УДК 519.6:504.064

ВИКОРИСТАННЯ АНАЛІТИЧНИХ МЕТОДІВ ДЛЯ ВИЗНАЧЕННЯ ФУНКЦІЇ ПОХИБКИ МОДЕЛІ ПРИ ВАРІАЦІЇ ПАРАМЕТРІВ

Р.В. Криваковська
Аспірант
Відділ автоматизації проектування енергетичних установок
Інститут проблем моделювання в енергетиці ім. Г.Є. Пухова НАН України
вул. Генерала Наумова, 15, м. Київ, 03164
Контактний тел.: 068-405-79-59
E-mail: deyatinor@ua.fm

В статті розглядається питання моделювання при неякісних вхідних даних і зокрема знаходження виразів для обчислення відносної похибки значення статистичних модифікацій моделі МАГАТЕ та k-моделі Робертса для моделювання поширення домішок в приземному шарі атмосфери в залежності від відносних похибок вхідних параметрів за допомогою аналітичного методу. Також розглядаються можливі застосування цих результатів і окреслюються напрямки подальших досліджень

Ключові слова: математичне моделювання, відносна похибка

В статье рассматривается вопрос моделирования при некачественных входных данных и в частности, нахождение выражений для вычисления относительной погрешности значения статистических модификаций модели МАГАТЭ и k-модели Робертса для моделирования распространения примесей в приземном слое атмосферы в зависимости от относительных погрешностей входных параметров с помощью аналитического метода. Также рассматриваются возможные применения этих результатов и очерчиваются направления дальнейших исследований

Ключевые слова: математическое моделирование, относительная погрешность

1. Вступ

Питання організації моделювання при неякісних вхідних даних є дуже важливим в наш час.

Це пов'язано з тим, що результати моделювання використовуються у системах прийняття рішення для подальшого використання в якості вхідних даних для оптимізації, ідентифікації сценарію та ін.

Ігнорування можливих помилок моделі через недостовірність або неповноту вхідних даних при побудові систем прийняття рішень, може призводити до невірних рішень.

Тому оцінка та облік недостовірності результатів моделювання, яка виникає у зв'язку з недостовірністю і неповнотою вхідних даних, є актуальним завданням.

В даній статті буде розглядатися оцінка достовірності результатів моделювання у задачі управління якістю повітря.

Це важлива задача, пов'язана з питаннями антропогенного і техногенного навантаження на навколишнє середовище, що можуть призвести до деградації навколишнього середовища і негативних наслідків для здоров'я населення.

При дослідженнях в галузі забезпечення якості повітря використовуються різноманітні математичні моделі, аналіз недостовірності для яких повинен бути зроблений перш ніж вони будуть включені до складу систем підтримки прийняття рішення.

2. Аналіз літератури і вибір невирішеної частини проблеми

Для проведення досліджень в галузі недостовірності результатів моделювання необхідно визначити вплив різних видів недостовірності даних на результати моделювання.

Як вже відзначалося в [1] недостовірність вхідних даних може бути зумовлена декількома причинами. Однією з цих причин є похибки обчислення, що виникають в результаті похибок вимірювання вхідних параметрів моделей.

В даний час авторами розробляється інформаційно-моделююча система для оцінки стану повітря. До її складу входять блоки моделювання. В якості блоку моделювання пропонується використовувати моделі, розроблені Поповим у [2] і реалізовані у складі системи AISEEM [3]. Так як вхідні параметри моделі можуть бути виміряні з похибками, для оцінки достовірності результатів моделювання необхідно враховувати вплив цієї похибки на похибку результату. Тому визначення виразів похибки є доцільним.

Дослідження з отримання аналітичних виразів для величини похибок раніше не проводилися.

3. Постановка задачі і вибір методів вирішення

Розглянемо вирішення задачі отримання виразу для похибки при відомій похибці вхідних параметрів моделі. Для цього скористаємося алгебраїчним методом визначення виразу похибки моделювання при відомих похибках вхідних параметрів, запропонованим у [4].

