

*У статті розглянуто результати комп'ютерного моделювання процесу лазерної безконтактної деформації при використанні двох лазерних променів, підведених з одного та протилежних боків до тонкої металевої пластини. На базі отриманих результатів зроблено висновки про вплив розташування лазерів в просторі відносно один одного і деталі та щільності розподілу променів на рівномірність кута деформації*

*Ключові слова: двопробенева лазерна деформація, моделювання температурного поля, рівняння теплопровідності*

*В статье рассмотрены результаты компьютерного моделирования процесса бесконтактной деформации при использовании двух лазерных лучей, подведенных с одной и противоположных сторон к тонкой металлической пластине. На базе полученных результатов сделаны выводы о влиянии расположения лазеров в пространстве относительно друг друга и детали и плотности распределения лучей на равномерность угла деформации*

*Ключевые слова: двулучевая лазерная деформация, моделирование температурного поля, уравнение теплопроводности*

# МОДЕЛЮВАННЯ ДВОПРОМЕНЕВОЇ ЛАЗЕРНОЇ ДЕФОРМАЦІЇ

**І. Ю. Михайлова**

Аспірант  
Кафедра автоматизації проектування енергетичних процесів і систем  
Національний технічний університет України  
«Київський політехнічний інститут»  
вул. Політехнічна, 6, м. Київ, Україна,  
03056

Контактний тел.: 066-206-00-10

E-mail: imikh@aprodos.kpi.ua

## 1. Вступ

Сучасний рівень розвитку машинобудування дає можливість застосовувати лазерне випромінювання в інженерії поверхні для контрольованої зміни форми деталей.

У залежності від параметрів променів, їх кількості та розташування в просторі відносно деталі та один одного, отримані в результаті опромінення зміни верхніх шарів можуть суттєво відрізнятися. Це дозволяє використовувати температурні процеси для створення структурних напруг, що призводять до керованої деформації.

Зважаючи на локальність дії променів та високу швидкість нагрівання та охолодження матеріалу, ускладнюється проведення експериментальних досліджень процесів, що проходять всередині та на поверхні деталі.

Таким чином, стає актуальним математичне та комп'ютерне моделювання теплових процесів та напружено-деформованого стану матеріалу в умовах лазерного нагрівання, що дає можливість аналізувати вплив параметрів процесу на його результат.

У роботі розглядаються результати моделювання впливу двох лазерів, промені яких підведені до однієї або протилежних поверхонь деталі, на кут згину металевої пластини.

## 2. Постановка завдання

Досліджуваний об'єкт – тонка металева пластинка з геометричними розмірами  $L_x$ ,  $L_y$ ,  $L_z$ . Її поверхня знаходиться у процесі теплообміну з навколишнім середовищем, температура якого  $U_c$ . Розглянемо два випадки підведення лазерів до пластини та їх взаємного положення.

У першому випадку лазери рухаються по нижній і верхній поверхнях пластини з однаковою швидкістю  $V(t)$  паралельно осі  $Oy$  (рис. 1). Промінь, що діє на верхню поверхню, вмикається у момент часу  $t_s^u$  і вимикається у момент часу  $t_e^u$  та має розподіл щільності  $q^u(x,y,t)$ . Лазер, що опромінює нижню поверхню, діє в діапазоні часу  $[t_s^l; t_e^l]$  та має розподіл щільності  $q^l(x,y,t)$ .

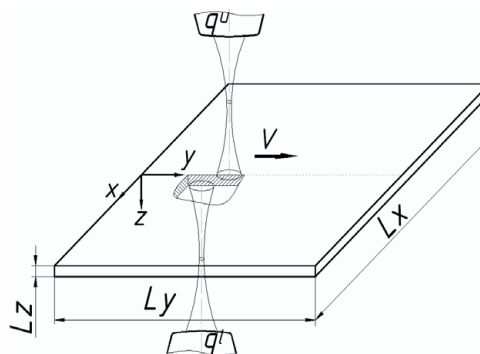


Рис. 1. Схема підведення лазерів до протилежних поверхонь пластини

У другому випадку лазери рухаються по одній поверхні пластини зі швидкістю  $V(t)$  паралельно осі  $Oy$  (рис. 2).

Промінь, що діє на верхню і вмикається першим, працює в період часу  $[t_s^{u1}; t_e^{u1}]$  і має розподіл щільності  $q^{u1}(x,y,t)$ . Лазер, що опромінює верхню поверхню і вмикається другим, діє в діапазоні часу  $[t_s^{u2}; t_e^{u2}]$  і має розподіл щільності  $q^{u2}(x,y,t)$ .

