

Моделювання гістерезисного поведіння пісковиків в умовах повільного циклічного навантаження

© В. О. Вахненко, 2011

Відділення геодинаміки вибуху, Інститут геофізики НАН України, Київ, Україна
Надійшла 1 листопада 2010 р.

Представлено членом реколегії В. А. Даниленко

На основе ранее предложенной модели выполнено моделирование новых экспериментальных результатов по изучению поведения песчаника при циклических нагрузках. Экспериментальные и теоретические результаты удовлетворительно согласуются. Отмечено, что модели, не учитывающие релаксационный механизм внутренних процессов, ограничены в применении.

Simulation of new experimental data on the study of sandstone behaviour under cyclic loading is carried out by use of the recently suggested model. The theoretical and experimental results coincide with reasonable accuracy. It is noted that the models without regard for relaxation mechanism of internal processes are of limited usefulness.

Вступ. Поведіння пісковиків під дією механічних навантажень виявляє колоритну гаму різноманітних особливостей [Guyer, Johnson, 1999; 2009]. Низка відомих експериментальних результатів [Darling et al., 2004; Guyer et al., 1997; TenCate et al., 2000; TenCate, Shankland, 1996; Van Den Abeele et al., 2002] відображена у запропонованих раніше моделях [Вахненко та ін. 2007; Danylenko, Skurativskyy, 2010; Vakhnenko et al., 2004; 2005; 2006a, b; 2007; 2008; 2010]. Це стосується поведіння пісковиків як за резонансного навантаження [Vakhnenko et al., 2004; 2005; 2006a, b; 2010], так і квазістатичного [Вахненко та ін. 2007; Danylenko, Skurativskyy, 2010; Vakhnenko et al., 2007; 2008]. Було відзначено, що запропоновані моделі дали можливість не лише описати відомі експерименти [Darling et al., 2004; Guyer et al., 1997; TenCate et al., 2000; TenCate, Shankland, 1996; Van Den Abeele et al., 2002], а й, що дуже важливо, передбачити нові явища, наприклад, динамічну реалізацію пам'яті про кінцеву точку [Vakhnenko et al., 2005], що підтверджено подальшими експериментами [Vakhnenko et al., 2006b].

Вивчення поведінки пісковиків під дією механічного навантаження в першу чергу спрямовано на побудову рівнянь стану таких середовищ. Розуміння внутрішніх процесів, що відбуваються під час навантаження, розкриває можливості для фізичного та математичного моделювання. Удосконалення відомих і розвиток інших моделей з метою опису нових екпе-

риментальних результатів [Clayton et al., 2009] є важливим завданням.

Дослідити в деталях перебіг усіх складних внутрішніх процесів на цей час неможливо, що ускладнює побудову моделей. Однак важливіми є не самі внутрішні процеси, а їх вплив на макропараметри. Для механічних навантажень це зв'язок напруження—деформація, тобто не що інше, як рівняння стану.

Обмеження моделі Преісаха—Маєргойза. Проаналізуємо нові експериментальні результати роботи [Clayton et al., 2009] з вимірювання залежності напруження—деформація для пісковиків Береа. Автори публікації ставили за мету виявити межі правомірності застосування моделі Преісаха—Маєргойза [Guyer et al., 1997], яку широко використовують для опису квазістатичного механічного навантаження природних середовищ. З одного боку, ця модель пояснює низку відомих особливостей, а саме гістерезисне поведіння кривих напруження—деформація, пам'ять про кінцеву точку (дискретна пам'ять), а також конгруентність внутрішніх малих петель. З іншого боку, модель Преісаха—Маєргойза повністю ігнорує релаксационну природу досліджуваного явища, тоді як внутрішні обмінні процеси, що проявляються на макрорівні у вигляді релаксації, впливають на часову залежність деформації від напруження. Автори статті [Clayton et al., 2009, рис. 1], ґрунтуючись на залежності площі гістерезисної петлі від швидкості навантаження, хоч і вказують на обмеження моделі

Преїсаха—Маєргойза, все ж доходять висновку, що, починаючи з швидкості навантаження 3 МПа/хв, цю модель можна використовувати. Ми не поділяємо такої думки і вважаємо, що релаксаційні чинники потрібно завжди враховувати. Покажемо, що в межах раніше запропонованої нами моделі з квазістатичного навантаження [Вахненко та ін. 2007; Vakhnenko et al., 2007; 2008], в якій одним з основних механізмів є релаксаційний, вдається пояснити нові експериментальні результати статті [Clayton et al., 2009].

