

3D конечно-разностная миграция поля преломленных волн

© А. О. Верпаховская, В. Н. Пилипенко,
В. Б. Будкевич, 2015

Институт геофизики НАН Украины, Киев Украина

Поступила 23 февраля 2015 г.

Представлено членом редколлегии А. В. Кенджерой

Запропоновано метод 3D скінченно-різницевої міграції поля заломлених хвиль, який враховує їх проникнення у заломлювальну товщу. Наведено теоретичні основи та особливості методу тривимірної скінченно-різницевої глибинної міграції поля заломлених хвиль. Ефективність і можливості застосування запропонованого методу 3D скінченно-різницевої міграції поля заломлених хвиль продемонстровано на модельному прикладі.

Ключові слова: 3D, скінченно-різницева міграція, заломлені проникаючі хвилі, рівняння ейконала.

Введение. Будущее сейсморазведки как источника получения достоверной информации о глубинном строении Земли неразрывно связано с развитием трехмерных систем наблюдений, а следовательно, методов обработки и интерпретации площадных данных. Необходимым результатом обработки трехмерных волновых полей для качественной их интерпретации является формирование куба глубинного изображения среды с применением процедуры миграции.

Миграция позволяет сформировать изображение среды путем трансформации волнового поля, непосредственно зарегистрированного в процессе сейсмических наблюдений. В мировой практике существует два основных подхода при выполнении миграции: до и после суммирования трасс МОГТ (методом общей глубинной точки). МОГТ является одним из ведущих методов обработки данных сейсморазведки метода отраженных волн (МОВ) при поиске и разведке месторождений полезных ископаемых [Maupé, 1962]. Миграция после суммы, которая входит в стандартный граф обработки сейсмических данных МОВ, многократными перекрытиями завоевала большую популярность. Это объясняется относительно простой теоретической базой при реализации процедуры миграции после суммы трасс МОГТ и в то же время ее результат позволяет получить в кратчайшие сроки общее представление о глубинном строении изучаемого района.

Поскольку сумма ОГТ представляет собой временной разрез с уже введенной скоростной функцией, характерной для данной среды, то суть миграции после суммы состоит в уточнении полученного разреза по времени или по глубине, если речь о формировании глубинного изображения среды с реальным расположением в нем объектов разведки. Так как МОГТ занял передовые позиции при обработке данных сейсморазведки МОВ, неудивительно, что по аналогии создаются методики, направленные на обработку данных, наблюдаемых методом преломленных волн (МПВ) [Franco, 2005; Телегин и др., 2003]. При этом теоретические основы для разработок берутся без учета разницы в прохождении отраженных и преломленных волн в среде, что может привести к искажениям в результатах обработки, а следовательно, и дальнейшей их интерпретации, особенно в условиях сложного глубинного строения района исследований.

Принцип миграции до суммы заключается в том, что волновое поле каждого пункта возбуждения колебаний мигрируется отдельно и общее изображение формируется суммированием ото-

бранных индивидуальных изображений. Данный подход позволяет выделить те детали строения разреза, которые могут быть заглажены на результате миграции после суммы [Пилипенко и др., 2012]. Таким образом, в случае изучения отдельных деталей глубинного строения геологической среды, по мнению многих специалистов, более предпочтительной является миграция до суммы. Особенно такой подход предпочтителен при обработке данных, наблюдаемых методом глубинного сейсмического зондирования (ГСЗ) [Гамбурцев, 1954; Павленкова, 1999], в зарубежном варианте — WARRP (Wide Aperture Reflection and Refraction Profiling) [Makris et al., 1999], который характеризуется нерегулярностью систем наблюдения, и миграция до суммы в этом случае позволяет сформировать изображение по отдельным пунктам взрыва для всего разреза.

Методы миграции также отличаются по методу решения волнового уравнения. При этом самыми известными являются с применением: интеграла Кирхгоффа, трансформации в спектрально-частотную область и конечно-разностной аппроксимации. Каждый подход имеет преимущества и недостатки и соответственно свою область применения. Однако, как показывает практика [Claerbout, 1989; Han, 1998], наиболее точным и корректным методом миграции является конечно-разностный, что связано с дискретностью задания скоростной модели. Таким образом, конечно-разностный метод позволяет получить решение в любой точке пространства независимо от сложности строения исследуемого разреза. В Институте геофизики НАН Украины разрабатываются конечно-разностные методы миграции, которые позволяют формировать изображения среды не только по отраженным, но также и преломленным проникающим волнам, что дает возможность обрабатывать данные, зарегистрированные на расстояниях от источника, которые значительно превышают глубину исследований. Если учесть, что обработка таких наблюдений традиционно ограничивается построением скоростной модели среды, то конечно-разностная миграция поля преломленных волн предоставляет уникальную возможность воссоздать "картину" глубинного строения изучаемого района с целевыми объектами сейсморазведки. Теоретические основы и возможности применения конечно-разностной миграции поля преломленных волн для обработки профильных данных уже описывались ранее [Пилипенко, Верпаховська, 2005; Пилипенко, Верпаховская, 2008; Pilipenko et al., 2011], целью настоящей статьи является развитие метода в трехмерном варианте. Актуальность данного вопроса объясняется интенсивным переходом сейсморазведки на площадные наблюдения, что требует соответствующих методов для их качественной обработки.

Все широко известные в мировой практике методы миграции ориентированы на обработку отраженных волн, что объясняется их относительно простыми траекториями при прохождении среды, а также тем, что чаще сейсморазведочные работы выполняются МОГТ с относительно небольшими расстояниями между источниками и приемниками. В случае нерегулярных и разреженных систем наблюдений, как, например, при ГСЗ или WARRP, о которых уже упоминалось, расстояние между пунктом возбуждения колебаний и сейсмоприемником значительно превышает глубину проводимых исследований, поэтому регистрация отражений от изучаемых границ затруднена или отсутствует. При этом преломленные волны на больших удалениях четко прослеживаются в первых вступлениях и их обработка с применением миграции позволяет получить полное представление о строении исследуемого района [Пилипенко, Верпаховська, 2005; 2008].

Многие статьи посвящены теории и методологии трехмерной миграции поля отраженных волн, и лишь немногие относятся к методам обработки трехмерных сейсмических данных с вовлечением преломленных волн [Ruhl, 1995; VanSchuyver, Hilterman, 2003]. Рухл [Ruhl, 1995] дает обзор статей по двумерным методам ОГТ с применением годографов преломленных волн для определения свойств неглубоких преломляющих горизонтов. ВанШувер и Хилтерман [VanSchuyver, Hilterman, 2003] рассматривают трехмерную миграцию Кирхгоффа, подобную суммированию данных МОГТ, но по полю преломленных волн. Их метод является 3D миграцией волновых фронтов, но они не учитывают проникания преломленных волн в преломляющую толщу, а используют "головные" волны. Принято считать, что преломленные "головные" волны скользят вдоль поверхности преломляющей границы и не проникают в среду с большей скоростью, что позволяет упростить теоретические основы разрабатываемых методов. Но в действительности реальные траектории лучей преломленных волн не такие простые. Преломленные волны сначала проходят покрывающий слой, затем проникают в преломляющий слой, некоторое время

проходят в нем, а затем выходят снова в покрывающую толщу. Таким образом, преломленные волны не просто скользят вдоль преломляющей поверхности, а проникают в нее, и поэтому они называются "проникающие волны" (в зарубежной научной литературе "diving") [Sheriff, Geldart, 1995].

Часто в научной литературе можно встретить термин "поворотные волны" ("turning waves"), который применяется к поворотным отраженным волнам от боковых границ соляного тела, расположенного в изучаемой среде [Hale et al., 1992]. Однако подобные волны не относятся по своим траекториям к преломленным проникающим волнам, которые рассматриваются в данной статье.

Преломленные волны дважды пересекают границу раздела двух сред, которые характеризуются разной скоростью распространения волн. При этом скорость в преломляющей толще значительно выше скорости в покрывающей среде. Следовательно, интерпретационные возможности преломленных волн без учета их проникания используются при обработке не полностью.

