

УДК 621.92

# НАКОПЛЕНИЕ ТЕПЛА В ПОВЕРХНОСТНОМ СЛОЕ ДЕТАЛИ В ЦИКЛЕ ВРЕЗНОГО ШЛИФОВАНИЯ

Ю. А. Сизый

Доктор технических наук, профессор\*

Контактный тел.: 066-788-24-41

А. В. Фесенко

Кандидат технических наук, профессор\*

Контактный тел.: 067-577-28-87

E-mail: anfes@rambler.ru

Ю. Н. Любимый

Ассистент\*

Контактный тел.: 066-165-62-05

E-mail: Lubimuy.u@mail.ru

\*Кафедра «Технология машиностроения и  
металлорежущие станки»Национальный технический университет  
«Харьковский политехнический институт»  
ул. Фрунзе, 21, г. Харьков, Украина, 61002

*В роботі отримані рішення температурного поля в поверхні деталі при круглому врізному шліфуванні з урахуванням різної тепловіддачі в і поза рухомого та швидкорухомого джерел тепла. Ці рішення проаналізовані з точки зору накопичення тепла в поверхні деталі від обороту до обороту в циклі врізного шліфування*

*Ключові слова: врізне шліфування, температурне поле, нагрівання деталі, коефіцієнт тепловіддачі, джерело тепла*

*В работе получены решения температурного поля в поверхности детали при круглом врезном шлифовании с учетом различной теплоотдачи в и вне движущегося и быстродвижущегося источников тепла. Эти решения проанализированы с точки зрения накопления тепла в поверхности детали от оборота к обороту в цикле врезного шлифования*

*Ключевые слова: врезное шлифование, температурное поле, нагрев детали, коэффициент теплоотдачи, источник тепла*

## 1. Введение

Качество и долговечность широкой номенклатуры машиностроительной продукции в значительной степени зависит от финишных методов обработки. В первую очередь это касается поверхностей трения, а также тех поверхностей, которые испытывают механические знакопеременные нагрузки. Для достижения требуемого качества, геометрической точности, допустимой износостойкости и усталостной прочности такие поверхности обычно обрабатывают шлифованием с охлаждением. В связи с этим вопросы, связанные с теплофизикой процесса шлифования, всегда остаются актуальными.

## 2. Анализ литературных данных и постановка проблемы

Многие ученые теоретически и экспериментально исследовали тепловые явления в процессе шлифования. Наиболее значимые исследования в данном направлении проводились такими учеными как: Якимов А.В. [1], Сипайлов В.А. [2], Резников А.М. [3] и др. В этих работах поверхность контакта шлифовального круга с заготовкой рассматривается как сплошной источник тепла. При этом задача теплопроводности решается методом Грина (метод источников).

Сипайловым В.А. [2] сформулирована задача описания температурного поля в детали при плоском шлифовании, когда полосовой источник тепла движется со скоростью по поверхности полупространства в положительном направлении оси Z. Прямоугольная

система координат X, Y, Z связана с источником и располагается так, как показано на рис. 1.

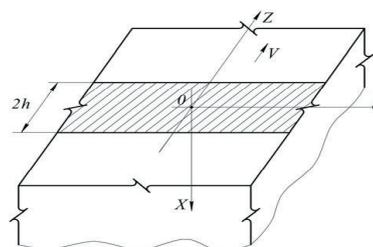


Рис. 1. Схема расположения источника тепла на поверхности детали

Плотность теплового потока по всей поверхности источника принимается постоянной. В этом случае можно считать, что теплопроводящая среда движется со скоростью продольной подачи в отрицательном направлении оси Z. Формулировка задачи теплопроводности при такой схеме следующая:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \cdot \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + V \cdot \frac{\partial T}{\partial z}, \quad (1)$$

при разрывных граничных условиях третьего рода:

$$\begin{aligned} -\lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} + \lambda \cdot T \Big|_{x=0} &= 0; \\ -\lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} &= q = \text{const}, T \Big|_{t=0} = 0, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $T$  – температура детали,  $^{\circ}\text{C}$ ;  $a$  – температуропроводность материала детали,  $\text{м}^2/\text{с}$ ;  $\lambda$  – теплопроводность,  $\frac{\text{Дж}}{\text{м}\cdot\text{с}\cdot^{\circ}\text{C}}$ ;  $V$  – скорость источника,  $\text{м}/\text{с}$ ;  $q$  – плотность теплового потока,  $\frac{\text{Дж}}{\text{м}^2\cdot\text{с}}$ .

