность популяции стремится к значению $N=K$ при любых начальных условиях (при любом N_0).

С целью расширения факторов, которые влияют на развитие популяций, в 2009 г. авторами работы была разработана обобщенная логистическая (универсальная) модель динамики популяций, описывающаяся нелинейным дифференциальным уравнением [5]:

$$\left(a_1+\frac{1}{N(t)}\right)\frac{dN(t)}{dt}+\frac{1}{a_0}N(t)-\phi=0, \tag{6}$$

где $N(t)$ – количество особей в популяции; a_0, a_1, ϕ – параметры экологической системы, связывающие изменение скорости роста популяции с изменениями численности популяции,

или

$$(1+a_1N)\frac{dN}{dt}=\phi N-\frac{N^2}{a_0}. \tag{7}$$

Уравнение (7) отличается от уравнения Ферхюльста (модели Лотки-Вольтерра) $\frac{dN}{dt}=\phi N-\frac{N^2}{a_0}$ наличием нелинейного элемента $a_1N\frac{dN}{dt}$.

Аналитическое решение уравнения (7) получено в [6]. Дискретная обобщенная логистическая функция в рекуррентной форме имеет вид:

$$N_{k+1}=\left[1+\phi\left(\frac{1}{1+a_1N_k}-\frac{N_k/b_0}{1+a_1N_k}\right)\right]N_k. \tag{8}$$

При больших значениях емкости $b_0\to\infty$ логистическая функция (8) вырождается в дискретную экспоненциальную функцию

$$N_{k+1}=\left(1+\phi\frac{1}{1+a_1N_k}\right)N_k, \tag{9}$$

а при больших значениях $a_1N>>1$ экспоненциальная функция (9) вырождается в линейную функцию вида $N_{k+1}=N_k+\phi/a_1$.

С целью анализа возможности прогнозирования исследуем модель (5). Анализ проведем методом сравнения моделей экспонентного роста и экспонентного роста с ограничением (модель Лотки-Вольтерра или обобщенной логистической модели). Сравнительный анализ этих моделей представлен с помощью рис. 1.

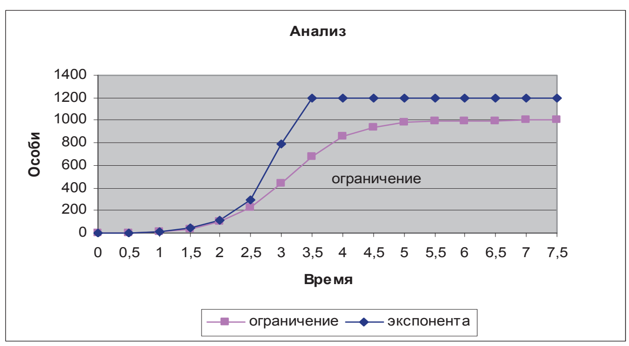

Рис. 1. Графики зависимости количества особей в популяции от времени моделирования (модели экспонентного роста и Лотки-Вольтерра)

Заметим, что рост графика экспонентного роста, начиная с 7 шага (время 3,5), был искусственно ограничен.

Рассчитаем абсолютную погрешность между исследуемыми моделями с помощью формулы:

$$\Delta=N_0e^{rt}-\frac{N_0a_0e^{rt}}{a_0-N_0+N_0e^{rt}}\approx N_0\left(e^{rt}-1\right) \text{ при } t\to\infty.$$

Тогда относительная погрешность будет равна:

$$\delta\approx-1+e^{rt}.$$

График абсолютной погрешности представлен на рис. 2.

Рис. 2. График зависимости абсолютной погрешности от шага прогнозирования

Анализ рис. 2 позволяет утверждать о том, что с помощью обобщенной логистической модели можно проводить прогнозирование численности охотничьих животных не более чем на 3 шага (на 3 года).

Накопление погрешности прогнозных расчетов можно представить с помощью ряда: $\Delta_0 = 0$; $\Delta_1 = 0{,}2$; $\Delta_2 = 10{,}3$; $\Delta_3 = 349{,}7$; $\Delta_4 = 4965$; $\Delta_5 = 14790$. Анализ ряда показывает, что погрешность начинает резко расти после четвертого шага ($\Delta_3 \approx 350$ особей).

