

## ABSTRACT AND REFERENCES

## MATHEMATICS AND CYBERNETICS – APPLIED ASPECTS

DOI: 10.15587/1729-4061.2021.225325

DEVELOPING AN ALGORITHM TO MINIMIZE  
BOOLEAN FUNCTIONS FOR THE VISUAL-MATRIX  
FORM OF THE ANALYTICAL METHOD (p. 6–21)

Mykhailo Solomko

National University of Water and Environmental Engineering,  
Rivne, UkraineORCID: <http://orcid.org/0000-0003-0168-5657>

This research has established the possibility of improving the effectiveness of the visual-matrix form of the analytical Boolean function minimization method by identifying reserves in a more complex algorithm for the operations of logical absorption and super-gluing the variables in terms of logical functions.

An improvement in the efficiency of the Boolean function minimization procedure was also established, due to selecting, according to the predefined criteria, the optimal stack of logical operations for the first and second binary matrices of Boolean functions. When combining a sequence of logical operations using different techniques for gluing variables such as simple gluing and super-gluing, there are a small number of cases when function minimization is more effective if an operation of simply gluing the variables is first applied to the first matrix. Thus, a short analysis is required for the primary application of operations in the first binary matrix. That ensures the proper minimization efficiency regarding the earlier unaccounted-for variants for simplifying the Boolean functions by the visual-matrix form of the analytical method. For a series of cases, the choice of the optimal stack is also necessary for the second binary matrix.

The experimental study has confirmed that the visual-matrix form of the analytical method, whose special feature is the use of  $2-(n, b)$ -design and  $2-(n, x/b)$ -design systems in the first matrix, improves the process efficiency, as well as the reliability of the result of Boolean function minimization. This simplifies the procedure of searching for a minimal function. Compared to analogs, that makes it possible to improve the productivity of the Boolean function minimization process by 100–200 %.

There is reason to assert the possibility of improving the efficiency of the Boolean function minimization process by the visual-matrix form of the analytical method, through the use of more complex logical operations of absorbing and super-gluing the variables. Also, by optimally combining the sequence of logical operations of super-gluing the variables and simply gluing the variables, based on the selection, according to the established criteria, of the stack of logical operations in the first binary matrix of the assigned function.

**Keywords:** Boolean function minimization, visual-matrix form of analytical method, binary matrix.

## References

- Nalimov, V. V. (1993). V poiskakh inyh smyslov. Moscow: Izdatel'skaya gruppa «Progres», 280. Available at: [https://platona.net/load/knigi\\_po\\_filosofii/filosofija\\_poznaniya/nalimov\\_v\\_poiskakh\\_inykh\\_smyslov/45-1-0-566](https://platona.net/load/knigi_po_filosofii/filosofija_poznaniya/nalimov_v_poiskakh_inykh_smyslov/45-1-0-566)
- Glushkov, V. M. (1986). Kibernetika. Voprosy teorii i praktiki. Moscow: Nauka, 488. Available at: [http://www.pseudology.org/science/Glushkov\\_Kibernetika\\_Voprosue\\_teorii\\_i\\_praktiki.pdf](http://www.pseudology.org/science/Glushkov_Kibernetika_Voprosue_teorii_i_praktiki.pdf)
- Zakrevsky, A. D. (1960). Visual-matrix method for minimization of boolean functions. *Avtomatika i Telemekhanika*, 21 (3), 369–373. Available at: <http://www.mathnet.ru/links/fcef8cd452ff8b-3804279fce2157d772/at12511.pdf>
- Plehl', O.; Yurasov, A. N. (Ed.) (1959). *Elektromehaničeskaya kommutatsiya i kommutatsionnye apparaty. (Kontaktnye shemy i apparaty). Vvedenie v teoriyu i raschet.* Moscow; Leningrad: Gosenergoizdat, 288. Available at: <https://catalogue.nure.ua/document=101624>
- Svoboda, A. (1956). Grafico-mechanické pomůcky užívající analýzu a syntézu kontaktných obvodů. *Stroje Zpracov. inform.*, 4.
- Karnaugh, M. (1953). The map method for synthesis of combination logic circuits. *Transactions of the American Institute of Electrical Engineers*, 72, 593–598.
- Donets, S. (2015). Sources of implicit informativity of image. *Filologični nauky*, 21, 107–112. Available at: <http://dspace.pnpu.edu.ua/handle/123456789/6095>
- Riznyk, V., Solomko, M. (2017). Minimization of Boolean functions by combinatorial method. *Technology Audit and Production Reserves*, 4 (2 (36)), 49–64. doi: <https://doi.org/10.15587/2312-8372.2017.108532>
- Riznyk, V., Solomko, M. (2017). Application of super-sticking algebraic operation of variables for Boolean functions minimization by combinatorial method. *Technology Audit and Production Reserves*, 6 (2 (38)), 60–76. doi: <https://doi.org/10.15587/2312-8372.2017.118336>
- Riznyk, V., Solomko, M. (2018). Research of 5-bit boolean functions minimization protocols by combinatorial method. *Technology Audit and Production Reserves*, 4 (2 (42)), 41–52. doi: <https://doi.org/10.15587/2312-8372.2018.140351>
- Kondratenko, N. R. (2010). *Kompiuternyi praktykum z matematychnoi lohiky.* Vinnytsia: VNTU, 117. Available at: <https://www.twirpx.com/file/993689/>
- Riznyk, V., Solomko, M., Tadeyev, P., Nazaruk, V., Zubyk, L., Voloshyn, V. (2020). The algorithm for minimizing Boolean functions using a method of the optimal combination of the sequence of figurative transformations. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 3 (4 (105)), 43–60. doi: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2020.206308>
- Başçiftçi, F., Akar, H. (2020). Smart minterm ordering and accumulation approach for insignificant function minimization. *Ain Shams Engineering Journal*. doi: <https://doi.org/10.1016/j.asej.2020.04.003>
- Bernasconi, A., Ciriani, V., Villa, T. (2020). Exploiting Symmetrization and D-reducibility for Approximate Logic Synthesis. *IEEE Transactions on Computers*, 1–1. doi: <https://doi.org/10.1109/tc.2020.3043476>
- Young, M. H., Muroga, S. (1985). Minimal covering problem and PLA minimization. *International Journal of Computer & Information Sciences*, 14 (6), 337–364. doi: <https://doi.org/10.1007/bf00991179>
- Huang, J. (2014). Programing implementation of the Quine-McCluskey method for minimization of Boolean expression. *arXiv.org*. Available at: <https://arxiv.org/ftp/arxiv/papers/1410/1410.1059.pdf>
- El-Bakry, H. M., Mastorakis, N. (2009). A fast computerized method for automatic simplification of boolean functions. *Proceed-*

- ings of the 9th WSEAS International Conference on SYSTEMS THEORY AND SCIENTIFIC COMPUTATION (ISTASC '09), 99–107. Available at: [https://www.researchgate.net/profile/Hazem-El-Bakry/publication/228877182\\_A\\_fast\\_computerized\\_method\\_for\\_automatic\\_simplification\\_of\\_boolean\\_functions/links/553fa8230cf29680de9bf997/A-fast-computerized-method-for-automatic-simplification-of-boolean-functions.pdf](https://www.researchgate.net/profile/Hazem-El-Bakry/publication/228877182_A_fast_computerized_method_for_automatic_simplification_of_boolean_functions/links/553fa8230cf29680de9bf997/A-fast-computerized-method-for-automatic-simplification-of-boolean-functions.pdf)
18. Duşa, A., Thiem, A. (2015). Enhancing the Minimization of Boolean and Multivalued Output Functions with the QMC. *The Journal of Mathematical Sociology*, 39 (2), 92–108. doi: <https://doi.org/10.1080/0022250x.2014.897949>
  19. Dusa, A. (2019). Consistency Cubes: a fast, efficient method for exact Boolean minimization. *The R Journal*, 10 (2), 357. doi: <https://doi.org/10.32614/rj-2018-080>
  20. Rudell, R. L. (1989). Logic synthesis for VLSI design. Electronics Research Laboratory. Available at: <http://www.cs.columbia.edu/~cs6861/handouts/rudell-PhD-thesis.pdf>
  21. Senchukov, V., Denysova, T. (2020). v-minimization of Boolean functions by a distance matrix and reduction to the problem of mathematical programming. *Open Information and Computer Integrated Technologies*, 88, 123–133. doi: <https://doi.org/10.32620/oikit.2020.88.10>
  22. Rytsar, B. Ye. (2013). Minimization of logic functions system by conjunctions parallel splitting method. *Visnyk Natsionalnoho universytetu «Lvivska politehnika»*. *Radioelektronika ta telekomunikatsiyi*, 766, 18–27. Available at: [http://nbuv.gov.ua/UJRN/VNULPPT\\_2013\\_766\\_6](http://nbuv.gov.ua/UJRN/VNULPPT_2013_766_6)
  23. Pospelov, D. A. (1974). *Logicheskie metody analiza i sinteza skhem*. Moscow: «Energiya», 368. Available at: <http://urss.ru/cgi-bin/db.pl?lang=Ru&amp;blang=ru&amp;page=Book&amp;id=25326>
  24. Shestakov, V. I. (Ed.) (1954). *Sintez elektronnyh vychislitel'nyh i upravlyayushchih shem*. Moscow, 358.
  25. *Metody minimizatsii funktsiy algebry logiki*. Material iz Natsional'noy biblioteki im. N. E. Bauman. Available at: [https://ru.bmstu.wiki/Методы\\_минимизации\\_функций\\_алгебры\\_логики](https://ru.bmstu.wiki/Методы_минимизации_функций_алгебры_логики)
  26. Logic Friday 1.1.4. Available at: <https://www.softpedia.com/get/Others/Home-Education/Logic-Friday.shtml>
  27. Minimizator evristicheskoy logiki espresso. Available at: [https://ru.qaz.wiki/wiki/Esspresso\\_heuristic\\_logic\\_minimizer](https://ru.qaz.wiki/wiki/Esspresso_heuristic_logic_minimizer)
  28. Boolean functions' minimisation software based on the Quine-McCluskey method. Available at: <http://www.seattlerobotics.org/encoder/200106/qmccmin.htm>
  29. JQM Java Quine McCluskey. Available at: <https://sourceforge.net/projects/jqm-java-quine-mccluskey/>
  30. Kumar, V. D. A., Amuthan, S. G. (2016). Static structure simplification of boolean function for «n» variables – a novel approach. *ICTACT Journal on Microelectronics*, 1 (4), 160–167. doi: <https://doi.org/10.21917/ijme.2016.0024>
  31. Web service Python. Available at: <https://trinket.io/python/fbf7518b8>
  32. Riznyk, V., Solomko, M. (2018). Minimization of conjunctive normal forms of boolean functions by combinatorial method. *Technology Audit and Production Reserves*, 5 (2 (43)), 42–55. doi: <https://doi.org/10.15587/2312-8372.2018.146312>
  33. Solomko, M., Khomiuk, N., Ivashchuk, Y., Nazaruk, V., Reinska, V., Zubyk, L., Popova, A. (2020). Implementation of the method of image transformations for minimizing the Sheffer functions. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 5 (4 (107)), 19–34. doi: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2020.214899>

DOI: 10.15587/1729-4061.2021.225594

## CONSTRUCTING THE MODELS OF PROGRAMMED FLIGHT FOR PATH CALCULATION IN DESIGNING TACTICAL AND ANTI-AIRCRAFT GUIDED MISSILES (p. 21–30)

Anton Chubarov

Oles Honchar Dnipro National University, Dnipro, Ukraine

ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-3648-7127>

Several models of programmed flight have been constructed to perform calculations on flight path optimization in designing tactical and anti-aircraft-guided missiles. The developed models are based on the determination of interrelated programmed values of altitude and the flight path angle depending on the range which have a differential relationship. The combination of flight altitude and flight-path angle programs allows the users to simulate the steady flight of a guided missile to the calculated endpoint using the methods of proportional control.