Теоретические основы конечно-разностной глубинной миграции с учетом проникающих преломленных волн были разработаны в Институте геофизики в 1990 г. [Пилипенко, Соколовская, 1990]. Основные принципы методики миграции поля преломленных волн и наиболее важные особенности ее применения были описаны ранее для двумерного случая [Pilipenko, Makris, 1997; Pylypenko, Goncharov, 2000; Пилипенко, Верпаховская, 2003]. На протяжении последних лет метод миграции поля преломленных волн был значительно усовершенствован, решен ряд проблем, связанных с его эффективным применением [Пилипенко, Верпаховська, 2005; Пилипенко, Верпаховская, 2008; Pilipenko et al., 2011]. С учетом всех исследованных особенностей для обработки материалов площадных наблюдений была начата разработка трехмерного варианта конечно-разностной миграции поля преломленных волн. Предложенный метод трехмерной конечно-разностной миграции открывает новые перспективы для детальных пространственных сейсмических исследований.

В сравнении с профильными наблюдениями полноценные площадные работы требуют значительно больших усилий и ресурсов на всех этапах их проведения, начиная с организации системы наблюдений и заканчивая обработкой и интерпретацией трехмерных материалов. Прежде всего это связано с тем, что объем зарегистрированной информации возрастает на 2—3 порядка. При этом продуктивность и эффективность трехмерной сейсморазведки в значительной мере зависит от того, насколько методика и техника наблюдений, а также приемы обработки и интерпретации полученных данных отвечают сейсмогеологическим условиям и геологическим задачам, которые требуют решения в каждом конкретном случае.

Рассматриваемый метод 3D глубинной миграции поля преломленных волн является разновидностью миграции до суммы и основывается на комбинации продолжений временных и волновых полей с использованием конечно-разностного метода и специального вида 3D и 4D расчетных сеток. Конечно-разностное решение дифференциальных уравнений, которое используется при 3D глубинной миграции поля преломленных волн, наиболее полно соответствует физическому процессу распространения сейсмических волн в среде. Корректность метода доказана как математически, так и практическим применением.

Эффективность предложенного метода трехмерной миграции поля преломленных волн при изучении глубинного строения демонстрируется на модельном примере.

Теоретические основы метода. Трехмерная миграция является не только важной, но и наиболее сложной при выполнении в процессе современной обработки площадных сейсмических материалов, что связано как с разработкой теоретических основ, так и с решением методических вопросов ее применения. Существует много методов трехмерной миграции в мировой практике, но, как уже говорилось, они основаны на обработке поля отраженных волн и поэтому ограничены в применении случаем регистрации волнового поля на больших расстояниях от источника. Это связано с тем, что наблюдение отраженных волн при таких удалениях является не совсем качественным, а иногда и вовсе невозможным. Однако в дальней зоне источника преломленные волны регистрируются вблизи первых вступлений, и их запись содержит значительно меньше помех, что позволяет вовлекать их в процесс обработки и интерпретации сейсмических наблюдений. Обработка поля преломленных волн с применением мигра-

ции позволяет получить детальную информацию о глубинном строении района исследований, особенно в случаях, когда миграция отраженных волн не может быть применена.

3D конечно-разностная глубинная миграция поля преломленных волн с учетом их проникания в преломляющую толщу является новым методом обработки и интерпретации площадных сейсмических данных, зарегистрированных на больших удалениях от источника возбуждения.

Миграция поля преломленных волн несколько отличается от миграции поля отраженных волн, что обусловлено природой прохождения сейсмическими волнами геологической среды. Для лучшего понимания этих различий приведем особенности траектории лучей преломленных волн в двумерном случае. Луч преломленной волны имеет две характеристические точки: "точка входа" (точка проникания в высокоскоростной слой) и "точка выхода" (точка выхода из этого слоя). Влияние этих двух точек на волновое поле разное. Структурные неоднородности среды в области "точки входа" влияют на всю запись волнового поля, регистрируемую всеми приемниками. В то же время детали строения среды в области "точки выхода" в основном и вызывают наблюдаемые локальные неоднородности на волновом поле, что позволяет воссоздать их на формируемом изображении. Поэтому наш метод миграции поля преломленных волн предусматривает построение изображения среды по фиксации волнового поля в "точке выхода" преломленных волн из преломляющей толщи [Pilipenko, Makris, 1997; Пилипенко, Верпаховская, 2003, 2008]. С этой целью мы перемещаем пункт возбуждения колебаний с земной поверхности на границу преломления на стартовую позицию или "точку входа" преломленной волны.

Распространение преломленно-проникающих волн зависит не только от скорости в покрывающей толще, но и от скорости в преломляющей толще. Таким образом, все различия миграции поля преломленных волн от миграции поля отраженных волн объясняются разницей в характере распространения проникающих и отраженных волн в геологической среде. Отсюда и формулируются требования к входным параметрам, необходимым для выполнения данного варианта миграции. Входными параметрами являются: глубинное положение преломляющей границы в области стартовой позиции преломленных волн и две отдельные функции распределения скорости (первая — для покрывающей, вторая — для преломляющей толщ).

При выполнении трехмерной конечно-разностной глубинной миграции поля преломленных волн с учетом проникающих волн используются те же принципы, что и в 2D конечно-разностной глубинной миграции поля преломленных волн. Ключевыми элементами миграции поля преломленных волн с учетом их проникания являются перемещение пункта возбуждения с земной поверхности на границу преломления, прямое конечно-разностное продолжение временного поля и обратное конечно-разностное продолжение волнового поля от земной поверхности до преломляющей границы. Процесс конечно-разностного решения дифференциальных уравнений (в случае продолжения временного поля — уравнение эйконала, а в случае продолжения волнового поля — волновое уравнение) необходимо организовать таким образом, чтобы он максимально соответствовал физическому распространению сейсмических волн в геологической среде.

Перенос пункта возбуждения с земной поверхности на поверхность границы преломления осуществляется в случае 2D определением временного поля в покрывающем слое с учетом скорости в покрывающей толще и глубинного расположения преломляющей границы вблизи пункта возбуждения. В случае 3D этот этап миграции поля преломленных волн выполняется с применением специальной сферической сетки, так как стартовая позиция преломленных волн определяется не как время в точке, а как время во множестве точек, которые образуют круг или же часть круга.

После определения стартовой позиции временного поля выполняется сама миграция с комбинированием прямого продолжения временного поля и обратного продолжения волнового поля. По элементам продолженного волнового поля $W(x, y, z, t)$, соответствующим условию $t = \tau(x, y, z)$, согласно продолженному временному полю формируется миграционное изображение среды $I(x, y, z)$:

$$I(x, y, z) = W(x, y, z, \tau(x, y, z)).$$

Описанная последовательность этапов формирования изображения применяется для каждого отдельного пункта возбуждения, после чего формируется глубинный куб изображений среды

по площади наблюдений. В основе расчетов лежит конечно-разностный метод решения дифференциальных задач с применением трехмерных и четырехмерных сеток разной конфигурации. Остановимся более детально на решении задач продолжений временного и волнового полей в трехмерной среде.

Прямое продолжение временного поля точечного источника в трехмерном варианте.

Для определения времени прохождения волны от источника колебаний, находящегося на поверхности, до кольца, которое находится на преломляющей границе и соответствует стартовой позиции преломленной волны с координатами:

$$z = z_a, \quad x = x_0 + a \cos \varphi_a, \quad y = y_0 + a \sin \varphi_a,$$

где z_a — глубина до кольца; x_0, y_0 — координаты источника на поверхности; φ_a — угловая координата кольца; a — радиус кольца, необходимо решить следующую дифференциальную задачу:

$$\left(\frac{\partial t}{\partial \tau} \right)^2 + \frac{1}{\text{sh}^2 \tau} \left(\left(\frac{\partial t}{\partial \gamma} \right)^2 + \frac{1}{\sin^2 \gamma} \left(\frac{\partial t}{\partial \varphi} \right)^2 \right) = \frac{1}{V^2 \beta^2 (\text{ch} \tau - \cos \gamma \text{sh} \tau)^2}, \quad (1)$$

с начальным условием $t = 0$ при $\tau = 0$.

