

Метод дискретных аппроксимаций гравитационного поля при оконтуривании перспективных разрезов

© *З. З. Арсанукаев, 2014*

Институт физики Земли РАН, Москва, Россия

Поступила 27 декабря 2012 г.

Представлено членом редколлегии В. И. Старостенко

Тема, що розглянута у статті, пов'язана з чисельним розв'язком рівняння Лапласа при розв'язанні задачі гравіметрії. Показано, що використання методу дискретних аппроксимаций редукує задачу відновлення значень гравітаційного поля за даними до складання і розв'язку систем лінійних алгебричних рівнянь (СЛАР). З використанням пакету програм, розробленого автором, проведено чисельний розрахунок з розв'язком СЛАР великих порядків під час розв'язання задачі оконтурювання перспективного розрізу.

Ключові слова: пакет комп'ютерних програм "GrAnM", гравітаційне поле, нижній напівпростір.

Method of discrete approximations of gravity field on delineation of promising sections

© *Z. Z. Arsanukayev, 2014*

The theme considered in the article is connected with the numerical solution of Laplas equation while solving the problem of gravimetry. It is shown, that the use of a method of discrete approximations reduces a problem of restoration of values of a gravitational field on set to drawing up and the solving of systems of the linear algebraic equations (LAE). With applying the software package developed by the author, numerical calculation with solving of LAE of the big usages is carried out during the problem solution to delineate a promising section.

Key words: GrAnM computer programs, gravity field, lower half-space.

Введение. Рассматриваемые в статье исследования связаны с решением проблемы восстановления значений магнитного и гравитационного полей в нижнем полупространстве при аналитическом продолжении вниз заданных на дневной поверхности Земли значений этих полей. Решение этой проблемы имеет свою предысторию. В 50-х годах прошлого столетия задачу аналитического продолжения для магнитного поля в двумерном случае решает А. А. Логачев [Логачев, 1955] с использованием метода сеток и теоремы о том, что значение

гармонической функции в центре окружности равно среднему арифметическому значений функции, расположенных на самой окружности. Аналогично в 70-х годах решалась задача аналитического продолжения в работе Б. А. Андреева, И. Г. Клушина [Андреев, Клушин, 1965], но уже для гравитационного поля. Известно, что в 80-х годах эту задачу решал В. Н. Страхов с соавторами [Страхов, Иванов, 1984]. Однако реализация соответствующих вычислительных процедур по продолжению поля вниз по замеренным его значениям на поверхнос-

ти Земли оканчивалась неудачей: поле удавалось продолжить лишь на глубины, равные одному-двум шагам сетки. Как указывается в работе [Андреев, Клушин, 1965], причина кроется в быстром нарастании погрешностей, всегда сопровождающих процесс вычислений (это ошибки измерений в исходных данных, ошибки измерений и т. п.) при последовательном пересчете значений поля от узла сетки к узлу на данном уровне, затем спускаясь на нижеследующий уровень и т. д. Метод дискретных аппроксимаций, предложенный В. Н. Страховым [Страхов, 1989], позволяет редуцировать задачу аналитического продолжения к задаче составления и решения систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Теперь при решении СЛАУ поле восстанавливается сразу во всех узлах заданной в нижнем полупространстве сеточной области вплоть до верхней кромки аномалиеобразующего объекта. Если при решении систем линейных алгебраических уравнений использовать какой-либо итерационный метод [Страхов, Страхов, 1999], то в процессе решения СЛАУ погрешности перераспределяются (и тем самым нивелируются) между всеми компонентами искомого многомерного вектора поля. Следует также отметить, что появление метода дискретных аппроксимаций по времени совпало со значительным развитием вычислительной техники, увеличением ее ресурсов (быстродействия и объема оперативной памяти). И таким образом появляется возможность получать решение систем линейных алгебраических уравнений больших порядков за приемлемое время с использованием современной вычислительной техники.

Основы метода дискретных аппроксимаций. Основные положения дискретного подхода при разработке разностных схем для решения уравнения Лапласа состоят в следующем [Страхов, Арсанукаев, 2001].

Распределение тяготеющих масс в пространстве R^n описывается плотностью $\rho(\xi)$, $\xi = (\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n)$; носитель масс (замкнутое множество, представляющее собой объединение конечного числа замкнутых областей) обозначается через $\text{supp } \rho$. Если $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, $x \in \text{supp } \rho$, то потенциал гравитационного поля $V(x)$ удовлетворяет в точке x уравнению Лапласа:

$$\Delta V(x) = 0, \quad \Delta = \sum_{k=1}^n \frac{\partial^2}{\partial x_k^2}, \quad (1)$$

если же $x \in \text{Int } \text{supp } \rho$, то потенциал гравита-

ционного поля $V(x)$ удовлетворяет в точке x уравнению Пуассона. Далее вместо непрерывно изменяющегося вектора декартовых координат $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, $-\infty < x_k < +\infty$, $k = 1, 2, \dots, n$, рассматривается совокупность сеток, общее число которых 2^n (т. е. 4 при $n = 2$ и 8 при $n = 3$). Из этих сеток одна выделяется и именуется основной: в узлах $x^{(s)} = (x_1^{(s)}, x_2^{(s)}, \dots, x_n^{(s)})$; $x_k^{(s)} = p h_k$; $-\infty < p < +\infty$; $p = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$; $h_k = \text{const}$, $h = (h_1, h_2, \dots, h_n)$, где и определены значения функции $V_S(x^{(s)})$ — дискретного гравитационного потенциала. Что касается остальных $2^n - 1$ сеток, то они используются для задания значений сеточных производных (при использовании центральных разностей). Возможен и другой подход — вводить всего одну сетку, но “загрублять” определение сеточных аналогов производных.