Good correspondence of the developed models to the physics of flight was shown by assessing the quality of approximation of the developed models of flight paths of anti-aircraft guided missiles obtained using other known models. The obtained approximation error was less than 5 % which indicates a good correspondence of the developed models to the physics of flight.

Compliance of the developed models of programmed flight with the intended purpose and the advantage over the most common known models were proved by optimizing the flight paths of the anti-aircraft-guided missile. In most of the considered calculation cases, the value of the objective function was improved to 2.9 %. The flight path was optimized using a genetic algorithm.

The developed models have a simple algebraic form and a small number of control parameters are presented in a ready-to-use form and do not require refinement for a concrete task. This allows them to be implemented in design practice without spending much time to speed up the calculation of optimal design variables and optimal flight paths of tactical and anti-aircraft-guided missiles.

**Keywords:** missile, programmed flight model, flight path, optimization, optimal path, calculation.

### References

1. Surface-to-air missile. Available at: [https://en.wikipedia.org/wiki/Surface-to-air\\_missile](https://en.wikipedia.org/wiki/Surface-to-air_missile)
2. Tactical ballistic missile. Available at: [https://en.wikipedia.org/wiki/Tactical\\_ballistic\\_missile](https://en.wikipedia.org/wiki/Tactical_ballistic_missile)
3. Golubev, I. S., Svetlov, V. G. (Eds.) (2001). *Proektirovanie zenitnyh upravlyaemyh raket*. Moscow: Izd-vo MAI, 732.
4. Lee, E. B., Marcus, L. (1967). *Foundations of Optimal Control Theory*. John Wiley & Sons, 576.
5. Wang, F. B., Dong, C. H. (2013). Fast Intercept Trajectory Optimization for Multi-stage Air Defense Missile Using Hybrid Algorithm. *Procedia Engineering*, 67, 447–456. doi: <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2013.12.045>
6. Pharpatara, P., Pepy, R., Herisse, B., Bestaoui, Y. (2013). Missile trajectory shaping using sampling-based path planning. 2013 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. doi: <https://doi.org/10.1109/iros.2013.6696713>
7. Romanova, I. K. (2017). *Traektorii poleta letatel'nyh apparatov*. Moscow: Izdatel'stvo MGTU im. N. E. Bauman, 152.
8. Phillips, C. L., Parr, J. M. (2011). *Feedback Control Systems*. Pearson.

9. Romanova, I. K. (2014). *Matematicheskie modeli upravlyayemogo dvizheniya letatel'nyh apparatov*. Moscow: Izd-vo MG TU im. N. E. Bauman, 112.
10. Yanushevsky, R. T. (2018). *Modern missile guidance*. CRC Press, 341. doi: <https://doi.org/10.1201/9781351202954>
11. Zaikang, Q., Defu, L. (2019). *Design of Guidance and Control Systems for Tactical Missiles*. CRC Press, 254. doi: <https://doi.org/10.1201/9780429291203>
12. Darkin, I. I. (1973). *Osnovy proektirovaniya bespilotnyh letatel'nyh apparatov s uchetom ekonomicheskoy effektivnosti*. Moscow: Mashinostroenie.
13. Subchan, S. (2007). Trajectory Shaping of Surface-to-Surface Missile with Terminal Impact Angle Constraint. *Makara Journal of Technology*, 11 (2), 65–70. doi: <https://doi.org/10.7454/mst.v11i2.527>
14. Mohamadifard, A., Naghash, A. (2011). Midcourse Trajectory Shaping for Air and Ballistic Defence Guidance, Using Bezier Curves. *JAST*, 8 (2), 87–95.
15. Vinh, N. X., Busemann, A., Culp, R. D. (1980). *Hypersonic end planetary entry flight mechanics*. University of Michigan Press, 367.
16. Kleijnen, J. P. C. (2008). *Design and Analysis of Simulation Experiments*. Springer Science+Business Media. doi: <https://doi.org/10.1007/978-0-387-71813-2>
17. Montgomery, D. C., Peck, E. A., Vining, G. G. (2012). *Introduction to linear regression analysis*. John Wiley & Sons, 672.
18. Tofallis, C. (2015). A better measure of relative prediction accuracy for model selection and model estimation. *Journal of the Operational Research Society*, 66 (8), 1352–1362. doi: <https://doi.org/10.1057/jors.2014.103>
19. De Myttenaere, A., Golden, B., Le Grand, B., Rossi, F. (2016). Mean Absolute Percentage Error for Regression Models. *Neurocomputing*, 192, 38–48. doi: <https://doi.org/10.1016/j.neucom.2015.12.114>

DOI: 10.15587/1729-4061.2021.225301

#### DESIGN OF HYBRID NEURAL NETWORKS OF THE ENSEMBLE STRUCTURE (p. 31–45)

Victor Sineglazov

National Aviation University, Kyiv, Ukraine

ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-3297-9060>

Anatoly Kot

National Technical University of Ukraine «Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute», Kyiv, Ukraine

ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-7490-8834>

This paper considers the structural-parametric synthesis (SPS) of neural networks (NNs) of deep learning, in particular convolutional neural networks (CNNs), which are used in image processing. It has been shown that modern neural networks may possess a variety of topologies. That is ensured by using unique blocks that determine their essential features, namely, the compression and excitation unit, the attention module convolution unit, the channel attention module, the spatial attention module, the residual unit, the ResNeXt block. This, first of all, is due to the need to increase their efficiency in the processing of images. Due to the large architectural space of parameters, including the type of unique block, the location in the structure of the convolutional neural network, its connections with other blocks, layers, computing costs grow nonlinearly. To minimize computational costs while maintaining the specified accuracy this work set tasks of both the generation of possible topology and structural-parametric synthesis of convolutional neural networks. To resolve them,

the use of a genetic algorithm (GA) has been proposed. Parameter configuration was implemented using a genetic algorithm and modern gradient methods (GM). For example, stochastic gradient descent with momentum, accelerated Nesterov gradient, adaptive gradient algorithm, distribution of the root of the mean square of the gradient, assessment of adaptive momentum, adaptive Nesterov momentum. It is assumed to use such networks in the intelligent medical diagnostic system (IMDS), for determining the activity of tuberculosis. To improve the accuracy of solving the classification problem in the processing of images, the ensemble structure of hybrid convolutional neural networks (HCNNs) has been proposed in the current work. The parallel structure of the ensemble with the merged layer was used. Algorithms of optimal choice and integration of features in the construction of the ensemble have been developed.

**Keywords:** hybrid convolutional neural network, genetic algorithm, ensemble, structural-parametric synthesis.

#### References

1. Al-Marzouqi, H. (2009). Data Clustering Using a Modified Kuwahara Filter. 2009 International Joint Conference on Neural Networks. doi: <https://doi.org/10.1109/ijcnn.2009.5178658>
2. Chumachenko, O. I. (2017). Deep Learning Classifier Based on NEFCLASS and NEFPROX Neural Networks. *Materialy mizhnarodnoi naukovo-praktychnoi konferentsiyi: Informatsiyi tekhnolohiyi ta kompiuterne modeliuвання*. Ivano-Frankivsk. Івано-Франківськ, 278–281. Available at: <http://itcm.comp-sc.if.ua/2017/Chumachenko.pdf>
3. Zgurovsky, M., Sineglazov, V., Chumachenko, E. (2021). Artificial Intelligence Systems Based on Hybrid Neural Networks. *Studies in Computational Intelligence*. doi: <https://doi.org/10.1007/978-3-030-48453-8>
4. Xie, L., Yuille, A. (2017). Genetic CNN. *arxiv.org*. Available at: <https://arxiv.org/pdf/1703.01513.pdf>
5. Real, E., Aggarwal, A., Huang, Y., Le, Q. V. (2019). Regularized Evolution for Image Classifier Architecture Search. *Proceedings of the AAAI Conference on Artificial Intelligence*, 33, 4780–4789. doi: <https://doi.org/10.1609/aaai.v33i01.33014780>
6. Saxena, S., Verbeek, J. (2016). Convolutional Neural Fabrics. *Advances in Neural Information Processing Systems (NIPS)*. Barcelona.
7. Baker, B., Gupta, O., Naik, N., Raskar, R. (2016). Designing Neural Network Architectures using Reinforcement Learning. *arXiv.org*. Available at: <https://arxiv.org/pdf/1611.02167.pdf>
8. Brock, A., Lim, T., Ritchie, J. M., Weston, N. J. (2018). SmaSH: One-shot model architecture search through hypernetworks. Paper presented at 6th International Conference on Learning Representations 2018. Vancouver. Available at: <https://arxiv.org/pdf/1708.05344.pdf>
9. Zoph, B., Vasudevan, V., Shlens, J., Le, Q. V. (2018). Learning Transferable Architectures for Scalable Image Recognition. 2018 IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. doi: <https://doi.org/10.1109/cvpr.2018.00907>
10. Liu, H., Simonyan, K., Vinyals, O., Fernando, C., Kavukcuoglu, K. (2018). Hierarchical representations for efficient architecture search. *arXiv.org*. Available at: <https://arxiv.org/pdf/1711.00436.pdf>
11. Zhang, W., Li, R., Deng, H., Wang, L., Lin, W., Ji, S., Shen, D. (2015). Deep convolutional neural networks for multi-modality iso-intense infant brain image segmentation. *NeuroImage*, 108, 214–224. doi: <https://doi.org/10.1016/j.neuroimage.2014.12.061>