Уравнение эйконала (1) записано в ортогональной системе координат, которая соответствует базовой системе лучей и изохрон при линейном изменении скорости с глубиной $V_0 (1 + \beta z)$ [Пилипенко, 1979]:

$$\gamma = \text{arctg} \frac{2\sqrt{x^2 + y^2}}{\beta(x^2 + y^2 + z^2) + 2z}, \quad \tau = \text{arch} \left(\frac{\beta^2(x^2 + y^2 + z^2)}{2(\beta z + 1)} + 1 \right), \quad \varphi = \text{arctg} \frac{y}{x},$$

где $\tau = V_0 \beta t$, γ — угол падения луча, φ — азимут луча, $V = V(\tau, \gamma, \varphi)$.

На базовой системе координат τ, γ, φ определим узлы сетки с шагами $\Delta\tau, \Delta\gamma, \Delta\varphi$. При условии $0 < \gamma_{\min} < \gamma \leq \frac{\pi}{2}$ из расчетов будет исключена центральная ось системы координат, где происходит ее вырождение. Сеточные координаты i, j, k соответствуют осям γ, φ, τ . Размеры сеточной области подбираются таким образом, чтобы круг или дуга стартовой позиции преломленной волны были полностью в пределах сетки.

Конечно-разностное уравнение, приближающее дифференциальное уравнение (1), будет иметь вид

$$t_{i,j}^{k+1} = t_{i,j}^k + \Delta\tau \left[\frac{\partial t}{\partial \tau} \right] + \frac{\Delta\tau^2}{2} \left[\frac{\partial^2 t}{\partial \tau^2} \right], \quad (2)$$

где операторы в квадратных скобках означают конечно-разностное приближение дифференциальных выражений

$$\left[\frac{\partial t}{\partial \tau} \right] = \left\{ \frac{1}{\beta^2 V_{i,j,k}^2 (\text{ch} \tau - \cos \gamma \text{sh} \tau)^2} - \frac{1}{\text{sh}^2 \tau} \left(\left[\frac{\partial t}{\partial \gamma} \right]^2 + \frac{1}{\sin^2 \gamma} \left[\frac{\partial t}{\partial \varphi} \right]^2 \right) \right\}^{1/2},$$

$$\left[\frac{\partial t}{\partial \gamma} \right] = \frac{1}{2\Delta\gamma} (t_{i+1,j}^k - t_{i-1,j}^k), \quad \left[\frac{\partial t}{\partial \varphi} \right] = \frac{1}{2\Delta\varphi} (t_{i,j+1}^k - t_{i,j-1}^k),$$

$$\left[\frac{\partial^2 t}{\partial \tau^2} \right] = \frac{1}{\left[\frac{\partial t}{\partial \tau} \right]} \left\{ \frac{-\frac{\partial V}{\partial \tau}}{\beta^2 V_{i,j,k}^3 (\operatorname{ch} \tau - \cos \gamma \operatorname{sh} \tau)^2} - \frac{\operatorname{sh} \tau - \cos \gamma \operatorname{ch} \tau}{\beta^2 V_{i,j,k}^2 (\operatorname{ch} \tau - \cos \gamma \operatorname{sh} \tau)^3} + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{\operatorname{sh}^3 \tau} \left[\left(\left[\frac{\partial t}{\partial \gamma} \right] \right)^2 + \frac{1}{\sin^2 \gamma} \left(\left[\frac{\partial t}{\partial \varphi} \right] \right)^2 \right] - \frac{1}{\operatorname{sh}^2 \tau} \left(\left[\frac{\partial t}{\partial \gamma} \right] \left[\frac{\partial^2 t}{\partial \gamma \partial \tau} \right] + \frac{1}{\sin^2 \gamma} \left[\frac{\partial t}{\partial \varphi} \right] \left[\frac{\partial^2 t}{\partial \tau \partial \varphi} \right] \right) \right\};$$

$$\left[\frac{\partial^2 t}{\partial \gamma \partial \tau} \right] = \frac{1}{\left[\frac{\partial t}{\partial \tau} \right]} \left\{ \frac{-\frac{\partial V}{\partial \gamma}}{\beta^2 V_{i,j,k}^3 (\operatorname{ch} \tau - \cos \gamma \operatorname{sh} \tau)^2} - \frac{\operatorname{sh} \tau \sin \gamma}{\beta^2 V_{i,j,k}^2 (\operatorname{ch} \tau - \cos \gamma \operatorname{sh} \tau)^3} - \right.$$

$$\left. - \frac{1}{\operatorname{sh}^2 \tau} \left(\left[\frac{\partial t}{\partial \gamma} \right] \left[\frac{\partial^2 t}{\partial \gamma^2} \right] - \frac{\cos \gamma}{\sin^3 \gamma} \left(\left[\frac{\partial t}{\partial \varphi} \right] \right)^2 + \frac{1}{\sin^2 \gamma} \left[\frac{\partial t}{\partial \varphi} \right] \left[\frac{\partial^2 t}{\partial \gamma \partial \varphi} \right] \right) \right\};$$

$$\left[\frac{\partial^2 t}{\partial \varphi \partial \tau} \right] = \frac{1}{\left[\frac{\partial t}{\partial \tau} \right]} \left\{ \frac{-\frac{\partial V}{\partial \varphi}}{\beta^2 V_{i,j,k}^3 (\operatorname{ch} \tau - \cos \gamma \operatorname{sh} \tau)^2} - \frac{1}{\operatorname{sh}^2 \tau} \left(\left[\frac{\partial t}{\partial \gamma} \right] \left[\frac{\partial^2 t}{\partial \gamma \partial \varphi} \right] + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{\sin^2 \gamma} \left[\frac{\partial t}{\partial \varphi} \right] \left[\frac{\partial^2 t}{\partial \gamma \partial \varphi} \right] \right) \right\};$$

$$\left[\frac{\partial^2 t}{\partial \gamma^2} \right] = \frac{1}{\Delta \gamma^2} (t_{i+1,j}^k - 2t_{i,j}^k + t_{i-1,j}^k), \quad \left[\frac{\partial^2 t}{\partial \varphi^2} \right] = \frac{1}{\Delta \varphi^2} (t_{i,j+1}^k - 2t_{i,j}^k + t_{i,j-1}^k),$$

$$\left[\frac{\partial^2 t}{\partial \gamma \partial \varphi} \right] = \frac{1}{4\Delta \gamma \Delta \varphi} (t_{i+1,j+1}^k + t_{i-1,j-1}^k - t_{i+1,j-1}^k - t_{i-1,j+1}^k).$$

Здесь i, j, k — координаты ортогональной сетки по осям γ, φ, τ соответственно.

Ортогональная система координат γ, φ, τ соответствует базовой системе лучей и изохрон при линейном изменении скорости с глубиной $V_0(1 + \beta z)$.

Уравнение (2) имеет квадратичную степень аппроксимации и позволяет определять значение поля в одной точке, а значит, является явным и для него характерна условная устойчивость. Условием устойчивости является нахождение сейсмического луча, который приходит в узел с координатами $(i, j, k + 1)$ в пределах сеточного шаблона [Пилипенко, Верпаховская, 2003].

В случае значительной неоднородности скоростной функции $V(\tau, \gamma, \varphi)$ при продолжении временного поля может быть применено локальное двумерное сглаживание поля, которое соответствует физической природе распространения волн. Такой прием позволяет достигнуть необходимую стойкость расчета временного поля.