Нахил малих і головної гістерезисних петель. У статтях [Вахненко та ін., 2007; Vakhnenko et al., 2007; 2008] запропоновану модель динамічного поводження гірських порід під дією повільних механічних навантажень. Відгук внутрішніх обмінних процесів, які зумовлені порушенням рівноваги під дією інтенсивних навантажень, на макрорівні моделюють доречними формальними механізмами: 1) релаксаційним механізмом стандартного твердого тіла; 2) пружним механізмом з прилипанням; 3) механізмом пластичної деформації. За допомогою такої моделі [Vakhnenko et al., 2007; 2008] вдається описати якісно і кількісно властивості напруження—деформація, а також відтворити характерні експериментальні закономірності [Darling et al., 2004; Guyer et al., 1997; TenCate et al., 2000].

Нові експериментальні результати з механічного деформування пісковика Береа наведені у статті [Clayton et al., 2009]. Насамперед виявлено: а) стрибок між нахилами внутрішньої та головної гістерезисних петель в точці *A* (так звана кінцева точка, або точка повороту—див. рис. 2, 3 у згаданій статті); б) залежність площі головної гістерезисної петлі від швидкості навантаження (див. рис. 1, там само). Тільки завдяки точним вимірюванням авторам [Clayton et al., 2009] вдалося зафіксувати в деталях траєкторію напруження—деформація.

Спочатку розглянемо нахил малих петель відносно головної петлі (див. рис. 2 у зазначеній статті). В точці *A* спостерігається не плавний перехід між внутрішньою та головною гістерезисними петлями, а стрибок між нахилами цих петель (див. рис. 3, там само). Відмінність у нахилах може бути пояснена за допомогою пружного механізму з прилипанням спільно з релаксаційним механізмом. Виключно для зручності пояснення вважатимемо, що рівноважна крива є прямою лінією, а релаксаційний механізм вироджується у пружну деформацію (це буде, якщо $\tau \rightarrow 0$ або $\tau \rightarrow \infty$). Зазначимо, що

за циклічних навантажень після досягнення максимальної напруженості третій механізм, а саме механізм пластичної деформації, не робить внесок у залежність деформації від напруження.

Проаналізуємо комбінацію пружного механізму з прилипанням та пружної деформації. Траєкторія напруження—деформація для пружного механізму з прилипанням якісно показана на рис. 6 у статті [Vakhnenko et al., 2007]. Цей механізм спільно з пружним механізмом має якісну траєкторію напруження—деформація (рис. 1). Легко зрозуміти, що кут α відповідає куту, що фіксується в експериментах [Clayton et al., 2009]. Більш того, за цим кутом можна визначити сталу *b* для співвідношення (18) у статті [Vakhnenko et al., 2007], тобто баланс між релаксаційним механізмом та пружним механізмом з прилипанням:

$$b = \frac{\operatorname{tg}\beta}{\operatorname{tg}\gamma}.$$

Слід зазначити, що величина *b* не залежить від порогового напруження. Отже, стала *b*, яку в статті [Vakhnenko et al., 2007] вибрано з найкращого збігу експериментальних даних з числовим моделюванням, набуває іншого змісту й може бути оцінена за стрибком нахилів малої гістерезисної петлі та головної петлі. Йдеться про оцінку величини *b*, оскільки в реальності існує ще й релаксація, що ускладнює фізичну картину та вносить тим самим певну похибку у визначення величини *b*. У запропонованій роботі вплив релаксації на взаємний нахил гістерезисних петель у деталях не розглянуто.

Енергетичні втрати за циклічних навантажень. Енергетичні втрати, спричинені внутрішніми процесами в пісковіку, оцінюють за допомогою площі, яка обмежена гістерезисною кривою напруження—деформація. Тому залежність площі головної петлі від виду навантаження є важливою характеристикою, яка висвітлює властивості пісковіку за квазістатичних навантажень.

Спочатку якісно покажемо можливість існування залежності площі гістерезисної петлі у вигляді, що спостерігається в експериментах (див. рис. 1 у статті [Clayton et al., 2009]). Насиченість кривої (вихід на сталу величину), яка відповідає залежності площі головної петлі від швидкості навантаження, можна пов'язувати з такими експериментальними обставинами. Розглянемо релаксаційний механізм у деталях (див. рис. 1, *a* у статті [Вахненко та ін. 2007]). На цьому рисунку видно, як криві прямують до

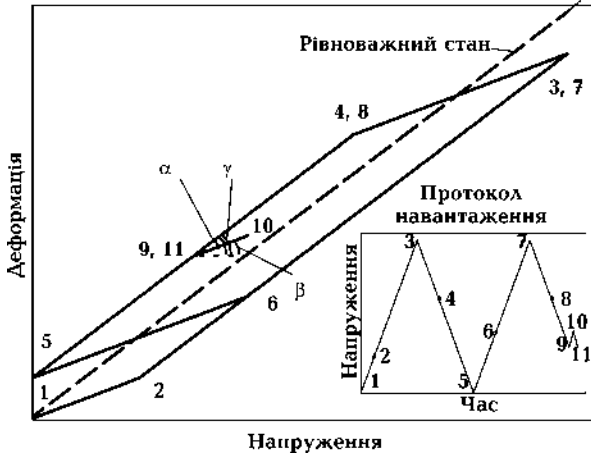


Рис. 1. Якісна залежність напруження—деформація для комбінації пружного механізму з прилипанням та пружної деформації.