12. Yap, M. H., Pons, G., Marti, J., Ganau, S., Sentis, M., Zwiggelaar, R. et al. (2018). Automated Breast Ultrasound Lesions Detection Using Convolutional Neural Networks. *IEEE Journal of Biomedical and Health Informatics*, 22 (4), 1218–1226. doi: <https://doi.org/10.1109/jbhi.2017.2731873>
13. Ronneberger, O., Fischer, P., Brox, T. (2015). U-Net: Convolutional Networks for Biomedical Image Segmentation. *Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention – MICCAI 2015*, 234–241. doi: [https://doi.org/10.1007/978-3-319-24574-4\\_28](https://doi.org/10.1007/978-3-319-24574-4_28)
14. Yu, L., Chen, H., Dou, Q., Qin, J., Heng, P.-A. (2017). Automated Melanoma Recognition in Dermoscopy Images via Very Deep Residual Networks. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 36 (4), 994–1004. doi: <https://doi.org/10.1109/tmi.2016.2642839>
15. Bi, L., Kim, J., Ahn, E., Kumar, A., Fulham, M., Feng, D. (2017). Dermoscopic Image Segmentation via Multistage Fully Convolutional Networks. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 64 (9), 2065–2074. doi: <https://doi.org/10.1109/tbme.2017.2712771>
16. Yuan, Y., Chao, M., Lo, Y.-C. (2017). Automatic Skin Lesion Segmentation Using Deep Fully Convolutional Networks With Jaccard Distance. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 36 (9), 1876–1886. doi: <https://doi.org/10.1109/tmi.2017.2695227>
17. Goyal, M., Yap, M., Hassanpour, S. (2020). Multi-class Semantic Segmentation of Skin Lesions via Fully Convolutional Networks. *Proceedings of the 13th International Joint Conference on Biomedical Engineering Systems and Technologies*. doi: <https://doi.org/10.5220/0009380302900295>
18. Vesal, S., Malakarjun Patil, S., Ravikumar, N., Maier, A. K. (2018). A Multi-task Framework for Skin Lesion Detection and Segmentation. *OR 2.0 Context-Aware Operating Theaters, Computer Assisted Robotic Endoscopy, Clinical Image-Based Procedures, and Skin Image Analysis*, 285–293. doi: [https://doi.org/10.1007/978-3-030-01201-4\\_31](https://doi.org/10.1007/978-3-030-01201-4_31)
19. Yap, M. H., Goyal, M., Ng, J., Oakley, A. (2019). Skin lesion boundary segmentation with fully automated deep extreme cut methods. *Medical Imaging 2019: Biomedical Applications in Molecular, Structural, and Functional Imaging*. doi: <https://doi.org/10.1117/12.2513015>
20. Soudani, A., Barhoumi, W. (2019). An image-based segmentation recommender using crowdsourcing and transfer learning for skin lesion extraction. *Expert Systems with Applications*, 118, 400–410. doi: <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2018.10.029>
21. De Brebisson, A., Montana, G. (2015). Deep neural networks for anatomical brain segmentation. *2015 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition Workshops (CVPRW)*. doi: <https://doi.org/10.1109/cvprw.2015.7301312>
22. LeCun, Y., Boser, B., Denker, J. S., Henderson, D., Howard, R. E., Hubbard, W., Jackel, L. D. (1989). Backpropagation Applied to Handwritten Zip Code Recognition. *Neural Computation*, 1 (4), 541–551. doi: <https://doi.org/10.1162/neco.1989.1.4.541>
23. Lee, H., Grosse, R., Ranganath, R., Ng, A. Y. (2009). Convolutional deep belief networks for scalable unsupervised learning of hierarchical representations. *Proceedings of the 26th Annual International Conference on Machine Learning - ICML '09*. doi: <https://doi.org/10.1145/1553374.1553453>
24. Khan, A., Sohail, A., Zahoora, U., Qureshi, A. S. (2020). A survey of the recent architectures of deep convolutional neural networks. *Artificial Intelligence Review*, 53 (8), 5455–5516. doi: <https://doi.org/10.1007/s10462-020-09825-6>
25. Chumachenko, H. I., Levitsky, O. Y. (2011). Development of image processing algorithm for diagnostics. *Electronics and Control Systems*, 1 (27), 57–65. doi: <https://doi.org/10.18372/1990-5548.27.258>
26. Chollet, F. (2017). Xception: Deep Learning with Depthwise Separable Convolutions. *2017 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*. doi: <https://doi.org/10.1109/cvpr.2017.195>
27. Xie, S., Girshick, R., Dollár, P., Tu, Z., He, K. (2017). Aggregated Residual Transformations for Deep Neural Networks. *2017 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*. doi: <https://doi.org/10.1109/cvpr.2017.634>
28. Zhang, X., Li, Z., Loy, C. C., Lin, D. (2017). PolyNet: A Pursuit of Structural Diversity in Very Deep Networks. *2017 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*. doi: <https://doi.org/10.1109/cvpr.2017.415>
29. Wang, F., Jiang, M., Qian, C., Yang, S., Li, C., Zhang, H. et al. (2017). Residual Attention Network for Image Classification. *2017 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*. doi: <https://doi.org/10.1109/cvpr.2017.683>
30. Woo, S., Park, J., Lee, J.-Y., Kweon, I. S. (2018). CBAM: Convolutional Block Attention Module. *Lecture Notes in Computer Science*, 3–19. doi: [https://doi.org/10.1007/978-3-030-01234-2\\_1](https://doi.org/10.1007/978-3-030-01234-2_1)
31. Hu, J., Shen, L., Sun, G. (2018). Squeeze-and-Excitation Networks. *2018 IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. doi: <https://doi.org/10.1109/cvpr.2018.00745>
32. Ioffe, S., Szegedy, C. (2015). Batch Normalization: Accelerating Deep Network Training by Reducing Internal Covariate Shift. *ICML'15: Proceedings of the 32nd International Conference on International Conference on Machine Learning*, 37, 448–456.
33. He, K., Zhang, X., Ren, S., Sun, J. (2016). Deep Residual Learning for Image Recognition. *2016 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*. doi: <https://doi.org/10.1109/cvpr.2016.90>
34. Simonyan, K., Zisserman, A. (2015). Very Deep Convolutional Networks for Large-Scale Image Recognition. Published as a conference paper at ICLR 2015. Available at: <https://arxiv.org/pdf/1409.1556.pdf>
35. Bodyanskiy, E. V., Rudenko, O. G. (2004). *Iskusstvennye neyronnye seti: arhitektury, obuchenie, primeneniya*. Kharkiv: Teletekh, 369.
36. Golovko, V. A. (2001). *Neyronnye seti. Obuchenie, organizatsiya i primeneniye*. Kniga 4. Moscow: IPRZHR, 256.
37. Kohonen Self-Organizing Maps. Available at: <http://mnemstudio.org/neural-networks-kohonen-self-organizing-maps.htm>
38. Martinez-Munoz, G., Hernandez-Lobato, D., Suarez, A. (2009). An Analysis of Ensemble Pruning Techniques Based on Ordered Aggregation. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 31 (2), 245–259. doi: <https://doi.org/10.1109/tpami.2008.78>
39. Goyal, M., Oakley, A., Bansal, P., Dancey, D., Yap, M. H. (2020). Skin Lesion Segmentation in Dermoscopic Images With Ensemble Deep Learning Methods. *IEEE Access*, 8, 4171–4181. doi: <https://doi.org/10.1109/access.2019.2960504>
40. Powers, D. M. W. (2011). Evaluation: From precision, recall and F-measure to ROC, informedness, markedness and correlation. *International Journal of Machine Learning Technology*, 2 (1), 37–63.

DOI: [10.15587/1729-4061.2021.225515](https://doi.org/10.15587/1729-4061.2021.225515)

**UNIVERSAL METHOD FOR SOLVING OPTIMIZATION PROBLEMS UNDER THE CONDITIONS OF UNCERTAINTY IN THE INITIAL DATA (p. 46–53)**

**Lev Raskin**

National Technical University «Kharkiv Polytechnic Institute»,  
Kharkiv, Ukraine

ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-9015-4016>

**Oksana Sira**

National Technical University «Kharkiv Polytechnic Institute»,  
Kharkiv, Ukraine

**ORCID:** <http://orcid.org/0000-0002-4869-2371>

**Larysa Sukhomlyn**

Kremenchuk Mykhailo Ostrohradskyi National University,  
Kremenchuk, Ukraine

**ORCID:** <http://orcid.org/0000-0001-9511-5932>

**Yurii Parfeniuk**

National Technical University «Kharkiv Polytechnic Institute»,  
Kharkiv, Ukraine

**ORCID:** <http://orcid.org/0000-0001-5357-1868>

This paper proposes a method to solve a mathematical programming problem under the conditions of uncertainty in the original data.

The structural basis of the proposed method for solving optimization problems under the conditions of uncertainty is the function of criterion value distribution, which depends on the type of uncertainty and the values of the problem's uncertain variables. In the case where independent variables are random values, this function then is the conventional theoretical-probabilistic density of the distribution of the random criterion value; if the variables are fuzzy numbers, it is then a membership function of the fuzzy criterion value.

The proposed method, for the case where uncertainty is described in the terms of a fuzzy set theory, is implemented using the following two-step procedure. In the first stage, using the membership functions of the fuzzy values of criterion parameters, the values for these parameters are set to be equal to the modal, which are fitted in the analytical expression for the objective function. The resulting deterministic problem is solved. The second stage implies solving the problem by minimizing the comprehensive criterion, which is built as follows. By using an analytical expression for the objective function, as well as the membership function of the problem's fuzzy parameters, applying the rules for operations over fuzzy numbers, one finds a membership function of the criterion's fuzzy value. Next, one calculates a measure of the compactness of the resulting membership function of the fuzzy value of the problem's objective function whose numerical value defines the first component of the integrated criterion. The second component is the rate of deviation of the desired solution to the problem from the previously received modal one.

