## Дробная динамика и эмиссионная активность геосистем

© В. Н. Шуман, 2016

Институт геофизики НАН Украина, Киев, Украина Поступила 21 марта 2016 г.

Представлено членом редколлегии В. И. Старостенко

Обговорено деякі питання та нестандартні ідеї, які відображують сучасний стан нелінійно-динамічного підходу до вивчення геосистем. Увагу зосереджено на механізмах генерації широкодіапазонного, в загальному випадку, фрактального спектра спонтанної сейсмоакустичної та електромагнітної емісії літосфери. Зазначено провідну роль в її генерації фронтів критичності різної природи. Підкреслено фундаментальний характер флуктуаційно-дисипативної теореми, яка пов'язує спонтанні флуктуації системи з її дисипативними властивостями. Узагальнено відомі сучасні визначення полів спонтанних емісій, більш адекватних, на думку автора, їх фізичному змісту та можливостям моделювання. При цьому сейсмоелектромагнітна активність асоціюється з безперервним у часі перехідним процесом, який одержав назву перехідного розсіювання, з нестаціонарною активністю геосередовища, його метастабільним станом і послідовністю таких станів. Необхідних узагальнень досягнуто на шляху синтезу дрібної динаміки та фрактальної топології, що дає нові можливості їх самоузгодженого опису. Розглянуто дробове параболічне рівняння генерації спонтанної електромагнітної емісії, яке записано в узагальнених (дробових) похідних по часовій та просторовій змінним. Обговорено важливий клас локалізованих коливальних (фрактонних) збуджень системи, які узгоджені з її (системи) фрактальною структурою і є аналогом звичайних у випадку регулярної геометрії, які можуть мати суто сейсмічну, сейсмоелектромагнітну або електромагнітну природу.

**Ключові слова:** спонтанна емісія, перехідні процеси, дробове рівняння генерації, фрактонні збудження, фрактальна структура, перехідне розсіювання.

Не существует магических формул для выбора переменных, параметров отношений, описывающих поведение системы, ограничений, а также критериев эффективности модели.

Р. Шеннон

Введение. Как известно, современные геофизики все чаще сталкиваются с необходимостью применения существенно нелинейных моделей для объяснения и трактовки широкого спектра природных явлений и процессов. Важный объект геофизических исследований в области нелинейной динамики — процессы в сильнонеравновесных открытых системах. В последние годы получен ряд фундаментальных результатов о динамике геосистем, получили адекватную интерпретацию многие виды их активности, включая сейсмический процесс и спонтанную электромагнитную эмиссию, в терминах теории динамических систем. Как результат обоб-

щений многолетних экспериментальных исследований физических свойств горных пород в их широком петрофизическом и фациальном составе и обобщенного представления о физических системах с распределенным запасом энергии и способных формировать регулярные во времени и пространстве структуры, произошел перелом в понимании свойств самой геосреды как открытой активной диссипативной нелинейной динамической системы с изменяющимися параметрами. Ее основные свойства — диссипативность динамики, компенсация энергопотерь за счет действия внешних и внутренних источников, активность ее элементов и подси-

стем, в частности блоков с самоподобной иерархией, многомасштабность происходящих процессов, что относится к базовым идеям нелинейной динамики. Активно формируется новое направление исследований ее динамики в рамках теории возбудимых (активных) сред с делокализованными и распределенными источниками энергии. И хотя общей теории активных сред не существует, а каждый достаточно разработанный пример активной среды демонстрирует новые типы ее динамики, имеется относительно успешный опыт моделирования таких систем с целью понимания их поведения, по меньшей мере в грубом приближении "в целом". Как известно, он опирается на геометрическое представление эволюции исследуемой системы в малоразмерных проекциях ее фазового пространства. Именно в этом случае поведение системы может быть описано в терминах аттракторов, переходных состояний, бифуркаций, хаоса, устойчивости и др. [Рабинович, Мюезинолу, 2010]. При этом фазовое пространство динамической системы разбивается на области притяжения разных аттракторов, если плотности всех потоков энергии и вещества, пронизывающих систему, сбалансированы и стационарны, а связи между ее отдельными элементами или подсистемами близки к симметричным. Существенно, что формальная динамика активных систем как неотъемлемое проявление самоорганизованной критичности обнаруживается в геосистемах практически повсеместно, а эволюция процессов и объектов в литосфере Земли не может осуществляться вне рамок автоволновых процессов, являющихся пространственно-временными структурами. Заметим, что под самоорганизацией в неравновесных средах обычно понимают спонтанное образование и последующую эволюцию этих структур.

Примечательно, что в принципиальном плане способность к самоорганизации в диссипативных средах, описываемых нелинейным уравнением теплопроводности, была теоретически установлена еще в 1977г. [Самарский и др., 1977]. И хотя эти исследования уже имеют свою историю, многие актуальные проблемы описания геосистем все еще остаются открытыми. Изучение их сложной пространственно-временной динамики — одна из наиболее актуальных проблем современной геофизической науки, тесно связанной с другими фундаментальными проблемами, к примеру, образования диссипативных структур. Заметим также, что автоструктуры как локализованные пространственные

образования, устойчиво существующие в диссипативных неравновесных средах, весьма сложный и нетривиальный объект исследований: в экспериментах обычно наблюдаются не отдельные автоструктуры, а ансамбли таких структур [Гапонов-Грехов, Рабинович, 1987]. Задачи формирования автоструктур, их превращений при изменении параметров геосреды ("бифуркации" их пространственных образов) много сложнее обычных задач теории бифуркаций динамических систем [Гапонов-Грехов, Рабинович, 1987].

Можно предположить, что в качестве связующего звена между топологией автоструктур и ее динамикой может служить представление о неравновесном квазистационарном состоянии геосистемы, переход к которому реализуется пороговым образом за счет взаимодействия с внешней средой, путем обмена энергией и веществом [Рабинович, Мюезинолу, 2010]. При этом неравновесное состояние, время существования которого достаточно продолжительно, называют метастабильным состоянием. Оно соответствует одному из минимумов термодинамического состояния системы при заданных внешних условиях.

Напомним в этой связи, что самоорганизованная критичность (СОК) — это, в определенном смысле, сингулярное неравновесное квазистационарное состояние, которое может быть достигнуто лишь при достаточно медленном вынуждающем воздействии на систему [Зеленый, Милованов, 2004]. Именно в этом случае стремление системы к СОК становится универсальным. С этой точки зрения геодинамика, очевидно, может рассматриваться в качестве следствия самоорганизации в ходе эволюции Земли, а в более узком, утилитарном и прикладном значении, как раздел теории динамических систем, пронизываемых потоками энергии и вещества.