Прямое продолжение временного поля от стартовой позиции преломленной волны на преломляющей границе во всей области формирования изображения. Вторым этапом продолжения временного поля является расчет поля от стартовой позиции преломленной волны, находящейся на границе преломления, на всю область формирования изображения. При этом начальным условием является распределение временного поля на кольце или дуге. Поэтому для дальнейшего продолжения временного поля будем использовать тороидальную систему координат, где в качестве координатных линий используются лучи и изохронны, которые соответствуют среде с линейным законом изменения скорости с глубиной $V_0(1 + \beta z)$.

Тороидальная система координат имеет вид

$$\tau = \operatorname{arch} \left[\frac{\beta^2 \left(\left(\sqrt{x^2 + y^2} - a \right)^2 + z^2 \right)}{2(\beta z + 1)} + 1 \right]; \gamma = \operatorname{arctg} \frac{2 \left(\sqrt{x^2 + y^2} - a \right)}{\beta \left[\left(\sqrt{x^2 + y^2} - a \right)^2 + z^2 \right] + 2z};$$

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{y}{x},$$

где $\tau = V_0 \beta t_l$, t_l — время прохождения волны при линейном законе изменения скорости, a — радиус центрального круга тора, φ — угловая координата ортогонального пересечения тора, τ — радиальная координата на пересечении тора, γ — угловая координата на пересечении тора.

Уравнение эйконала в тороидальной системе координат имеет вид

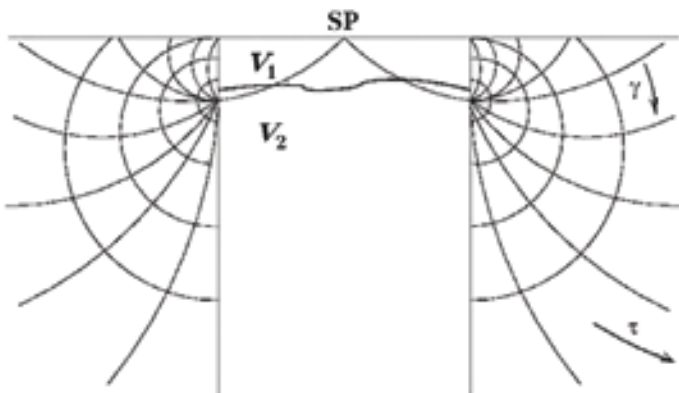
$$\left(\frac{\partial t}{\partial \tau} \right)^2 + \frac{1}{\operatorname{sh}^2 \tau} \left(\frac{\partial t}{\partial \gamma} \right)^2 + \frac{1}{[a\beta(\operatorname{ch} \tau - \cos \gamma \operatorname{sh} \tau) + \sin \gamma \operatorname{sh} \tau]^2} \left(\frac{\partial t}{\partial \varphi} \right)^2 =$$

$$= \frac{1}{V^2 \beta^2 (\operatorname{ch} \tau - \cos \gamma \operatorname{sh} \tau)^2}, \quad (3)$$

где $t(\tau, \gamma, \varphi)$ — время распространения волны в неоднородной среде $V \equiv V(\tau, \gamma, \varphi)$.

Построим сетку для разностной аппроксимации дифференциального уравнения (3) с шагами $\Delta\varphi$, $\Delta\gamma$ и $\Delta\tau$. Срез тороидальной сетки показан на рис. 1. Сеточные координаты i, j, k соответствуют осям φ, γ и τ соответственно.

Конечно-разностное приближение уравнения (3) записыва-



→ Рис. 1. Срез тороидальной сетки для конечно-разностного трехмерного продолжения временного поля.

ется в явном виде:

$$\begin{aligned}
 t_{i,j}^{k+1} = t_{i,j}^k + \Delta\tau & \left\{ \frac{1}{V^2\beta^2\lambda^2} - \frac{1}{\text{sh}^2\tau} \left[\frac{\partial t}{\partial\gamma} \right]^2 - \frac{1}{\omega^2} \left[\frac{\partial t}{\partial\varphi} \right]^2 \right\}^{1/2} + \frac{\Delta\tau^2}{2} \times \\
 & \times \frac{1}{\left[\frac{\partial t}{\partial\tau} \right]} \left\{ -\frac{\frac{\partial V}{\partial\tau}}{V^3\beta^2\lambda^2} - \frac{\text{sh}\tau \cos\gamma \text{ch}\tau}{V^2\beta^2\lambda^3} - \frac{1}{\omega^2} \left[\frac{\partial t}{\partial\tau} \right] \left[\frac{\partial^2 t}{\partial\varphi\partial\tau} \right] + \right. \\
 & \left. + \frac{1}{\omega^3} \frac{\partial\omega}{\partial\tau} \left[\frac{\partial t}{\partial\varphi} \right]^2 - \frac{1}{\text{sh}^2\tau} \left[\frac{\partial t}{\partial\gamma} \right] \left[\frac{\partial^2 t}{\partial\gamma\partial\tau} \right] + \frac{\text{ch}\tau}{\text{sh}^2\tau} \left[\frac{\partial t}{\partial\gamma} \right]^2 \right\}^{1/2}, \quad (4)
 \end{aligned}$$

где разностные операторы определяются как

$$\begin{aligned}
 \left[\frac{\partial t}{\partial\varphi} \right] &= \frac{1}{2\Delta\varphi} (t_{i,j+1}^k - t_{i,j-1}^k), \quad \left[\frac{\partial^2 t}{\partial\varphi^2} \right] = \frac{1}{\Delta\varphi^2} (t_{i,j+1}^k - 2t_{i,j}^k + t_{i,j-1}^k), \\
 \left[\frac{\partial t}{\partial\gamma} \right] &= \frac{1}{2\Delta\gamma} (t_{i+1,j}^k - t_{i-1,j}^k), \quad \left[\frac{\partial^2 t}{\partial\gamma^2} \right] = \frac{1}{\Delta\gamma^2} (t_{i+1,j}^k - 2t_{i,j}^k + t_{i-1,j}^k), \\
 \left[\frac{\partial^2 t}{\partial\tau\partial\varphi} \right] &= \frac{1}{\left[\frac{\partial t}{\partial\tau} \right]} \left\{ -\frac{\frac{\partial V}{\partial\varphi}}{V^3\beta^2\lambda^2} - \frac{1}{\text{sh}^2\tau} \left[\frac{\partial t}{\partial\gamma} \right] \left[\frac{\partial^2 t}{\partial\gamma\partial\varphi} \right] - \frac{1}{\omega^2} \left[\frac{\partial t}{\partial\varphi} \right] \left[\frac{\partial^2 t}{\partial\varphi^2} \right] \right\}, \\
 \left[\frac{\partial^2 t}{\partial\gamma\partial\varphi} \right] &= \frac{1}{4\Delta\gamma \Delta\varphi} (t_{i+1,j+1}^k + t_{i-1,j-1}^k - t_{i+1,j-1}^k - t_{i-1,j+1}^k), \\
 \left[\frac{\partial^2 t}{\partial\tau\partial\gamma} \right] &= \frac{1}{\left[\frac{\partial t}{\partial\tau} \right]} \left\{ \frac{-\frac{\partial V}{\partial\varphi}}{V^3\beta^2\lambda^2} - \frac{\sin\gamma \text{sh}\tau}{V^2\beta^2\lambda^3} - \frac{1}{\text{sh}^2\tau} \left[\frac{\partial t}{\partial\gamma} \right] \left[\frac{\partial^2 t}{\partial\gamma^2} \right] - \right. \\
 & \left. - \frac{1}{\omega^2} \left[\frac{\partial t}{\partial\varphi} \right] \left[\frac{\partial^2 t}{\partial\gamma\partial\varphi} \right] + \frac{1}{\omega^3} \frac{\partial\omega}{\partial\gamma} \left[\frac{\partial t}{\partial\varphi} \right]^2 \right\},
 \end{aligned}$$

$$\partial\omega/\partial\tau = a\beta(\text{sh}\tau - \cos\gamma \text{ch}\tau) + \sin\gamma \text{ch}\tau, \quad \partial\omega/\partial\gamma = \text{sh}\tau(a\beta\sin\gamma + \cos\gamma),$$

$$\omega = a\beta\lambda + \sin\gamma \text{sh}\tau, \quad \lambda = \text{ch}\tau - \cos\gamma \text{sh}\tau.$$

Уравнение (4) является нелинейным, поэтому есть вероятность существования узлов сетки, где невозможно определить значение времени. В таком случае предусматривается использование процедуры двумерной интерполяции времени по соседним узлам сетки, в которых расчет времени по формуле (4) возможен. Такая процедура соответствует локальному сглаживанию временного поля и позволяет получить значение временного поля во всех точках пространства.