Absolutely similarly designed is the computational procedure for the case where uncertainty is described in the terms of a probability theory. Thus, the proposed method for solving optimization problems is universal in relation to the nature of the uncertainty in the original data. An important advantage of the proposed method is the ability to use it when solving any problem of mathematical programming under the conditions of fuzzily assigned original data, regardless of its nature, structure, and type.

**Keywords:** mathematical programming problem, uncertainty in the original data, universal solution method.

**References**

1. Saaty, T. (1962). *Mathematical methods of operation research*. New York: McGraw-Hill Book Company, 419.
2. Raskin, L. G. (1988). *Matematicheskie metody issledovaniya operatsiy i analiza slozhnykh sistem vooruzheniya PVO*. Kharkiv: VIRTА, 177.
3. Himmelblau, D. (1972). *Applied Nonlinear Programming*. New York: McGraw-Hill, 498.
4. Zangwill, W. I. (1969). *Nonlinear Programming: A Unified Approach*. Prentice-Hall, 356.
5. Bazaraa, M. S., Shetty, C. M. (1979). *Nonlinear Programming: Theory and Algorithms*. John Wiley & Sons Inc, 576.
6. Levin, V. I. (2015). The optimization in condition of uncertainty by determination method. *Radio Electronics, Computer Science, Control*, 4, 104–112.
7. Ferreira, K. J., Lee, B. H. A., Simchi-Levi, D. (2016). Analytics for an Online Retailer: Demand Forecasting and Price Optimization. *Manufacturing & Service Operations Management*, 18 (1), 69–88. doi: <https://doi.org/10.1287/msom.2015.0561>
8. Kunz, T. P., Crone, S. F., Meissner, J. (2016). The effect of data pre-processing on a retail price optimization system. *Decision Support Systems*, 84, 16–27. doi: <https://doi.org/10.1016/j.dss.2016.01.003>
9. Rekleytis, G., Reyvindran, A., Regsdel, K. (1989). *Optimizatsiya v tehnike*. Moscow: MIR, 349.
10. Yudin, D. B. (1974). *Matematicheskie metody upravleniya v usloviyah nepolnoy informatsii*. Moscow: Sovetskoe radio, 392.
11. Zadeh, L. A. (1965). Fuzzy sets. *Information and Control*, 8 (3), 338–353. doi: [https://doi.org/10.1016/s0019-9958\(65\)90241-x](https://doi.org/10.1016/s0019-9958(65)90241-x)
12. Negoitse, K. (1981). *Primenenie teorii sistem k problemam upravleniya*. Moscow: MIR, 219.
13. Orlovskiy, S. A. (1981). *Problemy prinyatiya resheniy pri nechetykh informatsii*. Moscow: Nauka, 264.
14. Dyubua, D., Prad, A. (1990). *Teoriya vozmozhnostey. Prilozhenie k predstavleniyu znaniy v informatike*. Moscow: Radio i svyaz', 286.
15. Raskin, L., Sira, O. (2020). Execution of arithmetic operations involving the second-order fuzzy numbers. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 4 (4 (106)), 14–20. doi: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2020.210103>
16. Raskin, L., Sira, O. (2020). Development of methods for extension of the conceptual and analytical framework of the fuzzy set theory. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 6 (4 (108)), 14–21. doi: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2020.217630>
17. Szmidt, E., Kacprzyk, J. (2000). Distances between intuitionistic fuzzy sets. *Fuzzy Sets and Systems*, 114 (3), 505–518. doi: [https://doi.org/10.1016/s0165-0114\(98\)00244-9](https://doi.org/10.1016/s0165-0114(98)00244-9)
18. Yang, M.-S., Lin, T.-S. (2002). Fuzzy least-squares linear regression analysis for fuzzy input–output data. *Fuzzy Sets and Systems*, 126 (3), 389–399. doi: [https://doi.org/10.1016/s0165-0114\(01\)00066-5](https://doi.org/10.1016/s0165-0114(01)00066-5)
19. Ramik, J., Rommelfanger, H. (1996). Fuzzy mathematical programming based on some new inequality relations. *Fuzzy Sets and Systems*, 81 (1), 77–87. doi: [https://doi.org/10.1016/0165-0114\(95\)00241-3](https://doi.org/10.1016/0165-0114(95)00241-3)
20. Liu, B., Liu, Y.-K. (2002). Expected value of fuzzy variable and fuzzy expected value models. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 10 (4), 445–450. doi: <https://doi.org/10.1109/tfuzz.2002.800692>
21. Zak, Yu. A. (2011). Determinirovanny ekvivalent i algoritmy resheniya zadachi fuzzy-lineynogo programmirovaniya. *Problemy upravleniya i informatiki*, 1, 87–101.
22. Raskin, L., Sira, O. (2019). Construction of the fractional-nonlinear optimization method. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 4 (4 (100)), 37–43. doi: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2019.174079>
23. Raskin, L. G., Seraya, O. V. (2003). Formirovanie skalyarnogo kriteriya predpochteniya po rezul'tatam poparnykh sravneniy obektov. *Visnyk NTU «KhPI»*, 6, 63–68.
24. Raskin, L. G., Kirichenko, I. O. (2005). Kontinual'noe lineynoe programmirovanie. Kharkiv: VIVV, 178.

DOI: 10.15587/1729-4061.2021.225765

## DEVELOPING A MULTI-STEP RECURRENT ALGORITHM TO MAXIMIZE THE CRITERIA OF CORRENTROPY (p. 54–63)

**Oleg Rudenko**Kharkiv National University of Radio Electronics,  
Kharkiv, UkraineORCID: <http://orcid.org/0000-0003-0859-2015>**Oleksandr Bezsonov**Kharkiv National University of Radio Electronics,  
Kharkiv, UkraineORCID: <http://orcid.org/0000-0001-6104-4275>**Victor Borysenko**Kharkiv National University of Radio Electronics,  
Kharkiv, UkraineORCID: <http://orcid.org/0000-0001-9372-6449>**Tetiana Borysenko**Kharkiv National University of Radio Electronics,  
Kharkiv, UkraineORCID: <http://orcid.org/0000-0001-6915-6861>**Sergii Lyashenko**Kharkiv Petro Vasylenko National Technical University  
of Agriculture, Kharkiv, UkraineORCID: <http://orcid.org/0000-0001-8304-9309>

This paper considers the task of constructing a linear model of the object studied using a robust criterion. The functionality applied, in this case, is correntropy. That makes it possible to obtain estimates that have robust properties. The evaluation algorithm is a multi-step procedure that employs a limited number of information measurements, that is, it has limited memory. The feature of the algorithm is that the matrices and observation vectors involved in estimate construction are formed in the following way: they include information about the newly arrived measurements and exclude information about the oldest ones. Depending on the way these matrices and vectors are built (new information is added first, and then outdated is excluded, or the outdated is first excluded, and then a new one is added), two estimate forms are possible. The second Lyapunov method is used to study the convergence of the algorithm. The conditions of convergence for a multi-step algorithm have been defined. The analysis of the established regime has revealed that the algorithm ensures that unbiased estimates are obtained.

It should be noted that all the estimates reported in this work depend on the choice of the width of the nucleus, the information weighting factor, and the algorithm memory, the task of determining which remains open. Therefore, these parameters' estimates should be applied for the practical use of such multi-step algorithms.

The estimates obtained in this paper allow the researcher to pre-evaluate the possibilities of identification using a multi-step algorithm, as well as the effectiveness of its application when solving practical tasks.

**Keywords:** correntropy, multi-step algorithm, kernel width, information weighting factor, algorithm memory, permanence.

### References

1. Tsypkin, Ya. Z., Polyak, B. T. (1977) Ogrubleniy metod maksimal'nogo pravdopodobiya. V kn. Dinamika sistem. Gor'kiy, 12, 22–46.
2. Tiange Shao, Zheng, Y. R., Benesty, J. (2010). An Affine Projection Sign Algorithm Robust Against Impulsive Interferences. *IEEE Signal Processing Letters*, 17 (4), 327–330. doi: <https://doi.org/10.1109/lsp.2010.2040203>
3. Shin, J., Yoo, J., Park, P. (2012). Variable step-size affine projection sign algorithm. *Electronics Letters*, 48 (9), 483. doi: <https://doi.org/10.1049/el.2012.0751>
4. Lu, L., Zhao, H., Li, K., Chen, B. (2015). A Novel Normalized Sign Algorithm for System Identification Under Impulsive Noise Interference. *Circuits, Systems, and Signal Processing*, 35 (9), 3244–3265. doi: <https://doi.org/10.1007/s00034-015-0195-1>
5. Huang, H.-C., Lee, J. (2012). A New Variable Step-Size NLMS Algorithm and Its Performance Analysis. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 60 (4), 2055–2060. doi: <https://doi.org/10.1109/tsp.2011.2181505>
6. Casco-Sánchez, F. M., Medina-Ramírez, R. C., López-Guerrero, M. (2011). A New Variable Step-Size NLMS Algorithm and its Performance Evaluation in Echo Cancelling Applications. *Journal of Applied Research and Technology*, 9 (03). doi: <https://doi.org/10.22201/icat.16656423.2011.9.03.425>
7. Huber, P. J. (1977). Robust methods of estimation of regression coefficients. *Series Statistics*, 8 (1), 41–53. doi: <https://doi.org/10.1080/02331887708801356>
8. Hampel, F. R. (1974). The Influence Curve and its Role in Robust Estimation. *Journal of the American Statistical Association*, 69 (346), 383–393. doi: <https://doi.org/10.1080/01621459.1974.10482962>
9. Adamczyk, T. (2017). Application of the Huber and Hampel M-estimation in real estate value modeling. *Geomatics and Environmental Engineering*, 11 (1), 15. doi: <https://doi.org/10.7494/geom.2017.11.1.15>
10. Rudenko, O. G., Bezsonov, O. O. (2011). Robust training of radial basis networks. *Cybernetics and Systems Analysis*, 47 (6), 38–46.
11. Rudenko, O. G., Bezsonov, O. O. (2014). Robust Neuroevolutionary Identification of Nonlinear Nonstationary Objects. *Cybernetics and Systems Analysis*, 50 (1), 17–30. doi: <https://doi.org/10.1007/s10559-014-9589-5>
12. Rudenko, O. G., Bezsonov, O. O., Rudenko, S. O. (2013). Robustnaya identifikatsiya nelineynykh obektov s pomosh'yu evolyutsioniruyushey radial'no-bazisnoy seti. *Cybernetics and Systems Analysis*, 49 (2), 15–26.
13. Rudenko, O., Bezsonov, O. (2011). Function Approximation Using Robust Radial Basis Function Networks. *Journal of Intelligent Learning Systems and Applications*, 03 (01), 17–25. doi: <https://doi.org/10.4236/jilsa.2011.31003>
14. Chambers, J. A., Tanrikulu, O., Constantinides, A. G. (1994). Least mean mixed-norm adaptive filtering. *Electronics Letters*, 30 (19), 1574–1575. doi: <https://doi.org/10.1049/el:19941060>
15. Rakesh, P., Kumar, T. K., Albu, F. (2019). Modified Least-Mean Mixed-Norm Algorithms For Adaptive Sparse System Identification Under Impulsive Noise Environment. 2019 42nd International Conference on Telecommunications and Signal Processing (TSP). doi: <https://doi.org/10.1109/tsp.2019.8768813>
16. Papoulis, E. V., Stathaki, T. (2004). A Normalized Robust Mixed-Norm Adaptive Algorithm for System Identification. *IEEE Signal Processing Letters*, 11 (1), 56–59. doi: <https://doi.org/10.1109/lsp.2003.819353>
17. Rudenko, O., Bezsonov, O., Lebediev, O., Serdiuk, N. (2019). Robust identification of non-stationary objects with non-gaussian interference. *Eastern-European Journal of Enterprise*