Как известно, при изучении свойств таких систем широко используется подход, основанный на анализе спонтанных сигналов, генерируемых самими системами или вынужденных, производимых системами в качестве отклика, реакции на внешнее воздействие. Важно, что процессы генерации этих сигналов, а также их характеристики оказываются тесно связанными со структурой и динамикой исследуемой системы [Кадомцев, 1994; Фрадков, 2005].

В рассматриваемом контексте представляется естественной постановка и рассмотрение как общей проблемы изучения механизмов генерации и распространения эмиссионного излучения литосферы, так и конкретизация ее

частных аспектов. Как ни странно, но в многочисленных публикациях хотя и подчеркивалась ключевая роль нелинейных свойств и особенностей геосистем в этих процессах, аппарат современной нелинейной динамики, как правило, использовался недостаточно. Цель настоящей статьи — привлечь внимание к этой быстро развивающейся области геофизических исследований. Существенно, что здесь мы имеем дело с новым классом процессов и явлений, которые сегодня востребованы и используются при создании новых технологий и методов зондирующих и мониторинговых систем [Чеботарева, 2011; Шуман и др., 2012; Шуман, 2014, 2015, 2016].

О нелинейно-динамическом подходе к изучению геосистем. Как уже отмечалось, подход, основанный на идеях и методах нелинейной динамики, является одним из наиболее важных, эффективных и приоритетных направлений исследований современной геофизической науки, а динамические модели геосистем, построенные на их основе с учетом обширных экспериментальных данных, открыли широкие возможности для понимания и в ряде случаев предсказания динамических механизмов функционирования геосреды, ее отдельных элементов и подсистем. Одна из основных задач нелинейно-динамического подхода — выработка на основе экспериментальных данных адекватных динамических образов ключевых явлений и процессов, происходящих в геосистемах, построение на их основе базовых моделей и исследование динамики этих моделей [Кадомцев, 1994; Фрадков, 2005; Некоркин, 2008]. Такие понятия, как регулярные и хаотические аттракторы, область (бассейн) притяжения, устойчивость, бифуркации стали обычными и прочно вошли в обиход исследований, связанных с изучением геосистем и их динамики. Основной элемент такого подхода, ставшего уже классическим, исследование и поэтапное прослеживание фазового портрета геосистемы и его перестройки при непрерывном изменении ее параметров вдоль некоторой кривой в пространстве этих параметров. Заметим, что бифуркации — это смена топологической структуры разбиения фазового пространства динамической системы. В этом контексте факторы, вызывающие перестройку фазового портрета геосистемы, очевидно в таком рассмотрении имеют принципиальное значение.

Акцентируя внимание на таких характерных свойствах геосреды, как диссипативность ее динамики, компенсации ее энергопотерь за счет

действия внешних и внутренних источников, активности ее отдельных элементов и подсистем, способных генерировать различные типы возмущений, обычно выделяют следующие этапы изучения геосистем, соответствующие общим принципам и подходам нелинейной динамики [Некоркин, 2008]:

- исследование структурно-устойчивых систем и явлений, не изменяющих их свойств при малых вариациях параметров;
- анализ структуры фазового пространства (пространства состояний) системы с целью диагностики возможных типов ее поведения;
- исследование тенденций развития и эволюции процессов при изменении параметров геосреды, в частности обнаружение бифуркаций.

Важнейшую роль в таком описании играет геометрическое представление эволюции геосистемы в малоразмерных проекциях ее фазового пространства. Именно в этом случае поведение системы эффективно описывается в терминах аттракторов, бифуркаций, хаоса и др. Однако развитие нелинейно-динамического подхода при исследовании реальных геосистем наталкивается на значительные трудности, связанные с их необычностью и сложностью, в частности с наличием большого числа переменных и параметров, отсутствием достаточно обоснованных моделей, полученных на основе базовых уравнений физики, отсутствием понимания архитектуры геосистем, нелокальностью связей между их подсистемами и др. Имеются факторы, разрушающие фазовое пространство системы, в частности сильная нелинейность — физическая, геометрическая, структурная. Остаются неразработанными проблемы многоуровневой самоорганизации и учета нелинейности иерархически организованных систем [Панин и др., 2012].

Трудности усугубляются тем обстоятельством, что аттракторы, бифуркации, странные аттракторы, имеющие дробную размерность Хаусдорфа—Бизиковича, другие особенности пространства состояний системы, в том числе и более сложные в случае многомерного пространства, такие как "седло фокус", сепаратрисные инвариантные многообразия и другие весьма экзотичные объекты фазового пространства, которые характеризуют возможные типы поведения геосистем, на практике обычно непосредственно не наблюдаются [Руманов, 2013].

Очевидно, для описания таких систем нужны новые идеи и подходы, а нетрадиционность задач динамической теории нелинейных неравновесных сред, по мнению [Гапонов-Грехов, Рабинович, 1987], связана в первую очередь с явлениями структурообразования и пространственного саморазвития этих структур. Новые подходы концентрируют внимание на анализе нестационарных переходных динамических процессов, определяемых взаимодействием различных подсистем геосреды, ее метастабильных состояний и последовательности таких состояний [Рабинович, Мюезинолу, 2010]. При этом рассматриваемые пространственно-временные структуры самоорганизации, в частности и автоструктуры, согласно [Князева, Курдюмов, 2000], — это "... метастабильно устойчивые локализованные процессы в открытых нелинейных средах, способных постоянно перестраиваться, вступать в кооперативные взаимодействия с другими процессами и образовывать тем самым более крупные целостности или же, напротив, распадаться на более мелкие структуры ...".

Можно предположить, что метастабильность и устойчивые переходы — ключевые динамические объекты при моделировании процессов в геосреде. Новое направление исследований крупномасштабных природных систем связано с развитием базовых представлений фрактальной динамики активных распределенных систем как неотъемлемого проявления самоорганизованной критичности, позиционирующей скейлинговый аспект самоорганизации [Иудин, 2005].

Некоторые определения. Характерные свойства геосистем — диссипативность динамики, компенсация потерь за счет действия внешних источников, способность генерировать разнообразные типы колебаний — от единичных импульсов до хаотических [Некоркин, 2008]. В частности, такие системы способны генерировать различные пространственно-временные структуры активности — импульсы и фронты возбуждения, неустойчивость которых ведет к установлению в такой системе самоподдерживающихся колебаний с определенной геометрией, причем каждый из ее элементов или подсистем генерирует последовательность импульсов возбуждения с различным интервалом следования. При изучении свойств таких систем широко используется метод, основанный на анализе спонтанных, генерируемых самой системой возмущений.