Сипайловым В.А. [2] получено решение этой задачи методом источников в следующем виде:

$$T(x,z) = \int_{-h}^h \int_{-\infty}^{\infty} dy_{ii} \int_0^{\infty} \frac{2qdt}{\text{ср}[4\pi a(\tau-t)]^{3/2}} \times \exp\left[-\frac{x^2 + (y-y_{ii})^2 + (z-z_{ii} + v(\tau-t))^2}{4a(\tau-t)}\right] \times \left[1 - \frac{\alpha}{\lambda} \cdot \sqrt{\pi a(\tau-t)} \cdot \text{erfc}(u) \cdot \exp(u^2)\right]. \quad (3)$$

Здесь  $z_{ii}$ ,  $y_{ii}$  – координаты точечного источника тепла;  $\text{ср}$  – удельная теплоемкость,  $\frac{\text{Дж}}{\text{Н}\cdot^{\circ}\text{C}}$ ;  $\alpha$  – коэффициент теплоотдачи,  $\frac{\text{Дж}}{\text{м}^2\cdot\text{с}\cdot^{\circ}\text{C}}$ ;  $\tau$  – время наблюдения за температурным полем детали, с;  $t$  – время, с;  $u = \frac{x}{\sqrt{4\cdot a\cdot(\tau-t)}} + \frac{\alpha}{\lambda} \cdot \sqrt{a\cdot(\tau-t)}$ ;  $\text{erfc}(u) = 1 - \text{erf}(u)$ ;  $\text{erf}(u)$  – модифицированный интеграл вероятности, имеющийся во всех математических пакетах прикладных программ.

Интегрирование по времени в пределах от 0 до  $\infty$  обеспечивает установившееся температурное поле  $T(x,z)$ .

### 3. Математическая модель и ее анализ

Применим это решение для круглого шлифования. Для этого развернем поверхностный слой цилиндрической поверхности в плоскость. Источник тепла длиной  $L$  и шириной  $B$  примем плоским перемещающимся по плоской поверхности детали, как показано на рис. 2. Начало системы координат помещаем в начале источника.

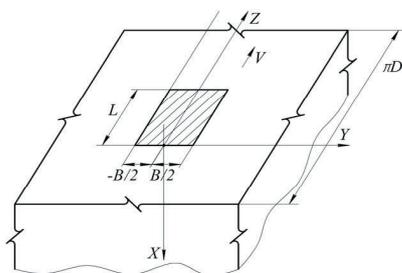


Рис. 2. Источник тепла на развертке цилиндрической поверхности

При этом источник тепла ограничен по ширине. Кроме этого принимаем верхний предел интегрирования по  $t$  не бесконечным, а равным времени наблюдения  $\tau$ .

В [4] показано, что при круглом шлифовании источник тепла можно принять быстро движущимся, т.к. критерий Пекле  $Pe$  [3, 4]:

$$Pe = \frac{V \cdot L}{a} \gg 10,$$

где  $V$  – скорость вращения детали,  $\text{м}/\text{с}$ ;  $L$  – размер источника тепла в направлении оси  $Z$ , м.

Быстро движущийся источник тепла можно заменить на непрерывно действующий в течении времени  $\tau_1 = \frac{L}{V}$  и интегрирование по  $Z$  выполнять в пределах  $(-\infty; \infty)$ . С учетом сказанного и, принимая  $y=0$ , получено следующее решение:

$$T(\tau, x) = \frac{q\sqrt{a}}{2\lambda\sqrt{\pi}} \int_0^{\tau_1} \frac{dt}{\sqrt{\tau-t}} \exp\left[-\frac{x^2}{4a(\tau-t)}\right] \times \left[1 - \frac{\alpha}{\lambda} \cdot \sqrt{\pi a(\tau-t)} \cdot \text{erfc}(u)\right] \times \exp(u^2) \cdot 2\text{erf}\left[\frac{B}{2\sqrt{4a(\tau-t)}}\right]. \quad (4)$$

Сипайлов В.А. [2] отмечает, что его решение (3) не удовлетворяет смешанным граничным условиям (2). В решении (3) теплоотдача одинакова как с поверхности детали в источнике тепла, так и вне его. В полученном решении (4) можно учесть различие коэффициентов теплоотдачи в источнике тепла, приняв его  $\alpha_1$ , и вне источника, приняв его равным  $\alpha$ .