Сутність методу полягає в тому, що функція, для якої шукається похибка, розписується у вигляді комбінації елементарних функцій. Скористаємося результатами знаходження відносних похибок, отриманих в роботі [4]. Деякі з них наведені в табл. 1. Для обчислення функції похибки покроково знаходяться похибки елементарних функцій і в кінці кінців знаходиться похибка всієї функції.

Перевагою алгебраїчного методу є його простота. Застосуємо цей метод для отримання виразу похибок статистичних модифікацій моделі МАГАТЕ та k-моделі Робертса, розроблених у [2].

Таблиця 1

Похибки елементарних функцій

Функція	Значення відносної похибки
$\frac{x}{y}$	$\frac{\delta x-\delta y}{1+\delta y}$
$\prod_{i=1}^{n} x_i$	$\sum_{i=1}^{n} C_n^i\left(\delta x_1, \delta x_2, \ldots, \delta x_n\right)$, C_n^i – кількість сполук з добутків відносних похибок
$\sum_{i=1}^{n} x_i$	$\sum_{i=1}^{n} \frac{x_{i0}}{F_0} \delta x_i$, F_0 – значення функції при номінальних значеннях аргументів
x^n	$\sum_{i=1}^{n} C_n^i (\delta x)^i$
$+ax$	δx
$\sqrt[n]{x}$	$\sqrt[n]{1+\delta x}-1$
a^x	$\bar{F}_0^{\delta x}-1, \bar{F}=a^{x0}, x_0=\bar{x}$

4. Вирішення задачі. Обчислення відносної похибки для моделі МАГАТЕ

Формула (1) представляє аналітичний вираз статистичної модифікації моделі МАГАТЕ.

$$C_{cep}=C_M(x,y)=\frac{Q}{\pi}\left(\sum_{m=1}^{n}\sum_{j=1}^{k}P_{mj}\sum_{i=1}^{6}p_{ji}\frac{1}{u_{ji}\sigma_{y_i}\sigma_{z_i}}\exp\left[-\frac{y_m^2}{2\sigma_{y_i}^2}\right]\cdot\exp\left[-\frac{H_{e\phi_j}^2}{2\sigma_{z_i}^2}\right]\times\right.$$

$$\times\exp\left[-\frac{\alpha x_m}{u_{ji}}\right]+\ HB\sum_{m=1}^{n}\sum_{j=1}^{k}P_{mj}\sum_{i=1}^{6}p_{ji}\frac{1}{u_{ji\left(H_{e\phi}-L\right)}\sigma_{y_i}\sigma_{z_i}}\exp\left[-\frac{y_m^2}{2\sigma_{y_i}^2}\right]\times \qquad (1)$$

$$\left.\times\exp\left[-\frac{\left(H_{e\phi_j}-L\right)^2}{2\sigma_{z_i}^2}\right]\cdot\exp\left[-\frac{\alpha x_m}{u_{ji\left(H_{e\phi}-L\right)}}\right]\right),$$

де p_{ji} - ймовірність i-го стану атмосфери при j-ій швидкості вітру; P_{mj} - ймовірність m-го напрямку вітру при j-ій швидкості вітру; u_{ji} – швидкість вітру на ефективній висоті факела викидів $H_{e\phi}$ при швидкості вітру на висоті флюгера u_j [м/с] для i-го стану атмосфери; $H_{e\phi_j}$ – ефективна висота підйому факела викидів при j-ій швидкості вітру, [м]; $u_{ji\left(H_{e\phi}-L\right)}$ – швидкість вітру на висоті $H_{e\phi}-L$ при швидкості вітру на висоті флюгера u_j [м/с] для i-го стану атмосфери; σ_{y_i} , σ_{z_i} – відповідно горизонтальна та вертикальна дисперсії i-ї стратифікації атмосфери;

$x_m(x,y,\varphi_m) = x\cos\varphi_m+y\sin\varphi_m$,

$y_m(x,y,\varphi_m) = -x\sin\varphi_m+y\cos\varphi_m$ – формули переходу до іншої системи координат пов'язаної з поворотом напрямку розповсюдження ЗР на кут φ_m по відношенню до східного напрямку; L – висота штильового шару, [м].

p_{ji} – обчислюється з рисунку, наведеного у [2].