Разностный аналог уравнения Лапласа (1) записывается в форме

$$\Lambda \{V_S(x^{(s)})\} = 0, \quad (2)$$

где Λ — выбранный конечно-разностный оператор, который может быть задан множеством различных способов. Наиболее простой состоит в использовании аппроксимации оператора Лапласа на так называемом 5-точечном шаблоне “крест”; при этом конечно-разностный оператор обозначается как Λ^+ :

$$\begin{aligned} \Lambda^+ \{V_S(x^{(s)})\} = & -2 \left(\sum_{k=1}^n C_k \right) V_S(x^{(s)}) + \\ & + \sum_{k=1}^n C_k [V_S(x^{(s)} + h_k e_k) + \\ & + V_S(x^{(s)} - h_k e_k)], \end{aligned}$$

$$C_k = \frac{H^2}{h_k^2}, \quad \text{где } H = \left(\prod_{k=1}^n h_k \right)^{\frac{1}{n}}.$$

Таким образом, суть метода дискретных аппроксимаций физических полей заключается в замене непрерывного трехмерного или двумерного пространства сеточным пространством, вторых частных производных в непрерывном уравнении Лапласа — вторыми разделенными разностями и заданные краевые условия в виде непрерывных функций — сеточными функциями. Тем самым задача ана-

литического продолжения заданных значений поля на поверхности Земли в нижнее полупространство редуцируется к задаче составления и решения СЛАУ. В качестве заданных значений гравитационного поля при аналитическом продолжении в модельных исследованиях принимаются значения вертикального градиента потенциала $\partial V / \partial z$, получаемых в результате решения прямых задач. Следует отметить, что при решении задачи аналитического продолжения заданных значений поля в нижнее полупространство с использованием метода дискретных аппроксимаций необходимо было преодолеть трудности постановочного характера. Суть дела в том, что известная классическая схема восстановления значений поля по заданным в двумерном случае ("задача Дирихле для уравнения Лапласа в квадрате") предполагает задание поля по всему контуру заданного нижнего слоя, тогда как на практике поле задано лишь на части контура, обычно на земной поверхности Земли. Но тогда возникают недоопределенные СЛАУ, если рассматривать дискретное уравнение Лапласа только на одном из классических шаблонов "крест" или "ящик", а решение таких СЛАУ неустойчиво. Одна из важнейших установок предлагаемой здесь методики заключается в том, что используются совместно несколько дискретных операторов Лапласа, так что теперь возникают переопределенные СЛАУ, а их решение уже устойчиво [Страхов и др., 2001]. Далее в рамках разработанной методики решается важная задача оценки точности восстанавливаемых значений поля при аналитическом продолжении в нижнее полупространство заданных значений. Для этого в модельных примерах в качестве аномалиеобразующих тел принимаются тела простой геометрической формы, для которых прямая задача решается точно, т.е. соответствующие интегралы вычисляются в конечном виде. Кроме того, как известно, потенциал и его производные вне тяготеющих масс являются гармоническими функциями, т.е. удовлетворяют уравнению Лапласа. Таким образом, решения прямых задач являются гармоническими функциями (что проверяется и непосредственным дифференцированием), они имеют явный вид и их можно рассматривать в качестве точного решения уравнения Лапласа. Понятно, что если решения прямой задачи на уровне $z = 0$, $z = -h$ рассматривать в качестве "входных значений" при аналитическом продолжении, а решения

прямой задачи в нижнем полупространстве $z > 0$ сравнивать по какой-либо норме со значениями, полученными при аналитическом продолжении, то это дает возможность оценивать точность восстанавливаемых значений поля.

Модельные исследования. Для исследования закономерностей при аналитическом продолжении заданных на поверхности Земли значений гравитационного поля в нижнее полупространство был проведен большой объем модельных исследований [Арсанукаев, 2003 а, б, 2004, 2009]. В результате выполненных вычислительных экспериментов установлено, что поле восстанавливается вплоть до отметки верхней кромки аномалиеобразующего объекта с любой априори заданной точностью при условии выбора оптимальных значений длины профиля и шага сетки. Сходимость множества приближенных решений к точному была также теоретически доказана [Арсанукаев, 2012]. Аналитическое продолжение поля на уровни, находящиеся ниже верхней кромки источника, характеризуется первыми признаками начинающегося "распада" поля.

Изложенное можно проиллюстрировать на модельном примере прямоугольной призмы (вертикального пласта) бесконечной протяженности в направлении оси y (т.е. в условиях двумерной задачи), имеющей размеры $4,8 \times 4,4$ км в плоскости Oxz , ось z направлена вниз (рис. 1).

Решением прямой задачи для вертикального пласта находятся "измеренные" значения поля $\partial V / \partial z$, расположенные на уровнях $z = 0$ и $z = -h$. Прямая задача также решается во всех точках нижнего полупространства, в которых восстанавливаются значения поля, для оценки их точности. Аналитическое продолжение осуществляется в нижнее полупространство в заданный горизонтальный слой (прямоугольник), нижняя отметка которого находится на глубине 4 км. Длина профиля заданных значений поля на уровнях $z = 0$ и $z = -h$ равна 32 км; шаг сетки $h_x = h_z = 0,2$ км, так что число точек, в которых "измеряется" поле, равно 161 (на одном уровне). Расстояние от $z = 0$ до верхней кромки прямого пласта 4 км; таким образом, число уровней, на которых располагаются искомые значения аналитически продолженного в дискретной постановке поля $\partial V / \partial z$, и значения поля, полученные решением прямой задачи, будет равно 20. Таким образом, число искомым неизвестных здесь равно $161 \times 20 = 3220$, а число уравнений — $159 \times 20 \times 2 = 6360$, так как для обеспечения устойчивого решения СЛАУ рассматривались совместно две диск-

