

Электродинамика фрактальных сред, переходное фрактальное рассеяние и электромагнитный шум литосферы

© В. Н. Шуман, 2012

Институт геофизики НАН Украины, Киев, Украина

Поступила 28 июня 2011 г.

Представлено членом редколлегии В.И. Старостенко

Подано короткий огляд статей, опублікованих недавно, які присвячені питанням електродинаміки фрактальних середовищ, важливих з погляду геоелектричних застосувань. Наведено результати досліджень хвильових процесів у фрактальних структурах, коли фрактал є середовищем поширення, а також генерації і розсіювання хвиль фрактальними структурами. Підкреслено, що фрактальні системи мають вищі випромінювальні параметри, ніж континуальні середовища. Зазначено, що фрактали, дробні оператори та скейлінг є корисним інструментом, адаптованим до задач геоелектричної практики. Вказано на спільність механізмів генерації та поширення сейсмоакустичного і електромагнітного шумів літосферного походження, які супроводжують перехідні фрактальні процеси в геосередовищі.

Brief review of recent works, dedicated to problems of fractal media electro-dynamics and important from the viewpoint of geo-electric applications has been given. Results related to the studies of the wave processes in fractal structures when the fractal is a medium of propagation as well as of generation and dispersion of waves by fractal structures have been produced. It has been accentuated that fractal systems possess higher emitting parameters than solid continual media. It has been noticed that fractals, fractional operators and scaling are useful instruments adapted to the demands of geo-electric practice. Generality of mechanisms of generation and propagation of seismic-acoustic and electromagnetic noises of lithosphere genesis, which accompanies transitional fractal processes in geo-medium has been stressed.

Введение. К настоящему времени стало предельно ясно, что геосреда — очень специфический объект исследований. Как известно, учение о геосреде появилось в результате обобщения многолетних экспериментальных исследований физических свойств горных пород исключительно в широком петрофизическом и фациальном разнообразии масштабов, физических характеристик и термодинамических условий [Николаев, 2002; Садовский, 2004; Гуфельд, 2007; Генштафт, 2009 и др.]. Оказалось, она не может рассматриваться в качестве пассивного континуума — ей присуща внутренняя самоподобная структура, в которой нет места какой-либо области с характерными размерами и границами, как не существует и какого-либо характерного масштаба [Садовский, 2004]. Геосреда непрерыв-

но подвергается воздействию разномасштабных внутренних и внешних сил: на нее постоянно действуют флуктуационные и периодические возмущения, создавая в совокупности некое шумовое поле. Она может находиться в различных метастабильных состояниях с несколькими положениями равновесия.

Очевидно, сходство в структуре и динамических явлениях в ней можно наблюдать на лабораторных образцах горных пород в условиях нестационарных процессов, характерных именно для геосреды [Гуфельд, Матвеева, 2011].

Полагают, что в качестве основного переменного фактора, контролирующего и определяющего текущую неустойчивость литосферы и стимулирующим обмен энергией между отдельными ее элементами, может служить

восходящий поток легких газов, а изменчивость ее параметров, которая может быть весьма быстрой, является результатом непрерывного взаимодействия этого потока с твердой фазой литосферы [Гуфельд, 2007; Гуфельд, Матвеева, 2011]. При этом рассматривают два основных процесса, обуславливающих неустойчивость литосферы при прохождении через нее легких газов (в основном, водорода и гелия): формирование пористости с высоким внутренним давлением газов и накопление легких газов в междуузлиях с последующей их восходящей диффузией [Гуфельд, Матвеева, 2011].

Характерной особенностью геосреды, не моделируемой при нагружениях лабораторных монолитных образцов, являются быстрые и разномасштабные вариации объемно-напряженного состояния, рассматриваемые как реакция геосреды на взаимодействие восходящих потоков легких газов с ее твердой фазой [Гуфельд, 2007]. В итоге можно предположить, что литосфера — открытая и неравновесная система, в которой ее параметры непрерывно меняются. В ней существуют комплексы нелинейных взаимодействий между физическими полями, структурами и подсистемами, происходит трансформация энергии механической в химическую или электромагнитную, термическую в механическую и т. д. С этой точки зрения уровень экспериментальных исследований рассматриваемых систем не соответствует и не отвечает уровню понимания протекающих в них процессов.

Как известно [Геншафт, 2009], принципиально важным свойством открытых систем является их иерархичность (фрактальность) и волновая природа. При этом сами процессы формирования геологических сред и систем, содержащих фрактальные структуры, очевидно, носят нелинейный характер. Не будет преувеличением сказать, что если вещество не находится в газообразном или кристаллическом состоянии, то оно имеет в некотором диапазоне масштабов фрактальную структуру [Зосимов, Лямшев, 1995].

Согласно общепринятому определению фракталов, к ним относится множество точек, размерность Хаусдорфа — Безиковича которых не совпадает с их топологической размерностью [Зосимов, Лямшев, 1995]. Однако определение хаусдорфовой размерности, требующее предельного перехода к бесконечно малым объемам, невозможно использовать в физических измерениях. Поэтому содержательное для фи-

зики определение фрактала включает свойства самоподобия.