Как известно, аккумуляция и передача больших объемов энергии и вещества через литосферу сопровождается генерацией взаимодействующих сейсмических, сейсмоакустических, электромагнитных, гидродинамических и других типов возмущений и волн, распространяющихся как в литосфере, так и в атмосфере вплоть до ионосферы. Важное связующее звено, которое позволяет с единых позиций подойти к объяснению процессов генерации спонтанных эмиссий — дегазация [Гуфельд, 2007].

Не ограничивая общности изложения, сосредоточим далее внимание на некоторых классических определениях сейсмичности и сейсмического процесса и их возможных обобщениях, опираясь на кажущееся вполне естественным предположение, что все сейсмогенерирующие системы со временем неуклонно стремятся перейти в такие состояния, которые описываются аттракторами. Традиционно (Касахара, 1985 и др.) сейсмический процесс определялся в качестве совокупности сейсмических событий, рассматриваемых как точки в пространственно-временных координатах, снабженные энергетическим параметром или индексом. Само понимание сейсмического процесса ассоциировалось с фундаментальным следствием эволюции сейсмотектонической системы к состоянию СОК, причем динамика таких систем на разных пространственно-временных масштабах порождает согласованное самоподобие сейсмического процесса и современных тектонических движений [Захаров, 2014].

Опираясь на известные аналогии [Монин, Берестов, 2005], можно сформулировать в рамках такой модели более адекватное определение сейсмичности, более удобное как с точки зрения его понимания, так и попыток его численного моделирования. В более общей форме, очевидно, сейсмичность можно определить как распределение вероятностей сейсмической активности на фазовом пространстве сейсмотектонической системы или, в менее лаконичной форме, как статистический ансамбль состояний, проходимых такой геосистемой за некоторый достаточно длительный интервал времени наблюдений. При этом, разумеется, необходимо учитывать, что литосфера как открытая динамическая система не является самодостаточной: ее мгновенное состояние не определяет ее эволюцию в будущем. Такие системы, как уже отмечалось, находясь в метастабильном состоянии, весьма чувствительны к внешним слабым воздействиям и флуктуациям. Да и с феноменологической точки зрения такая модель сейсмичности не является в достаточной степени полной. Имеется ряд факторов, разрушающих фазовое пространство или деформирующих его, в частности достаточно быстрые вариации плотности энергомассопотоков, пронизывающих систему, несимметричность связей между ее подсистемами, сильная нелинейность. В то же время наличие пространственно-временной структуры в таких системах является их всеобщим и фундаментальным свойством [Эбелинг, 1979]. С учетом их важной и, возможно, определяющей роли, возникает новый аспект проблемы — попытки трактовки спонтанных эмиссий в качестве отражения и результата устойчивой переходной активности геосреды как открытой нелинейной неравновесной системы, динамика которой определяется глобальными процессами энергетики, дегазации и динамики Земли [Шуман, 2015, 2016].

Наша ближайшая задача — рассмотреть некоторые, возможно нестандартные и дискуссионные идеи и подходы, отражающие современные тенденции ее трактовки. Очевидно, в более широком контексте спонтанная эмиссионная активность литосферы может рассматриваться в качестве проявления фрактальной динамики активной геосреды, итога взаимодействия и компромисса между механизмами ее самоорганизации, определяющими общие тенденции эволюционных процессов, и эффектами динамической релаксации, отражающими роль флуктационно-диссипативных факторов. При этом под диффузионными обычно понимают процессы перераспределения вещества и энергии в геосреде путем диссипации или их направленного переноса под действием термодинамического потенциала, а в простейшем случае — градиента концентрации, механизма перколяционной неустойчивости, насыщенного флюидами ее порового субстрата. В этом контексте спонтанная активность литосферы — это отражение трансформации автоструктур или ансамблей автоструктур. При этом связующим звеном между топологией автоструктур и их динамикой, очевидно, являются представления о неравновесном квазистационарном состоянии геосистемы, формировании и пространственном развитии автоструктур (переходах пространственных образов). В определенном смысле это связность в пространстве внутренних степеней свободы геосистем, управляющая их пространственно-временной эволюцией в процессе внутренних и внешних энерговоздействий, отражение динамики их метастабильных состояний и последовательности таких состояний.

Рассмотрев общие принципы генерации спонтанных эмиссий литосферного происхождения, сосредоточим далее внимание на физических механизмах генерации и попытках их аналитического описания.

Механизмы генерации. К настоящему времени существует несколько подходов к описанию спонтанных эмиссий, генерируемых в литосфере. Существует весьма широкий спектр различных физических механизмов и физического контекста их генерации и распространения [Сурков, 2000; Гульельми, 2007; Шуман, 2016]. При этом не исключается возможность различного физического содержания процессов их генерации на разных уровнях или масштабах геометрически самоподобной активной геосреды. Не существует универсальной модели самой геосреды, одинаково пригодной для описания процессов генерации всех наблюдаемых типов возмущений, волн и излучений. По этой причине до настоящего времени не удается отразить имеющуюся эмпирику и теоретические представления на одинаково применяемой и разделяемой всеми аксиоматике [Шуман, 2016]. Очевидно, по этой причине прогресс в исследовании спонтанных эмиссий литосферного происхождения все еще ограничивается рамками весьма упрощенных моделей геосреды и, возможно, дефицитом достаточно конструктивных идей. Видны и трудности решения проблемы: общей теории активных сред, как известно, не существует. Один из перечисленных подходов, базирующийся на фрактальной динамике активных систем, обычно связывают с перколяционной моделью диффузионного фронта: просачивание флюидов из низов литосферы имеет диффузионную природу и в соответствии с флуктационно-диссипативной теоремой реализуются условия для возникновения фрактального геометрического шума [Зосимов, Лямшев, 1995].

Заметим, что проявление свойств перколяционного типа весьма вероятно и даже характерно для трещиноватых сред или сред с низкой проницаемостью [Гийон и др., 1991]. Как известно, критический уровень пористости ведет к появлению зон (или "окон") прозрачности — макроскопических зон геометрической связности порового пространства — кластеров диффундирующей флюидной компоненты. Реализуется механизм генерации, обусловленный неустойчивостью многофазной среды по отношению к перколяционному кластеру [Иудин, 2005].