P_{mj} - обчислюється як добуток імовірностей швидкості вітру u_j та його напрямку P_m.

u_{ji} – обчислюється за формулою Ірвіна, наведеною у [2]

$$u(z)=u(10)\left(\frac{z}{10}\right)^p.$$

При цьому коефіцієнт p розраховується за таблицею в залежності від стану атмосфери та параметру шорсткості z_0. Автор роботи [2] пропонує брати значення параметра шорсткості z_0=3. Далі для спрощення будемо вважати, що u_{ji} залежить тільки від u і відповідно похибка u_{ji} дорівнює похибці u.

$H_{e\phi}$ - обчислюється за формулою

$$H=H_{5D}+\Delta H,$$

де

$$\Delta H=\frac{1{,}5W_0R_0}{u}\left(2{,}5+\frac{3{,}3gR_0\Delta T}{T_n u^2}\right),$$

де W_0 - середня швидкість виходу ЗР з димової труби, [м/с]; R_0 - радіус гирла труби, [м]; u - швидкість вітру на висоті флюгера ($H_{e\phi}$=10м), [м/с]; ΔT - перегрів газів; $T_п$ - температура оточуючого повітря в абсолютній шкалі; g = 9,8 м/с^2 – прискорення вільного падіння.

Коефіцієнт α обчислюється за формулою.

$$\alpha=\begin{cases}I^{0,9}e^{-2I}, I\le 0,2\\ (I-0,1)^{0,575}, I>0,2\end{cases}.$$

В даній формулі змінними є p_{ji}, P_{mj}, u_j, x_m, y_m, Q, α, I.

Константами є вирази $H_{e\phi}$, σ_{y_i} , σ_{z_i} – .

Будемо аналізувати її по частинах. Виконаємо заміну змінних.

$C_{сер}=QA$

$$A=\frac{1}{\pi}\left(\begin{array}{l}\sum_{m=1}^{n}\sum_{j=1}^{k}P_{mj}\sum_{i=1}^{6}p_{ji}\frac{1}{u_{ji}\sigma_{y_1}\sigma_{z_1}}\exp\left[-\frac{y_m^2}{2\sigma_{y_1}^2}\right]\cdot\exp\left[-\frac{H_{ef_1}^2}{2\sigma_{z_1}^2}\right]\cdot\exp\left[-\frac{\alpha x_m}{u_{ji}}\right]+\\ P_s\sum_{m=1}^{n}\sum_{j=1}^{k}P_{mj}\sum_{i=1}^{6}p_{ji}\frac{1}{u_{ji(H_{ef}-L)}\sigma_{y_1}\sigma_{z_1}}\exp\left[-\frac{y_m^2}{2\sigma_{y_1}^2}\right]\cdot\exp\left[-\frac{\left(H_{ef_1}-L\right)^2}{2\sigma_{z_1}^2}\right]\cdot\exp\left[-\frac{\alpha x_m}{u_{ji}\left(H_{ef}-L\right)}\right]\end{array}\right).$$

Позначимо

$A=A_1+A_2$,

Розпишемо A_1 у вигляді

$$A_1=\sum_{m=1}^{n}\sum_{j=1}^{k}P_{mj}\sum_{i=1}^{6}p_{ji}\frac{1}{u_{ji}\sigma_{y_1}\sigma_{z_1}}\exp\left[-\frac{y_m^2}{2\sigma_{y_1}^2}\right]\times$$

$$\times\exp\left[-\frac{H_{ef_1}^2}{2\sigma_{z_1}^2}\right]\cdot\exp\left[-\frac{\alpha x_m}{u_{ji}}\right]=\sum_{m=1}^{n}\sum_{j=1}^{k}P_{mj}\sum_{i=1}^{6}G_1e^{(B+C+D)},$$