Напомним, что понятие фрактала тесно связано с хаосом в динамических системах, в которых он порождается собственной динамикой нелинейной системы, т. е. ее свойством экспоненциально быстро разводить сколь угодно близкие траектории [Зосимов, Лямшев, 1995]. При этом образ хаоса в фазовом пространстве — странный аттрактор — представляет собой фрактал. В итоге один из наиболее содержательных подходов к фрактальному анализу процессов опирается на предположение о том, что соответствующий процесс порождается динамической системой с хаотическим поведением [Зосимов, Лямшев, 1995]. Важно подчеркнуть: несмотря на то, что каждая отдельная хаотическая траектория (решение уравнений движения системы) чрезвычайно чувствительна к малым возмущениям, странный аттрактор (совокупность всех возможных траекторий) является достаточно устойчивой структурой. В рамках такого подхода, очевидно, пришло время отойти от традиционной гипотезы, которая отводит особую роль гладким непрерывным функциям и целочисленным мерам, и попытаться таким образом повысить результативность сейсмоакустических и электромагнитных зондирующих систем путем привлечения результатов, относящихся к исследованию волновых процессов во фрактальных средах, с одной стороны, и фрактальных структур, присущих волновым полям различной природы, с другой. Первостепенный интерес здесь представляют, во-первых, проблемы, связанные с распространением волн во фрактальных структурах, когда фрактал — это среда распространения, и, во-вторых, излучение и рассеивание волн фрактальными структурами.

Важно подчеркнуть, что фрактальные системы, как правило, обладают более высокими удельными излучательными параметрами, чем сплошные среды [Смирнов, 1993]. Иначе говоря, образование фрактальных агрегатов в геосреде ведет к резкому увеличению мощности генерируемого в ней сейсмоэлектромагнитного шума. Заметим также, что при излучении волн фрактальными структурами особенности их поведения возникают уже в простейшем случае независимых излучателей с фрактальным расположением в пространстве. Существо дела — в необычной зависимости интенсивности излучения такой фрактальной структуры от разноса [Зосимов, Лямшев, 1995]. Эти результаты, очевидно, открывают новые

возможности создания зондирующих систем и показывают перспективы современных теоретических и практических приложений. По сути дела, речь может идти о новом направлении в геофизике, в частности, геоэлектрике, идея которого состоит в применении элементов современной теории фракталов, теории детерминированного хаоса, дробной меры и скейлинговых инвариантов.

За последнее десятилетие появились многочисленные публикации, в которых подчеркивается нелинейный и фрактальный характер эволюции Земли и применяются подходы, разработанные в теории динамических систем и теории фракталов [Геншафт, 2009]. Установлены самоподобные (фрактальные) свойства сейсмического процесса и среды, в которой он протекает. К ним, в частности, относятся закон Гутенберга — Рихтера о скейлинговой зависимости частоты повторяемости от энергетического класса землетрясения и закон Кнопова — Когана для распределения интервалов времени между сейсмическими событиями. И, тем не менее, освоение новой парадигмы даже в сейсмологии идет довольно трудно [Стаховский, 2007; Геншафт, 2009]. В еще большей степени это относится к геоэлектрике: имеется не так много работ, касающихся особенностей распространения электромагнитных возмущений во фрактальных средах, в частности, фрактального подхода к электроразведке гетерогенных сред [Потапов, 2000; Филатов, 2002; Балханов, Бакшуев, 2007; Балханов и др., 2009]. По этой причине представляется естественным и актуальным сосредоточить внимание на вопросах электродинамики фрактальных сред, в частности, распространении электромагнитных волн во фрактальной диэлектрической среде с потерями и переходном фрактальном рассеивании, важных с точки зрения геоэлектрических приложений. Автор надеется, что эти вопросы, помимо их самостоятельного интереса, позволят также лучше понять особенности обычной электродинамики сплошных сред, позволяя взглянуть на нее как бы со стороны.

Вопросы электродинамики фрактальных сред. Как известно, исследование излучения, распространения и рассеяния электромагнитных волн во фрактальных средах привело к появлению нового направления в классической электродинамической теории — фрактальной электродинамики, объединяющей фрактальную геометрию и теорию электромагнетизма [Болотов, 2002; Боголюбов и др., 2009;

Тарасов, 2011]. Ее предмет составляет изучение электромагнитных процессов в пространстве, заполненном веществом с фрактальной структурой. К фрактальным структурам, как уже упоминалось, относят фрактальные кластеры, фрактальные поверхности, перколяционные кластеры и другие образования, наблюдаемые в экспериментах [Болотов, 2002].

Без преувеличения можно сказать, что фрактальные формы присущи большому числу процессов и структур. К примеру, фрактальную структуру имеет фронт просачивающейся сквозь случайную пористую среду жидкость, области концентрации напряжений в геосреде и т. д. Трудности электродинамического описания таких сред обусловлены зависимостью их макроскопических электромагнитных параметров (диэлектрической и магнитной проницаемостей, проводимости) от рассматриваемого объема, делает невозможным применение стандартной модели сплошной среды, в которой они определяются однозначно для физически бесконечно малых объемов.

Электродинамика фрактальных сред также оперирует физическими величинами, усредненными, однако, по "физически бесконечно малым" фрактальным элементам объема. В итоге ключевым элементом здесь является процедура усреднения, построение которой называется возможным с использованием фрактальных и мультифрактальных мер [Болотов, 2002; Боголюбов и др., 2009]. Существует несколько направлений в развитии математического аппарата электродинамики фрактальных сред. При этом все они основаны на фрактальных (канторовых) мерах. В частности, вводят в рассмотрение дробное интегродифференцирование или используют аппарат обобщенных функций, построение которых опирается на структуру множества Кантора [Болотов, 2002; Боголюбов и др., 2009]. Фундаментальным результатом здесь является тот факт, что эволюция фрактальных систем описывается интегродифференциальными уравнениями нецелого порядка [Нигматуллин, 1992]. Как известно, дробное интегродифференциальное исчисление позволяет учесть эффекты пространственной и временной нелокальности в качестве единого математического формализма. Заметим, однако, что обычно используемое в электродинамике предположение о принадлежности функций диэлектрической проницаемости $\epsilon(\mathbf{r})$, магнитной проницаемости $\mu(\mathbf{r})$ и проводимости $\sigma(\mathbf{r})$ к классу Липшица — Гельдера не позволяет непосредственно в урав-

нениях Максвелла заменить обычные производные на дробные производные Римана — Лиувилля [Нигматуллин, 1992; Боголюбов и др., 2009; Потапов, 2009].