Кроме этого, программируя верхний предел интегрирования по  $t$ , можно учесть действие источника тепла в течение времени  $\tau_1$  и отсутствие его при  $t > \tau_1$ .

При врезном шлифовании действие источника тепла на шлифуемую поверхность повторяется с каждым оборотом детали.

Также повторяющееся на каждом обороте действие источника тепла можно учесть суммированием решений (4). В результате изложенного получим:

$$T(\tau, E) = \frac{q \cdot \sqrt{a}}{2 \cdot \lambda \cdot \sqrt{\pi}} \cdot \sum_{k=0}^n \int_{\text{if}(\tau \leq \tau_2 \cdot k, 0, \text{if}(\tau \leq \tau_2 \cdot k + \tau_1, \tau_2 \cdot k + \tau_1))}^{\text{if}(\tau \leq \tau_2 \cdot k, 0, \tau_2 \cdot k)} \frac{e^{-\frac{x^2}{4a(\tau-t)}}}{\sqrt{\tau-t}} \times 2\text{erf}\left[\frac{B/2}{\sqrt{4\cdot a\cdot\sqrt{\tau-t}}}\right] \cdot \left[1 - \frac{\text{if}(\tau \leq \tau_2 \cdot k + \tau_1, \alpha_1, \alpha)}{\lambda} \cdot \sqrt{\pi \cdot a \cdot (\tau-t)}\right] \times \left[1 - \text{erf}\left[\frac{x}{\sqrt{4\cdot a\cdot\sqrt{\tau-t}}} + \frac{\text{if}(\tau \leq \tau_2 \cdot k + \tau_1, \alpha_1, \alpha)}{\lambda} \cdot \sqrt{a \cdot (\tau-t)}\right]\right] \times \exp\left[\frac{x}{\sqrt{4\cdot a\cdot(\tau-t)}} + \frac{\text{if}(\tau \leq \tau_2 \cdot k + \tau_1, \alpha_1, \alpha)}{\lambda} \cdot \sqrt{a \cdot (\tau-t)}\right]^2 dt, \quad (5)$$

где  $k$  – номер оборота детали;  $n$  – число оборотов.

В качестве примера расчета по (5) рассмотрены условия шлифования, приведенные на рис. 3.

Сталь 40X	$\lambda := 0.033$	$c_p := 0.00506$	$a := 6.52$
Режимы шлифования	$Dk := 400$	$dz := 99$	$Vd := 40$ $Vk := 52$ $S_m := 0.02$
Расчет мощности шлифования			
$C_n := 0.14$	$r := 0.8$	$y := 0.8$	$g := 0.2$ $z := 1$ $B := 1$
$N := C_n \cdot Vd^f \cdot S^y \cdot dz^g \cdot B^z$	$N = 0.294$		
Расчет длины дуги контакта и плотности теплового потока			
$Dpr := \frac{Dk}{1 + \frac{Dk}{dz}}$	$Dpr = 79.359$	$L := \sqrt{Dpr \cdot S}$	$L = 1.26$ $\beta := \frac{1}{1 + S \cdot \sqrt{\frac{4 \cdot Vd \cdot 1000}{60 \cdot L \cdot a \cdot \pi}}}$ $\beta = 0.831$
$q := \frac{N \cdot \beta}{L} \cdot 1000$	$q = 193.659$		
Критерий Пекле	$Pe := \frac{Vd \cdot 1000 \cdot L}{60 \cdot a}$	$Pe = 128.817$	
Принимаем источник тепла быстро движущимся т.к. Pe больше 10			
Время действия источника тепла	$\tau_1 := \frac{L \cdot 60}{Vd \cdot 1000}$	$\tau_1 = 1.89 \times 10^{-3}$	
Время оборота детали	$\tau_2 := \frac{\pi \cdot dz \cdot 60}{Vd \cdot 1000}$	$\tau_2 = 0.467$	
$\Delta \tau := 0.0001$	$i := 0..4600$	$\tau_i := 0 + i \cdot \Delta \tau$	$\alpha_1 := 0$ $\alpha := 0.017$ $B := 20$
$j := 0..2$	$x_j := 0 + 5 \cdot j$		

Рис. 3. Условия круглого врезного шлифования

Результаты расчета приведены на рис. 4.