Густина розподілу кожного лазерного променя, що діє на пластину, визначається по функції Гауса.

Необхідно визначити розподіл температури для тонкої металевої пластини, на яку діють рухомі лазерні промені, та кут згину пластини.

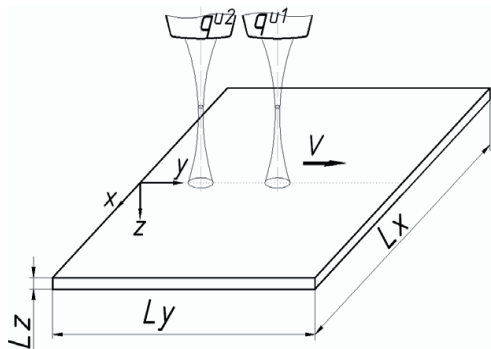


Рис. 2. Схема підведення лазерів до однієї поверхні пластини

### 3. Математична модель

Для спрощення моделі будемо вважати, що випаровування та плавлення не відбувається. В загальному випадку процес нестационарного розподілу температури в металевій пластині описується за допомогою рівняння теплопровідності [1], в якому будемо вважати теплоємність, густину та теплопровідність матеріалу незмінними величинами:

$$\rho c_p \frac{\partial U(x,y,z,t)}{\partial t} = \lambda \left( \frac{\partial^2 U(x,y,z,t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U(x,y,z,t)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U(x,y,z,t)}{\partial z^2} \right)$$

де  $c$  - теплоємність матеріалу;  
 $\rho$  - густина матеріалу;  
 $\lambda$  - теплопровідність матеріалу;  
 $U(x,y,z,t)$  - температура матеріалу в точці з координатами  $(x,y,z)$  в момент часу  $t$ ;

$$x \in [0; L_x]; y \in [0; L_y]; z \in [0; L_z]; t \in [0; T_k].$$

Початкова умова:

$$U(x,y,z,0) = U_c. \tag{2}$$

Крайові умови на усіх гранях поза зоною дії лазерного випромінювання моделюють теплообмін з навколишнім середовищем за законом Ньютона [2]:

$$\lambda \frac{\partial U}{\partial \bar{n}} + \alpha [U_c - U] = 0, \tag{3}$$

де  $\bar{n}$  - нормаль до поверхні.

Для першого випадку крайова умова на верхній грані у зоні дії лазерного випромінювання:

$$\lambda \frac{\partial U(x,y,0,t)}{\partial z} + q^{u1}(x,y,t) = 0. \tag{4}$$

Для першого випадку крайова умова на нижній поверхні у зоні дії лазерного випромінювання:

$$\lambda \frac{\partial U(x,y,L_z,t)}{\partial z} - q^{u2}(x,y,t) = 0. \tag{5}$$

Для другого випадку крайова умова на верхній поверхні у зоні дії першого лазера:

$$\lambda \frac{\partial U(x,y,0,t)}{\partial z} + q^{u1}(x,y,t) = 0. \tag{6}$$

Для другого випадку крайова умова на верхній поверхні у зоні дії другого лазера:

$$\lambda \frac{\partial U(x,y,0,t)}{\partial z} + q^{u2}(x,y,t) = 0. \tag{7}$$

Для визначення кута згину використаємо модифіковану формулу Волертсона [2]:

$$\theta = \frac{l}{b} \left( \alpha \Delta T - \frac{2\sigma_y}{E} \right),$$

де  $l$  - ширина нагрітої ділянки;  
 $b$  - висота пластини;  
 $\alpha$  - коефіцієнт теплового розширення;  
 $\Delta T$  - різниця між максимальними значеннями температур верхньої та нижньої поверхонь пластини;  
 $\sigma_y$  - границя текучості;  
 $E$  - модуль Юнга для матеріалу.

### 4. Методи розв'язування

Для розв'язування диференціальних рівнянь у частинних похідних (ДРЧП) найчастіше використовуються дві групи методів - метод скінченних різниць (МСР) та метод скінченних елементів (МСЕ). Ці методи базуються на дискретизації області визначення з деяким кроком (застосовується для МСР) або шляхом розбиття на велику кількість дискретних елементів простої структури (застосовуються для МСЕ).