Кратко остановимся на одном из первых способов введения дробного интегродифференцирования в уравнения электродинамики материальных сред [Боголюбов и др., 2009; Потапов, 2009]. Здесь получена система уравнений Максвелла в дробных производных:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \mathbf{E} &= -\frac{1}{\tau} \partial_{0t}^{\alpha} \mathbf{B}, \\ \operatorname{rot} \mathbf{H} &= \mathbf{j} + \frac{1}{\tau} \partial_{0t}^{\alpha} \mathbf{D}, \\ \operatorname{div} \mathbf{B} &= 0, \quad \operatorname{div} \mathbf{D} = \rho, \end{aligned} \quad (1)$$

где τ — некоторое характерное время процесса, $\partial_{0t}^{\alpha} y(t)$ — регуляризованная дробная производная (оператор Капуто):

$$\partial_{0t}^{\alpha} y(t) = \operatorname{sign}^n(t-s) D_{st}^{\alpha-n} \frac{d^n y(t)}{dt^n},$$

$$n-1 < \alpha \leq n, \quad n = N,$$

$D_{st}^{\alpha} y(t)$ — оператор дробного интегродифференцирования Римана — Лиувилля порядка $\alpha \in R$ с началом в точке s :

$$D_{st}^{\alpha} y(t) = \begin{cases} \frac{\operatorname{sign}(t-s)}{\Gamma(-\alpha)} \int_s^t \frac{y(t') dt'}{|t-t'|^{\alpha+1}}, & \alpha < 0, \\ y(t), & \alpha = 0, \\ \operatorname{sign}^n(t-s) \frac{d^n}{dt^n} D_{st}^{\alpha-n}(t), & \end{cases}$$

$n-1 < \alpha \leq n, n \in N$, $\Gamma(x)$ — гамма-функция Эйлера, t — безразмерное (отнесенное к τ) время.

Вводя вектор-потенциал \mathbf{A} и скалярный потенциал φ

$$\mathbf{B} = \operatorname{rot} \mathbf{A}, \quad \mathbf{E} = -\frac{1}{\tau} \partial_{0t}^{\alpha} \mathbf{A} - \nabla \varphi$$

и используя калибровку

$$\operatorname{div} \mathbf{A} + \frac{\varepsilon \varepsilon_0 \mu \mu_0}{\tau} \partial_{0t}^{\alpha} \varphi = 0,$$

стандартным путем приходим к следующим уравнениям для потенциалов \mathbf{A} и φ [Потапов, 2009]:

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{A} - \frac{\varepsilon \mu}{(c\tau)^2} \partial_{0t}^{2\alpha} \mathbf{A} &= -\mu \mu_0 \mathbf{j}, \\ \Delta \varphi - \frac{\varepsilon \mu}{(c\tau)^2} \partial_{0t}^{2\alpha} \varphi &= -\frac{\rho}{\varepsilon \varepsilon_0}, \end{aligned} \quad (2)$$

где $c = 1/\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$ — скорость света в вакууме. Эти уравнения, получившие название диффузионно-волновых, представляют собой уравнения с изменяющимся типом. При $\alpha = 1$ они принадлежат к гиперболическому типу, при $\alpha = 1/2$ — к параболическому. При этом феноменологический параметр α учитывает влияние фрактальных свойств движения зарядов в среде на создаваемое электромагнитное поле.

Как известно, перемена типа дифференциального уравнения принципиально меняет свойства его решений. Одно из наиболее существенных отличий связано с различным характером распространения локальных возмущений. В частности, уравнения гиперболического типа, в отличие от параболического, допускают разрывные (фронтальные) решения. Далее, с уменьшением α происходит затухание электромагнитных волн, причем при $\alpha < 1/2$ затухание имеет степенную асимптотику, свойственную для фрактальных сред [Боголюбов и др., 2009; Потапов, 2009]. Таким образом, электромагнитное поле в этом случае обладает особенностями, не имеющими аналогов в обычной электродинамике сплошных сред: существование дробно-степенных асимптотик (дробно-степенных хвостов у решений уравнений этого типа) [Нигматуллин, 1992; Тарасов, 2009]. Соответственно, электромагнитные поля во фрактальных средах в общем случае демонстрируют дробно-степенную релаксацию. Коснемся теперь смысла полей, входящих в уравнение Максвелла. Как известно, большинство авторов исходят из постулата Розенфельда, в соответствии с которым определение полей \mathbf{E} или \mathbf{B} однозначно следует из выражения для силы Лоренца:

$$\mathbf{F} = e\mathbf{E} + e[\mathbf{v} \times \mathbf{B}].$$

Безусловно, это верно для вакуума, но не применимо в случае конденсированных сред [Виноградов, 2002]. При движении в среде частица поляризует среду и теряет энергию, что приводит к дополнительной силе, которая, в свою очередь, зависит от вида материальных уравнений. Последние же зависят от определения полей. В итоге определение полей **E** и **B** посредством силы Лоренца возможно только после определения полей [Виноградов, 2002].

По мнению А. П. Виноградова, возможен другой, более последовательный путь определения полей, связанный с определением граничных условий, справедливость которых может быть установлена экспериментально или с помощью микроскопической теории, описывающей структуру приповерхностного переходного слоя — метод полости. Поле внутри полости равно **E** (**H**), если полость вытянута вдоль силовых линий поля. Если же полость сплюснута, поле равно **D** (**B**). Последнее обстоятельство — следствие максвелловских граничных условий. Следовательно, если предположить справедливость максвелловских граничных условий, то имеем метод измерения полей.