де введено наступні параметри

$$G_1=\frac{1}{\sigma_{y_1}\sigma_{z_1}}\cdot\frac{p_{ji}}{u_{ji}},$$

$$E_1=B+C+D,$$

$$C=-\frac{H_{ef_1}^2}{2\sigma_{z_1}^2},$$

$$D=-\frac{\alpha x_m}{u_{ji}}.$$

Для подальшого обчислення введемо позначення

$$A_1=\sum_{m=1}^{n}\sum_{j=1}^{k}P_{mj}\sum_{i=1}^{6}G_1e^{E_1}=\sum_{m=1}^{n}\sum_{j=1}^{k}P_{mj}\sum_{i=1}^{6}A_{e1}=$$

$$=\sum_{m=1}^{n}\sum_{j=1}^{k}P_{mj}G_a=\sum_{m=1}^{n}\sum_{j=1}^{k}G_{e1}=\sum_{m=1}^{n}A_{s1},$$

$$A_{e1}=G_1e^{(B+C+D)}=G_1e^{E_1},$$

$$G_a=\sum_{i=1}^{6}A_{e1},$$

$$G_{e1}=P_{mj}G_a,$$

$$A_{s1}=\sum_{j=1}^{k}G_{e1}.$$

Так само розпишемо A_2

$$A_2=P_s\sum_{m=1}^{n}\sum_{j=1}^{k}P_{mj}\sum_{i=1}^{6}p_{ji}\frac{1}{u_{ji(H_{ef}-L)}\sigma_{y_1}\sigma_{z_1}}\exp\left[-\frac{y_m^2}{2\sigma_{y_1}^2}\right]\cdot\exp\left[-\frac{\left(H_{ef_1}-L\right)^2}{2\sigma_{z_1}^2}\right]\cdot\exp\left[-\frac{\alpha x_m}{u_{ji}\left(H_{ef}-L\right)}\right]=$$

$$=P_s\sum_{m=1}^{n}\sum_{j=1}^{k}P_{mj}\sum_{i=1}^{6}p_{ji}\frac{1}{u_{ji(H_{ef}-L)}\sigma_{y_1}\sigma_{z_1}}e^{(B+E+F)}=P_s\sum_{m=1}^{n}\sum_{j=1}^{k}P_{mj}\sum_{i=1}^{6}G_2e^{(B+E+F)},$$

$$G_2=p_{ji}\frac{1}{u_{ji(H_{ef}-L)}\sigma_{y_1}\sigma_{z_1}},$$

$$E=-\frac{\left(H_{ef_1}-L\right)^2}{2\sigma_{z_1}^2},$$

$$F=-\frac{\alpha x_m}{u_{ji}\left(H_{ef}-L\right)}.$$

Відкинемо константи і отримаємо вирази для похибок.

$$\delta u_{ji}=\delta u,$$

$$\delta P_{ji}=\delta P_i+\delta u+\delta P_i\delta u,$$

$$\delta H_{еф}=\frac{1}{H_{дж0}+\Delta H_0}\left(H_{дж0}\delta H_{дж}+\Delta H_0\delta(\Delta H)\right),$$

$$\delta(\Delta H)=\frac{\delta W_0+\delta R_0+\delta W_0\delta R_0-\delta u}{1+\delta u}+$$

$$+\frac{\delta R_0+\delta(\Delta T)+\delta R_0\delta(\Delta T)+\delta T_n+2\delta u+\delta^2u+\delta T_n\left(2\delta u+\delta^2u\right)}{1+\delta T_n+2\delta u+\delta^2u+\delta T_n\left(2\delta u+\delta^2u\right)}+$$

$$+\frac{\delta W_0+\delta R_0+\delta W_0\delta R_0-\delta u}{1+\delta u}\times$$

$$\times\frac{\delta R_0+\delta(\Delta T)+\delta R_0\delta(\Delta T)+\delta T_n+2\delta u+\delta^2u+\delta T_n\left(2\delta u+\delta^2u\right)}{1+\delta T_n+2\delta u+\delta^2u+\delta T_n\left(2\delta u+\delta^2u\right)},$$

$$\delta A=\frac{1}{(A_{10}+A_{20})}\left(A_{10}\delta A_1+A_{20}\delta A_2\right).$$

де A_{10}, A_{20} – номінальні значення параметрів A_1, A_2.

$$\delta A_1=\frac{1}{A_{s10m}}\sum_{m=1}^{n}A_{s10m}\,\acute{A}_{s1m}.$$

В даному випадку A_{s10m} – значення виразів A_{s1} при номінальних значеннях вхідних параметрів.