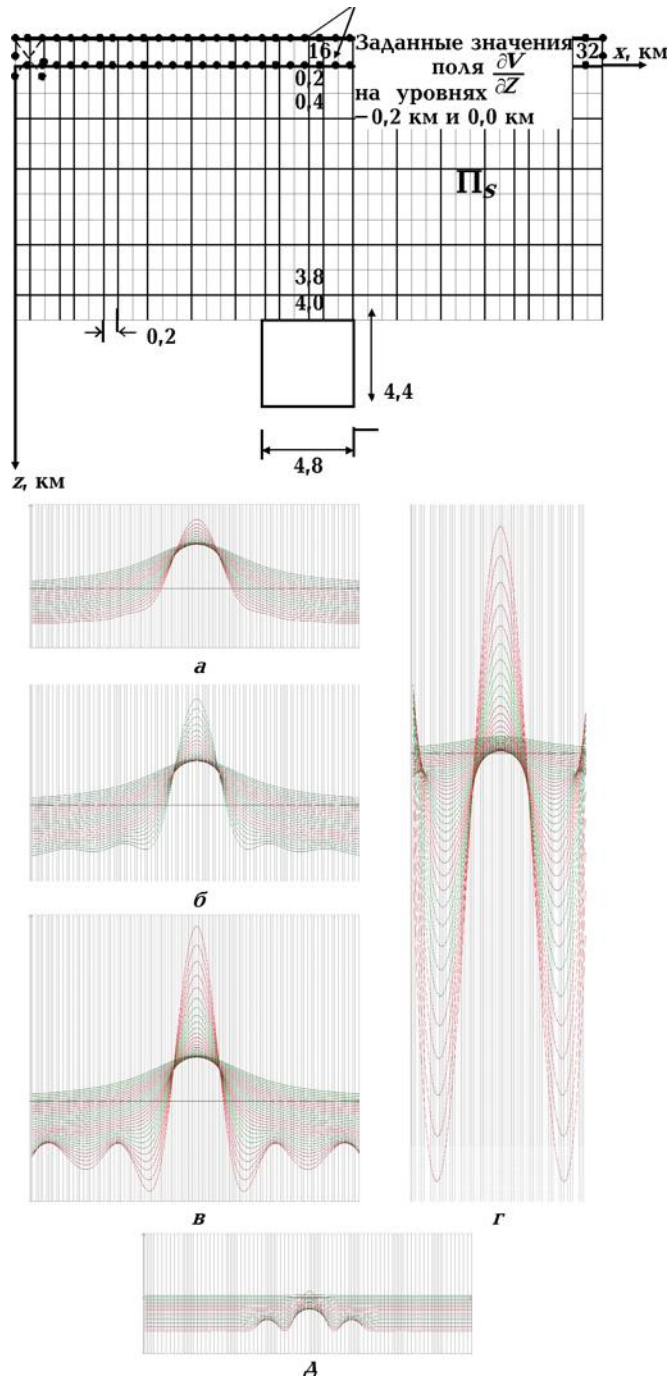


Рис. 1. Расчетная схема, аномальные кривые и графики функции Березкина на восстановленных значениях гравитационного поля для модельного примера однородной прямоугольной призмы при аналитическом продолжении заданных значений поля в нижнее полупространство до отметки, равной: *а* — 4 км, до отметки верхней кромки призмы (20 кривых); *б* — 5 км, до отметки за положением верхней кромки призмы (25 кривых); *в* — 6 км, до отметки вблизи центра тяжести призмы (30 кривых); *г* — 8 км, до отметки вблизи нижней кромки (40 кривых); *д* — графики функция Березкина, до отметки 4 км.

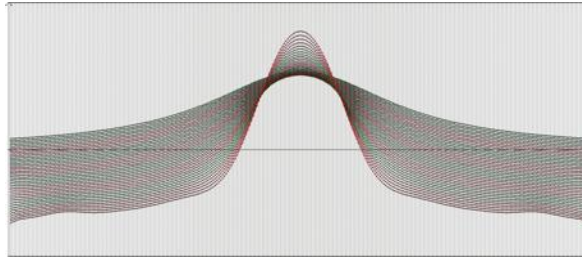


Рис. 2. Аномальные кривые восстановленных значений гравитационного поля (в 321 точке на каждом уровне на профиле длиной 32 км) при шаге сетки, равном 100 м на 40 уровнях от 0,1 км до отметки, равной положению верхней кромки — 4 км (всего 40 кривых).