Метод полости для определения макроскопических полей непротиворечив, причем задание граничных условий является необходимым и достаточным условием решения этой проблемы [Виноградов, 2002].

Заметим далее, что материальные уравнения обычно вводятся как соотношения, дополняющие уравнение Максвелла до замкнутой системы уравнений. Их физический смысл состоит в том, что они описывают реакцию среды на внешнее электромагнитное воздействие. При этом последовательное определение диэлектрической и магнитной проницаемостей подразумевает однозначное разбиение индуцированного тока в среде на части, одна из которых ответственна за электрическую поляризацию, а другая — за намагничивание. Однако в среде, как правило, присутствуют флуктуации материальных свойств различных масштабов. В итоге ток в данной точке среды может давать вклад в электрическую поляризацию на одном масштабе усреднения и в намагничивание на другом [Виноградов, 2002]. В этом смысле вопрос о многообразии материальных уравнений остается в известной степени открытым для сред с фрактальной структурой. К тому же, как правило, не известны сколь-нибудь продвинутые статистические характеристики фрактальных структур [Зоси-

мов, Лямшев, 1995], хотя для реальных сред самоподобие и следует понимать в статистическом смысле. Самоподобие и свободная масштабированность фрактальных структур означает, что для них, вообще говоря, отсутствуют какие-либо внутренние характерные масштабы. Однако в реальных фрактальных средах, как правило, имеется некоторый максимальный масштаб, ограничивающий область фрактального поведения.

В рассматриваемом контексте обратим внимание еще на одно важное обстоятельство. В ряде работ утверждается, что ключевым параметром для описания взаимодействия излучения и вещества является показатель преломления. Как известно, в случае поглощающей, но не магнитной среды роль показателя преломления играет величина

$$\sqrt{\tilde{\epsilon}} = n + i\gamma,$$

где $\tilde{\epsilon} = \epsilon - i\sigma/\omega$ — комплексная диэлектрическая проницаемость. Однако для широкого спектра сред понятие "показатель преломления" вообще не имеет к ним непосредственного отношения. Взаимодействие излучения и вещества, вообще говоря, задается, как известно, параметрами материальных уравнений, т. е. проницаемостями, тогда как показатель преломления описывает изменение фазы волны весьма частного вида поля — плоской монохроматической бегущей электромагнитной волны. Но в неоднородной среде нет бегущих волн — волны являются стоячими [Раутиан, 2008]. В лучшем случае здесь можно говорить о его локальном значении в какой-то определенной точке среды или о некоем его эффективном значении в рамках какой-то аналогии с континуальной средой.

Остановимся далее на двух характерных примерах применения аппарата фрактальной электродинамики к решению задач, актуальных с точки зрения геоэлектрических приложений. Первый из них касается распространения электромагнитных возмущений в диэлектрической среде с потерями [Тарасов, 2009], а второй — переходного фрактального рассеивания (излучения), сопутствующего переходным фрактальным процессам в геосреде [Болотов, 1998; 2002]. Эти примеры, очевидно, имеют и методический интерес: активное применение дробных интегралов и производных сдерживается отсутствием у них прозрачной физической интерпретации. Их четкая физическая трактовка несомненно способствовала бы

расширению их геоэлектрических приложений.

О распространении электромагнитных волн во фрактальной диэлектрической среде с потерями. Простой пример, который может дать новый взгляд на электромагнитные процессы, относится к динамике электромагнитного поля в диэлектрической среде с потерями, восприимчивость χ которой в широком диапазоне частот удовлетворяет дробно-степенной зависимости. В литературе неоднократно обращалось внимание на сложную природу коэффициента пропорциональности в простом линейном уравнении

$$\mathbf{P}(\mathbf{r}) = \varepsilon_0 \chi_e \mathbf{E}(\mathbf{r}) = \varepsilon_0 (\varepsilon_r - 1) \mathbf{E}(\mathbf{r}), \quad (3)$$

где $\mathbf{P}(\mathbf{r})$ — плотность поляризации, $\chi_e(\omega) = \chi_e'(\omega) - i\chi_e''(\omega)$ — диэлектрическая восприимчивость, $\varepsilon_r = \varepsilon_r' - i\varepsilon_r''$ — относительная диэлектрическая проницаемость, $\varepsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12}$ Ф/м — диэлектрическая постоянная [Ландау, Лившиц, 1959; Кинг, Смит, 1984 и др.].

Как свидетельствует эксперимент, для большинства материальных сред диэлектрическая восприимчивость в широкой частотной области соответствует скорее дробно-степенному закону, называемому универсальным ответом, а не классическому дебаевскому поведению, редко наблюдаемому экспериментально [Тарасов, 2009]. В частности, эта закономерность установлена для биполярных сред вне области частот максимальных потерь и в средах, поляризация которых является результатом перемещений ионных или электронных носителей зарядов. В итоге для широкого класса сред можно записать [Тарасов, 2009]

$$\chi_e(\omega) = \chi'(\omega) - i\chi''(\omega),$$

$$\chi'(\omega) \sim \omega^{n-1}, \quad \chi''(\omega) \sim \omega^{n-1}$$

для $\omega \gg \omega_p$,

$$\chi'(0) - \chi'(\omega) \sim \omega^m, \quad \chi''(\omega) \sim \omega^m$$

для $\omega \ll \omega_p$, (4)

где ω_p — частота максимальных потерь, $\chi'(0)$ — статическая поляризация, $0 < n, m < 1$.

