УДК 550.830

Математические основы системного анализа геолого-геофизических данных

© А. И. Кобрунов, 2012

Ухтинский государственный технический университет,
Ухта, Россия

Поступила 24 октября 2011 г.

Представлено членом редколлегии В. И. Старостенко

Логічний формалізм під час спільного аналізу комплексу геолого-геофізичних даних необхідний для розробки технологій вивчення складнопобудованих геологічних середовищ геофізичними методами. Він може бути створений на засадах принципів системного аналізу, який містить визначення: змісту досліджуваних фізико-геологічних моделей; зв'язків між параметрами всередині змістовної моделі та компонентами інших фізико-геологічних моделей; ланцюжка операторних відображень компонент моделі у спостережувані геофізичні дані. Побудову системи змістовних взаємоузгоджуваних фізико-геологічних моделей досліджуваних середовищ реалізовано методом системної інверсії, до якого входять: декомпозиція задачі системної інверсії на підзадачі, що отримані декомпозицією; апроксимаційні, критеріальні та еволюційно-динамічні постановки задач інверсії. Синтез забезпечено збіжністю розв'язків часткових задач до системи взаємоузгоджуваних моделей відносно введених критеріїв оптимальності.

Logical formalism of the joint analysis of the complex of geological-geophysical data is needed to create technologies of the study of intricately structured geophysical media using geophysical methods. It can be created based on the principles of systemic analysis, which includes the definition: of the composition of the considered physical geological models; relationship between parameters within the content model and other components of the physical and geological models, the chain of the operator maps of the components of the model into observed geophysical data. Plotting a system of meaningful interconnected physical-geological models of the investigated media is realized by the method of systemic inversion, comprising: decomposing the problem of systemic inversion into sub-problems: iterative solving of each of them. Synthesis is provided by the convergence of solutions of particular problems to a system of interrelated models as to introduced optimality criteria.

> XX век можно с несомненностью трактовать как век становления и развития отдельных геофизических методов, а также век определяющей роли человека в интерпретационном процессе. В XX веке фактически не была построена эффективная, единая теория интерпретации комплекса геофизических данных. На долю XXI века выпадают две важнейшие миссии:
>
> I) создание единой (общей) теории интерпретации геофизических данных ...
>
> II) создание логического формализма и компьютерных технологий автоматической интерпретации данных геофизических исследований ...
>
> *Страхов В.Н. из книги "Развитие гравиметрии и магнитометрии в XX веке" [Страхов, 1997]*

Введение. В работе рассматривается логический формализм и математическая модель задачи совместного анализа системы геолого-геофизической информации, направленной на изучение сложно построенных, многопараметрических и многокомпонентных моделей сред. Дальнейшее продвижение на пути повышения эффективности геологоразведочных и, в частности, геофизических работ связано с переходом к методам совместного анализа геолого-геофизических данных. Это хорошо известное утверждение, справедливость которого связана с характерной для современного этапа развития геофизики стадией исчерпания интерпретационных возможностей монометодов. Попытки "выжать" из наблюдаемых полей более того, что заложено в физических предпосылках монометодов и поддается физико-математическому моделированию непродуктивны и принимают зачастую далекие от методов научного познания формы. Совместный анализ разнородных геолого-геофизических данных достаточно дискуссионен [Аксенов, 1998] и сводится, чаще всего, к их сопоставлению, качественному описанию, сопровождающемуся процедурами фильтрации, применению вероятностно-статистических методов и методов распознавания образов [Гольцман, 1971; Гольцман, Калинина, 1997; Никитин, 1997] для формирования заключений о характере распределения вероятностных законов для изучаемых признаков и прогнозе области возможных их значений. Это важный этап системного анализа геолого-геофизических данных, цели и задачи которого состоят в установлении общих закономерностей и выявлении содержательных взаимосвязей между элементами разнородных данных о строении изучаемого объекта. Они позволяют выявить предметную область эффективных исследований — установить общие предварительные законы и соотношения, позволяющие разобраться в пространстве взаимозависимых признаков и требующих учета факторов. Однако методы системного анализа данных сами по себе не обеспечивают построения компонент содержательных взаимоувязанных физико-геологических моделей изучаемых сред, допускающих проверку моделированием и тем самым контроль достоверности построений. Это прерогатива иных методов — методов инверсии. Таким образом, конечная цель системного анализа геолого-геофизических данных построения содержательных взаимоувязанных физико-геологических моделей изучаемых сред достигается в два этапа: 1) системный анализ данных и их подготовка к использованию в последующих процедурах инверсии, 2) выполнение собственно системной инверсии. Несмотря на неразвитость методов и технологий системной инверсии, достижение ее целей провозглашалось для первых количественных постановок задач комплексной интерпретации, направленных на построении некоторой единой, в частности, сейсмогравитационной модели геологической среды [Голиздра, 1980; Старостенко и др., 1988; Кобрунов, 1980], которые можно отнести к разряду обратных задач комплексной интерпретации — предтечей системной инверсии в геологоразведке.