С целью уменьшения погрешности прогнозирования при оценивании рабочих параметров математических моделей динамики популяций отдельных видов копытных целесообразно использовать априорную информацию. Например, тот факт, что популяции развиваются по экспоненциальному закону $\left(N(t) = Ne^{rt}\right)$. В этом случае рабочие параметры математических моделей необходимо определять с помощью решения системы уравнений:

$$\begin{cases} N_{k+1} = \left[1 + \phi\left(\dfrac{1}{1 + a_1 N_k} - \dfrac{N_k / b_0}{1 + a_1 N_k}\right)\right] N_k \\ N_{k+1} = N_k e^{\phi t}. \end{cases} \quad (10)$$

Использование априорной информации о поведении функции динамики популяций позволяет уменьшить абсолютную погрешность прогнозирования на $\Delta = \Delta_4 - \Delta_3 \approx 4615$ особей.

С целью увеличения срока прогнозирования целесообразно рабочий параметр определять не с помощью (10), а используя значение оптимальной плотности соответствующих животных. Например, средние значения оптимальной плотности в исследуемых охотничьих хозяйствах для: косуль – 17,7 голов/1000 га; кабанов – 3,4 голов/1000 га [7]. Использование априорной информации об оптимальной плотности парнокопытных в охотничьих хозяйствах Украины позволяет дополнительно уменьшить абсолютную погрешность прогнозирования на $\Delta = \Delta_3 - \Delta_2 \approx 340$ особей.

Воспользовавшись статистическими данными о количестве копытных в охотничьих хозяйствах Украины [6] с помощью предложенных методик рассчитаем рабочие параметры универсальной модели для популяций оленя, кабана, косули и лани. Результаты расчетов представлены в табл.

Анализ данных табл. показывает, что рабочие параметры, полученные с использованием разных методик, несколько отличаются. Однако однотипные из них имеют один порядок. С целью проверки возможности практического использования предложенных методик в работе были проведены прогнозные расчеты количества особей исследуемых парнокопытных. Относительные погрешности прогнозных параметров составили единицы особей, что можно отнести к ошибкам округления, возникшим во время расчетов.

Таблица

Значения рабочих параметров моделей динамики численности парнокопытных

Вид копытного животного	Методика	Параметр		
		a_1	ϕ	b_0
Олень	1	$-1{,}2128\cdot10^{-4}$	1,12945	17316,3388
	2	$-5{,}5759\cdot10^{-4}$	0,05935	17918,290
	3	$-5{,}874\cdot10^{-5}$	0,05935	16982,00
Кабан	1	$-2{,}2985\cdot10^{-5}$	0,080439	43306,218
	2	$-2{,}2989\cdot10^{-5}$	0,08042	43298,740
	3	$-2{,}4548\cdot10^{-5}$	0,08042	40455,00
Косуля	1	$-0{,}79164\cdot10^{-5}$	0,03465	126270,3988
	2	$-0{,}7929\cdot10^{-5}$	0,03437	126011,660
	3	$-0{,}8078\cdot10^{-5}$	0,03437	123658,00
Лань	1	$-3{,}7487\cdot10^{-4}$	0,014201	2710,1638
	2	$-3{,}754\cdot10^{-4}$	0,01264	2661,220
	3	$-4{,}4149\cdot10^{-4}$	0,01264	2261,00

4. Выводы и практические рекомендации

Сравнительный анализ моделей экспонентного роста и Лотки-Вольтерра позволяет утверждать о том, что использовать обобщенную логистическую (универсальную) модель можно только при краткосрочных прогнозах (на 3 года).

С целью увеличения срока и уменьшения погрешности прогнозирования целесообразно использовать предложенные методики определения рабочих параметров моделей динамики численности парнокопытных в охотничьих хозяйствах Украины. Использование априорной информации о поведении функции динамики популяций и оптимальной плотности животных позволит уменьшить абсолютную погрешность прогнозирования на 4955 особей.

Литература

1. Базыкин, А.Д. Динамика плотности лесных насекомых: бифуркационный подход [Текст] / А. Д. Базыкин, Ф. С. Березовская, А. С. Исаев, Р. Г. Хлебопрос / Журнал теоретической биологии. – 1997. – №186(3). – С. 267-278. – http://www.scopus.com/inward/record.url?eid=2-s2.0-0031558029&partnerID=40: ИСТОЧНИК: Scopus.
2. Лаврик, В.І. Методи математичного моделювання в екології [Текст] / В.І.Лаврик. – К.: Фітоцентр, 1998. – 316 с.