Следовательно, для низкочастотной области спектра $\omega \ll \omega_p$ дробно-степенная зависимость χ_e может быть записана в виде [Та-

расов, 2009].

$$\tilde{\chi}_e(\omega) = \tilde{\chi}(0) - \chi_\beta (i\omega)^\beta, \quad 0 < \beta < 1 \quad (5)$$

с некоторыми положительными константами $\tilde{\chi}(0)$, $\tilde{\chi}(\omega)$, $\beta = m$.

Теперь, следуя [Тарасов, 2009], для плотности поляризации $\mathbf{P}(\mathbf{r}, t)$ приходим к соотношению

$$\mathbf{P}(\mathbf{r}, t) = \varepsilon_0 \chi(0) \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) - \varepsilon_0 \chi_\beta (D_t^\beta \mathbf{E})(\mathbf{r}, t), \quad 0 < \beta < 1, \quad (6)$$

где D_t^β — преобразование Фурье дробной производной Лиувилля:

$$D_t^\beta f(t) = \frac{1}{\Gamma(k-\beta)} \frac{\partial^k}{\partial t^k} \int_{-\infty}^t \frac{f(t') dt'}{(t-t')^{\beta-k+1}},$$

$$k-1 < \beta < k.$$

Далее, используя классические уравнения Максвелла:

$$\text{rot } \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = -\frac{\partial \mathbf{B}(\mathbf{r}, t)}{\partial t},$$

$$\text{rot } \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \mu_0 \left[\mathbf{I}(\mathbf{r}, t) + \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} \right],$$

$$\text{div } \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \varepsilon_0^{-1} \rho(\mathbf{r}, t),$$

$$\text{div } \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = 0, \quad (7)$$

где среда немагнитная, $\mathbf{I}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{j}(\mathbf{r}, t) + \frac{\partial \mathbf{P}(\mathbf{r}, t)}{\partial t}$, стандартным путем приходим к следующим уравнениям для электрического поля $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ и индукции $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$ в среде

$$\varepsilon_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{P}(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} + \frac{1}{\mu} \times$$

$$\left(\text{grad div } \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) - \nabla^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) + \frac{\partial \mathbf{j}(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} \right) = 0,$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{B}(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} = \frac{1}{\varepsilon \mu_0} \nabla^2 \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) + \frac{1}{\varepsilon_0} \frac{\partial}{\partial t} \operatorname{rot} \mathbf{P}(\mathbf{r}, t) + \frac{1}{\varepsilon_0} \operatorname{rot} \mathbf{j}(\mathbf{r}, t). \quad (8)$$

Принимая во внимание, что в области низких частот ($\omega < \omega_p$) $\mathbf{P}(\mathbf{r}, t)$ и $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ связаны соотношением (6), можно записать [Тарасов, 2009]

$$\frac{1}{V_\beta^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} - \frac{a_\beta}{V_\beta^2} \left(D^{2+\beta} \mathbf{E} \right) + \left(\operatorname{grad} \operatorname{div} \mathbf{E} - \nabla^2 \mathbf{E} \right) = -\mu \frac{\partial \mathbf{j}}{\partial t}, \quad 0 < \beta < 1,$$

$$\frac{1}{V_\beta^2} \frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial t^2} - \frac{a_\beta}{V_\beta^2} \left({}_0 D_t^{2+\beta} \mathbf{B} \right) - \nabla^2 \mathbf{B} = \mu_0 \operatorname{rot} \mathbf{j}, \quad 0 < \beta < 1, \quad (9)$$

где $V_\beta^2 = \frac{1}{\varepsilon_0 \mu_0 [1 + x(0)]}$, $a_\beta = \frac{x_\beta}{1 + x(0)}$, $D_t^{2+\beta}$ — дробная производная Римана — Лиувилля на полуоси $[0, \infty]$.

Заметим, что параметр $\beta = m$ определяет показателем m , фигурирующим в (4), и подлежит экспериментальному определению.

Полученные таким образом уравнения (9) относятся к классу дробных дифференциальных уравнений. Важное свойство процесса, описываемого уравнением такого типа, — его дробно-степенное затухание, обусловленное существованием дробно-степенных "хвостов" у их решений [Нигматуллин, 1992; Тарасов, 2009].

Другой важный аспект проблемы — уравнения (9) предсказывают скорость распространения электромагнитного процесса, отличающуюся от предельной скорости распространения сигналов $V_0 = \sqrt{1/\varepsilon_0 \mu_0}$. Как известно, для сред с дисперсией становится необходимым введение понятий фазовой и групповой скорости распространения сигнала, скорости распространения энергии и фронта импульса [Гинзбург, 1967; Вайнштейн, 1976; Шуман, 2000].

Электромагнитное излучение литосферы, сопровождающее переходные фрактальные процессы. Как уже отмечалось [Шу-

ман, 2010а, б], неравновесность, нелинейность, неустойчивость реальной структуры геосреды — основные предпосылки или исходные принципы, на которых строится теория спонтанной электромагнитной эмиссии литосферного происхождения. При этом восходящие потоки легких газов (водород, гелий и др.) могут выступать в качестве основного фактора, контролирующего текущую неустойчивость литосферы и стимулирующего обмен энергией между отдельными элементами или подсистемами геосреды. Эти представления положены И. Л. Гуфельдом в основу физико-химической модели сейсмичности (концепция динамической неустойчивой среды [Гуфельд, 2007]). На энергетических потоках в таких системах возможно возникновение статических, пульсирующих или бегущих областей концентрации флюида, которые получили название автоволн, подчеркивая таким образом тот факт, что их характеристики (форма, скорость распространения и др.) определяются, в основном, параметрами геосреды.