Каждый из приведенных этапов не может быть реализован некоторым одним методом или интерпретационным приемом, как бы удачен он не был, требуется синтез разноплановых идей, методов и технологий анализа геолого-геофизических данных с учетом взаимосвязей между ними и созданием процедур совместного обращения операторов для разноплановых методов. Для обеспечения такого синтеза и выработки системной технологии анализа совокупности данных требуется понимание сути и роли каждого метода — математическая модель системного анализа, которая служила бы ориентиром для такого синтеза разноплановых методов. Вне такой модели методы так и останутся бессистемным собранием несвязанных технологий. Разработка математической модели системного анализа геолого-геофизических данных представляет собой следующий этап развития интерпретационного обеспечения и основу для создания технологий интегрированной интерпретации, имеющей под собой системное обоснование.

1. Базовые принципы системного анализа геолого-геофизических данных.

1. 1. Изучаемый геологический объект — это система взаимоувязанных компонент физико-геологической модели среды (ФГМ). Компоненты ФГМ рассматриваются как образы геологического объекта при его проектировании на пространство ФГМ. Единство образа у различных компонент ФГМ означает существование эффектов подобия различных компонент, выражаемых, в частности, связями между их параметрами. Элементы ФГМ характеризуются:

1. 1. 1. Идентификатором, определяющим тип модели.

1. 1. 2. Параметризацией модели из класса пространственно распределенных параметров.

1. 1. 3. Связями между параметрами внутри содержательной модели и компонентами других физико-геологических моделей.

1. 2. Наблюдаемые компоненты геофизических данных моделируются по содержательным компонентам физико-геологической модели алгоритмически реализуемыми, в частности, аналитически определенными зависимостями.

1. 3. Компоненты ФГМ объединены нахождением физико-геологических связей между их параметризациями, отражающими факт отнесения компонент ФГМ к одному геологическому объекту. Физико-геологические связи устанавливаются в виде:

1. 3. 1. Прямых отображений между выделенными параметрами.

1. 3. 2. Общих эволюционно-динамических принципов, определяющих единый генезис компонент ФГМ, являющийся следствием отражения в законах развития для компонент ФГМ, динамической эволюции общего геологического объекта.

1. 3. 3. Критериев близости, отражающих принципы подобия элементов модели.

1. 3. 4. Отношений между нечеткими множествами, носящими характер прогноза интервала значений или значения функций принадлежности одних (выделенных параметров по значениям других) фиксированных параметров.

1. 3. 5. Корреляционных зависимостей, заданных построенными уравнениями регрессии вместе с оценками дисперсионных отношений для этих зависимостей.

1. 4. Реконструкция компонент ФГМ осуществляется на основе системной инверсии геофизических данных, обеспечивающей отбор моделей из класса допустимых по доступной системе наблюдаемых при выполнении установленных физико-геологических связей между параметрами внутри моделей и компонентами ФГМ.

2. Этапы системного анализа для обеспечения процедур системной инверсии.

2. 1. Системный анализ предвосхищает процедуру системной инверсии и обеспечивает ее необходимыми компонентами. В задачу системного анализа входит определение состава рассматриваемых ФГМ. В перечень компонентов физико-геологических моделей, включаемых в рассмотрение, входят:

– группа геологических моделей $G_i(T_i)$, $i=1, \ldots, N_G$,
– группа физических моделей $\Psi_i(M_i)$, $i=1, \ldots, N_\Psi$,

где N_G, N_Ψ — число вводимых геологических и физических моделей, соответственно T_i, M_i — параметры, характеризующие конкретные элементы этих моделей (например, если Ψ_i, G_i — функции пространственных координат или их аппроксимации заданными множествами, то M_i, G_i — параметры, заданием которых конкретизируется элемент из Ψ_i, G_i). Эти параметры носят характер пространственно распределенных параметров, поскольку определяют распределение физического или геологического параметра в пространстве. Например, если $\Psi(M)$ — набор элементарных тел (цилиндры, уступы, призмы), служащих для описания плотностной модели среды, то M — параметры этих объектов, характеризующие конкретный элемент из $\Psi(M)$. Другой пример: $\Psi(M)$ — класс непрерывных функций, локализованных в некоторой области V. Элементами M служат функции пространственных координат из области V и параметризация M бесконечномерная. Переход к конечномерному случаю осуществляется стандартными средствами вычислительной математики — за счет использования рядов, сеточных аппроксимаций или их обобщений методом конечных элементов.

2. 1. 1. К группе геологических моделей $G=G_i(T_i)$ относятся: литологическая (например, $G_1(T_1)$), стратиграфическая (например, $G_2(T_2)$), тектоническая, структурно-геологическая, фациальная и т. д. Конкретный перечень и параметризация устанавливаются с учетом объективных данных, ограничивающих доступную информацию об этих моделях. Особенностью группы геологических моделей служит отсутствие прямой зависимости параметров T_i из ее группы от наблюдаемых геофизических полей. Геологическая модель g_G (некоторый конкретный элемент из $G(T)$) не отображается непосредственно в физических полях, но включается в предмет рассмотрений посредством связей геологической модели с геофизическими полями через физико-геологические зависимости.

2.1.2. К группе физических моделей $\Psi = \Psi_i(M_i)$, $i=1, \ldots, N_\Psi$ относятся: плотностная, скоростная, структурно-плотностная, модель электропроводности и более общие — структурно-физическая и модель поглощения упругой или иной энергии. Особенность моделей этой группы в том, что параметры M_i, служащие для конкретного описания их элементов, входят в уравнения и законы, определяющие наблюдаемые геофизические поля либо их атрибуты. Физическая модель геологической среды — это модель свойств σ_Ψ (некоторого конкретного элемента из $\Psi(M)$), непосредственно поддающаяся измерению и отражающаяся в изучаемых физических полях.