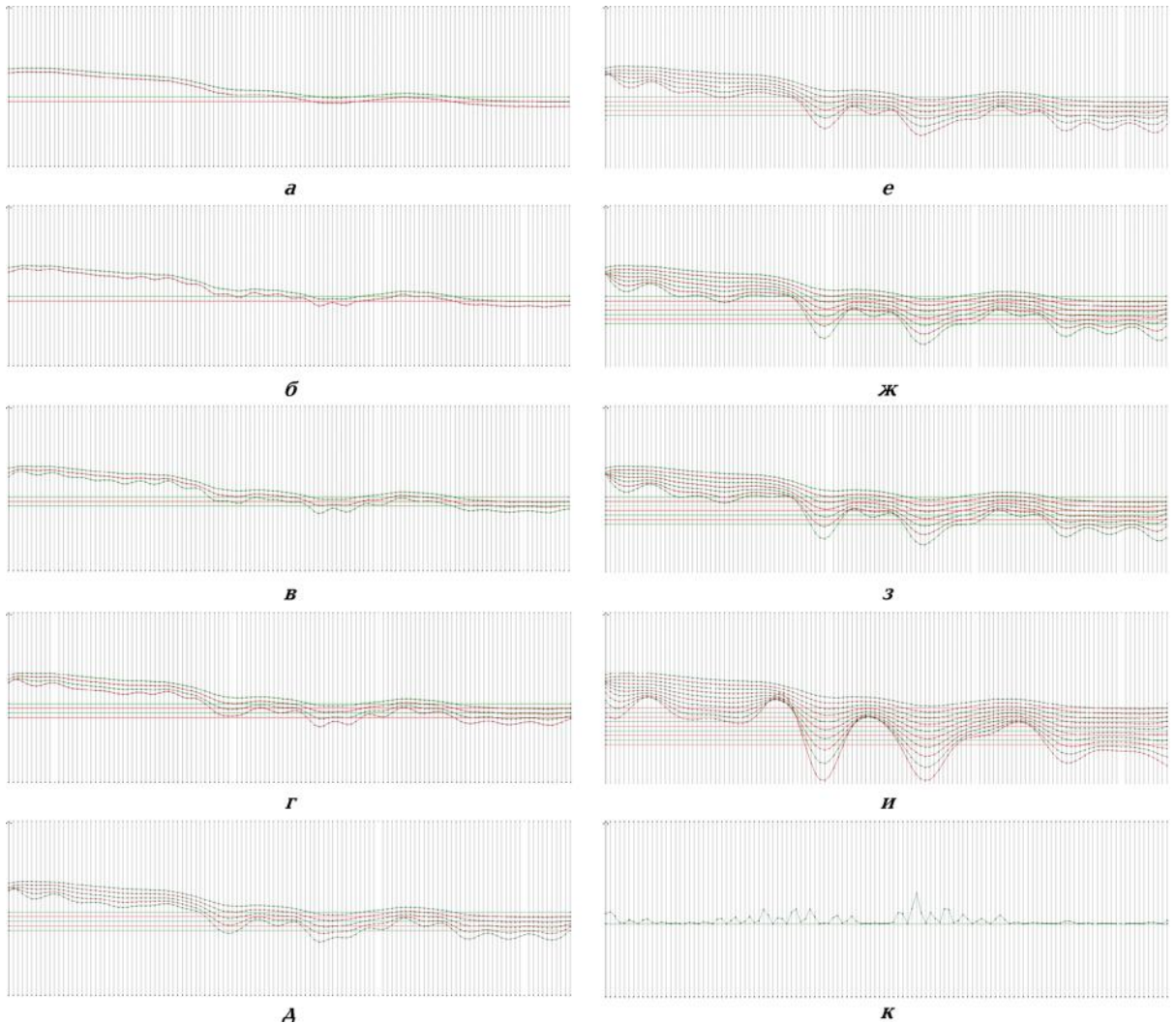


Рис. 4. Заданные значения гравитационного поля на уровне Земли на профиле длиной 12,3 км при шаге сетки, равном 100 м, полученные в результате гравиметрической съемки (нижняя кривая) и пересчитанные вверх на уровень 100 м с использованием интеграла Пуассона (верхняя кривая) (а); аномальные кривые и графики функции Березкина восстанавливаемых значений гравитационного поля для практического примера (геологического разреза) на профиле длиной 12,3 км при шаге сетки, равном 100 м при аналитическом продолжении в нижнее полупространство до отметки, равной 200 м (2 кривые) (б), 300 м (3 кривые) (в); 400 м (4 кривые) (г); 500 м (5 кривых) (д); 600 м (6 кривых) (е); 700 м (7 кривых) (ж); 800 м (8 кривых) (з); 1000 м (10 кривых) (и); функция Березкина на отметке 200 м (к).

ретные аппроксимации оператора Лапласа на шаблонах "прямой крест" и "косой крест" во всех внутренних точках профилей на уровне $z = 0$ и во всех внутренних точках $x_s \in \text{Int } \Pi_s$ заданного горизонтального слоя (конструкция "косого креста" указана штриховой линией в левом верхнем углу расчетной схемы рис. 1).

Таким образом, возникает переопределенная СЛАУ:

$$Au = f_\delta, \quad (3)$$

где размерность матрицы $A = 6360 \times 3220$, а размерность вектора $f_\delta = 6360 \times 1$ (из которых ненулевых, очевидно, 636 компоненты).

Решение прямой задачи, т. е. нахождение точных значений поля $\partial V / \partial z$ в узлах заданной области Π_s и заданных значений поля на уровнях $z = 0$ и $z = -h$, осуществляется с помощью формулы [Андреев, Клушин, 1965]

$$\Delta g = f \sigma \left[x \ln(x^2 + z^2) + 2z \arctg \frac{x}{z} \right]_{x_1, z_1}^{x_2, z_2}. \quad (4)$$

Избыточная плотность σ принимается равной $0,1 \text{ г/см}^3$, гравитационная постоянная $f = 66,7 \cdot 10^{-9} \text{ см}^3 \cdot \text{г}^{-1} \cdot \text{с}^{-2}$, размерность поля $[\partial V / \partial z] = \text{см/с}^{-2}$.

Результаты расчетов в графической форме приведены на рис. 1. Отметим здесь, что каждая отдельная аномальная кривая строится в своей системе координат (на каждом уровне) и затем смещается таким образом, чтобы расположить их, как и уровни, сверху вниз по мере продвижения при аналитическом продолжении в нижнее полупространство к возмущающему телу.

Как показано на рис. 1, при аналитическом продолжении заданных значений гравитационного поля, расположенных на уровнях $z = 0$ и $z = -h$, в нижнее полупространство вплоть до отметки верхней кромки (рис. 1, а) поле восстанавливается с высокой точностью (об этом можно судить по поведению аномальных кривых: их форма остается той же, что и форма аномальных кривых, построенных для заданных значений гравитационного поля на уровнях $z = 0$ и $z = -h$ (шаг сетки)). Отметим также, что для удобства чтения каждые пять аномальных кривых окрашивались в два различных цвета — зеленый и красный. Из табл. 1, составленной по результатам расчетов, следует, что на глубине, равной шагу сетки от уровня $z = 0$, относительная погрешность в среднеквадратичной норме на шаге сетки 200 м равна $2,293\,888 \cdot 10^{-5}$, т. е. восстановленные значения отличаются от точных в среднем на

0,003 %, на глубинах от 0,8 до 3,0 км восстановленные значения отличаются от точных в среднем на 0,02—0,9 %, а на отметке, расположенной в шаге сетки от верхней кромки (т. е. на глубине 3,8 км), восстановленные значения отличаются от точных в среднем на 3 %. Если длину шага сетки уменьшить еще в 2 раза, чтобы она стала равна 100 м (рис. 2), то при проведении расчетов в тех же модельных условиях, что и при шаге сетки 200 м, будет установлено, что точность восстанавливаемых значений поля увеличивается: на глубине, равной шагу сетки от уровня $z = 0$, восстановленные значения отличаются от точных в среднем на 0,0001 %, а на глубине, расположен-

Т а б л и ц а 1. Относительные погрешности в восстанавливаемых значениях поля

| Но- мер | Глубина, км | Относительная погрешность |
|--|----------------|--|
| | | $\gamma = \frac{\ x^{\text{точ}} - x^{\text{выч}}\ _E}{\ x^{\text{точ}}\ _E},$ |
| Шаблон «прямой крест» + «косой крест» | | |
| 1 | 0,2 | $2,293\,888 \cdot 10^{-5}$ |
| 2 | 0,4 | $6,358\,421 \cdot 10^{-5}$ |
| 3 | 0,6 | $1,213\,529 \cdot 10^{-4}$ |
| 4 | 0,8 | $1,990\,522 \cdot 10^{-4}$ |
| 5 | 1,0 | $3,024\,380 \cdot 10^{-4}$ |
| 6 | 1,2 | $4,395\,415 \cdot 10^{-4}$ |
| 7 | 1,4 | $6,225\,612 \cdot 10^{-4}$ |
| 8 | 1,6 | $8,703\,333 \cdot 10^{-4}$ |
| 9 | 1,8 | $1,210\,503 \cdot 10^{-3}$ |
| 10 | 2,0 | $1,681\,312 \cdot 10^{-3}$ |
| 11 | 2,2 | $2,334\,194 \cdot 10^{-3}$ |
| 12 | 2,4 | $3,239\,488 \cdot 10^{-3}$ |
| 13 | 2,6 | $4,494\,939 \cdot 10^{-3}$ |
| 14 | 2,8 | $6,239\,593 \cdot 10^{-3}$ |
| 15 | 3,0 | $8,673\,592 \cdot 10^{-3}$ |
| 16 | 3,2 | $1,208\,882 \cdot 10^{-2}$ |
| 17 | 3,4 | $1,691\,917 \cdot 10^{-2}$ |
| 18 | 3,6 | $2,383\,403 \cdot 10^{-2}$ |
| 19 | 3,8 | $3,394\,990 \cdot 10^{-2}$ |

ной выше отметки верхней кромки пласта на 1 шаг сетки (т. е. на глубине 3,9 км), это отличие составит около 1 %.