Другой, динамический, акцентирует внимание в процессах генерации на активной роли геосреды и особых ее динамических состояний, порождаемых кооперативным поведением ее элементов и подсистем и с учетом ее нелинейных свойств. В итоге подсистема оказывается способной формировать различные простран-

ственно-временные структуры активности, представляющие собой импульсы и фронты возбуждений, неустойчивость которых ведет к формированию в ней самоподдерживающихся колебаний с определенной пространственной конфигурацией. Эти фронты возбуждений и являются наиболее энергетически активными и значимыми источниками эмиссий.

Релаксационный подход обычно ассоциируется с формированием неоднородных ансамблей автоструктур, возникающих в диссипативной геосреде при достаточно большой степени ее неравновесности. При этом в зависимости от параметров геосистемы и пронизывающих ее энергомассопотоков в ней может реализовываться мягкий или жесткий режим возбуждения автоструктур [Кернер, Осипов, 1989]. В первом случае образуются автоструктуры малой амплитуды, а во втором — большой. Источником спонтанных эмиссий в этом случае выступают релаксационные (разрывные) автоколебания с частичным сбросом энергии в виде взаимодействующих, сейсмических, сейсмоакустических, гидродинамических, электромагнитных и других типов возмущений и волн.

Важно, что в качестве одного из основных механизмов генерации спонтанных эмиссий может служить переходное фрактальное рассеяние фронтов различной природы, возникающих в процессе эволюции автоволновых структур. В частности, это автоволновые фронты в возбудимых средах, фронты переупаковки горных пород, которые могут быть описаны моделью перколяции в градиенте концентрации диффундирующего агента, когда концентрация становится критической, образуя кластеры разных размеров и связанные с ними фронты диэлектрической проницаемости (фронты диссипативного всплеска диэлектрической проницаемости). В этом случае в качестве базового механизма генерации может быть рассмотрено переходное фрактальное рассеяние фронта диэлектрической проницаемости на зарядах, сгустках зарядов или диполей, содержащихся в геосреде или возникающих в ней в течение этих процессов. При этом любое переходное излучение можно рассматривать как следствие процесса трансформации возмущения проницаемости с образованием электромагнитных, а в принципе, и других типов волн [Гинзбург, Цытович, 1984].

Достаточно сложный вид этого всплеска может быть обусловлен также особенностями формирования локальных зон сильнонеравновесных состояний, в которых зарождаются дефор-

мационные дефекты различного масштабного уровня в деформируемой системе (земной коре) как нелинейной многомасштабной иерархической системе [Панин и др., 2012].

Заметим также, что распространяющийся фрактальный фронт этого всплеска проницаемости является, вообще говоря, недифференцируемым и не имеет нормали.

**Уравнение генерации.** С развитием нелинейной динамики оказалось, что проблема генерации спонтанных эмиссий является значительно более сложной и выходит за рамки классической теории. Как уже отмечалось, сейсмоэлектромагнитная активность — это непрерывный по времени переходный процесс в активной (возбудимой) геосреде, называемый переходным рассеянием, а идеология теории протекания и фрактальные модели дают конструктивную основу для анализа ее важнейших аспектов генерации, в частности формирования широкодиапазонного фрактального спектра излучений. Трудности, однако, состоят в отсутствии общей теории активных сред, хотя их обширный класс может быть описан системой нелинейных уравнений в частных производных типа "реакция—диффузия" [Васильев и др., 1979; Кернер, Осипов, 1989; Фрадков, 2005; Давыдов и др., 1991]

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = \hat{D} \Delta \mathbf{u} + \mathbf{F} (\mathbf{u}), \qquad (1)$$

где  $\mathbf{u}$  — вектор состояния элементарного объема возбудимой среды, D — матрица (коэффициент) диффузии,  $\mathbf{F}(\mathbf{u})$  — нелинейная функция.

Нелинейные уравнения этого типа или их системы, как известно, обычно имеют более чем один тип решений. Это уединенные бегущие импульсы, периодические волновые последовательности и стационарные пространственнонеоднородные структуры — автоструктуры. Иначе говоря, в рассматриваемом классе систем реализуются два типа нелинейных процессов - спонтанное образование автоструктур, их эволюция, а также спонтанное образование автоволн и стационарных уединенных собственных состояний (автосостояний) систем. Их параметры — форма, амплитуда, скорость распространения — полностью определяются параметрами системы и не зависят от вида возмущения, вызывающего их образование [Кернер, Осипов, 1989], причем в зависимости от параметров системы в ней может реализовываться мягкий или жесткий режим возбуждения автоструктур.

С учетом фундаментального характера рассматриваемых уравнений диффузионного ти-

па, имеющегося опыта моделирования сейсмомагнитных волн [Гульельми, 2007], а также того обстоятельства, что спонтанные эмиссии — это упорядоченные структуры, локализованные в пространстве и определяемые свойствами самой исследуемой геосистемы, в работах [Шуман, 2012; 2015] предпринята попытка выписать линейное уравнение генерации спонтанной электромагнитной эмиссии в следующей достаточно общей форме:

$$\frac{\partial B_i}{\partial t} = \gamma_{ij} \ \Delta_r B_j + F_i \ (\mathbf{B}) \,, \tag{2}$$

где  $B_i$  — компонента индукции,  $\gamma_{ij} = c^2 / 4\pi \, \sigma_{ij}$  — матрица диффузии,  $F_i$  ( $\mathbf{B}$ ) — нелинейная функция, определяемая динамичностью процессов в геосреде, разнообразием и эффективностью механизмов механоэлектромагнитных преобразований.

Обзор возможных путей и методов решения, а также анализ некоторых особенностей этой системы приведен в работе [Цифра, Шуман, 2010]. С целью упрощения анализа системы предлагается использовать ее симметрию. Этот метод позволяет свести рассматриваемую систему в частных производных параболического типа к изучению системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Для этого может быть использован как классический теоретико-групповой подход, так и его обобщение — метод условной инвариантности. Тем не менее, это довольно сложная математическая модель и достаточно полное ее исследование весьма затруднительно.

Дробное уравнение генерации и фрактонные возбуждения. Важный аспект проблемы генерации — учет фрактальной структуры геосреды. Специфика проблемы — зависимость макроскопических параметров геосреды от рассматриваемого объема, что делает невозможным применение стандартной модели сплошной среды, в которой они определяются однозначно для физически бесконечно малых объемов. И хотя фрактальные свойства, казалось бы, и не относятся к основным параметрам объектов геосреды или процессов в ней, наличие фрактальной структуры в ряде случае принципиально меняет их свойства. Суть дела — фрактальные системы, как правило, обладают более высокими удельными мощностями излучения эмиссий и необычной дробно-степенной зависимостью интенсивности излучений с разносом. Другая его сторона — это флуктуации излучения фрактальных структур [Зосимов, Лямшев, 1995]. Фрактальные свойства геосистем в сейсмоакустических и электромагнитных полях наблюдаются и проявляются на разных временных и пространственных масштабах.