2. 2. *Определение связей между параметрами внутри содержательной модели и компонентами других физико-геологических моделей.* Предметом системного анализа не может служить компонента ФГМ с отсутствующими связями ее параметризации с компонентами других ФГМ.

2. 2. 1. Связи между параметрами внутри содержательной модели входят в способ задания параметризаций M_i, T_i. Они включают в себя:

2. 2. 1. 1. Ограничения типа неравенств на значения параметров $(\cdot)_+^-$, например M_+^-.

2. 2. 1. 2. Уравнения связи или меры подобия (например, корреляции) между различными компонентами параметров $R(\cdot)$. Например, задание матрицы корреляций между различными границами одной и той же структурной модели.

2. 2. 1. 3. Ограничения на возможные значения: $\operatorname{Im} M = \sigma_i$, где $\sigma = \{\sigma^j,\ j = 1, \ldots\}$ — либо конкретное значение, либо интервал значений параметра $\sigma_\Psi(v)$. Например, плотность геологических объектов в изучаемой области может принимать значения: 2,3; 2,56; 2,6—2,65; 2,8. Легко понять, что это совсем иное, чем ограничения типа неравенств. Такие ограничения следует вводить в случаях, когда известны классы допустимых объектов, но неизвестно их месторасположение. Эти ограничения записываем в форме $\operatorname{Im} M \in M_\sigma$.

Связи между параметрами внутри содержательной модели считаются заданными в форме определенных параметризаций M_i, T_i. Это означает, что характеристика этих параметризаций может быть достаточно многокомпонентной и учитывать большой объем информации о свойствах изучаемых объектов.

2. 2. 2. Связи между компонентами других физико-геологических моделей включают в себя:

2. 2. 2. 1. Функциональные зависимости.

2. 2. 2. 2. Корреляционно-регрессионные зависимости, заданные построенными уравнениями регрессии вместе с оценками дисперсионных отношений для этих зависимостей.

2. 2. 2. 3. Отношения между нечеткими множествами, носящими характер прогноза интервала значений или значения функций принадлежности одних (выделенных параметров по значениям других) фиксированных параметров.

2. 2. 2. 4. Критерии подобия (близости), отражающие принципы общности прообраза элементов ФГМ.

2. 2. 2. 5. *Формулировка эволюционно-динамических, в частности, геодинамических принципов, определяющих единый генезис компонентов ФГМ, являющийся следствием отражения в законах развития для компонентов ФГМ динамической эволюции общего геологического объекта.*

Связи 2. 2. 2. 1—2. 2. 2. 3 будем обозначать в виде системы

$$\Xi_j\left[\sigma_\Psi,\ g_G\right] = 0,$$

$$j = 1, \ldots, N_\Xi. \tag{1}$$

Критерии подобия задаются функционалом

$$J\left[\sigma_\Psi,\ g_G\right] \to \min. \tag{2}$$

Эволюционно-динамические уравнения запишем как

$$D_j\left[\sigma_\Psi,\ g_G,\ d\right];$$

$$j = 1, \ldots, N_D, \tag{3}$$

где d — геодинамический параметр, который может совпадать с одним из компонентов физической модели ФГМ.

Различие между уравнениями (1) и (3) состоит в том, что (1) — это алгоритмически определенный закон, в соответствии с которым по заданному состоянию одних элементов ФГМ можно сузить, а в исключительных случаях — сильно сузить класс допустимых моделей для других компонентов ФГМ, в то время как (2) есть уравнение развития компонентов ФГМ модели во времени, начиная с некоторого состояния до современного положения. Развитие происходит в соответствии со значениями геодинамических параметров d, общих для всех компонентов ФГМ, входящих в систему геодинамических уравнений. Общность этого параметра и есть то, что объединяет различные компоненты ФГМ в систему взаимоувязанных единым генезисом объектов.

Любой системный анализ компонентов ФГМ должен включать в себя этапы 2. 2. 2. 1—2. 2. 2. 5

вне зависимости от привязки к последующим алгоритмам системной инверсии, которых может быть много и они могут быть различны.

2. 3. *Установление цепочки операторных отображений компонентов ФГМ модели в наблюдаемые геофизические данные.* В состав цепочки входят:

2. 3. 1. Компоненты физико-геологических связей (1), позволяющие реконструировать параметры геологических моделей g_G по заданным физическим σ_Ψ. В той части геологических параметров, в которой из системы (1) можно выделить компоненты, допускающие такой прогноз, возможна постановка задачи геологической интерпретации геофизических данных — реконструкции геологической модели среды. Всякая неопределенность такого прогноза означает принципиальную неопределенность и непрогнозируемость компонентов геологической модели. В связи с этим установление таких связей эквивалентно обоснованию возможности геологической интерпретации геофизических данных и осуществляется с привлечением аппарата обучения на контрольных, тестовых объектах.