При дальнейшем аналитическом продолжении ниже отметки верхней кромки пласта (сразу за отметкой верхней кромки и вблизи отметки центра тяжести пласта — рис. 1, б, в) в аномальных кривых начинают зарождаться дополнительные колебания (возмущения) по периферии кривых, размах (амплитуда) которых все более увеличивается по мере приближения к отметке центра тяжести пласта (начало распада поля). Аналитическое продолжение ближе к отметке нижнего края пласта приводит к тому, что амплитуда дополнительных возмущений сравнивается и даже превышает значения поля по центру пласта, и картина окончательно "размазывается" (рис. 1, г). На графике функции, подобной функции Березкина — полному нормированному градиенту [Березкин, 1978], построенной по восстановленным значениям поля при аналитическом продолжении до отметки 4 км (см. рис. 1, д), два первых максимума слева и справа от центрального максимума указывают на местоположение верхних особенностей пласта (для построения функции, подобной функции Березкина, использовался более высокий порядок высших производных, входящих в выражение градиента).

Технология оконтуривания перспективных разрезов. Выявленные закономерности в вычислительных экспериментах при аналитическом продолжении дискретных значений гравитационного поля в нижнее полупространство были положены в основу технологии оконтуривания аномалиеобразующих объектов при решении модельных и практических задач. Отметим, что все алгоритмы и компьютерные программы, разработанные применительно к гравитационному полю, могут быть использованы и для магнитного поля. Для решения задачи оконтуривания из программных модулей автором был собран пакет программ "GrAnM" [Арсанукаев, 2010].

Структура пакета программ представлена в виде табл. 2. Решение основной задачи аналитического продолжения разбивается на решение подзадач, каждая из которых решается отдельно с помощью исполняемых модулей. Общая схема решения подзадачи выглядит следующим образом: на вход исполняемому модулю подаются текстовые файлы с некоторой информацией, с использованием которой формируется выходной файл с результатами работы модуля. Общие входные параметры модельно-

го примера (шаг сетки, длина профиля, размеры гравитирующего объекта, глубина его залегания и избыточная плотность в модельных примерах) расположены в текстовом файле `in_file1.txt`. В табл. 2 показано, что заданные значения поля, моделирующие результаты гравиметрической съемки, получаются при решении прямых задач для аномалиеобразующих тел, участвующих в соответствующих модельных примерах (табл. 2, строка 1). Пакет программ одновременно используется для решения практических задач интерпретации гравиметрических наблюдений (табл. 2, строка 1, пункт 2).

Модули `rg606.exe`, `rg607.exe` формируют соответственно матрицу коэффициентов и многомерный вектор правой части СЛАУ (табл. 2, строки 2, 3), модуль `srm.exe` решает СЛАУ (табл. 2, строка 4). Для удобства интерпретации и наглядности результаты расчетов визуализируются в виде аномальных кривых восстановленных значений поля и кривых Березкина (табл. 2, строки 5, 6).

Приведем теперь описание технологических этапов определения особых точек и контура аномалиеобразующего тела в режиме реального времени с использованием пакета "GrAnM".

1. Исходные данные — результаты гравиметрической съемки, взятые по профилю, как правило, с неравномерным шагом сетки пересчитываются в узлы равномерной сетки и по необходимости в узлы сетки с меньшим шагом с использованием метода сплайнов. Полученные значения поля в узлах равномерной сетки пересчитываются вверх в узлы равномерной же сетки и с тем же шагом с использованием интеграла Пуассона.

2. Назначаются отметки в нижнем полупространстве в долях от заданной длины профиля и осуществляется аналитическое продолжение заданных значений поля до этих отметок с составлением и решением соответствующих систем линейных алгебраических уравнений. Вектор решения СЛАУ разбивается на подвекторы соответственно уровням в нижнем полупространстве, каждый из которых расположен на расстоянии шага сетки от соседнего. По значениям поля на каждом уровне строятся аномальные кривые и графики функции, подобной функции Березкина.

3. Определяется с высокой точностью положение верхней кромки гравитирующего объекта как такой отметки, после прохождения которой в аномальных кривых по периферии начинают зарождаться дополнительные колебания (осцилляции).

Т а б л и ц а 2 . Перечень модулей, составляющих пакет программ "GrAnM"

| Но- мер | Имя модуля | Функциональное назначение | Входные файлы (исходные параметры) | Выходные файлы (результат расчета) |
|------------|---|---|--|---|
| 1 | prGd1.exe (для модельных примеров) | Представление гравиметрических данных (решение прямой задачи в модельных примерах) в виде «входных» значений поля на двух уровнях: $z = 0$, $z = -h$ | in_file1.txt | out_prGd1.txt |
| | IntegralPuasson.exe (для практической задачи по результатам гравиметрической съемки) | Пересчет значений аномалий на уровень $z = -h$ | Datas.txt — данные гравиметрическ ой съемки на уровне $z = 0$ | out_prGd1.txt — значения поля на уровне $z = -h$ |
| 2 | pr607.exe | Формирует вектор \mathbf{f} правой части СЛАУ $A\mathbf{x} = \mathbf{f}$, используя «входные» значения поля на lde[уровнях: $z = 0$, $z = -h$ out_prGd1.txt | in_file1.txt out_prGd1.txt | vek.v |
| 3 | pr606.exe | Формирует матрицу A в СЛАУ $A\mathbf{x} = \mathbf{f}$, используя дискретное уравнение Лапласа на шаблонах «прямой крест» и «косой крест» | in_file1.txt | matr-spm.m |
| 4 | spm.exe | Решение СЛАУ МПУП | matr-spm.m vek.v | solve.txt |
| 5 | ber2.exe | Определение значений функции Березкина по восстановительным значениям поля из файла solve.txt | in_file1.txt solve.txt | ber2.txt |
| 6 | Father.exe | Построение графиков аномальных кривых поля и кривых Березкина | in_file1.txt solve.txt ber2.txt | Аномальный шаг 0,1 км, профиль 32 км, уровней 40, bmp Березкин, шаг 0,1 км, профиль 32 км, уровней 38, bmp |

Примечание: A — матрица коэффициентов СЛАУ, \mathbf{f} — вектор правой части СЛАУ, \mathbf{x} — искомый вектор неизвестных значений поля, МПУП — метод последовательного умножения полиномов.