$$\delta G_1=\frac{\delta p_{ji}-\delta u_{ji}}{\delta u_{ji}+1},$$

$$\delta A_{e1}=\delta G_1+\delta e^{E_1}+\delta G_1\delta e^{E_1},$$

$$\delta e^{E_1}=\left(e^{E_1av}\right)^{\delta E_1}-1.$$

Тут E_1av – середнє значення E_1

$$\delta E_1=\frac{1}{C_0+D_0}\left(C_0\delta C+D_0\delta D\right).$$

В даному випадку C_0, D_0 – номінальні значення виразів C, D.

$$\delta C=2\delta H_{ef_1}+\delta^2H_{ef_1},$$

$$\delta D=\delta F=\frac{\delta\alpha-u_{ji}}{u_{ji}+1},$$

$$\delta E = \delta H_{5D},$$

$$\delta G_a = \frac{1}{\sum_{i=1}^{6} A_{e10i}} \sum_{i=1}^{6} A_{e10i}\delta A_{e1i}.$$

В даному випадку A_{e10i} – значення виразу A_{e1i} при номінальних значеннях вхідних параметрів.

$$\delta G_{e1} = \delta P_{mj} + \delta G_a + \delta P_{mj}\delta G_a,$$

$$\delta A_{s1} = \frac{1}{\sum_{j=1}^{k} G_{e10j}} \sum_{j=1}^{k} G_{e10j}\delta G_{e1j}.$$

В даному випадку G_{e0j} - значення виразу G_{e1j} при номінальних значеннях вхідних параметрів.

$$\delta\alpha = \begin{cases} \delta I^{0,9} + \delta e^{-2I} + \delta I^{0,9}\delta e^{-2I}, I \le 0,2 \\ (I-0,1)^{0,575}, I > 0,2 \end{cases}.$$

Зауважимо, що для використання отриманої оцінки параметра α слід акуратно визначати значення параметру I, так як використаний метод не дозволяє проводити оцінку при зміні режимів.

Аналогічним чином розписується вираз A_2.

$$G_2 = \frac{p_{ji} - u_{ji(H_{ef}-L)}}{u_{ji(H_{ef}-L)} + 1},$$

$$\delta C_{av} = \delta Q + \delta A + \delta Q\delta A.$$

Отримані вирази являють собою повний аналітичний вираз відносної похибки для моделі МАГАТЕ.

5. Обчислення відносної похибки для k-моделі Робертса

Формула (2) представляє аналітичний вираз статистичної модифікації k-моделі Робертса.

$$C_{сер} = C_p(x,y) = \frac{Q}{2\pi}\left(\sum_{m=1}^{n}\sum_{j=1}^{k} P_{mj}\sum_{i=1}^{6} p_{ji}\frac{1}{x_m\sqrt{k_{y_{ji}}k_{z_i}}}\exp\left[-\frac{u_j y_m^2}{4k_{y_{ji}}x_m}\right]\times\right.$$
$$\times\exp\left[-\frac{u_j H_{еф_j}^2}{4k_{z_i}x_m}\right]\cdot\exp\left[-\frac{\alpha x_m}{u_{ji}}\right] + P_{шт}\sum_{m=1}^{n}\sum_{j=1}^{k} P_{mj}\sum_{i=1}^{6} p_{ji}\frac{1}{x_m\sqrt{k_{y_{ji}}k_{z_i}}}\times$$
$$\left.\times\exp\left[-\frac{u_j y_m^2}{4k_{y_{ji}}x_m}\right]\times\exp\left[-\frac{u_j\left(H_{еф_j}-L\right)^2}{4k_{z_i}x_m}\right]\cdot\exp\left[-\frac{\alpha x_m}{u_{ji\left(H_{еф_j}-L\right)}}\right]\right),$$

де k_{yi}, k_{zi} – горизонтальний та вертикальний коефіцієнти турбулентної дифузії для i-го класу стійкості атмосфери, [$м^2/с$].

Будемо аналізувати її по частинах. Виконаємо заміну змінних.