Изменение структуры напряженно-деформированного состояния и механических свойств (в частности, проницаемости) разломных зон в результате деформаций, вызванных блоковыми движениями, в свою очередь определяют вариации флюидодинамического режима, тепловых и эманационных потоков из недр, режима релаксационных процессов, условия разделения электрических зарядов и нарушения токовых систем [Спивак и др., 2009]. Очевидно, электродинамика такой самоподобной самоорганизующейся структуры оказывается тесно связанной с ее механикой, флюидодинамикой и термодинамикой. В частности, с фронтом концентрации флюида может быть связано формирование и распространение фронта волны (автоволны) комплексной диэлектрической проницаемости или, точнее, волны тензора комплексной диэлектрической проницаемости с учетом неоднородностей и трехмерного характера структуры за счет образования, раскрытия и закрытия трещин, изменения структуры порового пространства, перераспределением в нем флюидной компоненты, изменения порового давления и, как следствие, изменение электропроводности и диэлектрической проницаемости среды.

Как известно, если в течение некоторого промежутка времени система электрических зарядов испытывает перестройку (параметры системы изменяются), то в течение этой перестройки система неизбежно излучает электро-

магнитные волны [Болотов, 1998]. В частности, волны комплексной диэлектрической проницаемости, рассеивающиеся на отдельных зарядах, ступках зарядов, электрических диполей и других рассеивателях, содержащихся в среде (или появляющихся в ней в процессе ее деформирования), порождают электромагнитные, а в принципе, и другие типы волн [Гинзбург, Цытович, 1984]. Важно, что изменение параметров геосреды могут быть очень быстрыми. Энергия дегазации может быстро перемещаться вдоль шовных зон и глубинных разломов, быстро концентрироваться и высвобождаться со скоростью взрывной или даже детонирующей волны (взрывной распад гелия и водорода при сбросе давления в зоне разлома [Гуфельд, 2007; Вол, Пилат, 2006]).

В геофизических приложениях концепция рассеивания и излучения волн фрактальными структурами в процессах перестройки структуры пород впервые получила распространение в сейсмологии. В частности, одна из моделей касается вопроса генерации сейсмоакустической эмиссии, источниками которой являются фронты переупаковки пород, которые могут описываться моделью перколяции в градиенте концентрации флюида [Гийон и др., 1991; Мухамедов, 1992; Зосимов, Лямшев, 1995]. При этом критическое состояние на фронте возникает самопроизвольно при внешних энергетических воздействиях на среду, обуславливающих возникновение фронта деформаций. Согласно [Мухамедов, 1992], модель фронта градиентной перколяции позволяет дать физическую интерпретацию наблюдаемых параметров высокочастотного сейсмоакустического шума как неравновесного самоорганизованного критического процесса.

Что касается электродинамической стороны вопроса, то эффект переходного рассеяния хорошо изучен при изменении диэлектрической проницаемости во времени по периодическому закону. Его исследованию посвящена обширная литература [Гинзбург, Цытович, 1984]. В большинстве опубликованных работ этого цикла обычно изучается частотный спектр и угловое распределение переходного излучения. Показано, что оно сосредоточено в некотором "конусе", зависящем от угла излучения между волновым вектором \mathbf{k} и скоростью \mathbf{v} заряда. При этом \mathbf{v} — скорость, с которой движется фронт волны диэлектрической проницаемости [Гинзбург, Цытович, 1984]. Геоэлектрический аспект проблемы изложен в работах [Шуман, Богданов, 2008; Шуман, 2010а, б, в].

В рассматриваемом аспекте большой интерес вызывает переходное фрактальное рассеяние, связанное с фрактальностью электродинамических структур [Болотов, 1998; 2002]. В работе [Болотов, 2002] вместо обычно анализируемого изменения диэлектрической проницаемости ϵ по гармоническому закону

$$\epsilon = \epsilon_0 + \epsilon_1 \cos(\mathbf{k}_0 \mathbf{r} - \omega_0 t) \quad (10)$$

рассмотрена задача переходного рассеивания всплеска диэлектрической проницаемости $\epsilon(\mathbf{r}, t)$ вида

$$\epsilon(\mathbf{r}, t) = \epsilon_0 + \epsilon_1 \gamma_\xi(\mathbf{k}_0 \mathbf{r} - \omega_0 t) \quad (11)$$

на покоящемся заряде. Здесь ϵ_0 — невозмущенная диэлектрическая проницаемость среды, в которой находится заряд; ϵ_1 — изменение ϵ , обусловленное прохождением волнового фронта; ω_0 и \mathbf{k}_0 — частота и волновой вектор расходящейся от заряда электромагнитной волны; γ_ξ — функция диссипативного всплеска, основная особенность которой — связь ее фурье-представления с множеством Кантора. Функция Кантора — это ограниченная (сверху и снизу) монотонная неубывающая функция, постоянная на удаленных из отрезка $[0, 1]$ интервалах и меняющаяся скачком в точках Канторова дисконтинуума ("чертова лестница") [Болотов, 1998; 2002].

Такой достаточно сложный вид диэлектрической проницаемости может формироваться, например, ударными волнами в рассматриваемой среде (фронтами переупаковки пород), распространяющимся фронтом концентрации флюидной фазы и др.

Очевидно, физическая картина может быть представлена следующим образом. Внедрение флюида порождает растущий перколяционный кластер, расширение которого происходит нерегулярно, скачками. В результате продвижения фронта внедрения в пористой среде (эволюции перколяции внедрения) и возникает сейсмоакустический и электромагнитный "шум".