Очевидно, в этом случае обычно имеют дело с диффузионными процессами на перколирующих фрактальных структурах. При этом замедление диффузии оказывается настолько существенным, что измеряемые физические величины изменяются медленнее первой производной, и этот эффект можно попытаться получить с помощью дробных производных. Необходимое обобщение в этом случае может быть реализовано путем использования методом дробной динамики [Зеленый, Милованов, 2004; Тарасов, 2009].

Предпримем попытку рассмотрения в этом приближении уравнения генерации спонтанной эмиссии, обобщающего уравнения (2) на случай геосистем с многомасштабными корреляциями в пространстве и во времени. Как известно, в этом случае важнейший метод для построения моделей сложных сред, процессов и явлений — это дробный математический анализ. Новые возможности в их описании появляются здесь на основе введения интегродифференциальных операторов дробного порядка по времени и координатам.

Математический формализм, лежащий в основе дробной динамики, представляется весьма привлекательным, поскольку он не нарушает аналитическую структуру базовых уравнений математической физики. С учетом этого обстоятельства уравнение генерации (2) примет следующий вид:

$$\frac{\partial^{\alpha} B_{i}}{\partial t^{\alpha}} = \gamma_{ij} \nabla_{r}^{2\beta} B_{j} + F_{i} (\mathbf{B}), \qquad (3)$$

в котором дробная производная по времени  $\partial^{\alpha}/\partial_{t}^{\alpha}$  выражается через интегро-дифференциальный оператор Римана—Лиувилля:

$$\frac{\partial^{\alpha}}{\partial t^{\alpha}} \varphi(t, \mathbf{r}) =$$

$$= \frac{1}{\Gamma(m-\alpha)} \frac{\partial^m}{\partial t^m} \int_0^t \frac{\varphi(\tau, \mathbf{r}) d\tau}{(t-\tau)^{1+\alpha-m}},$$

где  $m-1 < \alpha \le m$  при некотором целом m. Она переходит в обычную  $\partial \phi / \partial t$  при  $\alpha \to 1$ ,  $\nabla_r^{2\beta} \equiv \nabla_r^\beta \nabla_r^\beta$  можно рассматривать как обобщенный лапласиан, задающий диффузионный тип пространственного взаимодействия.

С учетом известного определения производной дробного порядка  $\beta$  (оператора Рисса—Вейля)

$$\frac{\partial^{\beta}}{\partial x_{i}^{\beta}} \varphi(\mathbf{r}, t) =$$

$$= \frac{1}{\Gamma(1-\beta)} \frac{\partial}{\partial x_{i}} \int_{-\infty}^{x_{i}} \frac{dx_{i}'}{(x_{i}-x_{i}')} \varphi(\mathbf{r}', t),$$

где  ${\bf r}=e^i\,x_i,\,e^i$  — единичный вектор в направлении  $i=1,\,...,\,n$ , и рассматривая  $\partial^{\,\beta}/\partial\,x_i^{\,\beta}$  как компоненты вектора  $\partial^{\,\beta}/\partial\,{\bf r}^{\,\beta}$ , приходим к известному естественному обобщению градиента  $\nabla^{\,\beta}_r\equiv\partial^{\,\beta}/\partial\,{\bf r}^{\,\beta}=e^i\,\partial^{\,\beta}/\partial\,x_i^{\,\beta}$ , а скалярное произведение операторов дробного дифференцирования  $\nabla^{\,2\beta}_r\equiv\nabla^{\,\beta}_r\,\nabla^{\,\beta}_r$  определяет обобщенный лапласиан:  $\Delta\,r\equiv\Delta^{\,2}_r$  при  $\beta\to 1$  [Зеленый, Милованов, 2004].

Обратим внимание, что интегрирование в этом случае начинается с минус бесконечности. Это связано с естественным предположением о том, что перколирующее множество содержит сколь угодно большие пространственные масштабы. Таким образом, переходим к дробному уравнению генерации с оператором Римана—Лиувилля по времени и Рисса—Вайля по пространственной переменной, описывающему, как известно, так называемые фрактонные возбуждения в рассматриваемых геосистемах с многомасштабными пространственновременными корреляциями. Весьма вероятно, что такой синтез дробной динамики и фрактальной топологии дает новые возможности самосогласованного описания спонтанных эмиссий литосферного происхождения. Весьма важно, что уравнение генерации (3) описывает фрактонную ветвь электромагнитных и связанных с ними акустических возбуждений в перколирующей геосреде, локализованных из-за ее фрактальной геометрической структуры. Эта фрактонная ветвь в определенном смысле является аналогом и эквивалентом спонтанных электромагнитных или сейсмоакустических эмиссий (колебаний) при переходе от регулярной геометрии к фрактальным распределениям. По сути, теория фрактонов ориентирована на решение задач, связанных с распространением возмущений в неоднородных и неупорядоченных средах, которые не могут быть описаны моделью сплошной среды. Это, прежде всего, распространение этих возмущений и волн во фрактальных средах, являющихся средой распространения, и генерация этих излучений фрактальными структурами, что, очевидно, позволяет продвинуться в исследовании явлений и объектов, не поддающихся пониманию и количественному описанию классическими методами. Заметим также, что внешние воздействия на геосистему активизируют упомянутые механизмы генерации, вызывая всплески мощности эмиссионного излучения в широкой полосе частот [Зосимов, Лямшев, 1995; Зеленый, Милованов, 2004; Иудин, 2005].

Сейсмические "гвозди" и нелинейная динамика. Как известно, в последние годы при исследовании пространственного распределения гипоцентров сейсмических событий по данным обширных каталогов землетрясений обнаружены характерные сейсмофокальные структуры — субвертикальные кластеры очагов, которые получили название сейсмических "гвоздей" [Захаров, 2014]. Их размеры по вертикали составляют порядка 10—50 км, а глубины заложения — до 90 км. Их возникновение ассоциируется с взаимодействием флюидных потоков и тектонических деформаций. Весьма необычно, что для некоторых из выявленных "гвоздей" не обнаружена их приуроченность к разломным зонам или другим установленным структурам. Кроме того, в результате разработки алгоритмов спонтанной эмиссионной томографии появилась возможность визуализации источников шумовой компоненты сейсмического поля в геосреде [Чеботарева, 2011]. Обнаружен новый тип сейсмических объектов — субвертикальной узколокализованной системы источников сейсмического излучения, уходящей на значительные глубины [Чеботарева, 2011], ассоциируемой с локальной высокопроницаемой зоной деструкции.