Позначимо

$$C_{сер} = QA,$$

$$A = A_1 + A_2.$$

Розпишемо A_1 у вигляді

$$A_1 = \sum_{m=1}^{n}\sum_{j=1}^{k} P_{mj}\sum_{i=1}^{6} p_{ji}\frac{1}{x_m\sqrt{k_{y_1}k_{z_1}}}\exp\left[-\frac{u_j y_m^2}{4k_y x_m}\right]\times$$
$$\times\exp\left[-\frac{H_{ef_1}^2}{4k_z x_m}\right]\cdot\exp\left[-\frac{\alpha x_m}{u_{ji}}\right] = \sum_{m=1}^{n}\sum_{j=1}^{k} P_{mj}\sum_{i=1}^{6} G_1 e^{(B+C+D)},$$

де введено наступні параметри

$$G_1 = \frac{1}{x_m\sqrt{k_{y_1}k_{z_1}}}\cdot\frac{p_{ji}}{u_{ji}},$$

$$E_1 = B + C + D,$$

$$B = -\frac{u_j y_m^2}{4k_y x_m},$$

$$C = -\frac{H_{ef_1}^2}{4k_z x_m},$$

$$D = -\frac{\alpha x_m}{u_{ji}}.$$

Для подальшого обчислення введемо наступні позначення

$$A_1 = \sum_{m=1}^{n}\sum_{j=1}^{k} P_{mj}\sum_{i=1}^{6} G_1 e^{E_1} = \sum_{m=1}^{n}\sum_{j=1}^{k} P_{mj}\sum_{i=1}^{6} G_1 A_{e1} =$$
$$= \sum_{m=1}^{n}\sum_{j=1}^{k} P_{mj}\sum_{i=1}^{6} G_{s1} = \sum_{m=1}^{n}\sum_{j=1}^{k} P_{mj}G'_{s1} = \sum_{m=1}^{n}\sum_{j=1}^{k} G_{p1} = \sum_{m=1}^{n} G'_{p1},$$

де

$$A_{e1} = e^{E_1},$$

$$G_{s1} = G_1 e^{E_1},$$

$$G'_{s1} = \sum_{i=1}^{6} G_{s1},$$

$$G_{p1} = P_{mj}G'_{s1},$$

$$G'_{p1} = \sum_{j=1}^{k} G_{p1}.$$

Розпишемо A_2

$$A_2 = P_s\sum_{m=1}^{n}\sum_{j=1}^{k} P_{mj}\sum_{i=1}^{6} p_{ji}\frac{1}{x_m\sqrt{k_{y_1}k_{z_1}}}\exp\left[-\frac{u_j y_m^2}{4k_y x_m}\right]\times$$
$$\times\exp\left[-\frac{u_j\left(H_{ef}-L\right)^2}{4k_z x_m}\right]\cdot\exp\left[-\frac{\alpha x_m}{u_{ji(H_{ef}-L)}}\right] =$$
$$= P_s\sum_{m=1}^{n}\sum_{j=1}^{k} P_{mj}\sum_{i=1}^{6} G_2 e^{(B+E+F)}$$

де G_1, B – параметри, відповідні параметрам з тим же позначенням для A_1

$$E = -\frac{u_j\left(H_{ef}-L\right)^2}{4k_z x_m},$$

$$F = -\frac{\alpha x_m}{u_{ji(H_{ef}-L)}}.$$

Для подальшого обчислення введемо наступні позначення

$$A_2 = P_s\sum_{m=1}^{n}\sum_{j=1}^{k}P_{mj}\sum_{i=1}^{6}G_1 e^{(B+E+F)} = P_s\sum_{m=1}^{n}\sum_{j=1}^{k}P_{mj}\sum_{i=1}^{6}G_1 A_{e2} =$$

$$= P_s\sum_{m=1}^{n}\sum_{j=1}^{k}P_{mj}\sum_{i=1}^{6}G_{s2} = P_s\sum_{m=1}^{n}\sum_{j=1}^{k}P_{mj}G'_{s2} =$$

$$= P_s\sum_{m=1}^{n}\sum_{j=1}^{k}G_{p2} = P_s\sum_{m=1}^{n}G'_{p2} = P_s G''_{p2},$$