Если рассеянные волны для конкретности считать поперечными (по отношению к вектору \mathbf{k}), то их поле, в отличие от классического решения для всплеска (10) [Гинзбург, Цытович, 1984], содержит в качестве множителя не δ -функцию $\delta(\omega - \mathbf{k}\mathbf{v})$, а обобщенную функцию Кантора $\Delta_\xi \left(\frac{\omega}{\omega_0} + \frac{1}{2} \right)$, которую можно выразить через обратное преобразование Фурье [Болотов, 2002]:

$$F^{-1}[e^{ik/2} \gamma_\xi(k)] = 2\pi \Delta_\xi.$$

Это указывает на то, что излучение происходит в некотором достаточно широком диапазоне частот, определяемых обобщенной функцией Кантора.

Таким образом, диссипативный всплеск диэлектрической проницаемости вида (11) при рассеянии на покоящемся заряде формирует широкодиапазонный фрактальный спектр электромагнитного излучения, частоты которого сосредоточены в точках множества Кантора [Болотов, 2002]. Сама же структура спектра колебаний определяется масштабами, ограничивающими диапазон проявления фрактальных свойств среды и значением спектральной размерности. Заметим, однако, что распространяющийся фрактальный фронт всплеска диэлектрической проницаемости является недифференцируемым и, вообще говоря, не имеет нормали. По этой причине становятся проблематичными или исключаются вообще такие привычные понятия, как "лучевая траектория" или "лучевая оптика". Тем не менее, переходное фрактальное рассеяние, являющееся, очевидно, одним из источников широкополосного электромагнитного излучения, регистрируемого в геофизическом эксперименте, может быть использовано для диагностики хаотической динамики геосреды, решения других актуальных задач геологии и геофизики. Очевидна также общность и взаимосвязь процессов генерации и распространения сейсмоакустического и электромагнитного шумов литосферного происхождения, который возникает в результате продвижения в геосреде фронта внедрения глубинного флюида, представляющего собой сложную открытую энергетически концентрированную систему, постоянно меняющую свои состав и свойства.

Имеются ли прямые экспериментальные свидетельства в пользу обоснования предложенной И. Л. Гуфельдом концепции динамически неустойчивой геосреды? Очевидно, ответ должен быть положителен, хотя, разумеется, в проблемах планетарной дегазации Земли следует учитывать ряд существенных обстоятельств, отличающих поведение горных пород в естественном залегании от лабораторных экспериментов на их образцах [Гуфельд, 2007; Гуфельд, Матвеева, 2011]. В рассматриваемом контексте следует упомянуть также результаты исследований по генерации акустической эмиссии при разрушении насыщенного водородом металлического образца, выполненные Gannelli G., Cantelli R., Corsero A. (Phys. Rev. Lett. 70. 3923, 1993), приведенные

в обзоре [Зосимов, Лямшев, 1995]. Насыщение образца водородом осуществлялось при высокой температуре, а его разрушение (образование микротрещин) происходило в результате охлаждения. Установлено распределение амплитуд импульсов акустической эмиссии вида

$$N = A^{-0,9},$$

причем такая зависимость выполнялась на интервале амплитуд более чем в два порядка.

Закключение. В настоящее время явно ощущается недостаточность традиционных геоэлектрических моделей, касающихся геосреды, хотя, очевидно, сама по себе теория электромагнитных процессов в ней и ее электродинамического описания богата глубокими результатами и развитым теоретическим аппаратом. В частности, стало очевидным, что достаточно полное описание процессов генерации и распространения возмущений, их взаимодействия со средой невозможно согласно формулам, полученным на основе представлений об электромагнитном отклике в пространстве целочисленной меры и гладких функций. Фрактальные модели качественно меняют подходы и методы их анализа. Имеются весомые аргументы в пользу того, что результативность электромагнитных зондирующих систем может быть значительно повышена благодаря учету фрактальности свойств и волновых явлений в геосреде на всех этапах генерации, распространения и рассеивания электромагнитных возмущений в ней. Фрактальные модели среды (и процесса) дают возможность подвести физическую основу под эти подходы. В рассматриваемом контексте актуально построение теории фрактальной электродинамики, предмет которой составляет изучение электромагнитных процессов в средах с фрактальной структурой.

С точки зрения геоэлектрических приложений представляет интерес также теория переходного рассеивания диссипативного всплеска диэлектрической проницаемости на покоящемся заряде, сгустках зарядов или диполей, имеющих в геосреде. Важное методическое значение имеет то обстоятельство, что электромагнитные поля в диэлектриках и диэлектриках с потерями, восприимчивость которых в широкой частотной области удовлетворяет дробно-степенному закону, описываются дифференциальными уравнениями с производными нецелого порядка по времени. Существенно, что физическая интерпретация дробных интегралов и производных может быть связана с фрактальными свойствами среды. Фракталы

заставляют пересмотреть традиционные взгляды на геометрические свойства объектов в геосреде, а динамический хаос вносит существенные изменения в понимание того, как эти объекты могут вести себя во времени. При этом применение фрактальных моделей отнюдь не

сводится к перефразировке или переформулированию известных положений на новый язык, а дает возможность прийти к новым самостоятельным и плодотворным с точки зрения геоэлектрических приложений концепциям и идеям.