- Technologies, 5 (4 (101)), 44–52. doi: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2019.181256>
18. Walach, E., Widrow, B. (1984). The least mean fourth (LMF) adaptive algorithm and its family. *IEEE Transactions on Information Theory*, 30 (2), 275–283. doi: <https://doi.org/10.1109/tit.1984.1056886>
  19. Zhang, S., Zhang, J. (2015). Fast stable normalised least-mean fourth algorithm. *Electronics Letters*, 51 (16), 1276–1277. doi: <https://doi.org/10.1049/el.2015.0421>
  20. Guan, S., Meng, C., Biswal, B. (2019). Optimal step-size of least mean absolute fourth algorithm in low SNR. *arXiv.org*. Available at: <https://arxiv.org/ftp/arxiv/papers/1908/1908.08165.pdf>
  21. Asad, S. M., Moinuddin, M., Zerguine, A., Chambers, J. (2019). A robust and stable variable step-size design for the least-mean fourth algorithm using quotient form. *Signal Processing*, 162, 196–210. doi: <https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2019.04.021>
  22. Bin Mansoor, U., Mayyala, Q., Moinuddin, M., Zerguine, A. (2017). Quasi-Newton least-mean fourth adaptive algorithm. 2017 25th European Signal Processing Conference (EUSIPCO). doi: <https://doi.org/10.23919/eusipco.2017.8081689>
  23. Sadiq, A., Usman, M., Khan, S., Naseem, I., Moinuddin, M., Al-Saggaf, U. M. (2019). q-LMF: Quantum Calculus-Based Least Mean Fourth Algorithm. *Fourth International Congress on Information and Communication Technology*, 303–311. doi: [https://doi.org/10.1007/978-981-15-0637-6\\_25](https://doi.org/10.1007/978-981-15-0637-6_25)
  24. Zerguine, A., Cowan, C. F. N., Bettayeb, M. (1996). LMS-LMF adaptive scheme for echo cancellation. *Electronics Letters*, 32 (19), 1776. doi: <https://doi.org/10.1049/el:19961202>
  25. Zerguine, A., Aboulnasr, T. (2000). Convergence analysis of the variable weight mixed-norm LMS-LMF adaptive algorithm. *Conference Record of the Thirty-Fourth Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers (Cat. No.00CH37154)*. doi: <https://doi.org/10.1109/acssc.2000.910959>
  26. Zerguine, A. (2012). A variable-parameter normalized mixed-norm (VPNMN) adaptive algorithm. *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, 2012 (1). doi: <https://doi.org/10.1186/1687-6180-2012-55>
  27. Rudenko, O., Bezsonov, O., Serdiuk, N., Oliinyk, K., Romanyk, O. (2020). Workable identification of objects based on minimization of combined functional. *Information Processing Systems*, 1 (160), 80–88. doi: <https://doi.org/10.30748/soi.2020.160.10>
  28. Rudenko, O., Bezsonov, O., Lebediev, O., Lebediev, V., Oliinyk, K. (2020). Studying the properties of a robust algorithm for identifying linear objects, which minimizes a combined functional. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 4 (4 (106)), 37–46. doi: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2020.210129>
  29. Tanrikulu, O., Constantinides, A. G. (1994). Least-mean kurtosis: A novel higher-order statistics based adaptive filtering algorithm. *Electronics Letters*, 30 (3), 189–190. doi: <https://doi.org/10.1049/el:19940129>
  30. Pazaitis, D. I., Constantinides, A. G. (1999). A novel kurtosis driven variable step-size adaptive algorithm. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 47 (3), 864–872. doi: <https://doi.org/10.1109/78.747793>
  31. Engel, Y., Mannon, S., Meir, R. (2004). The Kernel Recursive Least-Squares Algorithm. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 52 (8), 2275–2285. doi: <https://doi.org/10.1109/tsp.2004.830985>
  32. Gil-Cacho, J. M., Signoretto, M., van Waterschoot, T., Moonen, M., Jensen, S. H. (2013). Nonlinear Acoustic Echo Cancellation Based on a Sliding-Window Leaky Kernel Affine Projection Algorithm. *IEEE Transactions on Audio, Speech, and Language Processing*, 21 (9), 1867–1878. doi: <https://doi.org/10.1109/taasl.2013.2260742>
  33. Eksioglu, E. M., Tanc, A. K. (2011). RLS Algorithm With Convex Regularization. *IEEE Signal Processing Letters*, 18 (8), 470–473. doi: <https://doi.org/10.1109/lsp.2011.2159373>
  34. Principe, J. C., Xu, D., Zhao, Q., Fisher, J. W. (2000). Learning from examples with information theoretic criteria. *Journal of VLSI signal processing systems for signal, image and video technology*, 26, 61–77. doi: <https://doi.org/10.1023/A:1008143417156>
  35. Principe, J. C., Xu, D., Fisher, J. (2000). Information-theoretic learning. *Unsupervised Adaptive Filtering*. Wiley, 265–319.
  36. Santamaria, I., Pokharel, P. P., Principe, J. C. (2006). Generalized correlation function: definition, properties, and application to blind equalization. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 54 (6), 2187–2197. doi: <https://doi.org/10.1109/tsp.2006.872524>
  37. Liu, W., Pokharel, P. P., Principe, J. C. (2007). Correntropy: Properties and Applications in Non-Gaussian Signal Processing. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 55 (11), 5286–5298. doi: <https://doi.org/10.1109/tsp.2007.896065>
  38. Wang, W., Zhao, J., Qu, H., Chen, B., Principe, J. C. (2015). An adaptive kernel width update method of correntropy for channel estimation. 2015 IEEE International Conference on Digital Signal Processing (DSP). doi: <https://doi.org/10.1109/icdsp.2015.7252010>
  39. Ma, W., Qu, H., Gui, G., Xu, L., Zhao, J., Chen, B. (2015). Maximum correntropy criterion based sparse adaptive filtering algorithms for robust channel estimation under non-Gaussian environments. *Journal of the Franklin Institute*, 352 (7), 2708–2727. doi: <https://doi.org/10.1016/j.jfranklin.2015.03.039>
  40. Guo, Y., Ma, B., Li, Y. (2020). A Kernel-Width Adaption Diffusion Maximum Correntropy Algorithm. *IEEE Access*, 8, 33574–33587. doi: <https://doi.org/10.1109/access.2020.2972905>
  41. Shi, L., Zhao, H., Zakharov, Y. (2020). An Improved Variable Kernel Width for Maximum Correntropy Criterion Algorithm. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 67 (7), 1339–1343. doi: <https://doi.org/10.1109/tcsii.2018.2880564>
  42. Huang, F., Zhang, J., Zhang, S. (2017). Adaptive Filtering Under a Variable Kernel Width Maximum Correntropy Criterion. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 64 (10), 1247–1251. doi: <https://doi.org/10.1109/tcsii.2017.2671339>
  43. Lu, L., Zhao, H. (2017). Active impulsive noise control using maximum correntropy with adaptive kernel size. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 87, 180–191. doi: <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2016.10.020>
  44. Rudenko, O. G., Bezsonov, O. O. (2020). ADALINE Robust Multi-step Training Algorithm. *Control Systems and Computers*, 3 (287), 15–27. doi: <https://doi.org/10.15407/csc.2020.03.015>

DOI: 10.15587/1729-4061.2021.225525

**ESTIMATING PARAMETERS OF LINEAR REGRESSION WITH AN EXPONENTIAL POWER DISTRIBUTION OF ERRORS BY USING A POLYNOMIAL MAXIMIZATION METHOD (p. 64–73)**

**Serhii Zabolotnii**

Cherkasy State Business College, Cherkasy, Ukraine  
ORCID: <http://orcid.org/0000-0003-0242-2234>

**Vladyslav Khotunov**

Cherkasy State Business College, Cherkasy, Ukraine  
ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-2093-1270>

**Anatolii Chepynoha**

Cherkasy State Business College, Cherkasy, Ukraine  
**ORCID:** <http://orcid.org/0000-0003-3921-6557>

**Olexandr Tkachenko**

Cherkasy State Business College, Cherkasy, Ukraine  
**ORCID:** <http://orcid.org/0000-0003-4726-628X>

This paper considers the application of a method for maximizing polynomials in order to find estimates of the parameters of a multifactorial linear regression provided the random errors of the regression model follow an exponential power distribution. The method used is conceptually close to a maximum likelihood method because it is based on the maximization of selective statistics in the neighborhood of the true values of the evaluated parameters. However, in contrast to the classical parametric approach, it employs a partial probabilistic description in the form of a limited number of statistics of higher orders.

The adaptive algorithm of statistical estimation has been synthesized, which takes into consideration the properties of regression residues and makes it possible to find refined values for the estimates of the parameters of a linear multifactorial regression using the numerical Newton-Rafson iterative procedure. Based on the apparatus of the quantity of extracted information, the analytical expressions have been derived that make it possible to analyze the theoretical accuracy (asymptotic variances) of estimates for the method of maximizing polynomials depending on the magnitude of the exponential power distribution parameters.