2. 3. 2. Уравнения математической физики, связывающие параметры физических компонентов моделей σ_Ψ и соответствующие физические поля $u_\Psi = \{u_{\Psi_i} = u_i,\ i = 1, \ldots, N_\Psi\}$:

$$A[\sigma_\Psi] = u_\Psi : A_i[\sigma_i] = u_i. \tag{4}$$

Для удобства письма обозначаем $\sigma_i = \sigma_{\Psi_i}$. То же относится и к геологическим моделям $g_i = g_{G_i}$.

Геофизические поля $u_\Psi = \{u_{\Psi_i} = u_i,\ i = 1, \ldots, N_\Psi\}$ отражают строение физико-геологической модели через уравнения математической физики. Они есть физическое проявление содержательных физических компонентов системы физико-геологической модели в результатах, доступных наблюдениям, но взаимосвязи между ними не имеют самостоятельного системного значения. Они (взаимосвязи между физическими полями) являются проявлением и следствием существующих взаимосвязей между параметрами элементов физико-геологической модели, а также возможным влиянием на их значение геофизических полей. Например, в качестве такого влияния может выступать пьезоэлектрический эффект, состоящий в изменении электрических параметров под действием акустических полей. Далее в свойствах геофизического поля отражаются зачастую не один элемент физико-геологической модели, а их набор. Например, сейсмическое поле определено набором физико-механических характеристик горных пород, в число которых входят плотность, параметры упругости, реологические свойства горных пород. Все эти различные компоненты ФГМ участвуют в формировании сейсмического поля. Таким образом, регистрируемые физические поля не имеют самостоятельной системной организации, но наследуют ее как следствие системной организации элементов физико-геологических моделей и законов моделирования физических полей по компонентам ФГМ. Уравнения математической физики — это условное название моделей тех связей, которые используются для расчета физических полей по известным компонентам физико-геологической модели. Они установлены для всех практически используемых в науках о Земле рациональных физических полей и имеют вид дифференциальных, интегральных или интегро-дифференциальных уравнений. Эта связь может быть определена в виде отображения "физической модели среды в физическое поле" — распределения физических параметров в соответствующие им физические поля. Так, уравнения Максвелла позволяют рассчитать компоненты электромагнитного поля по заданным электромагнитным параметрам среды и краевым условиям, а уравнения, следующие из закона всемирного тяготения — компоненты гравитационного поля по заданной плотностной модели среды. Как и для моделей геолого-геофизических связей, истинные, правильные уравнения в определенных случаях могут быть чрезмерно сложны (например, распространение волн в неоднородных средах) или даже неизвестны (уравнения переноса в мутных, рассеивающих средах). В этой связи используют упрощенные модели уравнений, мера упрощения может оказаться неадекватной природе вещей. Например, используя в качестве упрощенной зависимости в гравиразведке корреляционную связь между глубиной залегания плотностной границы и величиной вертикальной производной гравитационного потенциала, тем самым выходим за границу природы вещей, поскольку такая связь неестественна, не отражает свойств гравитационного поля. Однако она может применяться локально — в узком круге ситуаций и для конкретного региона. Расчет физического поля на основе решения уравнения математической физики — исключительно важная и распространенная операция, имеющая специальное название — моделирование физических полей.

2. 3. 3. Эталонирующие преобразования — это преобразования, которые следует провести с моделью физического поля, получаемого в результате расчетов согласно уравнениям математической физики, для того чтобы оно стало адекватным результатам измерений. Такие реальные данные называются наблюдаемые. Они представляют собой те параметры, которые реально измеряются геофизическим методом вместо соответствующих (желаемых, теоретических) моделей физического поля, либо те элементы физического поля, которые рассматриваются как данные для конструкции ФГМ. В последнем случае они имеют еще и дополнительное название — атрибуты поля, т. е. то, что оставлено для анализа в рамках конкретной модели для способа расчета полного физического поля. Природа наблюдаемых данных и их взаимосвязь с моделями физических полей весьма разнообразны: влияние калибровки приборов в методах радиоактивного каротажа, аппаратурные влияния, связанные с передаточной функцией приборов, зоны малых скоростей в методах сейсморазведки, прежде всего в модификациях с невзрывными источниками возбуждения, дискретность самих измерений и эффекты, с этим связанные (появление зеркальных частот и т. д.). Это — эффекты разновысотности и дискретности измерений на ограниченной базе наблюдений вместо непрерывно всюду заданного поля в гравиразведке и магниторазведке. Различия между моделями физического поля и наблюдаемыми могут включать в себя и более тонкие эффекты несовершенства теоретических представлений. Так, принимая, что измеряется аномальная компонента вертикальной производной гравитационного потенциала и строя на этой основе методику расчета аномалии, допускается погрешность (пусть небольшая, но она есть), состоящая в том, что даже без учета всего прочего реально на измерительный прибор (гравиметр) влияет не вертикальная, а отличающаяся от нее нормальная компонента поля — по направлению нормали к уровенной поверхности силы тяжести, а не по вертикали, а отсюда следуют и поправки к способам вычислений аномалии. Перечень подобного рода различий между наблюдаемой и моделью физического поля легко может быть продолжен за счет того, что наблюдаемые данные осложнены погрешностями разной природы. Это погрешности аддитивные — зашумление данных ошибками различной природы и интенсивности, погрешности аппаратные — мультипликативные, искажающие исходные данные порой до полной неузнаваемости способом известным либо неопределенным. Таким образом, понятие наблюдаемая — это собирательный образ того различия между реальными исходными данными и теми, которые мы хотели бы иметь (под эту информацию строятся процедуры реконструкции физико-геологических моделей). В последнем примере, прежде чем строить интерпретационные процедуры, следует разобраться с тем, каким искажающим фактором подверглось поле, как его по возможности очистить от этих искажений, выделив полезные, интерпретируемые компоненты. Совокупность преобразований, которым подверглось исходное теоретическое поле до того вида, который дан в наблюдаемых, называется эталонирующим преобразованием.