Область використання МСЕ є коло задач зі складною геометрією області визначення.

Оскільки область визначення даної задачі - проста, то є сенс використовувати метод скінченних різниць.

МСР складається з трьох етапів: дискретизації розрахункової області, заміни диференціальних рівнянь в частинних похідних (ДРЧП) системою алгебричних рівнянь, розв'язування отриманої на попередньому кроці системи.

Для переходу від ДРЧП до системи алгебричних рівнянь застосуємо метод розщеплення по координатах, який трансформує тривимірну задачу в послідовність одновимірних.

Кожен крок методу розщеплення по координатах реалізує перехід з  $(k-1)$ -го часового шару на  $(k+1)$ -й, має другий порядок точності по часу та просторовим змінним і полягає у виконанні шести етапів.

На кожному з них треба розв'язати серію систем лінійних арифметичних рівнянь (СЛАР) з трьохдіагональною матрицею.

Кожна СЛАР відповідає одному вузлу поверхні розрахункової області (рис. 3).

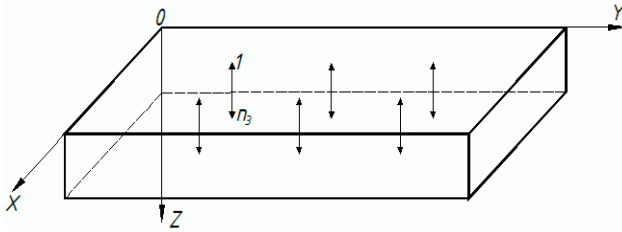


Рис. 3. Порядок запису рівнянь на першому етапі метода розщеплення

Якщо на деталь діють два лазери з обох сторін, то крайова умова (4) в зоні верхнього лазера набуває вигляду:

$$\lambda \frac{u_{ij1}^{k-2} - u_{ij0}^{k-2}}{h_{3,1}} + q_{ij}^{k,u} = 0,$$

а крайова умова (5) в зоні дії нижнього:

$$\lambda \frac{u_{ijn3}^{k-2} - u_{ijn3-1}^{k-2}}{h_{3,n3}} - q_{ij}^{k,l} = 0,$$

де  $h_{3,1}$ ,  $h_{3,n3}$  - величини першого і останнього кроків різницевої сітки у напрямку Oz;

$u_{ijm}^k$  - значення наближеного розв'язку у точці  $(x_i, y_j, z_m, t_k)$ ;

$q_{ij}^{k,u}$ ,  $q_{ij}^{k,l}$  - розподіл щільності потужності верхнього та нижнього лазерів у момент часу  $t_k$  у точці  $(x_i, y_j)$ .

Для другого випадку, коли лазери діють з одного боку деталі, крайові умови (6) та (7) у зоні дії випромінювання приймають вигляд:

$$\lambda \frac{u_{ij1}^{k-2} - u_{ij0}^{k-2}}{h_{3,1}} + q_{ij}^{k,u1} = 0,$$

$$\lambda \frac{u_{ij1}^{k-2} - u_{ij0}^{k-2}}{h_{3,1}} + q_{ij}^{k,u2} = 0.$$

### 5. Результати моделювання

Моделювання проводилося для тонкої пластини зі сталі конструкційної 65Г.

Геометричні розміри пластини:

$$L_x = 20 \text{ mm},$$

$$L_y = 20 \text{ mm},$$

$$L_z = 2 \text{ mm}.$$

Для першого випадку було проведено 4 експерименти, параметри яких подані у табл. 1.

Параметри підбиралися таким чином, щоб кут згину був рівномірним на всьому відрізку дії лазерів. На графіках температур (рис. 4а) видно, що у першому експерименті верхній та нижній лазери рухаються один над одним і працюють одночасно. При цьому кут згину збільшується з кожним часовим кроком (рис. 5а). Для другого (рис. 4б) та третього (рис. 4в) експерименту нижній лазер відстає від верхнього. При цьому кут згину коливається в межах 0,002 рад. без тенденції до росту або зменшення (рис. 5,б,в). В четвертому експерименті (рис. 4г) нижній лазер рухається перед верхнім та підігріває нижню грань пластини перед тим, як включається верхній лазер. При цьому кут коливається в межах 0,005 рад. (рис. 5г) на всьому відрізку руху лазерів.