3. Пількевич, І.А. Дослідження можливості прогнозування динаміки популяцій [Текст] / І.А.Пількевич, В.І.Котков, О.В.Маєвський // Збірник наукових праць Подільського державного аграрно-технічного університету. – 2012. – Спеціальний випуск до VI Міжнародної науково-практичної конференції „Сучасні проблеми збалансованого природокористування", 29-30 листопада 2012. – С. 181-185.
4. Пількевич, І.А. Динаміка популяцій [Текст] / І.А.Пількевич, В.І.Котков, О.В.Маєвський // Збірник наукових праць Подільського державного аграрно-технічного університету. – 2010. – Спеціальний випуск до V науково-практичної конференції „Сучасні проблеми збалансованого природокористування", 25-26 листопада 2010. – С. 15-19.
5. Пилькевич, И.А. Обобщенная логистическая модель динамики популяций [Текст] / И.А.Пилькевич, В.И.Котков, А.В.Маевский // Материалы III-го Всеукраинского съезда экологов с международным участием „Экология-2011". – Винница: ВНТУ, 21-24 сентября 2011. – С. 222-226.
6. Пількевич, І.А. Моделювання і прогнозування динаміки чисельності мисливських тварин: монографія [Текст] / І.А.Пількевич. – Житомир: Вид-во ЖДУ ім. І.Франка, 2012. – 128 с.
7. Делеган, І.В. Біологія лісових птахів та звірів [Текст] / І.В.Делеган, І.І.Делеган. – Львів: Поділ, 2005. – 600 с.

Abstract

The fauna is one of the components of the environment, the national wealth of Ukraine, the source of spiritual and aesthetic enrichment and education of people, the object of research, as well as an important base for industrial and medicinal stuff, food products and other material values. Population dynamics of different species has the great importance for a person, as many animals and plants are the objects of his economic activity or reason of a loss. Therefore, knowledge of the laws of population dynamics is necessary to predict the possible undesirable events, and to make, if necessary, amendments to the dynamics in order to manage it. Typically, the prediction is a complex and difficult task that requires thorough analysis and complex processing of a specific primary material. The article analyzes the possibility of prediction of the population dynamics of artiodactyles in the hunting areas of Ukraine by means of the generalized logistic (universal) model, derived theoretically on the basis of systemology. A number of methods of identification of the universal mathematical model of population dynamics was suggested, and the quality of prediction of the number of artiodactyles with their use was estimated

***Keywords**: universal mathematical model, prediction of population dynamics*

УДК 681.5.015

ЕКВІВАЛЕНТНІ ПЕРЕТВОРЕННЯ ГЕОМЕТРИЧНИХ МОДЕЛЕЙ

І.В. Хоменко
Аспірантка
Інститут проблем математичних машин і систем НАНУ
пр. Глушкова, 42,
м. Київ, Україна, 03680
Контактний тел.: 066-179-62-58
E-mail: inna_pochta@mail.ru

Розглянуто питання, які виникають при проектуванні систем, заснованих на знаннях: представлення даних та знань. Проаналізовано мови представлення знань. Ураховуючи недоліки існуючих мов, розроблено спеціальну мову представлення геометричних моделей у системі для автоматизованого навчання дисциплінам, насиченим інженерною графікою

Ключові слова: автоматизація процесу навчання, інженерна графіка, системи автоматизованого проектування, представлення даних та знань, мова геометричного моделювання

Рассмотрены вопросы, которые возникают при проектировании систем, основанных на знаниях: представление данных и знаний. Проанализированы языки представления знаний. Учитывая недостатки существующих языков, разработан специальный язык представления геометрических моделей в системе для автоматизированного обучения дисциплинам, насыщенным инженерной графикой

Ключевые слова: автоматизация процесса обучения, инженерная графика, системы автоматизированного проектирования, представление данных и знаний, язык геометрического моделирования

1. Вступ

Розвиток сучасного високотехнологічного виробництва потребує якісної зміни системи підготовки кадрів. Висока конкуренція на ринку машинобудування та інженерних технологій спонукає українських розробників впроваджувати більш складні та неординарні рішення. Висока вартість помилки при реаліза-