Как и для моделей геолого-геофизических связей, истинные, правильные уравнения для эталонирующих преобразований могут быть чрезмерно сложны или даже неизвестны. Поэтому используют упрощенные модели уравнений, следующие из представлений, положенных в основу модели регистрации сигналов. Если обозначить физическую модель поля $u(s)$, а наблюдаемую обозначить $\bar{u}(s_j)$, где s_j — точка, в которой проводится измерение, то можно предложить, например, следующую модель эталонирующего преобразования. На первом этапе поле $u(s)$ подвергается мультипликативным, искажающим преобразованиям с помощью свертки с аппаратной функцией $K(s): u(s) * K(s)$. После этого на результат накладывается аддитивная помеха $N(s): u(s) * K(s) + N(s)$ и далее от полученного результата вычисляется система функционалов $\Omega_j(u(s) * K(s) + N(s))$, значения которых и принимаются в качестве величин, наблюдаемых в точках s_j. Действие функционала может состоять, например, в расчете среднего значения $\Omega_j(u(s) * K(s) + N(s))$ в некоторой окрестности точки s_j с весами, зависящими от удаления усредняемых значений от точки усреднения. Однако сказанное — это только лишь поясняющий пример того, как может выглядеть модель эталонирующих преобразований. К эталонирующим преобразованиям может быть применен термин "редукция" в том понимании, что оно учитывает реальные геолого-геофизические условия проведения работ и влияние на результат реального измерения большого числа искажающих геологических факторов, не входящих в уравнения математической физики. Эти искажающие факторы должны быть учтены при сопоставлении результатов моделирования с наблюдаемыми физическими полями.

Компенсация эталонирующих преобразований и приведение исходных данных к виду и форме, пригодным для рассмотрения исходных данных при обращении уравнений математической физики, представляет собой отдельный этап анализа и называется обработкой геофизических данных. Эталонирующие процедуры обозначаются $\Omega_i[u_i]=\bar{u}_i$. Обратные к ним процедуры неоднозначны и приближения к ним называются процедурами обработки. В отдельных случаях, как, например, в гравиразведке, эталонирующие преобразования можно включить в уравнение математической физики и такое комбинированное выражение — симбиоз уравнения математической физики и преобразование перехода к наблюдаемым данным — называется оператором прямой задачи и обозначается по аналогии с уравнением математической физики символом $A_i[\cdot]$. Отличие подчеркивается в названии — оператор прямой задачи или уравнение математической физики. Для этого оператора будем использовать то же обозначение, что и для уравнений математической физики: $A[\sigma_\Psi]=u_\Psi : A_i[\sigma_i]=u_i$, считая, что в случае необходимости процедура обработки — компенсации эталонирующих преобразований выполнена, а в остальном специфика эталонирующих преобразований включена в модель наблюдаемой, которая служит атрибутом соответствующего физического поля.

3. Метод системной инверсии. Под термином "системная инверсия" понимается мегазадача — приближенное устойчивое обращение системы (4) при соблюдении условий (1—3) и заданных параметризациях для M_i, T_i. Ее особенность состоит в сложности и многокомпонентности состава подзадач, на которые она расщепляется, невозможности ее решения некоторым единым универсальным алгоритмом. Необходимо расчленение общей задачи на систему подзадач — сведение к покомпонентной постановке и решению системы иерархически организованных подзадач для (1—4), обеспечивающих лишь в своей совокупности решение целостной задачи системной инверсии. Математическая формулировка (1—4) служит общим принципом, обеспечивающим синтез конкретных частных процедур, входящих в состав реализации системной инверсии, и тем самым синтез модели системы — реконструкции параметров, входящих в системную физико-геологическую модель среды по известным наблюдаемым эффектам (совместная инверсия (4)) и сформулированным законам для характерных динамических процессов, уравнений для параметров и критериям оптимальности моделей при известных представлениях о ФГМ (условия (1—3)). Постановка задачи системной инверсии опирается на проведенный на предшествующем этапе системный анализ компонент задачи и построенные законы (1—3) и невозможна вне этого этапа. Только после того, как компоненты задачи системной инверсии сформулированы, следует приступать к декомпозиции (1—4) и конструированию алгоритмов решения составных подзадач. Сама декомпозиция и алгоритмы, реализующие составные задачи, могут быть весьма разнообразны. Они включают в себя значительное число из созданного арсенала средств для постановки и решения частных обратных задач, но не исчерпываются ими. Сами алгоритмы могут быть разноплановыми, реализовывать различные подходы, но удовлетворять возможность преобразования синтеза результатов в схему получения решения (1—4). Преимущество системной инверсии в сравнении с сопоставлением результатов инверсии по нескольким отдельно взятым методам состоит в проявлении *эффекта синергизма*, выявляющего дополнительные компоненты информации о физико-геологической модели среды за счет активного вовлечения в процесс инверсии перекрестных связей между компонентами модели среды. Отличительной особенностью системной инверсии от пометодной для одного параметра служит рассмотрение всех элементов, участвующих в задаче реконструкции физико-геологической модели, как элементов системы с присущими ими взаимосвязями. Перепишем перечень уравнений, определяющих структуру задачи системной инверсии, с указанием параметризаций для выбранных компонент ФГМ:

$$A[\sigma_\Psi]=u_\Psi : A_i[\sigma_i]=u_i,\ i=1,\ldots,N_\Psi; \quad (5а)$$

$$\sigma_\Psi=\{\sigma_i=\sigma_{\Psi_i}\in\Psi_i(M_i),\ i=1,\ldots,N_\Psi\}; \quad (5б)$$

$$\Xi_j[\sigma_\Psi, g_G]=0;$$

$$j=1,\ \ldots,\ N_{\Xi}\ ; \tag{5в}$$

$$g_G=\left\{g_i=g_{G_i}\in G_i\left(T_i\right),\ i=1,\ \ldots,\ N_G\right\}; \tag{5г}$$

$$J\left[\sigma_{\Psi},\ g_G\right]\to\min; \tag{5д}$$

$$D_j\left[\sigma_{\Psi},\ g_G,\ d\right];$$

$$j=1,\ \ldots,\ N_D\ . \tag{5е}$$

3. 1. Декомпозиция системной инверсии.

3. 1. 1. *Аппроксимационная постановка задачи инверсии.* Из общей задачи (5) выделяются компоненты (5 а) и (5 б). Простейшей задачей, составляющей элемент системной инверсии, служит традиционная обратная задача для оператора $A_i\,[\;]$ на выделенном модельном классе $\sigma_i\in M_i$. Она решается в весьма частном предположении о единственности решения на M_i методом выделения квазирешений:

$$\left\|A_i\left[\sigma_i\right]-u_i\right\|_X\to\min;$$

$$\sigma_i\in M_i\ . \tag{6}$$

Условие единственности формулируется в форме теорем о единственности решения уравнения (6) на множестве M_i. Это традиционная обратная задача в рамках идеологии аппроксимационного подхода. Основное условие применимости такого подхода — единственность решения теоретической обратной задачи на M_i. Другое условие, ограничивающее применимость методов аппроксимационного подхода и надежно формулируемое для линейных операторов A_i, состоит в том, что проекция многообразия $\operatorname{Im}A_i^*$ на M_i исчерпывает все M_i. Его выполнимость автоматически обеспечивает единственность решения обратной задачи для уравнения A_i, но одновременно обеспечивает и отсутствие эффектов скрытой эквивалентности.

3. 1. 2. *Критериальная формулировка задачи инверсии.* Выделяются компоненты (5 а, б, г, д) в задаче (5). Для конкретного фиксированного элемента $g\in G\,(T)$ рассматривается задача

$$A_i\left[\sigma_i\right]=u_i\ , \tag{6 а}$$

$$\sigma_i\in M_i\ ,$$

$$J\left[\sigma_i\ ,\ g\right]\to\min. \tag{6 б}$$

В системе (6) выделена одна геологическая модель. Предполагается дальнейший синтез элементарных задач (6) для их обобщения на случай многокомпонентной геологической модели g_G.

Для корректного определения функционала $J\,[\sigma_i\ ,\ g]$ необходимо следующее.

3. 1. 2. 1. Если есть в системе уравнений (5 в) уравнение $\Xi\,[\sigma_i\ ,\ g]=0$, используем его для установления зависимости $\sigma_i=\sigma_i\,(g)$.

3. 1. 2. 2. Если такого уравнения нет либо оно неразрешимо, вводим проектор $P_X\,(\Psi_i\ ,\ g)$ (либо $P_X\,(\Psi_i\ ,\ \Xi\,[g])$ см. ниже) элемента g_i на класс моделей $\Psi_i\,(M_i)$ в норме пространства *X*, элементами которого являются все рассматриваемые функции. Например, это пространство квадратично-интегрируемых в области нижнего полупространства функций $L_2\,(V)$. Заменяем в (6 б) $J\,[\sigma_i\ ,\ g]$ на $J\,[\sigma_i\ ,\ P_X\,(\Psi_i\ ,\ g)]$, после чего можно принять, например,

$$J\left[\sigma_i\ ,\ P_X\left(\Psi_i\ ,\ g\right)\right]=\left\|\sigma_i-P_X\left(\Psi_i\ ,\ g\right)\right\|_X\ , \tag{6 б$'$}$$

либо

$$J\left[\sigma_i\ ,\ P_X\left(\Psi_i\ ,\ g\right)\right]=\left|1-R\left(\sigma_i\ ,\ P_X\left(\Psi_i\ ,\ g\right)\right)\right|, \tag{6 б$''$}$$

где $R\,(\cdot,\cdot)$ задает меру подобия между элементами σ_i и $P_X\,(\Psi_i\ ,\ g)$.