4. После определения положения верхней кромки находятся координаты верхних особенностей построения функции, подобной функции Березкина.

5. Находится положение центра тяжести гравитирующего объекта как отметки, до прохождения которой при аналитическом продолжении вторичные колебания в аномальных кривых пока еще не увеличивают значительно амплитуды.

6. Приблизительное положение нижней кромки определяется интерпретатором, исходя из полученных значений положения верхней кромки, верхних особенностей аномалиеобразующего тела и центра тяжести с привлечением имеющейся априорной информации.

В рамках договора-подряда с Горным институтом УрОРАН (Пермь) была проведена интерпретация результатов гравиметрической съемки с использованием указанной технологии. Ис-

следованный разрез находился на уже разведанном (и разбуренном) Шершневском нефтяном месторождении в Пермском крае "Волго-Уральская провинция, Соликамская депрессия" (рис. 3). Метод устойчивого аналитического продолжения поля силы тяжести в нижнее полупространство, на котором основана указанная технология, позволил выделить и оконтурить геологические структуры.

Пересчет поля позволил локализовать положение в разрезе основных особенностей структурно-тектонического строения, к которым в первую очередь относятся пликативные (т. е. складчатые) дислокации терригенно-карбонатной толщи (плотность $2,49 \text{ г/см}^3$) и подстилающих ее калийных (плотность $2,10 \text{ г/см}^3$) и каменных (плотность $2,22 \text{ г/см}^3$) солей. Положительные (т. е. выгнутые вверх) складки являются благоприятными для накопления и сохранения углеводородов.

Поясним, как применялся пакет программ "GrAnM" при рассмотрении практического примера. Данные гравиметрической съемки пересчитываются в узлы равномерной сетки с шагом 100 м, расположенной на уровне $z=0$, с использованием сплайнов; для пересчета на вышестоящий уровень $z=-h$ используется интеграл Пуассона. Как показано на рис. 4, аналитическое продолжение осуществляется в нижнее полупространство, отправляясь от заданных значений гравитационного поля на уровнях $z=0$, $z=h$ (рис. 4, а) до появления в аномальных кривых дополнительных возмущений, что указывает на достижение отметки верхней кромки возмущающего тела (рис. 4, б).

Аналитическое продолжение здесь осуществлялось пошагово, т. е. каждая последующая отметка, до которой происходит аналитическое продолжение, смещается на шаг сетки по сравнению с предыдущей, начиная с отметки 200 м (в связи с неглубоким залеганием возмущающего объекта, здесь каждые две аномальные кривые попеременно окрашиваются в два различных цвета — зеленый и красный). Положение центра тяжести разреза устанавливается как отметка, до прохождения которой при аналитическом продолжении вторичные колебания в аномальных кривых пока еще не увеличивают значительно амплитуд (рис. 4, в, г). Последующее аналитическое продолжение сопровождается уже значительным увеличением колебаний дополнительных возмущений (рис. 4, д, е), пока амплитуда вторичных колебаний не сравнивается и даже превышает основные колебания ("измеренные" значения поля, рис. 4, а)

и картина, изображающая аномальные кривые, окончательно "размазывается" (рис. 4, ж—и).

Чтобы охарактеризовать вычислительные сложности при получении устойчивых решений СЛАУ, приведем сведения о порядке СЛАУ, возникающие для данного практического примера при рассмотрении дискретного аналога уравнения Лапласа совместно на двух шаблонах "прямой крест" и "косой крест".

Порядок матриц A (число уравнений \times число неизвестных) при аналитическом продолжении до соответствующих отметок глубин z для данного модельного примера составляет

$$200 \text{ м: } A = 488 \times 248 \text{ (рис. 4, б);}$$

$$300 \text{ м: } A = 732 \times 372 \text{ (рис. 4, в);}$$

$$500 \text{ м: } A = 1220 \times 620 \text{ (рис. 4, д);}$$

$$1000 \text{ м: } A = 2440 \times 620 \text{ (рис. 4, и).}$$

Заключение. Следует отметить, что модельные исследования, о которых идет речь в статье, были посвящены изучению закономерностей в восстанавливаемых значениях гравитационного поля при аналитическом продолжении заданных значений для изолированных возмущающих масс (одиночных, однородных по плотности объектов). Эти закономерности и были положены в основу технологии оконтуривания гравитирующих объектов. Очевидно, рассмотренный практический пример при опробовании технологии оконтуривания представляет собой более сложный случай геоплотностных неоднородностей. Таким образом, использование технологии оконтуривания для данного практического примера позволяет получить лишь усредненные характеристики местоположения аномалиеобразующего тела. Контур возмущающего объекта интерпретируется в виде прямоугольного сечения, верхняя кромка тела определяется на глубине 200 м, центр тяжести тела — на глубине 500 м, положение нижней кромки находится приближенно по отметкам верхней кромки и центра тяжести. График функции, подобной функции Березкина (рис. 4, к), указывает на влияние мелких неоднородностей, входящих в строение разреза.

Отметим, что модельные эксперименты для последовательно усложняющихся пространственных распределений масс с применением пакета программ "GrAnM" будут продолжены с целью объективной оценки возможностей применения метода в различных физико-геологических условиях при решении практических задач [Арсанукаев, 2013].