Существует несколько схем, объясняющих на качественном уровне возможность формирования подобных "всплывающих" объектов сейсмического шума. Это механизм "вплытия" к земной поверхности областей аномального разуплотнения пород, сопровождающийся характерными сдвиговыми деформациями. Другой акцентирует внимание на возможности дрейфа к дневной поверхности связанной системы флюидозаполненных трещин и пор в твердой части литосферы. При этом эти объекты могут иметь не только чисто сейсмические или сейсмоакустические, но и сейсмоэлектромагнитные проявления [Чеботарева, 2011].

Важная роль в их генерации отводится перколяционному механизму, в основе которого лежит фрактальная динамика активных систем, в частности перколяционного диффузионного фронта и связанных с ним переходных процессов [Иудин, 2005]. Он может быть связан с критическим уровнем пористости в локальных областях твердой литосферы либо с образованием и перемещением связной области трещин, что обеспечивает появление зон геометрической связности порового пространства (зон прозрачности) — кластеров флюидной компоненты [Гийон и др., 1991]. В результате присоединения к этому диффузионному фронту и отсоединения от него этих кластеров с широким диапазоном размеров реализуются условия генерации так называемого "геометрического шума" [Зосимов, Лямшев, 1995; Иудин, 2005] — сейсмического, сейсмоакустического, сейсмоэлектромагнитного, электромагнитного.

Обратим внимание на универсальный характер этого эффекта. Однако следует предусмотреть также возможность реализации и других механизмов и процессов генерации спонтанных эмиссий в трехмерных активных геосистемах с фрактальной структурой.

Заключение. Возвращаясь к эпиграфу, заметим, что исследование нелинейной динамики активных геосистем, формирования самоподобных диссипативных структур, построение и анализ моделей, описывающих их фрактальную динамику, представляет собой весьма сложную задачу. Однако автор надеется, что ему удалось конкретизировать и донести до читателя некоторые идеи и нетрадиционные подходы к описанию механизмов генерации спонтанных эмиссий литосферы как многомасштабной иерархически организованной нелинейной динамической системы. Весьма примечательно, что эволюция процессов и объектов в литосфере, как известно, не может быть реализована вне рамок автоволновых процессов, являющихся пространственно-временными структурами. Возрастающий интерес к этим проблемам вызван прежде всего тем обстоятельством, что твердотельные среды, формирующиеся в условиях диссипации энергии в открытых системах, являются фрактальными. Эти твердотельные фрактальные системы представляют собой особый тип структурного состояния вещества, характеризующегося существенными изменениями многих его физических свойств. Однако фрактальные структуры геосреды, формирующиеся в специфических физико-химических условиях литосферы, все еще остаются слабоизученными. В итоге появляется возможность различного физического контекста и реализации механизмов генерации и распространения спонтанных эмиссий на разных масштабных уровнях геометрически самоподобной геосреды. В частности, в соответствии с известной флуктационно-диссипативной теоремой физики, их генерация обусловлена диффузионными процессами перераспределения энергии и вещества в геосреде путем диссипации или направленного переноса диффундирующего агента под действием химического потенциала, а в более частном случае — градиента концентрации.

Очевидно, в рассматриваемом контексте можно выделить перколяционный, динамический и релаксационный механизмы генерации спонтанных эмиссий. В более широком смысле поле спонтанных эмиссий может быть истолковано в качестве "связности" внутренних степеней свободы формирования и эволюции автоструктур в нестационарной активной геосистеме, а в качестве одного из основных механизмов генерации — переходное рассеяние фрактального типа.

Важный класс собственных динамических степеней свободы, согласованных с фрактальной геометрией геосистемы, образует фрактонные колебательные возбуждения или фрактоны, отражающие связи между структурными свойствами геосистемы и процессами в ней, протекающими на различных пространственных масштабах. В основе этого подхода описания спонтанных эмиссий лежит синтез дробной динамики и фрактальной топологии, в частности дробное уравнение генерации. Фрактонная ветвь его решений, как известно, это локализованные сейсмоакустические и электромагнитные возбуждения, которые являются аналогом обычных возбуждений при переходе от регулярной геометрии геосреды к ее фрактальным модификациям. Заметим, что в рамках этих представлений появляется перспектива адекватной интерпретации многих видов активности геосистем, включая сейсмический процесс и спонтанную электромагнитную эмиссию, а также упоминавшиеся выше три механизма ее генерации. Существенно, что в этом случае удается продвинуться в последовательном изложении известных результатов, относящихся к исследованию процессов волн нового типа во фрактальных структурах, и фрактальных структур, присущих этим процессам в реальной геосреде. При этом тот факт, что перколяция является критическим процессом, подразумевает степенной характер связанных с ним физических величин.

Спонтанные эмиссии литосферы оказываются тесно связанными с динамикой автоструктур и их ансамблей, причем на передний план

выходят разрывные автоколебания с частичным сбросом энергии в виде электромагнитной и сейсмоакустической эмиссий, при этом фрактальные свойства геосистем проявляются и наблюдаются в их полях на различных временных и пространственных масштабах.

Таким образом, подводя итоги, можно констатировать, что спонтанная электромагнитная активность — это непрерывный во времени не-

переходный процесс, нестационарная активность геосреды, ее метастабильные состояния и последовательность таких состояний. При этом следует отметить важную роль в генерации спонтанных эмиссий фронтов критичности, в частности перколяционного диффузионного фронта и связанных с ними переходных процессов в неоднородной нестационарной фрактальной геосреде — переходного фрактального рассеяния.