де

$$A_{e2} = e^{(B+E+F)},$$

$$G_{s1} = G_1 A_{e2},$$

$$G'_{s2} = \sum_{i=1}^{6}G_{s2},$$

$$G_{p2} = P_{mj}G'_{s2},$$

$$G'_{p2} = \sum_{j=1}^{k}G_{p2}.$$

Виконаємо аналіз похибок

$$\delta C_{av} = \delta Q + \delta A + \delta Q\delta A,$$

$$\delta A = \frac{1}{\left(A_{10}+A_{20}\right)}\left(A_{10}\delta A_1 + A_{20}\delta A_2\right).$$

де A_{10}, A_{20} – номінальні значення параметрів A_1, A_2

$$\delta B = \delta u_j,$$

$$\delta D = \delta F = \frac{\delta\alpha - u_{ji}}{u_{ji}+1},$$

$$\delta C = \delta E = \delta u_j + 2\delta u_j \delta H_{ef_1} + 2\delta H_{ef_1} + \delta^2 H_{ef_1} + \delta u_j \delta^2 H_{ef_1},$$

$$\delta G_1 = \delta p_{ji},$$

$$\delta G_{s1} = \delta G_1 + \delta A_{e1} + \delta G_1 \delta A_{e1},$$

$$\delta G_{p1} = \delta P_{mj} + \delta G'_{s1} + \delta P_{mj}\delta G'_{s1},$$

$$\delta G'_{s1} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{6}G_{e10i}}\sum_{i=1}^{6}G_{s10i}\delta G_{s1i}.$$

В даному випадку G_{s10i} – значення виразу G_{s1} при номінальних значеннях вхідних параметрів.

$$\delta G'_{p1} = \frac{1}{\sum_{j=1}^{k}G_{p10j}}\sum_{j=1}^{k}G_{p10j}\delta G_{p1j}.$$

Тут G_{p10j} – значення виразу G_{p10j} при номінальних значеннях вхідних параметрів.

$$\delta A_1 = \frac{1}{\sum_{m=1}^{n}G'_{p10m}}\sum_{m=1}^{n}G'_{p10m}\delta G'_{p1m}.$$

В цьому випадку G'_{p10} – значення виразу G'_{p10} при номінальних значеннях вхідних параметрів.

$$\delta A_{e1} = \left(e^{B'}\right)^{\delta B'} - 1,$$

$$\delta A_{e2} = \left(e^{B''}\right)^{\delta B''} - 1,$$

$$\delta B' = \frac{1}{\left(B_0 + C_0 + D_0\right)}\left(B_0\delta B + C_0\delta C + D_0\delta D\right),$$

$$\delta B'' = \frac{1}{\left(B_0 + E_0 + F_0\right)}\left(B_0\delta B + E_0\delta E + F_0\delta F\right),$$

$$\delta G_{s2} = \delta G_1 + \delta A_{e2} + \delta G_1\delta A_{e2},$$

$$\delta G_{p2} = \delta P_{mj} + \delta G'_{s2} + \delta P_{mj}\delta G'_{s2},$$

$$\delta G'_{s2} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{6}G_{s20i}}\sum_{i=1}^{6}G_{s20i}\delta G_{s2i}.$$

В даному випадку G_{s20} – значення виразу G_{s2} при номінальних значеннях вхідних параметрів.

$$\delta G'_{p2} = \frac{1}{G_{p20j}}\sum_{j=1}^{k}G_{p20j}\delta G_{p2}.$$

Тут G_{p20} – значення виразу G_{p2} при номінальних значеннях вхідних параметрів.

$$\delta G''_{p2} = \frac{1}{\sum_{m=1}^{n}G'_{p20m}}\sum_{m=1}^{n}G'_{p20m}\delta G'_{p2m}.$$

В даному випадку G'_{p20m} – значення виразу G'_{p2m} при номінальних значеннях вхідних параметрів.

$$\delta A_2 = \delta P_{HB} + \delta G''_{s2} + \delta P_{in}\delta G''_{s2}.$$

6. Висновок

У даній роботі для моделі МАГАТЕ та k-моделі Робертса отримано аналітичні вирази похибки моделювання при відомих похибках вхідних параметрів, що дозволить проводити оцінку доцільності моделювання розповсюдження домішок у приземному шарі атмосфери при відомих значеннях похибок вимірювання вхідних параметрів моделі, таких, як метеорологічні параметри, параметри джерел викидів тощо. Отримані результати будуть корисними при розробці засобів побудови інформаційно-моделюючих систем оцінки стану атмосферного повітря з врахуванням недостовірності статистичних та моніторингових даних.