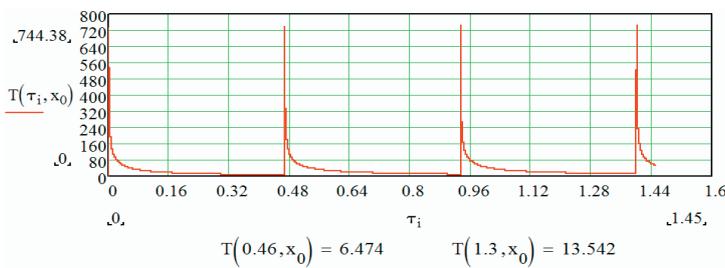


Рис. 4. Нагрев детали за три полных ее оборота при врезном шлифовании

Из графика расчета видно, что за время оборота деталь, проходя через источник тепла за время контакта  $\tau_1$ , нагревается до  $744,38^\circ\text{C}$ , а к концу первого оборота, т.е. для времени  $\tau = 0,46$  сек. она уменьшается до  $6,474^\circ\text{C}$ . К концу третьего оборота при  $\tau = 1,3$  сек. нагревается до  $13,542^\circ\text{C}$ . Таким образом, видно, что накопление тепла в детали имеет место от оборота к обороту, но очень незначительное, и этим накоплением тепла можно пренебречь.

Такой вывод вызывает сомнение, и желательно его проверить, не упрощая задачу теплопроводности замкнутой движущегося источника тепла быстро движущимся, т.е. непрерывно действующим на обрабатываемую поверхность во время ее контакта с кругом.

Обратимся снова к уравнению (3), заменив пределы интегрирования по оси  $z_u$  и по оси  $y_u$  в соответствии с рис. 2:

$$T(x, z, y, \tau) = \int_0^L dz_u \int_{-B/2}^{B/2} dy_u \int_0^\tau \frac{2qdt}{c\gamma [4\pi a(\tau-t)]^{3/2}} \times$$

$$\times \exp \left[ -\frac{x^2 + (y - y_u)^2 + (z - z_u + v(\tau - t))^2}{4a(\tau - t)} \right] \times \left( 1 - \frac{\alpha}{\lambda} \cdot \sqrt{\pi a(\tau - t)} \cdot \text{erfc}(u) \cdot \exp(u^2) \right) \quad (6)$$

Интегралы по  $y_u$  и  $z_u$  приводятся к следующим выражениям:

$$\int_{-B/2}^{B/2} \exp \left( -\frac{(y - y_u)^2}{4\pi a(\tau - t)} \right) dy_u = \pi a(\tau - t) \times \left[ \text{erf} \left( \frac{B/2 + y}{\sqrt{4a(\tau - t)}} \right) + \text{erf} \left( \frac{B/2 - y}{\sqrt{4a(\tau - t)}} \right) \right];$$

$$\int_0^L \exp \left( -\frac{(z - z_u + v(\tau - t))^2}{4a(\tau - t)} \right) dz_u = \pi a(\tau - t) \times \left[ \text{erf} \left( \frac{z + v(\tau - t)}{\sqrt{4a(\tau - t)}} \right) + \text{erf} \left( \frac{L - z - v(\tau - t)}{\sqrt{4a(\tau - t)}} \right) \right] \quad (7)$$

Подставим полученные интегралы в (6) и, принимая  $x=0$  и время  $\tau$ , равное одному обороту детали  $\tau_2$ , а также, принимая коэффициент теплоотдачи в зоне контакта ( $0 < z \leq L$ ) равным  $\alpha_1$ , а вне зоны контакта ( $z > L$ ) равным  $\alpha$ , получим:

$$T_2(z, \tau) = \frac{q\sqrt{a}}{2\lambda\sqrt{\pi}} \int_0^{\tau_2} \frac{\text{erf} \frac{B}{2\sqrt{4a(\tau-t)}}}{\sqrt{\tau-t}} \left[ \text{erf} \left[ \frac{z + v(\tau-t)}{\sqrt{4a(\tau-t)}} \right] + \text{erf} \left( \frac{L - z - v(\tau-t)}{\sqrt{4a(\tau-t)}} \right) \right] \cdot \left[ 1 - \frac{\text{if}(0 < z \leq L, \alpha_1, \alpha)}{\lambda} \times \text{erfc} \left( \frac{\text{if}(0 < z \leq L, \alpha_1, \alpha)}{\lambda} \cdot \sqrt{a(\tau-t)} \right) \times \exp \left( \frac{\text{if}(0 < z \leq L, \alpha_1, \alpha)}{\lambda} \cdot \sqrt{a(\tau-t)} \right)^2 \right] dt.$$

Уравнение описывает нагрев поверхности детали  $x=0$  за один оборот ее и позволяет, программируя коэффициент теплоотдачи, учесть различную его величину в зоне контакта детали с кругом и вне ее.