### Список литературы

- Васильев А. Н., Романовский Ю. М., Яхно В. Г. Автоволновые процессы в распределенных кинетических системах. Успехи физ. наук. 1979. Т. 128. Вып. 4. С. 625—666.
- Гапонов-Грехов А.В., Рабинович М.И. Нелинейная динамика неравновесных сред: структуры и турбулентность. Успехи физ. наук. 1987. Т. 152. Вып. 5. С. 159—162.
- Гийон Э., Митеску К.Д., Юлен Ж.-П., Ру С. Фракталы и перколяция в пористой среде. Успехи физ. наук. 1991. Т. 161. № 10. С. 121—128.
- Гинзбург В. Л., Цытович В. Н. Переходное излучение и переходное рассеяние (некоторые вопросы теории). Москва: Наука, 1984. 360 с.
- *Гульельми А.В.* Ультранизкочастотные волны в коре и в магнитосфере Земли. *Успехи физ. наук.* 2007. Т. 177. № 2. С. 1257—1276.
- Гуфельд И.Л. Сейсмический процесс. Физикохимические аспекты. Научное издание. Королев: ЦНИИМам, 2007. 160 с.
- Давыдов В.А, Зыков В.С., Михайлов А.С. Кинематика автоволновых структур в возбудимых средах. Успехи физ. наук. 1991. Т. 161. № 8. С. 45—86.
- Захаров В.С. Самоподобие структур и процессов в литосфере по результатам фрактального и динамического анализа: Автореф. guc. ... g-pa reoл.-мин. наук. Москва, 2014. 35 с.
- Зеленый Л. М., Милованов А. В. Фрактальная топология и странная кинетика: от теории перколяции к проблемам космической электродинамики. Успехи физ. наук. 2004. Т. 174. № 8. С. 810—851.
- Зосимов В.В., Лямшев Л.М. Фракталы в волновых процессах. Успехи физ. наук. 1995. Т. 165. № 4. С. 361—401.
- Иудин Д.И. Фрактальная динамика активных систем: Автореф. дис. ... д-ра физ.-мат. наук. Нижний Новгород, 2005. 30 с.

- Кадомцев Б.Б. Динамика и информация. Успехи физ. наук. 1994. Т. 164. № 5. С. 449—530.
- Кернер Б.С., Осипов В.В. Автосолитоны. Успехи физ. наук. 1989. Т. 157. Вып. 2. С. 201—261.
- Князева Е.Н., Курдюмов С.Н. Сенергетическое расширение антропного принципа. В кн.: Синергетическая парадигма. Москва: Прогресс, 2000. С. 80—106.
- Монин А. С., Берестов А. А. Новое в климате. Вестник РАН. 2005. Т. 75. № 2. С. 126—131.
- Некоркин В.И. Нелинейные колебания и волны в нейродинамике. Успехи физ. наук. 2008. Т. 178. № 3. С. 313—322.
- Панин В.Е., Егорушкин В.Е., Панин А.В. Нелинейные волновые процессы в деформируемом твердом теле как многоуровневой иерархически организованной системе. Успехи физ. наук. 2012. Т. 182. № 12. С. 1351—1357.
- Рабинович М.И., Мюезинолу М.К. Нелинейная динамика мозга: Эмоции и интеллектуальная деятельность. Успехи физ. наук. 2010. Т. 180. № 4. С. 371—387.
- *Руманов Э. Н.* Критические явления вдали от равновесия. *Успехи физ. наук.* 2013. Т. 183. № 1. С. 103—112.
- Самарский А.А., Еленин Г.Г., Змитренко Н.В., Курдюмов С.Г. Горение нелинейной среды в виде сложных структур. Докл. АН СССР. 1977. Т. 237. № 6. С. 1330—1333.
- Сурков В.В. Электромагнитные эффекты при землетрясениях и взрывах. Москва: Изд-во Моск. гос. инж.-физ. ин-та (техн. ун-та), 2000. 238 с.
- Тарасов В. Е. Дробные интегро-дифференциальные уравнения для электромагнитных волн в диэлектрических средах. Теоретическая и математическая физика. 2009. Т. 158. № 3. С. 419—424.

- Фрадков А.Л. О применении кибернетических методов в физике. *Успехи физ. наук.* 2005. Т. 175. № 2. С. 113—138.
- Цифра И. М., Шуман В. Н. Параболические системы типа "реакция—диффузия" при моделировании процессов генерации и распространения электромагнитной эмиссии литосферы и методы их анализа. Геофиз. журн. 2010. Т. 32. № 5. С. 51—60.
- Чеботарева И.А. Структура и динамика геосреды в шумовых сейсмических полях. Методы и экспериментальные результаты. Акустика неоднородных сред. Ежегодник РАО. 2011. Вып. 12. С. 147—156.
- Шуман В.Н. Нелинейная динамика геосреды: переходные процессы и критические явления. *Геофиз. журн.* 2014. Т. 36. № 6. С. 129—142.
- Шуман В.Н. Сейсмоэлектромагнетизм и про-

- странственно-временные структуры. *Геофиз.* журн. 2015. Т. 37. № 6. С. 24—41.
- Шуман В.Н. Спонтанная эмиссионная активность литосферы и сейсмоэлектромагнитные явления. Геофиз. журн. 2016. Т. 38. № 2. С. 79—87.
- Шуман В.Н. Электродинамика фрактальных сред, переходное фрактальное рассеяние и электромагнитный шум литосферы. *Геофиз. журн.* 2012. Т. 34. № 1. С. 3—13.
- Шуман В.Н., Коболев В.П., Старостенко В.И., Буркинский И.Б., Лойко Н.П., Захаров И.Г., Ящота Д.А. Метод анализа спонтанной электромагнитной эмиссии Земли: физические предпосылки, полевой эксперимент, элементы теории. Геофиз. журн. 2012. Т. 34. № 4. С. 40—61.
- Эбелинг В. Образование структур при необратимых процессах. Введение в теорию диссипативных структур. Москва: Мир, 1979. 277 с.

# Fractional dynamics and emissive activity of geosystems

### © V.N. Shuman, 2016

Some particular problems and nonstandard ideas, reflecting up-to-date state of nonlineardynamic approach to the studies of geosystems are under consideration. Attention is concentrated on the mechanisms of generation of the wide-range, in general case, fractal spectrum of spontaneous seismoacoustic and electromagnetic emissions of lithosphere. The leading role of criticality fronts of different nature in their generation is mentioned. Fundamental characrer of fluctuation-dissipative theorem connecting spontaneous fluctuations of the system with its dissipative properties is accentuated. Well known definitions of the fields of spontaneous emissions of the time, more adequate from the viewpoint of their physical interpretation and possibilities of modeling are being generalized. In this case, seismoelectromagnetic activity is associated with uninterrupted in time transitional process, which is called transitional dispersion with non-stationary activity of geo-medium, its metastable state and sequence of such states. Necessary generalizations are reached by synthesis of fractal dynamics and fractal geometry that provides new possibilities of their self-consistent description. Fractal parabolic equation of spontaneous electromagnetic emission written down in generalized (fractal) derivatives by temporal and spatial variables is under consideration. An important class of localized oscillatory (fracton) excitation of the system is under discussion, which are coordinated with its (the system) fractal structure and which are analogous to ordinary in case of nd regular geometry, which can have neatly seismic, seismoelectromagnetic or electromagnetic nature.