Таблиця 1

Параметри лазерів для першого випадку

№ експерименту	$q^u, \frac{Wt}{mm^2}$	$t_s^u, sec$	$t_e^u, sec$	$q^l, \frac{Wt}{mm^2}$	$t_s^l, sec$	$t_e^l, sec$
1	40	0	2	10	0	2
2	40	0	2	5	0,4	2
3	40	0	1,9	5	0,4	2
4	40	0,1	1,8	5	0	2

З графіків кута згину (рис. 5) видно, що найбільш рівномірна деформація відбувається в 4 експерименті, тобто коли другий лазер, у якого потужність менша, спочатку підігріває нижню грань пластини, а потім включається верхній лазер зі значно більшою потужністю випромінювання.

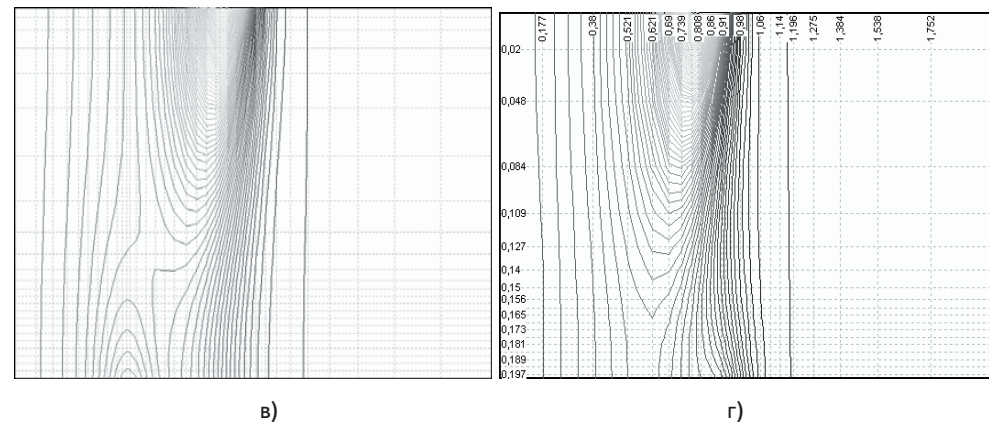
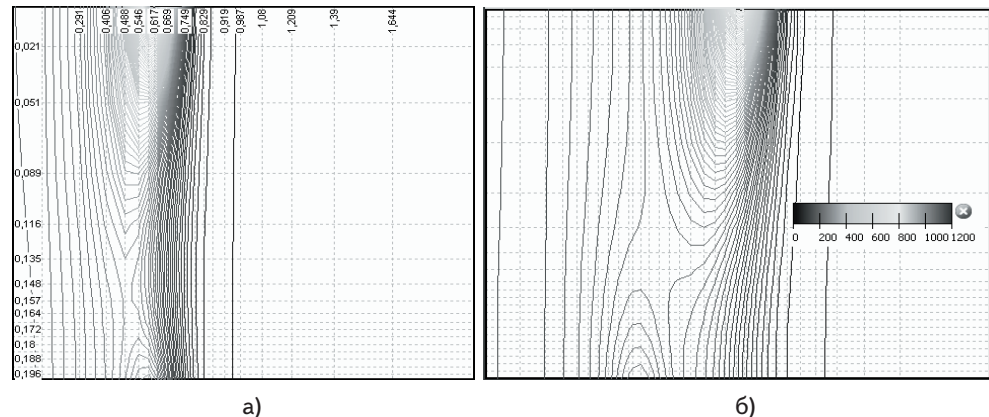


Рис. 4. Ізотерми в площині yOz при  $x=1.0$  та  $t=0.6272$ , 1 експеримент (а),  $t=1.0252$ , 2 експеримент (б),  $t=0.8948$ , 3 експеримент (в),  $t=0.9211$ , 4 експеримент (г)

В цьому випадку на початку руху лазерів перепад температур між верхньою поверхнею пластини і ниж-

ньою менший ніж в попередніх експериментах, що сприяє тому, що пластинка згинається більш рівномірно.