Кроме упоминавшегося выше начального условия разностной задачи прямого продолжения временного поля в качестве краевого условия рассматривается экстраполяция времени в крайних узлах сетки по значениям временного поля, определенным во внутренних узлах двумерной сетки (сеточные координаты i, j).

Таким образом, решается конечно-разностная задача прямого трехмерного продолжения временного поля в области пространства, где формируется трехмерное изображение.

Обратное конечно-разностное продолжение волнового поля в трехмерной среде. Обратное продолжение волнового поля является наиболее сложным элементом 3D конечно-разностной глубинной миграции поля преломленных волн, так как выполняется на 4D пространственно-временной сетке. Для продолжения волнового поля используется скорость распространения волн в покрывающей толще. Трехмерное обратное продолжение волнового поля $u(x, y, z, t)$ основано на конечно-разностном решении скалярного волнового уравнения, которое в декартовой системе координат в трехмерном варианте записывается следующим образом:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{1}{V(x, y, z)^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}. \quad (5)$$

Для пространственного приближения волнового уравнения (5) в нашем случае предлагается использовать цилиндрическую сетку, поскольку поле преломленных волн регистрируется в определенном интервале расстояний от источника и цилиндрическая сетка позволяет выделить для продолжения необходимую область трехмерного волнового поля. Цилиндрическая система координат имеет вид

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad \varphi = \arctg \frac{y}{x}, \quad z = z. \quad (6)$$

Если источник размещен в точке с координатами $x=0, y=0, z=0$ или $r=0, z=0$, то координатная ось r определяет расстояние до источника, и по ней можно ограничить интервал сеточной области, который необходимо использовать для продолжения волнового поля, а также выбрать ту часть площади наблюдаемого волнового поля, которую целесообразно привлечь к процедуре формирования куба изображения.

Цилиндрическая сетка на линии $r=0$ вырождается, но так как область интерпретации преломленной волны находится на относительно больших расстояниях от источника возбуждения, то близлежащая к этой линии область может быть исключена из расчетов.

Волновое уравнение (5) в цилиндрической системе координат (6) трансформируется в дифференциальное уравнение:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} = \frac{1}{V^2(r, \varphi, z)} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \quad (7)$$

где скорость сейсмических волн $V(r, \varphi, z)$ может иметь произвольное распределение по любой координате трехмерного пространства.

Рассмотрим цилиндрическую сетку, узлы которой распределены с шагами $\Delta r, \Delta z, \Delta \varphi$ по осям r, z, φ соответственно. Добавим еще одну сеточную ось времени с шагом Δt . Размеры полученной четырехмерной сетки ограничены:

$$r_{\min} \leq r \leq r_{\max}, \quad \text{где } r_{\min} \neq 0, \quad 0 \leq z \leq z_{\max}, \quad \varphi_{\min} \leq \varphi \leq \varphi_{\max}, \quad t_{\min} \leq t \leq t_{\max}.$$

При этом интервалы (r_{\min}, r_{\max}) и $(\varphi_{\min}, \varphi_{\max})$ определяют площадь в полярной системе координат, где выполнялись наблюдения поля преломленных волн и которая используется для формирования изображения среды. Таким образом, область продолжения волнового поля в данном случае представляет собой определенную секцию цилиндрической области, ограниченную угловыми координатами $\varphi_{\min}, \varphi_{\max}$ (рис. 2). Значение z_{\max} соответствует максимальной глубине формирования изображения. Интервал (t_{\min}, t_{\max}) ограничивает временную область от минимального значения времени в области формирования изображения, полученного при прямом продолжении временного поля до максимального времени на сейсмограммах, которые трансформируются в изображение.

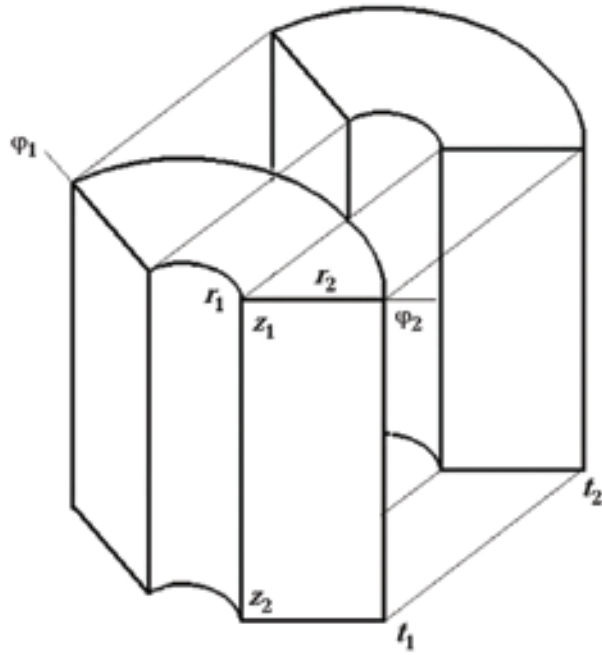


Рис. 2. Шаблон четырехмерной пространственно-временной сетки для конечно-разностного трехмерно-го продолжения волнового поля.

Неявное конечно-разностное уравнение обратного продолжения волнового поля будет иметь следующий вид:

$$\left(E - \sigma L_{\overline{\varphi\varphi}} \right) u_{i,j}^{k-1,l} = \left[2E + \frac{V^2 \Delta t^2}{\Delta r^2} L_{\overline{r}r} + \frac{V^2 \Delta t^2}{2r \Delta r} L_{\overline{r}} + \frac{V^2 \Delta t^2}{\Delta z^2} L_{\overline{z}z} - \left(2\sigma - \frac{V^2 \Delta t^2}{r^2 \Delta \varphi^2} \right) L_{\overline{\varphi\varphi}} \right] \times u_{i,j}^{k,l} - \left(E - \sigma L_{\overline{\varphi\varphi}} \right) u_{i,j}^{k+1,l}, \quad (8)$$

где E — единичный оператор, $V \equiv V_{i,j,l}$ — значение скорости в узле цилиндрической пространственной сетки (i, j, l) , σ — коэффициент, который применяется для обеспечения стойкости разностного решения, $u_{i,j}^{k,l}$ — значение амплитуды волнового поля в сеточном узле пространственно-временной сетки с координатами (i, j, l, k) ,

$$L_{\overline{\varphi\varphi}} u = u_{i+1,j}^{k,l} - 2u_{i,j}^{k,l} + u_{i-1,j}^{k,l}, \quad L_{\overline{r}r} u = u_{i,j}^{k,l+1} - 2u_{i,j}^{k,l} + u_{i,j}^{k,l-1},$$

$$L_{\overline{z}z} u = u_{i,j+1}^{k,l} - 2u_{i,j}^{k,l} + u_{i,j-1}^{k,l}, \quad L_{\overline{r}} u = u_{i,j}^{k,l+1} - u_{i,j}^{k,l-1}.$$

Интервалы сеточных координат в конечно-разностном уравнении (8): по оси φ от $i = 1$ до $i = i_{\max} - 1$; при этом $i = 1$ соответствует значению φ_{\min} , а $i_{\max} - 1$ — значению φ_{\max} ; по оси z от $j = 1$ до $j = j_{\max} - 1$; при этом $j = 1$ соответствует земной поверхности z_{\min} , а $j_{\max} - 1$ — максимальной глубине z_{\max} ; по оси r от $l = 1$ до $l = l_{\max} - 1$; при этом $l = 1$ соответствует r_{\min} , а $l_{\max} - 1$ — значению r_{\max} ; по оси t от $k = k_{\max} - 2$ до $k = 0$; $k_{\max} - 2$ соответствует t_{\max} , а $k = 0$ — значению t_{\min} .