Statistical modeling was employed to perform a comparative analysis of the variance of estimates obtained using the method of maximizing polynomials with the accuracy of classical methods: the least squares and maximum likelihood. Regions of the greatest efficiency for each studied method have been constructed, depending on the magnitude of the parameter of the form of exponential power distribution and sample size. It has been shown that estimates from the polynomial maximization method may demonstrate a much lower variance compared to the estimates from a least-square method. And, in some cases (for flat-topped distributions and in the absence of a priori information), may exceed the estimates from the maximum likelihood method in terms of accuracy.

**Keywords:** regression, exponential power distribution, parameter estimation, moments, polynomial maximization method.

## Reference

- Subbotin, M. T. (1923). On the law of frequency of error. *Mat. Sb.*, 31 (2), 296–301.
- Varanasi, M. K., Aazhang, B. (1989). Parametric generalized Gaussian density estimation. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 86 (4), 1404–1415. doi: <https://doi.org/10.1121/1.398700>
- Nadarajah, S. (2005). A generalized normal distribution. *Journal of Applied Statistics*, 32 (7), 685–694. doi: <https://doi.org/10.1080/02664760500079464>
- Giller, G. L. (2005). A Generalized Error Distribution. *SSRN Electronic Journal*. doi: <https://doi.org/10.2139/ssrn.2265027>
- Krasilnikov, A. I. (2019). Family of Subbotin Distributions and its Classification. *Electronic modeling*, 41 (3), 15–32. doi: <https://doi.org/10.15407/emodel.41.03.015>
- Hassan, M. Y., Hijazi, R. H. (2010). A bimodal exponential power distribution. *Pakistan Journal of Statistics*, 26 (2), 379–396.
- Komunjer, I. (2007). Asymmetric power distribution: Theory and applications to risk measurement. *Journal of Applied Econometrics*, 22 (5), 891–921. doi: <https://doi.org/10.1002/jae.961>
- Zhu, D., Zinde-Walsh, V. (2009). Properties and estimation of asymmetric exponential power distribution. *Journal of Econometrics*, 148 (1), 86–99. doi: <https://doi.org/10.1016/j.jeconom.2008.09.038>
- Crowder, G. E., Moore, A. H. (1983). Adaptive Robust Estimation Based on a Family of Generalized Exponential Power Distributions. *IEEE Transactions on Reliability*, R-32 (5), 488–495. doi: <https://doi.org/10.1109/tr.1983.5221739>
- Mineo, A. M. (2003). On the estimation of the structure parameter of a normal distribution of order p. *Statistica*, 63(1), 109–122. doi: <https://doi.org/10.6092/issn.1973-2201/342>
- Olosunde, A. A., Soyinka, A. T. (2019). Interval Estimation for Symmetric and Asymmetric Exponential Power Distribution Parameters. *Journal of the Iranian Statistical Society*, 18 (1), 237–252. doi: <https://doi.org/10.29252/jirss.18.1.237>
- Pogány, T. K., Nadarajah, S. (2010). On the characteristic function of the generalized normal distribution. *Comptes Rendus Mathematique*, 348 (3-4), 203–206. doi: <https://doi.org/10.1016/j.crma.2009.12.010>
- Novitskiy, P. V., Zograf, I. A. (1991). *Otsenka pogreshnostey rezul'tatov izmereniy*. Leningrad: Izdatel'stvo Energoatomizdat, 304.
- Lindsey, J. K. (1999). Multivariate Elliptically Contoured Distributions for Repeated Measurements. *Biometrics*, 55 (4), 1277–1280. doi: <https://doi.org/10.1111/j.0006-341x.1999.01277.x>
- Sheluhin, O. I. (1999). *Negaussovskie protsessy v radiotekhnike*. Moscow: Radio i svyaz', 310.
- Sharifi, K., Leon-Garcia, A. (1995). Estimation of shape parameter for generalized Gaussian distributions in subband decompositions of video. *IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology*, 5 (1), 52–56. doi: <https://doi.org/10.1109/76.350779>
- Dominguez-Molina, J. A., Gonzalez-Farias, G., Rodriguez-Dagnino, R. M. (2001). A practical procedure to estimate the shape parameter in the generalized Gaussian distribution. Available at: [http://www.cimat.mx/reportes/enlinea/1-01-18\\_eng.pdf](http://www.cimat.mx/reportes/enlinea/1-01-18_eng.pdf)
- Saatci, E., Akan, A. (2010). Respiratory parameter estimation in non-invasive ventilation based on generalized Gaussian noise models. *Signal Processing*, 90 (2), 480–489. doi: <https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2009.07.015>
- Olosunde, A. A. (2013). On exponential power distribution and poultry feeds data: a case study. *Journal of The Iranian Statistical Society*, 12 (2), 253–269.
- Giacalone, M. (2020). A combined method based on kurtosis indexes for estimating p in non-linear Lp-norm regression. *Sustainable Futures*, 2, 100008. doi: <https://doi.org/10.1016/j.sftr.2020.100008>
- Chan, J. S. K., Choy, S. T. B., Walker, S. G. (2021). On The Estimation Of The Shape Parameter Of A Symmetric Distribution. *Journal of Data Science*, 18 (1), 78–100. doi: [https://doi.org/10.6339/jds.202001\\_18\(1\).0004](https://doi.org/10.6339/jds.202001_18(1).0004)
- Olosunde, A. A., Adegoke, A. M. (2016). Goodness-of-fit-test for Exponential Power Distribution. *American Journal of Applied Mathematics and Statistics*, 4 (1), 1–8.
- Giacalone, M., Panarello, D. (2020). Statistical hypothesis testing within the Generalized Error Distribution: Comparing the behavior of some nonparametric techniques. *Book of Short Papers SIS 2020*, 1338–1343.
- Johnson, M. E. (1979). Computer Generation of the Exponential Power Distributions. *Journal of Statistical Computation and Simulation*, 9, 239–240.
- Nardon, M., Pianca, P. (2009). Simulation techniques for generalized Gaussian densities. *Journal of Statistical Computa-*



- tion and Simulation, 79 (11), 1317–1329. doi: <https://doi.org/10.1080/00949650802290912>
26. Kalke, S., Richter, W.-D. (2013). Simulation of the p-generalized Gaussian distribution. *Journal of Statistical Computation and Simulation*, 83 (4), 641–667. doi: <https://doi.org/10.1080/00949655.2011.631187>
  27. Mineo, A. M., Ruggieri, M. (2005). A Software Tool for the Exponential Power Distribution: The normalp Package. *Journal of Statistical Software*, 12 (4). doi: <https://doi.org/10.18637/jss.v012.i04>
  28. Rao, C. R. (1945). Information and the accuracy attainable in the estimation of statistical parameters. *Bulletin of Calcutta Mathematical Society*, 37, 81–89.
  29. Koenker, R., Bassett, G. (1978). Regression Quantiles. *Econometrica*, 46 (1), 33–50. doi: <https://doi.org/10.2307/1913643>
  30. Barrodale, I., Roberts, F. D. K. (1973). An Improved Algorithm for Discrete  $\ell_1$  Linear Approximation. *SIAM Journal on Numerical Analysis*, 10 (5), 839–848. doi: <https://doi.org/10.1137/0710069>
  31. Zeckhauser, R., Thompson, M. (1970). Linear Regression with Non-Normal Error Terms. *The Review of Economics and Statistics*, 52 (3), 280–286. doi: <https://doi.org/10.2307/1926296>
  32. Mineo, A. (1989). The Norm-P Estimation of Location, Scale and Simple Linear Regression Parameters. *Lecture Notes in Statistics*, 222–233. doi: [https://doi.org/10.1007/978-1-4612-3680-1\\_26](https://doi.org/10.1007/978-1-4612-3680-1_26)
  33. Agrò, G. (1992). Maximum likelihood and Lp-norm estimators. *Statistica Applicata*, 4 (2), 171–182.
  34. Tarassenko, P. F., Tarima, S. S., Zhuravlev, A. V., Singh, S. (2014). On sign-based regression quantiles. *Journal of Statistical Computation and Simulation*, 85 (7), 1420–1441. doi: <https://doi.org/10.1080/00949655.2013.875176>
  35. Yang, T., Gallagher, C. M., McMahan, C. S. (2018). A robust regression methodology via M-estimation. *Communications in Statistics - Theory and Methods*, 48 (5), 1092–1107. doi: <https://doi.org/10.1080/03610926.2018.1423698>
  36. Galea, M., Paula, G. A., Bolfarine, H. (1997). Local influence in elliptical linear regression models. *Journal of the Royal Statistical Society: Series D (The Statistician)*, 46 (1), 71–79. doi: <https://doi.org/10.1111/1467-9884.00060>
  37. Liu, S. (2002). Local influence in multivariate elliptical linear regression models. *Linear Algebra and Its Applications*, 354 (1-3), 159–174. doi: [https://doi.org/10.1016/s0024-3795\(01\)00585-7](https://doi.org/10.1016/s0024-3795(01)00585-7)
  38. Ganguly, S. S. (2014). Robust Regression Analysis for Non-Normal Situations under Symmetric Distributions Arising In Medical Research. *Journal of Modern Applied Statistical Methods*, 13 (1), 446–462. doi: <https://doi.org/10.22237/jmasm/1398918480>
  39. Bartolucci, F., Scaccia, L. (2005). The use of mixtures for dealing with non-normal regression errors. *Computational Statistics & Data Analysis*, 48 (4), 821–834. doi: <https://doi.org/10.1016/j.csda.2004.04.005>
  40. Seo, B., Noh, J., Lee, T., Yoon, Y. J. (2017). Adaptive robust regression with continuous Gaussian scale mixture errors. *Journal of the Korean Statistical Society*, 46 (1), 113–125. doi: <https://doi.org/10.1016/j.jkss.2016.08.002>
  41. Tiku, M. L., Islam, M. Q., Selçuk, A. S. (2001). Nonnormal Regression. II. Symmetric Distributions. *Communications in Statistics - Theory and Methods*, 30 (6), 1021–1045. doi: <https://doi.org/10.1081/sta-100104348>
  42. Andargie, A. A., Rao, K. S. (2013). Estimation of a linear model with two-parameter symmetric platykurtic distributed errors. *Journal of Uncertainty Analysis and Applications*, 1 (1). doi: <https://doi.org/10.1186/2195-5468-1-13>
  43. Stone, C. J. (1975). Adaptive Maximum Likelihood Estimators of a Location Parameter. *The Annals of Statistics*, 3 (2), 267–284. doi: <https://doi.org/10.1214/aos/1176343056>
  44. Montfort, K., Mooijaart, A., Leeuw, J. (1987). Regression with errors in variables: estimators based on third order moments. *Statistica Neerlandica*, 41 (4), 223–238. doi: <https://doi.org/10.1111/j.1467-9574.1987.tb01215.x>
  45. Dagenais, M. G., Dagenais, D. L. (1997). Higher moment estimators for linear regression models with errors in the variables. *Journal of Econometrics*, 76 (1-2), 193–221. doi: [https://doi.org/10.1016/0304-4076\(95\)01789-5](https://doi.org/10.1016/0304-4076(95)01789-5)
  46. Cragg, J. G. (1997). Using Higher Moments to Estimate the Simple Errors-in-Variables Model. *The RAND Journal of Economics*, 28, S71. doi: <https://doi.org/10.2307/3087456>
  47. Gillard, J. (2014). Method of Moments Estimation in Linear Regression with Errors in both Variables. *Communications in Statistics - Theory and Methods*, 43 (15), 3208–3222. doi: <https://doi.org/10.1080/03610926.2012.698785>
  48. Wang, L., Leblanc, A. (2007). Second-order nonlinear least squares estimation. *Annals of the Institute of Statistical Mathematics*, 60 (4), 883–900. doi: <https://doi.org/10.1007/s10463-007-0139-z>
  49. Chen, X., Tsao, M., Zhou, J. (2010). Robust second-order least-squares estimator for regression models. *Statistical Papers*, 53 (2), 371–386. doi: <https://doi.org/10.1007/s00362-010-0343-4>
  50. Kim, M., Ma, Y. (2011). The efficiency of the second-order nonlinear least squares estimator and its extension. *Annals of the Institute of Statistical Mathematics*, 64 (4), 751–764. doi: <https://doi.org/10.1007/s10463-011-0332-y>
  51. Huda, S., Mukerjee, R. (2016). Optimal designs with string property under asymmetric errors and SLS estimation. *Statistical Papers*, 59 (3), 1255–1268. doi: <https://doi.org/10.1007/s00362-016-0819-y>
  52. Kunchenko, Yu. P., Lega, Yu. G. (1991). *Otsenka parametrov sluchaynykh velichin metodom maksimizatsii polinoma*. Kyiv: Naukova dumka, 180.
  53. Zabolotnii, S., Warsza, Z. L., Tkachenko, O. (2018). Polynomial Estimation of Linear Regression Parameters for the Asymmetric PDF of Errors. *Advances in Intelligent Systems and Computing*, 758–772. doi: [https://doi.org/10.1007/978-3-319-77179-3\\_75](https://doi.org/10.1007/978-3-319-77179-3_75)
  54. Zabolotnii, S. W., Warsza, Z. L., Tkachenko, O. (2019). Estimation of Linear Regression Parameters of Symmetric Non-Gaussian Errors by Polynomial Maximization Method. *Advances in Intelligent Systems and Computing*, 636–649. doi: [https://doi.org/10.1007/978-3-030-13273-6\\_59](https://doi.org/10.1007/978-3-030-13273-6_59)
  55. Warsza, Z. (2017). Ocena niepewności pomiarów o rozkładzie trapezowym metodą maksymalizacji wielomianu. *Przemysł Chemiczny*, 1 (12), 68–71. doi: <https://doi.org/10.15199/62.2017.12.6>
  56. Warsza, Z. L., Zabolotnii, S. W. (2017). A Polynomial Estimation of Measurand Parameters for Samples of Non-Gaussian Symmetrically Distributed Data. *Advances in Intelligent Systems and Computing*, 468–480. doi: [https://doi.org/10.1007/978-3-319-54042-9\\_45](https://doi.org/10.1007/978-3-319-54042-9_45)
  57. Zabolotnii, S. V., Kucheruk, V. Yu., Warsza, Z. L., Khassenov, A. K. (2018). Polynomial Estimates of Measurand Parameters for Data from Bimodal Mixtures of Exponential Distributions. *Vestnik Karagandinskogo universiteta*, 2 (90), 71–80.
  58. Warsza, Z. L., Zabolotnii, S. (2018). Estimation of Measurand Parameters for Data from Asymmetric Distributions by Polynomial Maximization Method. *Advances in Intelligent Systems and*