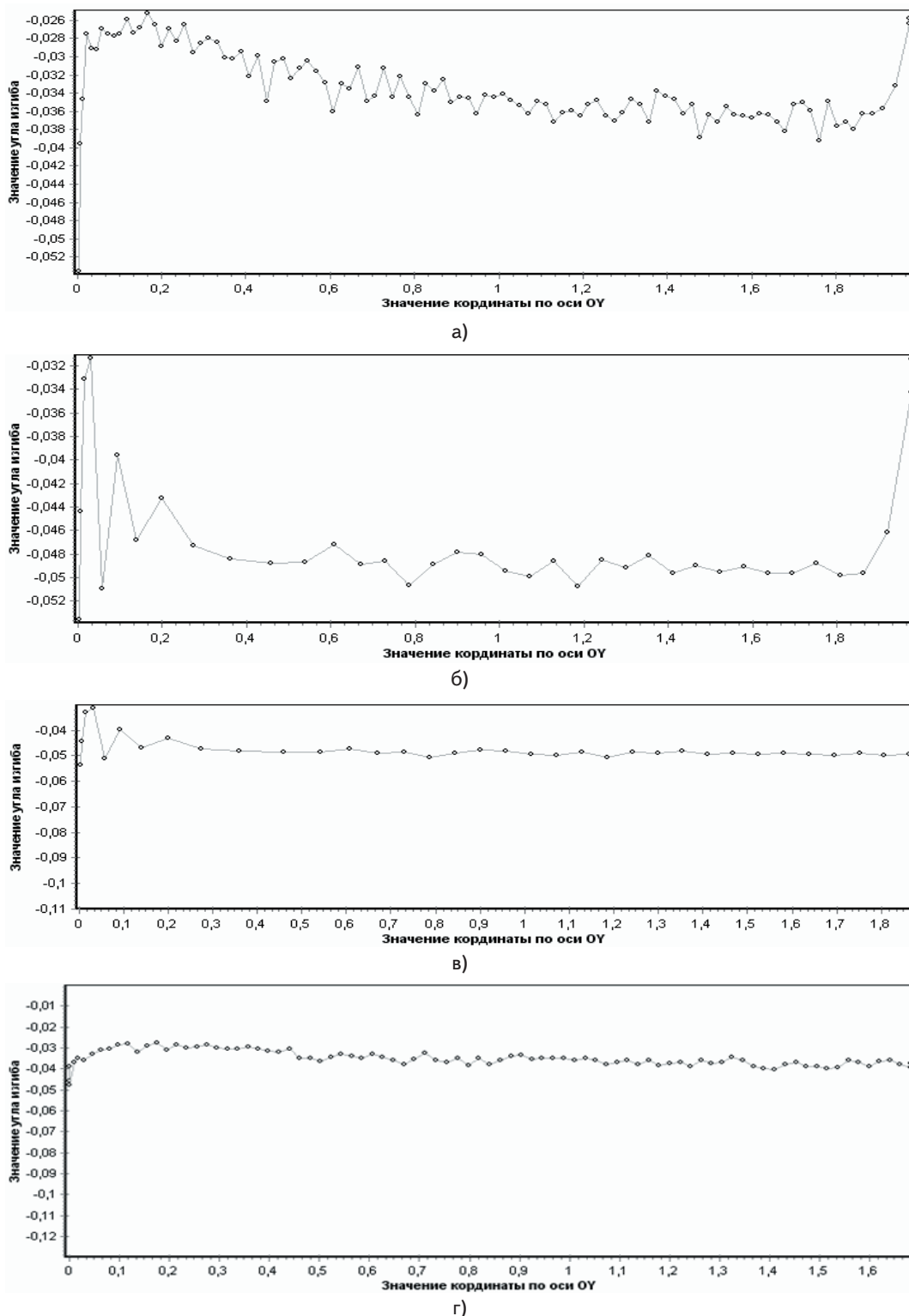


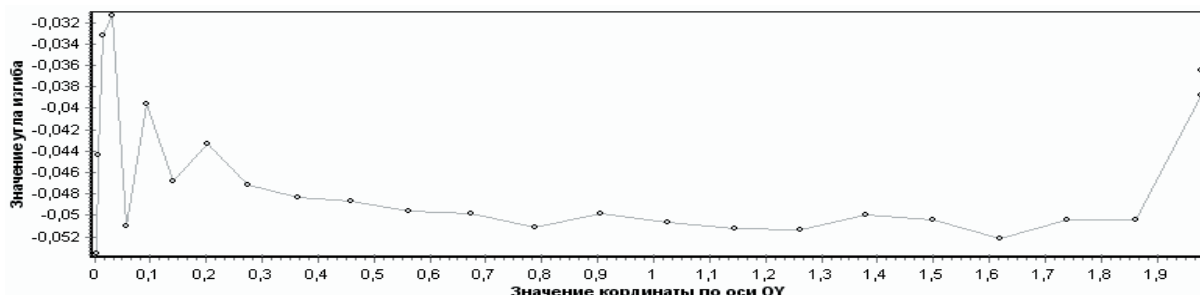
Рис. 5. Залежність кута згину в рад. від координати Oy: 1 експеримент (а), 2 експеримент (б), 3 експеримент (в), 4 експеримент (г)