Уравнение (8) относительно значений волнового поля в узлах конечно-разностной сетки записывается в виде

$$\begin{aligned}
 & -\sigma u_{i+1,j}^{k-1,l} + (1+2\sigma) u_{i,j}^{k-1,l} - \sigma u_{i-1,j}^{k-1,l} = u_{i,j}^{k,l} \left[2 - \frac{2V^2 \Delta t^2}{\Delta r^2} - \frac{2V^2 \Delta t^2}{\Delta z^2} + \right. \\
 & \left. + 2 \left(2\sigma - \frac{V^2 \Delta t^2}{r^2 \Delta \varphi^2} \right) \right] + \frac{V^2 \Delta t^2}{\Delta r^2} \left(u_{i,j}^{k,l-1} + u_{i,j}^{k,l+1} \right) + \frac{V^2 \Delta t^2}{2r \Delta r} \left(u_{i,j}^{k,l+1} - u_{i,j}^{k,l-1} \right) + \\
 & + \frac{V^2 \Delta t^2}{\Delta z^2} \left(u_{i,j-1}^{k,l} + u_{i,j+1}^{k,l} \right) - \left(2\sigma - \frac{V^2 \Delta t^2}{r^2 \Delta \varphi^2} \right) \left(u_{i+1,j}^{k,l} + u_{i-1,j}^{k,l} \right) - (1+2\sigma) u_{i,j}^{k+1,l} + \\
 & + \sigma \left(u_{i-1,j}^{k+1,l} + u_{i+1,j}^{k+1,l} \right). \tag{9}
 \end{aligned}$$

Уравнение (9) имеет явный вид относительно осей z , r и неявный относительно оси φ , что обеспечивает абсолютно устойчивое решение при любом шаге $\Delta\varphi$ и условии правильного выбора константы σ [Самарский, Попов, 1980]:

$$\sigma \geq \frac{1}{4} \left(\frac{V^2 \Delta t^2}{r^2 \Delta \varphi^2} \right). \tag{10}$$

Условие (10) должно выполняться во всех узлах пространственной сетки.

Выбор сеточных шагов Δr , $\Delta\varphi$ и Δz подчинен необходимости удовлетворения аппроксимации волнового поля в процессе его продолжения. Шаг Δt определяется с учетом выполнения неравенства, гарантирующего устойчивость разностных расчетов для двумерной схемы "крест" [Самарский, 1983]:

$$\Delta t^2 V^2 \left(\frac{1}{\Delta r^2} + \frac{1}{\Delta z^2} \right) \leq 1. \tag{11}$$

Условие (11) должно выполняться во всей сеточной области.

Конечно-разностная задача трехмерного обратного продолжения волнового поля формулируется как решение уравнения (9) с начальными условиями в виде нулевых значений поля на временных уровнях сетки $k_{\max} - 1$ и k_{\max} , а также граничных условий в виде нулевых значений поля в узлах, которые соответствуют сеточным координатам $i = 0$, $i = i_{\max}$, $j = j_{\max}$, $l = 0$ и $l = l_{\max}$. Кроме того, в качестве граничного условия рассматривается наблюдаемое волновое поле в узлах сетки с координатой $j = 0$.

Конечно-разностное уравнение (9) обеспечивает определение амплитуды волнового поля на временном уровне сетки $k - 1$ по его значениям на временных уровнях k и $k + 1$. Расчет поля выполняется последовательно на сетке при изменении временной координаты в обратном порядке от максимального значения $k_{\max} - 2$, которое соответствует времени t_{\max} . Решается конечно-разностная задача методом прогонки [Годунов, Рябенский, 1977].

Модельный пример. Метод 3D конечно-разностной миграции поля преломленных проникающих волн был опробован на модельном примере. На рис. 3 изображена трехмерная скоростная модель двуслойной среды. Строение границы раздела осложнено грабенем и двумя локальными поднятиями со значительными перепадами глубин и большой крутизной на склонах. Скорость в покрывающей толще была задана 2,5 км/с, а в подстилающей — 6,1 км/с. Таким образом, заданная модель имитирует среду, в которой неоднородный кристаллический фундамент перекрыт толщей низкоскоростных осадочных пород.

Для расчета волнового поля была сформирована трехмерная матрица скорости $V(x, y, z)$. Результат моделирования сохранялся в виде сейсмических трасс, которые принадлежат заданному сектору площадных наблюдений.

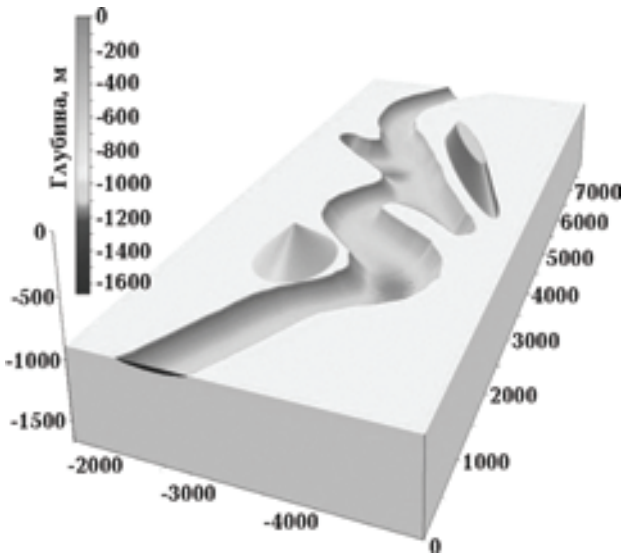


Рис. 3. Трехмерная скоростная модель двуслойной среды.

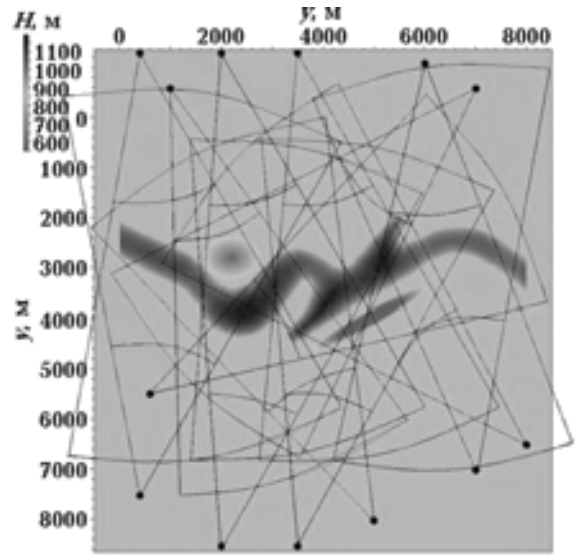


Рис. 4. Площадь наблюдений для модельного примера.

Всего для расчетов было использовано 13 пунктов возбуждения колебаний, произвольно размещенных на модельной площади наблюдений (рис. 4). Секторы наблюдений были расположены таким образом, чтобы было равномерное покрытие ими всего планшета построения изображения. Максимальное расстояние от пункта возбуждения при расчетах составляло 8 км при глубине границы раздела 0,6—1,2 км.