3. 1. 2. 3. Проектор $P_X\,(\Psi_i\ ,\ g)$ ставит в соответствие функции *g* (например, функции пространственных координат) функцию $P_X\,(\Psi_i\ ,\ g)$:

$$\left\|g_i-P_X\left(\Psi_i\ ,g\right)\right\|_X=\min_{\xi\in\Psi_i\,(M_i)}\left\|g-\xi\right\|_X\ .$$

Если есть дополнительно уравнение $\Xi\,[\sigma_i\ ,\ g]=0$, неразрешенное относительно σ_i, оно рассматривается как дополнительное условие при вычислении проектора $P_X\,(\Psi_i\ ,\ \Xi,\ g)$, а именно:

$$\left\|g_i-P_X\left(\Psi_i\ ,\ \Xi,\ g\right)\right\|_X=\min_{\substack{\xi\in\Psi_i\,(M_i)\ ;\\ \Xi\left[\sigma_i\ ,\ g\right]=0}}\left\|g-\xi\right\|_X\ .$$

Решение задачи (6) с критериями (6 б$'$, 6 б$''$) основано на использовании теории экстремальных классов [Кобрунов и др., 1980].

3. 1. 3. *Динамическая формулировка задачи инверсии.* В задаче (5) выделяются компоненты (5а, б, г, е):

$$A_i\left[\sigma_i\right]=u_i\ ,\quad \sigma_i\in M_i\ ,\quad g\in T\ ,\quad D\left[\sigma_i\ ,\ g,\ d\right].$$

Динамическое уравнение $D\,[\sigma_i\ ,\ g,\ d]$ характеризует временную эволюцию модели *g* от некоторого начального состояния g^0 до современного. Эволюционный параметр обозначим $t \in [0, t_k]$. Условие для динамически развивающейся во времени t геологической системы $g(t)$ состоит в следующем:

$$g(0) = g^0;$$

$$\lim_{t \to t_k} \left\| A_i \left[P_X \left(\Psi_i, \Xi, g(t) \right) \right] - u_i \right\|_Y \to 0.$$

В итоге получаем

$$D[\sigma_i, g(t), d], \tag{7а}$$

$$g(0) = g^0;$$

$$\lim_{t \to t_k} \left\| A_i \left[P_X \left(\Psi_i, \Xi, g(t) \right) \right] - u_i \right\|_Y \to 0. \tag{7б}$$

Это означает, что система, начав свое развитие с состояния $g(t_0 = 0)$, должна под действием законов $D[\sigma_i, g, d]$ и геодинамических параметров d развиваться так, чтобы геофизические поля от соответствующих физических моделей стремились к наблюдаемым. Это накладывает одновременно ограничения на возможные геодинамические параметры d системы.

3. 2. *Синтез задачи системной инверсии.* Из элементов задачи системной инверсии могут быть синтезированы более общие и сложные алгоритмы. Почти очевидным и всегда выполняемым в практических вычислениях является синтез аппроксимационного и критериального, аппроксимационного и динамического подходов. Этот синтез возникает при необходимости получения приближенного решения на некоторой кусочной аппроксимации изучаемых моделей. Он неизбежен и в простейшем случае реализуется заменой уравнений $A_i[\sigma_i] = u_i$ на требования $\| A_i[\sigma_i] - u_i \|_X \to \min$. Другие приемы синтеза менее очевидны. Рассмотрим некоторые из них.

3. 2. 1. *Синтез критериальной и динамической формулировки задачи инверсии.* Геодинамические параметры, контролирующие динамику геологической системы, выбираются из условия

$$\lim_{t \to t_k} \left\| A_i \left[P_X \left(\Psi_i, \Xi, g(t) \right) \right] - u_i \right\|_Y \to 0.$$

Этого может оказаться недостаточно для однозначного выделения физических моделей $\sigma_i \in M_i$. В этом случае возникает многообразие $\Omega_u(A, d) = \{\sigma\}$, определенное как множество решений задачи (7) при различных заданиях геодинамических параметров. Доопределить эту задачу можно, введя критерий оптимальности на многообразии $\Omega_u(A, d)$:

$$J[\sigma_i, g] \to \min,$$

$$\sigma \in \Omega_u(A, d).$$

Это приводит к следующей синтезированной постановке задачи:

$$D[\sigma_i, g(t), d],$$

$$g(0) = g^0;$$

$$\lim_{t \to t_k} \left\| A_i \left[P_X \left(\Psi_i, \Xi, g(t) \right) \right] - u_i \right\|_Y \to 0; \tag{8}$$

$$J[\sigma_i, g] \to \min.$$

3. 2. 2. *Синтез мультимодельности.* Если при реализации процедур системной инверсии геологических компонент ФГМ несколько, активными оказываются уравнения из системы (5 б—г).

Использование этих уравнений сводится к конструированию системы проекторов $P_X(\Psi_i, \Xi, g_j)$.

Отображения $\sigma_i = P_X(\Psi_i, \Xi, g_j)$ являются иной формой записи уравнения (5 б) и могут быть многозначны. Выбор однозначной ветви осуществляется субъективно. Допускается многократное решение задачи с различным выбором однозначной ветви. Если такие проекторы построить не удается, это означает искусственность введения геологических компонент ФГМ и необходимость выполнения расчетов только с их физическими компонентами.

3. 2. 3. *Сходимость последовательностей решений задач инверсии.* Выполняя группирование — синтез элементарных процедур инверсии, входящих в формулировку общей задачи системной инверсии, в последовательность, реализующую тот или иной фрагмент решения задачи, следует убедиться в том, что эта последовательность решений сходится. Нет универсальных доказательств сходимости, но для некоторых частных задач, служащих эталоном, такие доказательства могут быть построены и взяты за основу в более общих и сложных случаях.