Для другого випадку було проведено 3 експерименти, параметри яких подані у табл. 2. З графіків кута згину (рис. 6) видно, що найбільш рівномірна деформація відбувається в 2 та 3 експериментах, тобто немає значної різниці чи підігрівається пластинка за допомогою малопотужного лазера до того, як починає

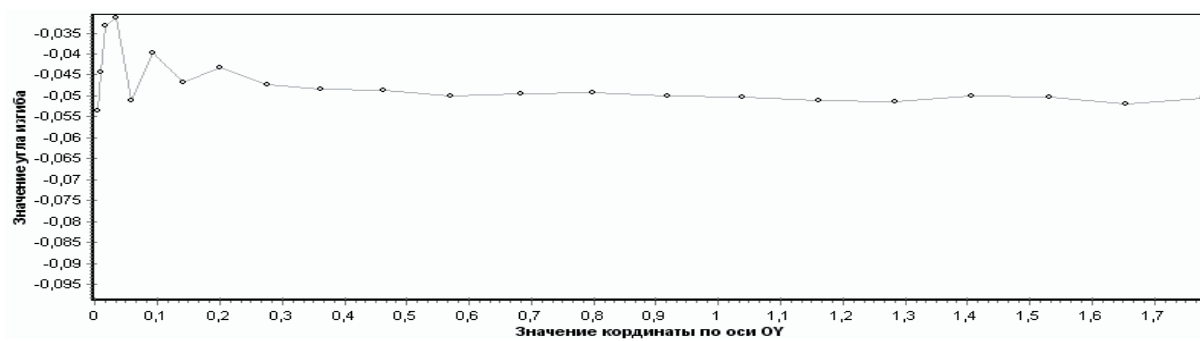
діяти основний лазер, чи ні. З графіків кута згину для 3 та 4 експериментів першого випадку та 2 та 3 експериментів другого випадку видно, що кут згину в основному залежить від потужності основного лазера, а другий лазер дозволяє зробити згин більш рівномірним.

Параметри лазерів для другого випадку

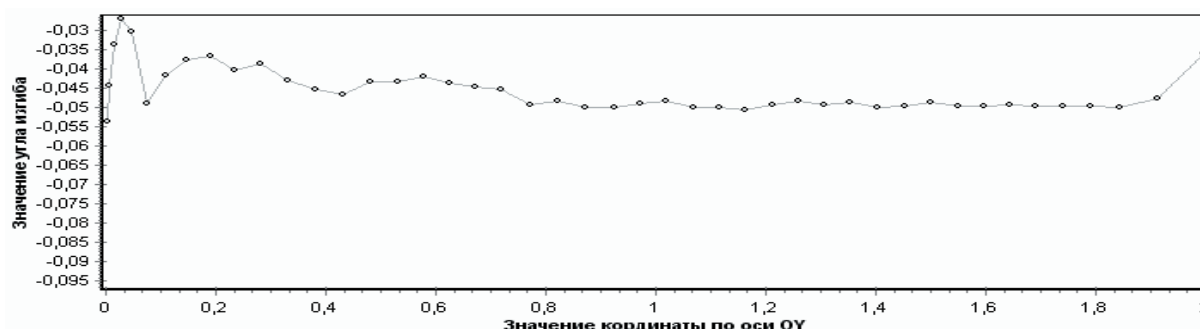
№ експерименту	$q^{u1}, \frac{Wt}{mm^2}$	$t_s^{u1}, sec$	$t_e^{u1}, sec$	$q^{u2}, \frac{Wt}{mm^2}$	$t_s^{u2}, sec$	$t_e^{u2}, sec$	$y_s^{u2}, mm$
1	40	0	2	10	0,1	2	0,00
2	40	0	2	5	0,4	2	0,00
3	40	0	1,9	5	0,4	2	0,02



а)



б)



в)

Рис. 6. Залежність кута згину в рад. від координати Oy: 1 експеримент (а), 2 експеримент (б), 3 експеримент (в)