Примеры полученных при трехмерном конечно-разностном моделировании волновых полей для двух пунктов возбуждения на отдельных линиях секторов наблюдений представлены на рис. 5. К кубу смоделированного волнового поля была применена разработанная 3D конечно-разностная миграция поля преломленных волн, в результате которой был сформирован куб

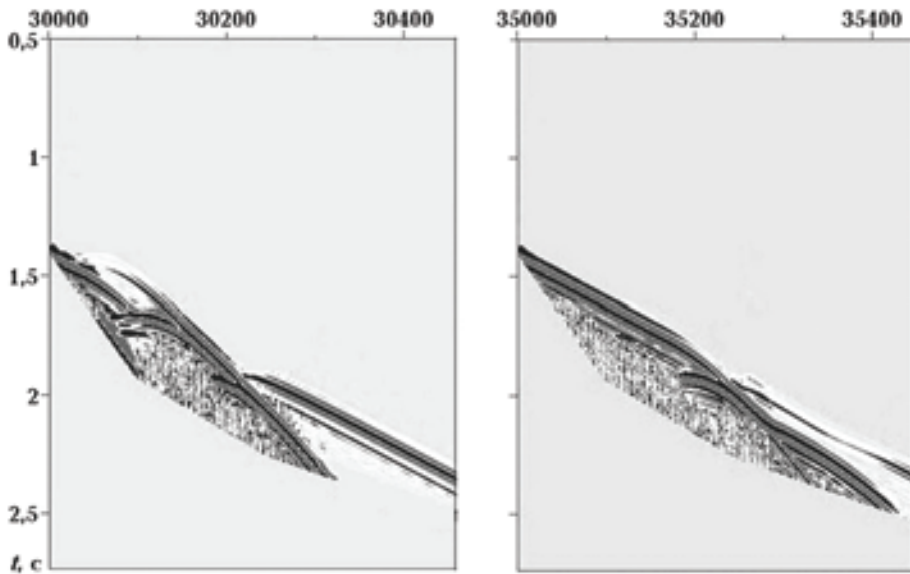


Рис. 5. Смоделированные волновые поля для двух пунктов возбуждения на отдельных линиях секторов наблюдений.

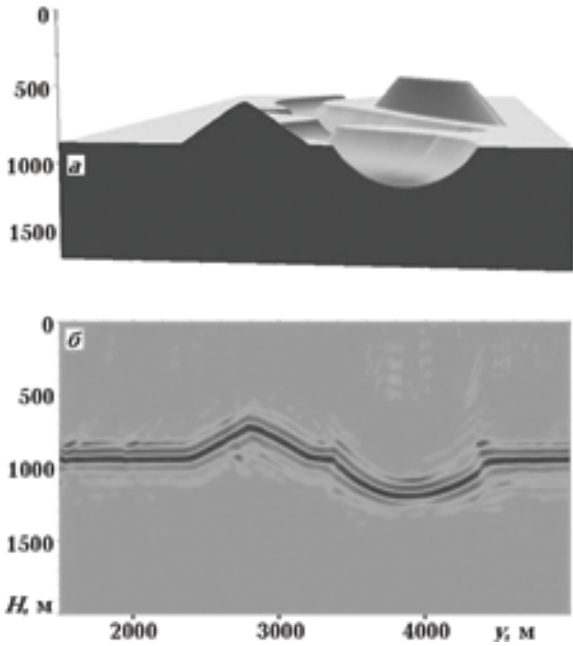


Рис. 6. Поперечный срез скоростной модели (а), представленной на рис. 3, и результат миграции по данному срезу (б).

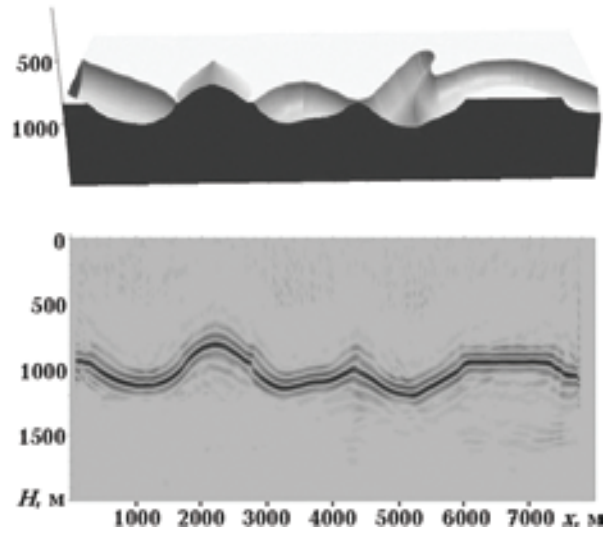


Рис. 7. Продольный срез скоростной модели (а), представленной на рис. 3, и результат миграции по данному срезу (б).

изображения глубинного строения в волновом представлении модели, изображенной на рис. 3. Для более наглядной демонстрации эффективности применения предложенного метода трехмерной миграции на рис. 6, 7 приведены сопоставления срезов скоростной модели и результата миграции по этим же срезам.

Изображения границы, полученные в результате применения 3D конечно-разностной миграции поля преломленных волн (см. рис. 6, б и рис. 7, б), позволяют говорить об эффективности расчетной схемы, разработанной для выполнения трехмерной конечно-разностной миграции поля преломленных проникающих волн.

Заключение. 3D конечно-разностная миграция поля преломленных проникающих волн является новым перспективным методом обработки и интерпретации сейсмических данных, которая позволяет включать в обработку волновое поле, зарегистрированное на больших расстояниях от источника. Поэтому представленные в статье разработки от теоретических основ, алгоритма и до методики применения 3D конечно-разностной миграции поля преломленных проникающих волн, безусловно, актуальны и важны на современном этапе развития сейсморазведки.

Процесс миграции поля преломленных волн в трехмерном варианте состоит из следующих элементов: перемещение источника возбуждения с земной поверхности на границу преломления, прямое конечно-разностное продолжение временного поля от стартовой позиции преломленной волны на преломляющей границе во всей области формирования изображения и обратное конечно-разностное продолжение волнового поля от земной поверхности до преломляющей границы. Такой порядок выполнения миграции дает возможность получить корректное трехмерное изображение геологической среды, что подтверждено модельными примерами.

Немаловажным есть и тот факт, что применение трехмерной конечно-разностной миграции поля преломленных проникающих волн позволяет сократить расходы времени расчетов, так как обрабатывается сразу площадь сейсмических наблюдений, а не отдельные профили. В то же время необходимо учитывать, что для обработки куба исходного волнового поля необходимо иметь в распоряжении значительные вычислительные ресурсы. Возможным выходом в данной ситуации будет привлечение в дальнейшем GRID-технологий, т. е. необходимо реализовать процесс вычислений трехмерных волновых и временных полей с распараллеливанием на нескольких кластерах.

Принципиальным преимуществом метода трехмерной конечно-разностной миграции поля преломленных проникающих волн является получение детальной информации о строении преломляющей толщи района исследований по волновым полям, зарегистрированным с большими расстояниями от источника, что продемонстрировано на модельном примере. Благодаря выполненному моделированию можно говорить о возможности получать трехмерное изображение разреза при обработке данных площадной сейсморазведки с регистрацией поля преломленных волн.