**Key words:** spontaneous emission, transitional processes, fractal equation of generation, fracton excitations, fractal structure, transitional dispersion.

#### References

- Vasilyev A.N., Romanovskiy Yu.M., Yakhno V.G., 1979. Autowave processes in distributed kinetic systems. *Uspekhi fizicheskikh nauk* 128(is. 4), 625—666 (in Russian).
- Gaponov-Grekhov A. V., Rabinovich M. I., 1987. Nonlinear dynamics of nonequilibrium media and turbulence. *Uspekhi fizicheskikh nauk* 152(is. 5), 159— 162 (in Russian).

- Guyon E., Mitesku K.D., Julen J.-P., Roux S., 1991. Fractals and percolation in porous media. Uspekhi fizicheskikh nauk 161(10), 121—128 (in Russian).
- Ginzburg V.L., Tsytovich V.N., 1984. Transition radiation and transition scattering (some questions of the theory). Moscow: Nauka, 360 p. (in Russian).
- Guglielmi A. V., 2007. Ultralow frequency wave in the crust and in the Earth's magnetosphere. *Uspekhi fizicheskikh nauk* 177(12), 1257—1276 (in Russian).
- Gufel'd I.L., 2007. Seismic process. Physical and chemical aspects. Scientific publication. Korolev: TsNII-Mam, 160 p. (in Russian).
- Davydov V.A., Zykov V.S., Mikhaylov A.S., 1991. Kinematics of self-wave structures in excitable media. Uspekhi fizicheskikh nauk 161(8), 45—86 (in Russian).
- Zakharov V.S., 2014. Self-similarity of structures and processes in the lithosphere as a result of a fractal and dynamic analysis: *Dis. Dr. geol. and min. sci.* Moscow, 35 p. (in Russian).
- Zelenyy L. M., Milovanov A. V., 2004. Fractal topology and strange kinetics: from percolation theory to problems in cosmic electrodynamics. *Uspehi fizicheskih nauk* 174(8), 810—851 (in Russian).
- Zosimov V. V., Lyamshev L. M., 1995. Fractals in wave processes. *Uspehi fizicheskih nauk* 165(4), 361—401 (in Russian).
- Iudin D.I., 2005. Fractal dynamics of the active systems: Dis. Dr. phys. and math. sci. Nizhny Novgorod, 30 p. (in Russian).
- Kadomtsev B.B., 1994. Dynamics and information. Uspehi fizicheskih nauk 164(5), 449—530 (in Russian).
- Kerner B.S., Osipov V.V., 1989. Autosolitons. Uspehi fizicheskih nauk 157(is. 2), 201—261 (in Russian).
- Knyazeva E.N., Kurdyumov S.N., 2000. Synergistic expansion of the anthropic principle. In: Synergistic Paradigm. Moscow: Progress, 80—106 (in Russian).
- Monin A.S., Berestov A.A., 2005. New in climate. Vestnik RAN 75(2), 126—131 (in Russian).
- Nekorkin V.I., 2008. Nonlinear Waves in neurodynamics. Uspehi fizicheskih nauk 157(is. 2), 201—261 (in Russian).
- Panin V. E., Egorushkin V. E., Panin A. V., 2012. Nonlinear wave processes in a deformable solid as in a multiscale hierarchically organized system. *Us*pehi fizicheskih nauk 182(12), 1351—1357 (in Russian).

- Rabinovich M.I., Myuezinolu M.K., 2010. Nonlinear dynamics of the brain: emotion and cognition. *Uspehi fizicheskih nauk* 180(4), 371—387 (in Russian).
- Rumanov E.N., 2013. Critical phenomena far from equilibrium. *Uspehi fizicheskih nauk* 183(1), 103—112 (in Russian).
- Samarskiy A.A., Elenin G.G., Zmitrenko N.V., Kurdyumov S.G., 1977. Combustion of nonlinear medium in the form of complex structures. *Doklady AN SSSR* 237(6), 1330—1333 (in Russian).
- Surkov V. V., 2000. Electromagnetic effects during earthquakes and explosions. Moscow: Publ. House MEPI, 235 p. (in Russian).
- Tarasov V.E., 2009. Fractional integral and differential equations for electromagnetic waves in dielectric media. *Teoreticheskaya i matematicheskaya fizika* 158(3), 419—424 (in Russian).
- Fradkov A.L., 2005. Application of cybernetic methods in physics. *Uspehi fizicheskih nauk* 175(2), 113—138 (in Russian).
- Tsifra I.M., Shuman V.N., 2010. Parabolic systems such as «reaction-diffusion» in modeling the generation and propagation of electromagnetic emission of lithosphere processes and methods of analysis. Geofizicheskiy zhurnal 32(5), 51—60 (in Russian).
- Chebotareva I.A., 2011. Structure and dynamics geomedium in the noisy seismic fields. Methods and experimental results. Akustika neodnorodnykh sred. Yezhegodnik RAO (is. 12), 147—156 (in Russian).
- Shuman V.N., 2014. Nonlinear dynamics of geomedium: transitional processes and critical phenomena. *Geofizicheskiy zhurnal* 36(6), 129—142 (in Russian).
- Shuman V. N., 2015. Seismoelectromagnetism and spatio-temporal structures Geofizicheskiy zhurnal 37(6), 24—41 (in Russian).
- Shuman V.N., 2016. Spontaneous emission activity of lithosphere and seismoelectromagnetic phenomena. *Geofizicheskiy zhurnal* 38(2), 79—87 (in Russian).
- Shuman V. N., 2012. Electrodynamics of fractal media, transitional fractal dispersion and electromagnetic noise of the lithosphere. Geofizicheskiy zhurnal 34(1), 3—13 (in Russian).
- Shuman V.N., Kobolev V.P., Starostenko V.I., Burkinskiy I.B., Loyko N.P., Zakharov I.G., Yatsiuta D.A., 2012. A method of analysis of spontaneous electromagnetic emission of the Earth: physical backgrounds, elements of theory, field experiment. Geofizicheskiy zhurnal 34(4), 40—61 (in Russian).
- Ebeling B., 1979. Education structures in irreversible processes. Introduction to the theory of dissipative structures. Moscow: Mir, 277 p. (in Russian).