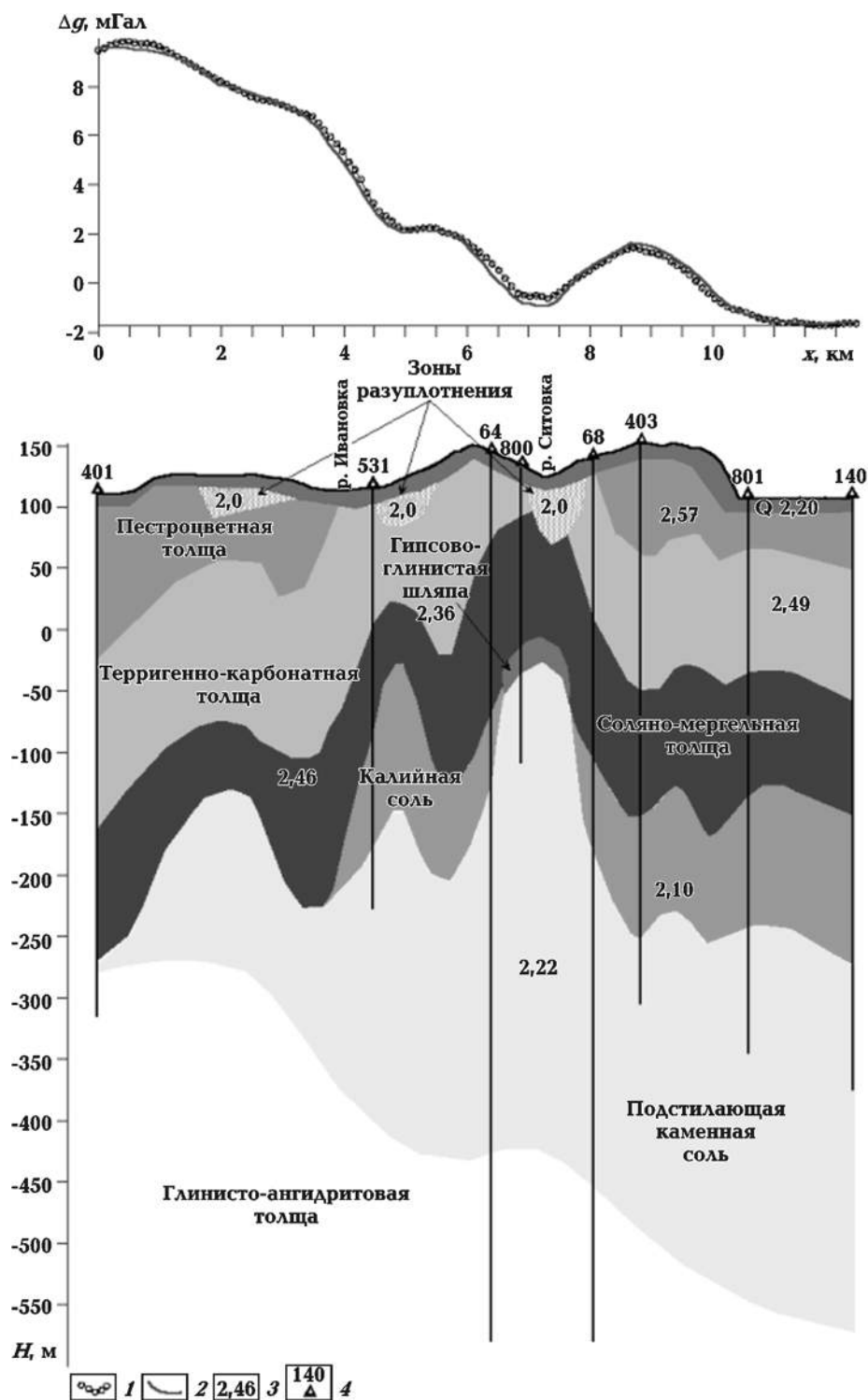


Рис. 3. Разрез Шершеневского нефтяного месторождения в Пермском крае, Волго-Уральская провинция, Соликамская депрессия: 1, 2 — аномалия силы тяжести (1 — наблюдаемая (в условном уровне), 2 — вычисленная); 3 — плотность пород, г/см³; 4 — скважины.

Список литературы

- Андреев Б.А., Клушин И. Г. Геологическое истолкование гравитационных аномалий. Ленинград: Недра, 1965, 495 с. [Andreev B. A., Klushin I. G., 1965. Geological interpretation of gravity anomalies. Leningrad: Nedra, 495 p. (in Russian)].
- Арсанукаев З.З. Аналитическое продолжение заданных значений гравитационного поля в дискретной постановке через источники в двумерном случае. *Вестник КРАУНЦ. Науки о Земле*. 2009. № 1. Вып. 13. С. 47—57. [Arsanukaev Z. Z., 2009. Analytic continuation setpoints gravitational field in a discrete formulation through sources in the two-dimensional case. *Vestnik KRAUNC. Nauki o Zemle* (1), is. 13, 47—57 (in Russian)].
- Арсанукаев З.З. Вычисление пространственных элементов аномальных полей с использованием методов теории дискретных гравитационных полей. *Физика Земли*. № 11. 2004. С. 47—69. [Arsanukaev Z. Z., 2004. Calculation of spatial elements of the anomalous fields using methods of the theory of discrete gravitational fields. *Fizika Zemli* (11), 47—69 (in Russian)].
- Арсанукаев З.З. О возможностях организации технологии выделения перспективных разрезов в виде замкнутого технологического цикла: *Материалы 40-й сессии Междугунар. семинара им. Д.Г. Успенского "Вопросы теории и практики геологической интерпретации гравитационных, магнитных и электрических полей"*, Москва, 28 января — 1 февраля 2013 г. Москва: ИФЗ РАН, 2013. С. 33—38. [Arsanukaev Z. Z., 2013. On the possibility of promising technology for isolation cuts in the form of a closed technological cycle: *Proceeding of the 40 session International Seminar on D. G. Uspensky "Problems in the theory and practice of geological interpretation of gravity, magnetic and electric fields"*, Moscow, January 28 — February 1 2013. Moscow: IPE RAS Publ., 33—38 (in Russian)].
- Арсанукаев З.З. О некоторых вычислительных экспериментах, проведенных с использованием методов теории дискретных физических полей при решении задач гравиметрии в двумерном случае. Ч. 1. Аналитическое продолжение в нижнее полупространство выше источников поля: *Материалы 30-й сессии Междугунар. семинара им. Д.Г. Успенского "Вопросы теории и практики геологической интерпретации гравитационных, магнитных и электрических полей"*, Москва, 27—31 января 2003 г. Москва: ОИФЗ РАН, 2003а. С. 12—13. [Arsanukaev Z. Z., 2003a. Some computational experiments conducted using the methods of the theory of discrete physical fields in solving problems in two-dimensional gravity case. Part 1. Analytic continuation to the lower half of the field sources above: *Proceeding of the 30 session International Seminar on D. G. Uspensky "Problems in the theory and practice of geological interpretation of gravity, magnetic and electric fields"*, Moscow, January 27—31 2003. Moscow: IPE RAS Publ., 12—13 (in Russian)].
- Арсанукаев З.З. О некоторых вычислительных экспериментах, проведенных с использованием методов теории дискретных физических полей при решении задач гравиметрии в двумерном случае. Ч. 2. Аналитическое продолжение в нижнее полупространство через источники поля: *Материалы 30-й сессии Междугунар. семинара им. Д.Г. Успенского "Вопросы теории и практики геологической интерпретации гравитационных, магнитных и электрических полей"*, Москва, 27—31 января 2003 г. Москва: ОИФЗ РАН, 2003б. С. 13—15. [Arsanukaev Z. Z., 2003b. Some computational experiments conducted using the methods of the theory of discrete physical fields in solving problems in two-dimensional gravity case. Part 2. Analytic continuation to the lower half of the field through sources: *Proceeding of the 30 session International Seminar on D. G. Uspensky "Problems in the theory and practice of geological interpretation of gravity, magnetic and electric fields"*, Moscow, January 27—31 2003. Moscow: IPE RAS Publ., 13—15 (in Russian)].
- Арсанукаев З.З. О решении задачи пересчета вниз заданных значений гравитационного поля с использованием пакета программ "GrAnM": *Материалы 37-й сессии Междугунар. семинара им. Д.Г. Успенского "Вопросы теории и практики геологической интерпретации гравитационных, магнитных и электрических полей"*, Москва, 25—29 января 2010 г. Москва: ИФЗ РАН, 2010. С. 29—34. [Arsanukaev Z. Z., 2010. The solution of the conversion down setpoints gravitational field using the software package "GrAnM": *Proceeding of the 37 session International Seminar on D. G. Uspensky "Problems in the theory and practice of geological interpretation of gravity, magnetic and electric fields"*, Moscow, January 25—29 2010. Moscow: IPE RAS Publ., 29—34 (in Russian)].
- Арсанукаев З.З. Теорема о сходимости дискретных схем к точному решению в задаче восстановления значений гравитационного поля: *Материалы 39-й сессии Междугунар. семинара им. Д.Г. Успенского "Вопросы теории и практики геологической интерпретации гравитационных, магнитных и электрических полей"*, 30 января — 2 февраля 2012, Воронеж, 2012 г. С. 14—17. [Arsanukaev Z. Z., 2012. A convergen-