Список литературы

- Гамбурцев Г.А. Глубинное сейсмическое зондирование земной коры. Проблемы прогноза землетрясений: *Тр. Геофиз. ин-та АН СССР*. Москва, 1954. № 25. С. 124—133.
- Гогунов С.К., Рябенкий В.С. Разностные схемы. Москва: Наука, 1977. 439 с.
- Павленкова Н.И. Метод глубинного сейсмического зондирования, основные этапы развития, достижения и проблемы. *Физика Земли*. 1999. № 7-8. С. 3—29.
- Пилипенко В.Н. Численный метод полей времен для построения сейсмических границ. В кн.: *Обратные кинематические задачи взрывной сейсмологии*. Москва: Наука, 1979. С. 124—181.
- Пилипенко В.Н., Верпаховская А.О. Исследование особенностей миграционных преобразований поля преломленных волн с использованием 2D и 3D конечно-разностного моделирования сейсмограмм. *Геофиз. журн.* 2008. Т. 30. № 1. С. 84—96.
- Пилипенко В.Н., Верпаховская А.О. Особенности миграционного преобразования поля преломленных волн. *Геофиз. журн.* 2003. Т. 25. № 1. С. 42—55.
- Пилипенко В.М., Верпаховська О.О. Формування зображення сейсмічного середовища з використанням поля рефрагованих хвиль. *Збірник наук. праць УкрДГРІ*. 2005. № 3. С. 64—70.
- Пилипенко В.Н., Верпаховская А.О., Гневуш В.В. Конечно-разностная волновая миграция исходных сейсмограмм общего пункта взрыва во временной области. *Геофиз. журн.* 2012. Т. 34. № 3. С. 40—48.
- Пилипенко В.Н., Соколовская Т.П. Формирование изображений преломляющих границ конечно-разностным методом. *Геофиз. журн.* 1990. Т. 12. № 5. С. 48—54.
- Самарский А.А. Теория разностных схем. Москва: Наука, 1983. 616 с.
- Самарский А.А., Попов Ю.П. Разностные методы решения задач газовой динамики. Москва: Наука, 1980. 352 с.
- Телегин А.Н., Тихонова И.М., Сакулина Т.С. Обработка сейсмических записей преломленных волн на основе миграции. *Докл. РАН*. 2003. Т. 390. № 1. С. 106—108.
- Claerbout J.F., 1985. *Imaging the Earth's interior*. Oxford: Blackwell, 398 p.
- Franco R.D., 2005. Multi-refractor imaging with stacked refraction convolution section. *Geophys. Prospect.* 53, 335—348.
- Hale D., Hill N.R., Stefani J., 1992. Imaging salt with turning seismic waves. *Geophysics* 57, 1453—1462.
- Han B., 1998. A comparison of four depth-migration methods. 68th Ann. Internat. Mtg. Soc. Expl. Geophys., Expanded Abstracts, 1104—1107.
- Makris J., Rihm R., Egloff F., 1999. WARRP (Wide Aperture Reflection and Refraction Profiling): The principle of successful data acquisition where conventional seismic fails. Annual Meeting Abstracts, Society of Exploration Geophysicists, 989—992.
- Mayne W.H., 1962. Horizontal data stacking techniques. *Supplement to Geophysics* 27, 927—938.

- Pylypenko V., Goncharov A., 2000. Seismic migration in near vertical and wide-angle reflection and refraction studies: Towards a unified approach. *Explor. Geophys.* 31, 461—468.
- Pilipenko V.I., Verpakhovska I.O., Starostenko V.I., Pavlenkova N.I., 2011. Wave images of the crustal structure from refractions and wide-angle reflections migration along the DOBRE profile (Dnieper-Donets paleorift). *Tectonophysics* 508, is. 1—4, 96—105.
- Pilipenko V.N., Makris J., 1997. Application of migration to the interpretation of WARP data, Expanded Abstracts, 67th Annual Meeting. Soc. Explor. Geophys., P. 56.
- Ruhl Th., 1995. Determination of shallow refractor properties by 3D-CMP refraction seismic techniques. *First Break* 13(2), 69—77.
- Sheriff R.E., Geldart L.P., 1995. Exploration Seismology. 2nd Ed. New York: Cambridge University Press, 628 p.
- VanSchuyver C.J., Hilterman F.J., 2003. 3D refraction migration for depth imaging of West Africa salt walls: 73rd Annual International Meeting, SEG, Expanded Abstracts 22, 1020—1022.

3D finite-difference migration of the field of refracted waves

© A. O. Verpakhovskaya, V. N. Pilipenko,
V. B. Budkevich, 2015

A method of 3D finite-difference migration of the field of refracted waves is proposed, which takes into account their penetration into refracting strata. Theoretical grounds and special features of the method of finite-difference deep migration of the field of refracted waves have been presented in the paper. Effectiveness and facilities of application of proposed method of 3D finite-difference migration of the field of refracted waves have been demonstrated on the model example.

Key words: 3D, finite-difference migration, refracted penetrating waves, eikonal equation.

References

- Gamburtsev G.A., 1954. Deep seismic sounding of the earth's crust. Problem of earthquake prediction: Proceedings of the Geophysical Institute of the USSR Academy of Sciences, 25, Moscow, 124—133 (in Russian).
- Godunov S.K., Ryabenskiy V.S., 1977. Difference schemes. Moscow: Nauka, 439 p. (in Russian).
- Pavlenkova N.I., 1999. Method of deep seismic sounding, the main stages of development, progress and challenges. *Fizika Zemli* (7-8), 3—29 (in Russian).
- Pilipenko V.N., 1979. Numerical method for time fields for seismic boundaries. In: *Inverse kinematics problem of explosive seismology*. Moscow: Nauka, 124—181 (in Russian).
- Pilipenko V.N., Verpakhovskaya A.O., 2008. Research of features of transformations of the field of migration refraction using 2D and 3D finite-difference modeling of seismograms. *Geofizicheskiy zhurnal* 30(1), 84—96 (in Russian).
- Pilipenko V.N., Verpakhovskaya A.O., 2003. Features migration field transformation refraction. *Geofizicheskiy zhurnal* 25(1), 42—55 (in Russian).
- Pylypenko V.M., Verkhovska O.O., 2005. Imaging seismic environment using field refragovanih waves. *Zbirnyk naukovykh prats UkrDGRI* (3), 64—70 (in Ukrainian).

- Pilipenko V.N., Verpakhovskaya A.O., Gnevush V.V.*, 2012. Finite-difference migration wave source seismograms common shot in the time domain. *Geofizicheskiy zhurnal* 34(3), 40—48 (in Russian).
- Pilipenko V.N., Sokolovskaya T.P.*, 1990. Imaging refractors finite-difference method. *Geofizicheskiy zhurnal* 12(5), 48—54 (in Russian).
- Samarskiy A.A.*, 1983. Theory of difference schemes. Moscow: Nauka, 616 p. (in Russian).
- Samarskiy A.A., Popov Yu.P.*, 1980. Difference methods for solving problems of gas dynamics. Moscow: Nauka, 352 p. (in Russian).
- Telegin A.N., Tikhonov I.M., Sakulina T.S.*, 2003. Seismic refraction records on the basis of migration. *Doklady RAN* 390(1), 106—108 (in Russian).
- Claerbout J.F.*, 1985. Imaging the Earth's interior. Oxford: Blackwell, 398 p.
- Franco R.D.*, 2005. Multi-refractor imaging with stacked refraction convolution section. *Geophys. Prospect.* 53, 335—348.
- Hale D., Hill N.R., Stefani J.*, 1992. Imaging salt with turning seismic waves. *Geophysics* 57, 1453—1462.
- Han B.*, 1998. A comparison of four depth-migration methods. 68th Ann. Internat. Mtg. Soc. Expl. Geophys., Expanded Abstracts, 1104—1107.
- Makris J., Rihm R., Egloff F.*, 1999. WARRP (Wide Aperture Reflection and Refraction Profiling): The principle of successful data acquisition where conventional seismic fails. Annual Meeting Abstracts, Society of Exploration Geophysicists, 989—992.
- Mayne W.H.*, 1962. Horizontal data stacking techniques. *Supplement to Geophysics* 27, 927—938.
- Pylypenko V., Goncharov A.*, 2000. Seismic migration in near vertical and wide-angle reflection and refraction studies: Towards a unified approach. *Explor. Geophys.* 31, 461—468.
- Pilipenko V.I., Verpakhovska I.O., Starostenko V.I., Pavlenkova N.I.*, 2011. Wave images of the crustal structure from refractions and wide-angle reflections migration along the DOBRE profile (Dnieper-Donets paleorift). *Tectonophysics* 508, is. 1—4, 96—105.
- Pilipenko V.N., Makris J.*, 1997. Application of migration to the interpretation of WARP data, Expanded Abstracts, 67th Annual Meeting. Soc. Explor. Geophys., P. 56.
- Ruhl Th.*, 1995. Determination of shallow refractor properties by 3D-CMP refraction seismic techniques. *First Break* 13(2), 69—77.
- Sheriff R.E., Geldart L.P.*, 1995. Exploration Seismology. 2nd Ed. New York: Cambridge University Press, 628 p.
- VanSchuyver C.J., Hilterman F.J.*, 2003. 3D refraction migration for depth imaging of West Africa salt walls: 73rd Annual International Meeting, SEG, Expanded Abstracts 22, 1020—1022.