### 6. Висновки

Комп'ютерне моделювання процесу безконтактної лазерної деформації за використання двох лазерів, підведених до одного та протилежних граней тонкої металевої пластини, показало, що у випадку однакового значення потужності лазера, взаємне розміщення лазерів відносно один одного та пластини не впливає на значення кута згину, але впливає на однорідність деформації. Для випадку розташування лазерів на

різних сторонах пластини найбільш рівномірний згин відбувається у випадку, коли спочатку включається нижній лазер із меншою густиною розподілу потужності, а потім включається лазер із більшим значенням даного параметру. Для випадку розташування лазерів з однієї сторони пластини немає великого значення чи підігрівається пластинка за допомогою лазера з меншою густиною розподілу потужності, чи ні, перед тим як включається лазер зі значно більшим значенням даного параметру.

## Література

1. Тихонов, А. Н. Уравнения математической физики [Текст] / А. Н. Тихонов, А. А. Самарский - 5-е изд. - М. : Наука, 1977. - 735 с.
2. Головки, Л. Ф. Моделирование процесса бесконтактной лазерной деформации адаптивным методом [Текст] / Л. Ф. Головки, С. О. Лукьяненко, И. Ю. Михайлова, В. А. Третьак // Электронное моделирование / Институт проблем моделирования в энергетике им. Г.Е. Пухова НАН Украины. - 2011. - Вып. 3, Том 33. - С. 71-84.
3. Лук'яненко, С.О. Адаптивні обчислювальні методи моделювання об'єктів з розподіленими параметрами [Текст] / С.О. Лук'яненко - К. : ІВЦ «Видавництво «Політехніка», 2004. - 236 с.

**Abstract**

*The article concerns the methods of numerical and computer modelling of the laser noncontact deformation by using two laser beams, brought to the one and opposite sides of the thin metal plate. The aim of this work is to determine the relation between the mutual arrangement of the lasers and the homogeneity of the deformation. To model this process the heat conduction equation is used. The location of the lasers is taken into account using boundary conditions. The computer modelling of the noncontact laser deformation using two lasers, brought to the one and opposite sides of the thin metal plate, showed that in case of the identical power value of the laser for different experiments, the mutual location of lasers with respect to each other and to the plate does not affect the value of the bend angle, but affects the homogeneity of deformation. In case of the lasers locations on different sides of the plate the most uniform bending occurs when at first the lower laser with lower density of power distribution is turned on, and then the laser with greater value of the parameter is turned on. In case of the lasers location on one side of the plate it does not matter whether the plate is heated by the laser with lower density of power distribution or not, before the laser with the greater value of the parameter is turned on. The results can be used by engineers and mechanics to prepare for the controlled noncontact laser deformation, as well as for choosing the optimal location of the lasers relative to the plate*

**Keywords:** two-beam laser deformation, modelling of the temperature field, heat conduction equation

*Наведено теоретичне дослідження та наукове обґрунтування визначення критичного зусилля для бурової штанги машини для розкриття чавунної лютки доменної печі з урахуванням прикладеного обертального моменту та кутової швидкості обертання штанги*

*Ключові слова: машина для розкриття чавунної лютки, доменна піч, сталість, бурова штанга, критична сила*

*Приведено теоретическое исследование и научное обоснование определения критического усилия для буровой штанги машины для вскрытия чугуной летки доменной печи с учетом приложенного крутящего момента и угловой скорости вращения штанги*

*Ключевые слова: машина для вскрытия чугуной летки, доменная печь, устойчивость, буровая штанга, критическая сила*

УДК 669.162.266.21:669.02/.09

## УСТОЙЧИВОСТЬ БУРОВОЙ ШТАНГИ СОВРЕМЕННОЙ МАШИНЫ ВСКРЫТИЯ ЧУГУННОЙ ЛЕТКИ

**А.Н. Селегей**

Кандидат технических наук, доцент  
Кафедра теоретической и строительной механики  
Национальная металлургическая академия Украины  
пр. Гагарина, 4, г. Днепропетровск, Украина, 49000  
Контактный тел.: (056) 374-83-17  
E-mail: selegey@ua.fm

### 1. Введение

Для безопасности обслуживающего персонала и повышения качества выпуска жидкого чугуна из до-

менной печи необходимо, чтобы канал вскрываемой летки имел прямолинейную ось и постоянный диаметр вдоль длины летки. Эти показатели напрямую зависят от устойчивости штанги, которая удерживает