На рис. 5 приведен расчет для тех же исходных данных, что и на рис. 3.

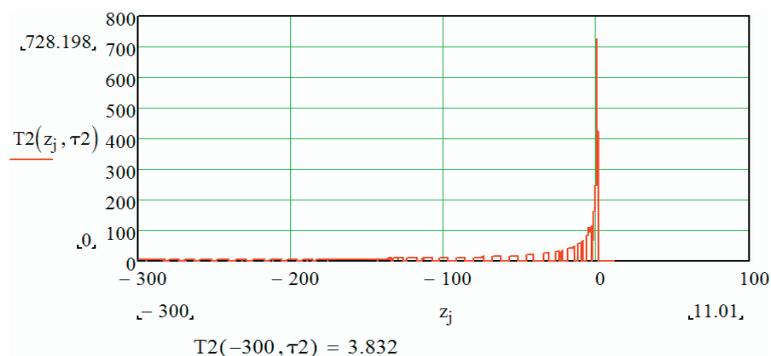


Рис. 5. Температура на поверхности детали в течение одного оборота, рассчитанная по (7)

Сопоставляя графики рис. 4 и рис. 5, видно, что максимальные температуры на этих графиках разнятся на

незначительную величину. Минимальные температуры на поверхности перед входом ее под источник тепла на втором обороте также различаются незначительно  $6,593 - 6,474 = 0,12^{\circ}\text{C}$ . Запрограммировать нагрев детали в течение нескольких ее оборотов с использованием выражения (7), очевидно, сложно. Однако, основываясь на близости результатов расчета температуры детали за один ее оборот по (4) и (5), можно сделать вывод, что нет оснований ожидать значительное отличие в решениях задач нагрева с движущимся и быстро движущимся источником для нескольких оборотов.

Таким образом, проектирование цикла врезного шлифования с ограничением по температуре поверхности детали можно производить, основываясь только на ее нагреве за один оборот.

### Литература

1. Якимов А.В. Тепловые процессы при обычном и прерывистом шлифовании [Текст] / А.В. Якимов. – Одесса.: ОГПУ, 1998. – 274 с.
2. Сипайлов, В. А. Тепловые процессы при шлифовании и управление качеством поверхности [Текст] / В. А. Сипайлов. – М.: Машиностроение, 1978. – 167 с.
3. Резников А.Н. Теплофизика резания. – М.: Машиностроение, 1969. – 288 с.
4. Сизый, Ю. А. Математическое моделирование температурного поля в шлифуемой заготовке периферией круга [Текст] / Ю.А. Сизый, М.С. Степанов // Восточноевропейский журнал передовых технологий. - 2004. - № 2 (8). – С. 52-63.
5. Косилова А.Г., Мещеряков А.И. Справочник-технолога машиностроителя [Текст] / А.Г. Косилова, А.И. Мещеряков // В 2 т. Т.2. – М.: Машиностроение, 1985. – 496 с.

### Abstract

We have obtained the equation of the temperature field in a workpiece surface at a round plunge grinding, taking into account different heat transfer in and out of a fast-moving heat source at multiple rotating of a part. It was found that accumulation of heat from turn to turn almost does not occur. To eliminate doubts about the fairness of the result, due to the simplification of the problem of heat conduction by replacing of the moving heat source by a fast-moving one, we have obtained the solution for a moving heat source taking into account different heat transfer in and out of the source. This solution allows one to get the temperature field in a workpiece only in a time of one rotation. The comparison of the results of this solution with the results of the solution from a fast-moving source shows their almost complete agreement. It permits to suggest that there are no reasons to expect a significant difference in the solutions of problems of heating with moving and fast-moving heat sources for a few rotations. Thus, the design of the plunge grinding cycle while limiting its modes by the maximal heating temperature can be made on the basis of the heating of a part per one rotation

**Keywords:** plunge grinding, temperature field, heating of a part, heat transfer coefficient, heat source