Література

1. Криваковская, Р. В. Анализ способов оценки достоверности входных данных для оценки состояния воздуха. / Р. В. Криваковская // Восточно-европейский журнал передовых технологий. № 6, 2012. Экология, технологии пищевых производств, безопасность жизнедеятельности. С. 44-47.
2. Попов, О.О. Математичне та комп'ютерне моделювання техногенних навантажень на атмосферу міста від стаціонарних точкових джерел забруднення [Текст] : дис. ... канд. техн. наук : 01.05.02 / О.О. Попов – К., 2010. – 198 с.
3. Яцишин, А.В. Комп'ютерні засоби прогнозування техногенних навантажень на атмосферу [Текст] / А.В. Яцишин, О.О. Попов, В.О. Артемчук // Східно-Європейський журнал передових технологій - 2009. – Вип. 5/2 (41). – С. 33-36.
4. Пампуро, В.И. Анализ радиоцепей и их схемной надежности. [Текст] / В.И. Пампуро – К.: Техника, - 1967. – 324 с.

Abstract

The article considers the question of definition of the analytical expression of relative errors for the value of statistical modifications of models of the IAEA and Roberts, depending on the relative errors of measurement of input parameters of models. The relevance of this work is related with the relevance of modeling with low-quality input data. The novelty consists in the definition of expressions to calculate the errors, which will permit to determine the values of the errors of the input parameters, at which the value of the errors of a model is too large, and it is unreasonable to apply it in practice. Also, the expressions of error can be used to determine the level of impact of different types of input data on the simulation result. The work on the determination of errors is a part of the work connected with the unreliability of data in the system of estimation of the atmospheric air

***Keywords**: mathematical modeling, the relative error*

УДК 656.025

ОПРЕДЕЛЕНИЕ УРОВНЯ ВАРИАТИВНОСТИ МАТРИЦЫ ПАССАЖИРСКИХ КОРРЕСПОНДЕНЦИЙ

А.В. Россолов
Кандидат технических наук*
Контактный тел.: (057) 707-37-83
E-mail: ross_a@rambler.ru

Е.В. Любый
Кандидат технических наук*
Контактный тел.: (057) 707-37-83
E-mail: lion_khadi@mail.ru

*Кафедра транспортных систем и логистики
Харьковский национальный автомобильно-дорожный университет
ул. Петровского, 25, г. Харьков, Украина, 61002

Наведено модель оцінки рівня варіативності матриці пасажирських кореспонденцій, яка враховує розмірність матриці. Визначено закономірність зміни кількості варіантів матриці пасажирських кореспонденцій при різних характеристиках транспортних зв'язків в місті та варіативності формування циклів перетворення матриці

Ключові слова: пасажирська кореспонденція, комбінаторний аналіз, матриця кореспонденцій, цикл перетворення, ймовірність

Представлена модель оценки уровня вариативности матрицы пассажирских корреспонденций, учитывающая размерность матрицы. Определена закономерность изменения количества вариантов матрицы пассажирских корреспонденций при различных характеристиках транспортных связей в городе и вариативности формирования циклов преобразования матрицы

Ключевые слова: пассажирская корреспонденция, комбинаторный анализ, матрица корреспонденций, цикл преобразования, вероятность

1. Введение

Основной целью функционирования маршрутной сети городского пассажирского транспорта является удовлетворение потребностей населения в передвижениях с минимальными затратами времени. Организация эффективной работы городского пассажирского транспорта возможна при наличии корректной и достоверной информации о спросе населения на услуги городского пассажирского маршрутного транспорта (ГПМТ). В большинстве случаев спрос населения на услуги пассажирского маршрутного транспорта