- Computing, 746–757. doi: [https://doi.org/10.1007/978-3-319-77179-3\\_74](https://doi.org/10.1007/978-3-319-77179-3_74)
59. Zabolotnii, S. W., Warsza, Z. L. (2016). Semi-parametric Estimation of the Change-Point of Parameters of Non-gaussian Sequences by Polynomial Maximization Method. *Advances in Intelligent Systems and Computing*, 903–919. doi: [https://doi.org/10.1007/978-3-319-29357-8\\_80](https://doi.org/10.1007/978-3-319-29357-8_80)
60. Zabolotnii, S. V., Chepynoha, A. V., Bondarenko, Y. Y., Rud, M. P. (2018). Polynomial parameter estimation of exponential power distribution data. *Visnyk NTUU KPI Serii A - Radiotekhnika Radioaparotobuduvannia*, 75, 40–47, 75, 40–47. doi: <https://doi.org/10.20535/radap.2018.75.40-47>
61. Zabolotnii, S. V., Chepynoha, A. V., Chorniy, A. M., Honcharov, A. V. (2020). Comparative Analysis of Polynomial Maximization and Maximum Likelihood Estimates for Data with Exponential Power Distribution. *Visnyk NTUU KPI Serii A - Radiotekhnika Radioaparotobuduvannia*, 82, 44–51. doi: <https://doi.org/10.20535/radap.2020.82.44-51>
62. Liu, M., Bozdogan, H. (2008). Multivariate regression models with power exponential random errors and subset selection using genetic algorithms with information complexity. *European Journal of Pure and Applied Mathematics*, 1 (1), 4–37. Available at: [https://www.researchgate.net/publication/264947828\\_Multivariate\\_regression\\_models\\_with\\_power\\_exponential\\_random\\_errors\\_and\\_subset\\_selection\\_using\\_genetic\\_algorithms\\_with\\_information\\_complexity](https://www.researchgate.net/publication/264947828_Multivariate_regression_models_with_power_exponential_random_errors_and_subset_selection_using_genetic_algorithms_with_information_complexity)
63. Atsedeweyn, A. A., Srinivasa Rao, K. (2013). Linear regression model with new symmetric distributed errors. *Journal of Applied Statistics*, 41 (2), 364–381. doi: <https://doi.org/10.1080/02664763.2013.839638>
64. Ferreira, M. A., Salazar, E. (2014). Bayesian reference analysis for exponential power regression models. *Journal of Statistical Distributions and Applications*, 1 (1), 12. doi: <https://doi.org/10.1186/2195-5832-1-12>
65. Levine, D. M., Krehbiel, T. C., Berenson, M. L. (2000). *Business Statistics: A First Course*. Prentice-Hall.

## АНОТАЦІЇ

## MATHEMATICS AND CYBERNETICS – APPLIED ASPECTS

**DOI: 10.15587/1729-4061.2021.225325****РОЗРОБКА АЛГОРИТМУ МІНІМІЗАЦІЇ БУЛЕВИХ ФУНКЦІЙ ДЛЯ ВІЗУАЛЬНО-МАТРИЧНОЇ ФОРМИ АНАЛІТИЧНОГО МЕТОДУ (с. 6–21)****М. Т. Соломко**

Проведеними дослідженнями встановлена можливість збільшення ефективності візуально-матричної форми аналітичного методу мінімізації булевих функцій шляхом виявлення резервів більш складнішого алгоритму проведення логічних операцій поглинання та супер-склеювання змінних у термах логічних функцій.

Встановлено також збільшення ефективності процедури мінімізації булевих функцій шляхом вибору, за встановленими критеріями, оптимального стеку логічних операцій для першої та другої бінарних матриць булевих функцій. При комбінуванні послідовності логічних операцій з використанням різних способів склеювання змінних – простого та супер-склеювання існує невелике число випадків, коли мінімізація функції є більш ефективна, якщо у першій матриці спочатку застосувати операцію простого склеювання змінних. Таким чином, необхідний короткий аналіз для першочергового застосування операцій у першій бінарній матриці. Це забезпечує належну ефективність мінімізації до раніш не врахованих варіантів спрощення булевих функцій візуально-матричною формою аналітичного методу. Для ряду випадків вибір оптимального стеку потрібний і для другої бінарної матриці.

Експериментальними дослідженнями підтверджено, що візуально-матрична форма аналітичного методу, особливістю якої є використання систем  $2-(n, b)$ -design та  $2-(n, x/b)$ -design у першій матриці, підвищує ефективність процесу та достовірність результату мінімізації булевих функцій. При цьому спрощується процедура пошуку мінімальної функції. У порівнянні з аналогами це дає змогу підвищити продуктивність процесу мінімізації булевих функцій на 100–200 %.

Є підстави стверджувати про можливість збільшення ефективності процесу мінімізації булевих функцій візуально-матричною формою аналітичного методу, шляхом використання більш складних логічних операцій поглинання та супер-склеювання змінних. А також за допомогою оптимального комбінування послідовності логічних операцій супер-склеювання змінних та простого склеювання змінних, на підставі вибору, за встановленими критеріями, стеку логічних операцій у першій бінарній матриці заданої функції.

**Ключові слова:** мінімізація булевих функцій, візуально-матрична форма аналітичного методу, бінарна матриця.

**DOI: 10.15587/1729-4061.2021.225594****РОЗРОБКА МОДЕЛЕЙ ПРОГРАМНОГО ПОЛЬОТУ ДЛЯ РОЗРАХУНКУ ТРАЕКТОРІЙ ПРИ ПРОЕКТУВАННІ ТАКТИЧНИХ І ЗЕНІТНИХ КЕРОВАНИХ РАКЕТ (с. 21–30)****А. М. Чубаров**

Розроблено ряд моделей програмного польоту, призначених для проведення розрахунків з оптимізації траєкторій при проектуванні тактичних і зенітних керованих ракет. Розроблені моделі засновані на визначенні взаємопов'язаних програмних значень висоти і кута нахилу траєкторії польоту в залежності від дальності, які мають між собою диференційний зв'язок. Поєднання програм висоти польоту та кута нахилу траєкторії дозволяє змодельовати стійкий політ керованої ракети у розрахункову кінцеву точку із використанням методів пропорційного керування.