- ce theorem for discrete circuits to the exact solution to the problem of restoring the values of the gravitational field: *Proceeding of the 39 session International Seminar on D. G. UsPENsky "Problems in the theory and practice of geological interpretation of gravity, magnetic and electric fields"*, Voronezh, January 30 — February 2 2012, 14—17 (in Russian)].
- Березкин В.М. Применение гравиразведки для поисков месторождений нефти и газа. Москва: Недра, 1978, 264 с. [Berezkin V. M., 1978. Application of gravity for the prospecting of oil and gas. Moscow: Nedra, 264 p. (in Russian)].
- Логачев А.А. Методическое руководство по аэромагнитной съемке. Москва: Гос. науч.-техн. изд-во литературы по геологии и охране недр, 1955, 148 с. [Logachev A. A., 1955. Methodological guidance on the aeromagnetic survey. Moscow: State scientific and technical publishing literature on geology and subsoil protection, 148 p. (in Russian)].
- Страхов В.Н. Будущее теории интерпретации гравитационных и магнитных аномалий. В кн.: *Комплексные исследования по физике Земли*. Москва: Наука, 1989. С. 68—87. [Strahov V. N., 1989. Future theories of interpretation of gravity and magnetic anomalies. In: *Integrated research on the physics of the Earth*. Moscow: Nauka, 68—87 (in Russian)].
- Страхов В.Н., Арсанукаев З.З. Использование метода дискретного потенциала в задачах гравиметрии и магнитометрии. *Вопросы теории и практики геологической интерпретации гравитационных, магнитных и электрических полей: Материалы 28-й сессии Междунар. семинара им. Д.Г. Успенского*, Киев, 20 января — 2 февраля, 2001 г. Москва: ОИФЗ РАН, 2001. С. 102—104. [Strahov V. N., Arsanukaev Z. Z., 2001. The use of discrete potential problems in gravimetry and magnetometry. *Theory and practice of geological interpretation of gravity, magnetic and electric fields: Proceeding of the 28 session International Seminar on D. G. UsPENsky*, Kiev, January 20 — February 2 2001. Moscow: JIPE RAS Publ., 102—104 (in Russian)].
- Страхов В.Н., Арсанукаев З.З., Страхов А.В. Использование методов теории дискретных гравитационных и магнитных полей при интерпретации аномальных полей. *Геофизика и математика: Материалы 2-й Всерос. конф.*, Пермь, 1—14 декабря 2001 г. Пермь: ГИ УрО РАН, 2001. С. 272—274. [Strahov V. N., Arsanukaev Z. Z., Strahov A. V., 2001. Using the methods of the theory of discrete gravity and magnetic fields in the interpretation of the anomalous fields. *Geophysics and Mathematics: Proceeding of the 2nd All-Russian Conference*, Perm, 1—14 December 2001. Perm: GI UrB RAS Publ., 272—274 (in Russian)].
- Страхов В.Н., Иванов С.Н. Регуляризованные конечно-разностные алгоритмы восстановления функций и их использование в геофизике. *Изв. АН СССР. Физика Земли*. 1984. № 2. С. 63—83. [Strahov V. N., Ivanov S. N., 1984. Regularized finite difference algorithms for the reconstruction of functions and their use in geophysics. *Izvestija AN SSSR. Fizika Zemli* (2), 63—83 (in Russian)].
- Страхов В.Н., Страхов А.В. Основные методы нахождения устойчивых приближенных решений систем линейных алгебраических уравнений, возникающих при решении задач гравиметрии и магнитометрии. I. Москва: ОИФЗ РАН, 1999. 40 с. [Strahov V. N., Strahov A. V., 1999. Basic methods for finding stable approximate solutions of systems of linear algebraic equations arising in solving problems of gravimetry and magnetometry. I. Moscow: JIPE RAS Publ., 40 p. (in Russian)].