Список литературы

- Балханов В.К., Башкуев Ю.Б.* Распространение электромагнитных волн во фрактальных средах. — file://F\Medem.kiev.ua./Page.php%13Fpid%3d511—2007.
- Балханов В.К., Башкуев Ю.Б., Ангархаева Л.Х.* Фрактальные спектральные характеристики скин-слоя и модуля поверхностного импеданса // Электромагнитные волны и электронные системы. — 2009. — № 4. — С. 45—48.
- Боголюбов А.Н., Потапов А.А., Рехвиашвили С.М.* Способ введения дробного интегро-дифференцирования в классической электродинамике // Вест. Моск. ун-та, сер. 3. Физика и астрономия. — 2009. — № 4. — С. 9—15.
- Болотов В.Н.* Обобщенная функция Кантора и переходное фрактальное рассеяние // Журнал техн. физики. — 2002. — 72, вып. 2. — С. 8—15.
- Болотов В.Н.* Переходное фрактальное излучение // Электромагнитные явления. — 1998. — 1, № 1. — С. 74—77.
- Ванштейн Л.А.* Распространение импульсов // Успехи физических наук. — 1976. — 118, вып. 2. — С. 339—367.
- Виноградов А.П.* К вопросу о форме материальных уравнений в электродинамике // Успехи физических наук. — 2002. — 172, № 3. — С. 363—370.
- Вол А., Гилат А. (Л.)* Первичные водород и гелий как источники энергии землетрясений // Генезис углеводородных флюидов и месторождений / Отв. ред. А. Дмитриевский, Б. Валяев. — Москва: ГЕОС, 2006. — С. 160—166.
- Геншафт Ю.С.* Земля — открытая система: геологические и геофизические следствия // Физика Земли. — 2009. — № 8. — С. 4—12.
- Гийон Э., Митеску К.Д., Юлен Ж.-П., Ру С.* Фракталы и перколяция в пористой среде // Успехи физических наук. — 1991. — 161, № 10. — С. 121—128.
- Гинзбург В.Л.* Распространение электромагнитных волн в плазме. — Москва: Наука, 1967. — 683 с.
- Гинзбург В.Л., Цытович В.Н.* Переходное излучение и переходное рассеяние (некоторые вопросы теории). — Москва: Наука, 1984. — 360 с.
- Гуфельд И.Л.* Сейсмический процесс. Физико-химические аспекты. — Королев: ЦНИИМам, 2007. — 160 с.
- Гуфельд И.Л., Матвеева М.И.* Барьерный эффект дегазации и деструкция земной коры // Докл. РАН. — 2011. — 438, № 2. — С. 253—257.
- Зосимов В.В., Лямшев Л.М.* Фракталы в волновых процессах // Успехи физических наук. — 1995. — 165, № 4. — С. 362—401.
- Кинг Р., Смит Г.* Антенны в материальных средах. В 2-х кн. — Москва: Мир, 1984. — 822 с.
- Лангау А.Д., Лифшиц Е.М.* Электродинамика сплошных сред. — Москва: Наука, 1959. — 532 с.
- Мухамедов В.А.* О фрактальных свойствах высокочастотного сейсмического шума и механизмах его генерации // Физика Земли. — 1992. — № 3. — С. 39—49.
- Нигматуллин Р.Р.* Дробный интеграл и его физическая интерпретация // Теоретическая и математическая физика. — 1992. — 90, № 3. — С. 354—368.
- Николаев А.В.* Развитие методов нелинейной геофизики // Электронный научно-информационный журнал "Вестник ОГПТГ РАН". — 2002. — № 1 (20).
- Потапов А.А.* Фракталы в дистанционном зондировании // Успехи современной радиоэлектроники. — 2000. — № 6. — С. 3—65.
- Потапов А.А.* Современное состояние радио-

- физических применений фракталов, дробных операторов и скейлинга // Сб. докл. III Всерос. конф. "Радиолокация и радиосвязь". — ИРЭ РАН (26—30 окт. 2009 г., Москва). — Москва: ИРЭ РАН, 2009. — С. 842—876.
- Раутиан С.Г.* Об отражении и преломлении на границе среды с отрицательной групповой скоростью // Успехи физических наук. — 2008. — **178**, № 10. — С. 1017—1024.
- Саговский М.А.* Геофизика и физика взрыва. Избр. тр. / Отв. ред. В.В. Адушкин. — Москва: Наука, 2004. — 440 с.
- Смирнов Б.М.* Излучательные процессы с участием фрактальных структур // Успехи физических наук. — 1993. — **163**, № 7. — С. 50—63.
- Спивак А.А., Кишкина С.Б., Харламов В.А.* Прецессионные движения структурных блоков земной коры // Докл. РАН. — 2009. — **426**, № 6. — С. 813—815.
- Стаховский И.Р.* Самоподобная сейсмогенерирующая структура земной коры: обзор проблемы и математическая модель // Физика Земли. — 2007. — № 12. — С. 35—47.
- Тарасов В.Е.* Дробные интегро-дифференциальные уравнения для электромагнитных волн в диэлектрических средах // Теор. и мат. физика. — 2009. — **158**, № 3. — С. 419—424.
- Тарасов В.Е.* Модели теоретической физики с интегро-дифференцированием дробного порядка. — Москва: РХД, 2011. — 568 с.
- Филатов В.В.* Электродинамика гетерогенных сред в обратных задачах импульсной электроразведки (фрактальный подход и линеаризация): Автореф. дисс. ... д-ра физ.-мат. наук. — Новосибирск, 2002. — 36 с.
- Шуман В.Н.* Скоростные характеристики электромагнитных импульсов в средах с дисперсией // Геофиз. журн. — 2000. — **22**, № 6. — С. 108—120.
- Шуман В.Н., Богданов Ю.А.* Электромагнитная эмиссия литосферы: пространственная структура и возможные механизмы генерации // Геофиз. журн. — 2008. — **30**, № 6. — С. 39—50.
- Шуман В.Н.* Электродинамика геосреды и методы геоэлектрики // Геофиз. журн. — 2010а. — **32**, № 2. — С. 28—42.
- Шуман В.Н.* Концепция динамически неустойчивой геосреды и сейсмоэлектромагнитный шум литосферы // Геофиз. журн. — 2010б. — **32**, № 6. — С. 101—118.
- Шуман В.Н.* Электромагнитная эмиссия литосферы: новые экспериментальные результаты и анализ проблемы // Геоинформатика. — 2010в. — № 4. — С. 79—93.