Рассмотрим подзадачу о согласованном построении двух физических компонент ФГМ в рамках синтетической критериально-аппроксимационной формулировки задачи инверсии.

Геологическая компонента ФГМ отсутствует и ее роль в паре физических моделей играет одна из них. Рассматривается система задач

$$J\left[\sigma_1, \sigma_2\right] \to \min, \quad A_1\left[\sigma_1\right] = u_1,$$

$$A_2\left[\sigma_2\right] = u_2, \quad \sigma_i \in M_i, \ i = 1, 2. \qquad (9)$$

Для ее решения построим итерационную последовательность:

$$\sigma_1^{i+1} : J\left[\sigma_1^{i+1}, \sigma_2^{i}\right] = \min_{\xi \in M_1 \cap \Omega_{u_1}(A_1)} J\left[\xi, \sigma_2^{i}\right];$$

$$\sigma_2^{i+1} : J\left[\sigma_1^{i+1}, \sigma_2^{i+1}\right] = \min_{\xi \in M_1 \cap \Omega_{u_1}(A_1)} J\left[\sigma_1^{i+1}, \xi\right].$$

Здесь $\Omega_{u_i}(A_i) = \sigma_1 : A_i\sigma_i = u_i$. Легко видеть, что эта итерационная последовательность монотонно сходится относительно функционала $J[\,] : J[\sigma_1^i, \sigma_2^i] \le J[\sigma_1^{i+1}, \sigma_2^i] \le J[\sigma_1^{i+1}, \sigma_2^{i+2}]$. Если последний сильно выпуклый, например $J[\xi, \eta] = \|\xi - \eta\|_X$, где X — сильно выпуклое банахово пространство, и на некотором шаге i неравенство выполнено как равенство $J[\sigma_1, \sigma_2^i] = J[\sigma_1^{i+1}, \sigma_2^i]$, то $\sigma_1^{i+1} = \sigma_1^i$ и процесс сошелся. В противном случае он будет продолжать монотонно сходиться. В приведенном примере предполагается что модели σ_1 и σ_2 имеют одинаковую физическую размерность, что достигается, например, включением в функционал процедуры проектирования Ψ_1 на Ψ_2, что эквивалентно проектору $P_X[\Psi_2, \Xi, \sigma_1] : J[P_X(\Psi_2, \Xi, \sigma_1^i), \ \sigma_2^i]$.

Этот прием доказательства сходимости достаточно просто обобщается на другие классы задач. Важно отметить, что сходимость будет иметь место относительно норм, эквивалентных введенному функционалу качества — мере уклонения двух моделей.

Выводы. Развитие идей комплексной интерпретации геофизических данных ведет к формированию принципов методов и реализующих их технологий системного анализа геолого-геофизических данных.

В основе системного анализа геолого-геофизических данных лежит представление об изучаемом объекте как системе физико-геологических моделей, характеризуемой своими элементами, параметризациями, связями и отображениями в наблюдаемые параметры.

Изучение распределенных параметров системы ФГМ осуществляется на основе методов системной инверсии, являющихся заключительным этапом системного анализа и реализуемых через элементы, получаемые декомпозицией задачи с последующим синтезом результата на основе изучения сходимости результатов решения подзадач. Существующие технологии инверсии в рамках конкретных модельных классов и идей оптимизации могут рассматриваться как элементы декомпозиции задачи системной инверсии, но требуют включения в процедуру синтеза решений.

Работа выполнена при поддержке аналитической ведомственной целевой программы "Развитие научного потенциала высшей школы (2009—2011 годы)" и ФЦП "Научные и научно-педагогические кадры инновационной России" на 2009—2013 годы.

Список литературы

Аксенов В.В. Комплексная интерпретация геофизических данных // Геофиз. журн. — 1998. — **20**, № 1. — С. 44— 50.

Голиздра Г.Я. О формулировке задач комплексной интерпретации гравитационного поля и сейсмических наблюдений // Изв. АН СССР. Физика Земли. — 1980. — № 8. — С. 95—99.

Гольцман Ф.М. Статистические модели интерпретации. — Москва: Наука, 1971. — 328 с.

Гольцман Ф.М., Калинина Т.Б. Статистическая теория и методы многоальтернативного распознавания геолого-геофизических объектов по комплексу геоданных // Сб. науч. тр. — Москва: ОИФЗ РАН, 1997. — 21 с.

Кобрунов А.И. К теории комплексной интерпретации // Геофиз. журн. — 1980. — **2**, № 2. — С. 31—38.

Никитин А.А. Комплексная интерпретация геофизических полей при изучении глубинного строения Земли // Геофизика. — 1997. — № 4. — С. 3—12.

Старостенко В.И., Костюкевич А.С., Козленко В.Г. Комплексная интерпретация данных сейсмометрии и гравиметрии. Принципы и методика // Изв. АН СССР. Физика Земли. — 1988. — № 4. — С. 33—50.

Страхов В.Н. Общая схема и основные итоги развития теории и практики интерпретации потенциальных полей в СССР и России в XX веке // Развитие гравиметрии и магнитометрии в XX веке: Тр. конф. — Москва, 1997. — С. 98—120.