За допомогою оцінки якості апроксимації розробленими моделями траєкторій польоту зенітних керованих ракет, отриманих із застосуванням інших відомих моделей, показана хороша відповідність розроблених моделей фізиці польоту. Отримана похибка апроксимації складає менше 5 %, що говорить про хорошу відповідність розроблених моделей фізиці польоту.

За допомогою проведення оптимізації траєкторій польоту зенітної керованої ракети доведені відповідність розроблених моделей програмного польоту цільовому призначенню і перевага над найбільш розповсюдженими відовими моделями. У більшості розглянутих розрахункових випадків отримано покращення значення цільової функції до 2,9 %. Оптимізація траєкторій проводилась за допомогою генетичного алгоритму.

Розроблені моделі мають простий алгебраїчний вигляд і невелику кількість управляючих параметрів, представлені у готовій для застосування формі і не потребують доопрацювання під конкретну задачу. Це дозволяє без особливих витрат часу впровадити їх у практику проектування для пришвидшення розрахунків оптимальних проектних параметрів та оптимальних траєкторій польоту тактичних і зенітних керованих ракет.

**Ключові слова:** ракета, модель програмного польоту, траєкторія польоту, оптимізація, оптимальна траєкторія, розрахунок.

**DOI: 10.15587/1729-4061.2021.225301****РОЗРОБКА ГІБРИДНИХ НЕЙРОННИХ МЕРЕЖ АНСАМБЛЕВОЇ СТРУКТУРИ (с. 31–45)****В. М. Синеглазов, А. Т. Кот**

Розглянуто структурно-параметричний синтез (СПС) нейронних мереж (НМ) глибокого навчання, зокрема згорткових нейронних мереж (ЗНМ), які використовуються при обробці зображень. Показано, що сучасні нейронні мережі можуть мати різноманітну

топологію. Це забезпечується використанням унікальних блоків, які визначають їх суттєві особливості, а саме, блок стиснення та збудження, згортковий блок модуля уваги, модуль уваги каналу, модуль просторової уваги, залишковий блок, блок ResNeXt. Це, в першу чергу, пов'язано з необхідністю підвищення їх ефективності при обробці зображень. У зв'язку з великим архітектурним простором параметрів, включаючи тип унікального блоку, місце розміщення в структурі згорткової нейронної мережі, його зв'язки з іншими блоками, шарами, обчислювальні витрати нелінійно ростуть. Для мінімізації обчислювальних витрат при збереженні заданої точності в роботі поставлено задачі як генерації можливих топологій та структурно-параметричного синтезу згорткових нейронних мереж. Для розв'язання, запропоновано використання генетичного алгоритму (ГА). Налаштування параметрів реалізовано шляхом використанням генетичного алгоритму та сучасних градієнтних методів (ГМ). Наприклад, стохастичний градієнтний спуск із моментом, прискорений градієнт Нестерова, адаптивний градієнтний алгоритм, розповсюдження кореня середнього квадрату градієнта, оцінка адаптивного моменту, адаптивний момент Нестерова. Передбачається використання таких мереж в інтелектуальній медичній діагностичній системі (ІМДС), при визначенні активності туберкульозу. Для покращення точності розв'язання задачі класифікації при обробці зображень в роботі запропоновано ансамблеву структуру гібридних згорткових нейронних мереж (ГЗНМ). Використовується паралельна структура ансамблю з шаром об'єднання. Розроблено алгоритми оптимального вибору і інтеграції ознак при побудові ансамблю.

**Ключові слова:** гібридна згорткова нейронна мережа, генетичний алгоритм, ансамбль, структурно-параметричний синтез.

**DOI: 10.15587/1729-4061.2021.225515**

### **УНІВЕРСАЛЬНИЙ МЕТОД РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ ОПТИМІЗАЦІЇ В УМОВАХ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ ВИХІДНИХ ДАНИХ (с. 46–53)**

**Л. Г. Раскін, О. В. Сіра, Л. В. Сухомлин, Ю. Л. Парфенюк**

В роботі запропоновано метод розв'язання задачі математичного програмування в умовах невизначеності вихідних даних.

Конструктивною основою пропонованого методу розв'язання оптимізаційних задач в умовах невизначеності є функція розподілу значень критерію, що залежить від типу невизначеності і значень невизначених змінних задачі. При цьому, якщо незалежні змінні – випадкові величини, то ця функція – традиційна теоретико-імовірнісна щільність розподілу випадкового значення критерію, якщо ж змінними є нечіткі числа, то це – функція належності нечіткої значення критерію.

Запропонований метод, для випадку, коли невизначеність описана в термінах теорії нечітких множин, реалізується з використанням наступної двоетапної процедури. На першому етапі, використовуючи функції приналежності нечітких значень параметрів критерію, задаються значення цих параметрів рівними модальним, які підставляються в аналітичний вираз для цільової функції. Отримана детермінована задача вирішується. На другому етапі вирішується задача мінімізації комплексного критерію, який будується в такий спосіб. Використовуючи аналітичний вираз для цільової функції, а також функції приналежності нечітких параметрів задачі, за правилами виконання операцій над нечіткими числами відшукується функція належності нечіткої значення критерію. Далі розраховується міра компактності одержуваної функції приналежності нечіткого значення цільової функції задачі, чисельне значення якої визначає перший доданок комплексного критерію. Другий доданок – норма відхилення шуканого рішення задачі від раніше отриманого модального.

Абсолютно аналогічно конструюється обчислювальна процедура для випадку, коли невизначеність описується в термінах теорії ймовірностей. Таким чином, запропонований метод розв'язання задач оптимізації універсальний по відношенню до характеру невизначеності вихідних даних. Важливе значення запропонованого методу полягає в можливості його використання при вирішенні будь-якої задачі математичного програмування в умовах невизначено заданих вихідних даних, незалежно від її характеру, структури і типу.

**Ключові слова:** задача математичного програмування, невизначеність вихідних даних, універсальний метод вирішення.

**DOI: 10.15587/1729-4061.2021.225765**

### **РОЗРОБКА БАГАТОКРОКОВОГО РЕКУРЕНТНОГО АЛГОРИТМА МАКСИМІЗАЦІЇ КРИТЕРІЯ КОРЕНТРОПІЇ (с. 54–63)**

**О. Г. Руденко, О. О. Безсонов, В. П. Борисенко, Т. І. Борисенко, С. О. Ляшенко**

Розглядається задача побудови лінійної моделі досліджуваного об'єкта з використанням робастного критерію. Функціонал, який при цьому застосовується, являє собою корентропію. Це дозволяє отримати оцінки, які мають робастні властивості. Алгоритм оцінювання є багатокроковою процедурою, яка використовує обмежену кількість вимірів інформації, тобто має обмежену пам'ять. Особливістю алгоритму є те, що використовувані при побудові оцінок матриці і вектори спостережень на кожному кроці оцінювання формуються наступним чином: в них включається інформація про новоприбулі виміри і виключається інформація про найбільш старі. Залежно від того, як формуються ці матриці і вектори (чи додається спочатку нова інформація, а потім виключається застаріла, або ж спочатку виключається застаріла, а потім додається нова) можливі дві форми оцінки. Для дослідження питань збіжності алгоритму використано другий метод Ляпунова. Визначено умови збіжності багатокрокового алгоритму. Аналіз сталого режиму показав, що алгоритм забезпечує отримання незміщених оцінок.

Слід зазначити, що всі отримані в роботі оцінки залежать від вибору ширини ядра, коефіцієнта зважування інформації та пам'яті алгоритма, проблема визначення яких залишається відкритою. Тому для практичного застосування таких багатокрокових алгоритмів слід використовувати оцінки цих параметрів.

Отримані в даній роботі оцінки дозволяють досліднику попередньо оцінити можливості ідентифікації за допомогою багатокрокового алгоритму та ефективність його використання при вирішенні практичних задач.

**Ключові слова:** корентропія багатокроковий алгоритм, ширина ядра, коефіцієнт зважування інформації, пам'ять алгоритма, сталість.

---

**DOI: 10.15587/1729-4061.2021.225525**

## **ОЦІНЮВАННЯ ПАРАМЕТРІВ ЛІНІЙНОЇ РЕГРЕСІЇ З ЕКСПОНЕНЦІЙНИМ СТЕПЕНЕВИМ РОЗПОДІЛОМ ПОМИЛОК МЕТОДОМ МАКСИМІЗАЦІЇ ПОЛІНОМІВ (с. 64–73)**

**С. В. Заболотній, В. І. Хотунов, А. В. Чепинога, О. М. Ткаченко**

Розглядається застосування методу максимізації поліномів для знаходження оцінок параметрів багатфакторної лінійної регресії за умови, що випадкові помилки регресійної моделі мають експоненціальне степеневий розподіл. Метод, що використовується, концептуально близький до методу максимальної правдоподібності, оскільки заснований на максимізації вибіркової статистики в околі істинних значень оцінюваних параметрів. Однак на відміну від класичного параметричного підходу він використовує частковий ймовірнісний опис у вигляді обмеженої кількості статистик вищих порядків.

Синтезований адаптивний алгоритм статистичного оцінювання, що враховує властивості регресійних залишків і дозволяє знаходити уточнені значення оцінок параметрів лінійної багатфакторної регресії з використанням чисельної ітераційної процедури Ньютона-Рафсона. На основі апарату кількості добутої інформації отримано аналітичні вирази, що дозволяють аналізувати теоретичну точність (асимптотичні дисперсії) оцінок методу максимізації поліномів в залежності від величини параметрів експоненціального степеневого розподілу.

Шляхом статистичного моделювання проведено порівняльний аналіз дисперсії оцінок, які отримуються за допомогою методу максимізації поліномів з точністю класичних методів: найменших квадратів і максимальної правдоподібності. Побудовано області найбільшої ефективності для кожного з досліджуваних методів в залежності від величини параметра форми експоненціального степеневого розподілу і обсягу вибірки. Показано, що оцінки методу максимізації поліномів можуть мати значно меншу дисперсію порівняно з оцінками методу найменших квадратів. А в ряді випадків (для плосковершинних розподілів та при відсутності апріорної інформації) за точністю перевищувати оцінки методу максимальної правдоподібності.

**Ключові слова:** регресія, експоненціальний степеневий розподіл, оцінка параметрів, моменти, метод максимізації поліномів.