асимптотик для різних $\dot{\sigma}$. За сталої величини $\dot{\sigma}$ криві виходять на асимптотики, паралельні рівноважній кривій, причому, чим більша швидкість навантаження, тим далі лежить асимптотика від рівноважної лінії.

Залежно від швидкості навантаження площа гістерезисної петлі спочатку збільшується (рис. 2, а, б), потім виходить на максимум (рис. 2, б, в), і якщо $\sigma_{\max} = \text{const}$, то спостерігається зменшення площі (рис. 2, в, г). Для кожної наступної швидкості навантаження—розвантаження $|\dot{\sigma}|$ подвоюється.

Протоколи навантаження мають трикутно-подібну форму. Видно, що зі зростанням швидкості навантаження площа гістерезисної петлі спочатку збільшується, потім настає насиченість, а в подальшому площа петлі зменшується (рис. 2).

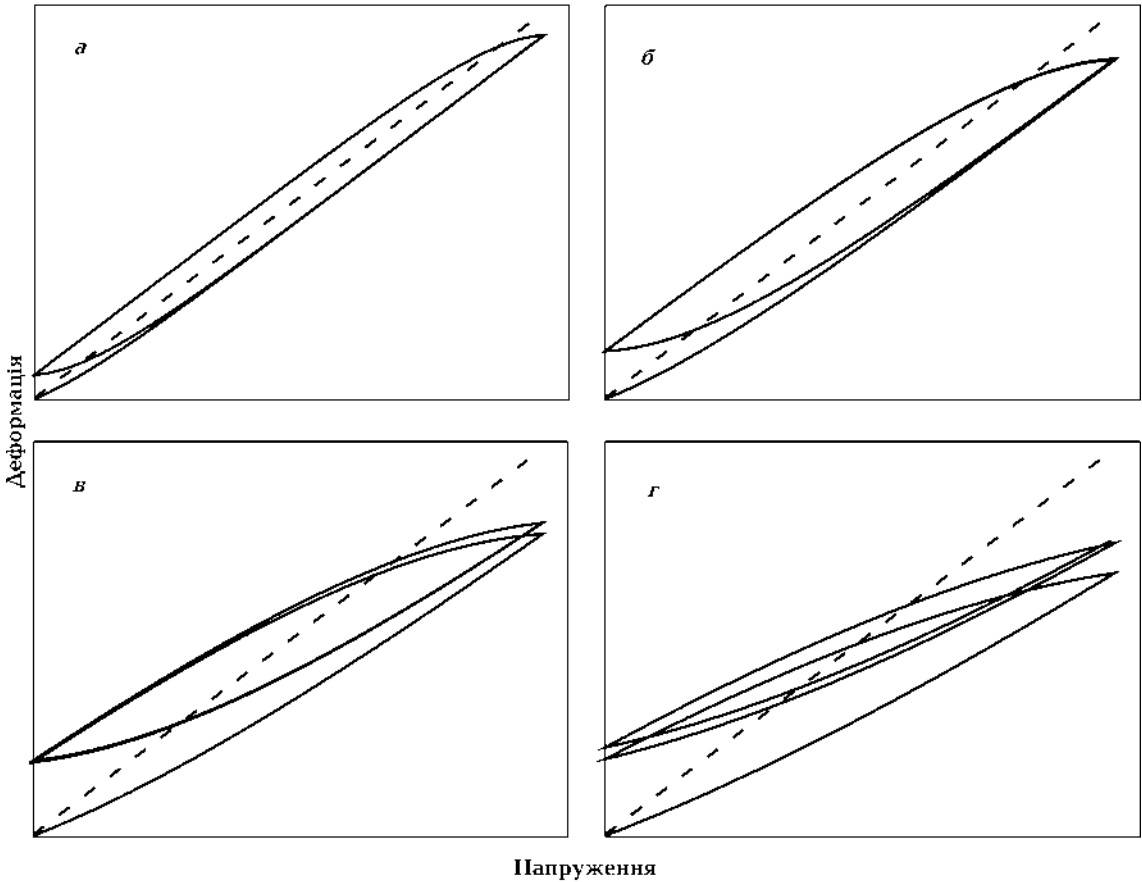


Рис. 2. Криві напруження—деформація за циклічних навантажень для різних $\dot{\sigma}$ та $\sigma_{\max} = \text{const}$.

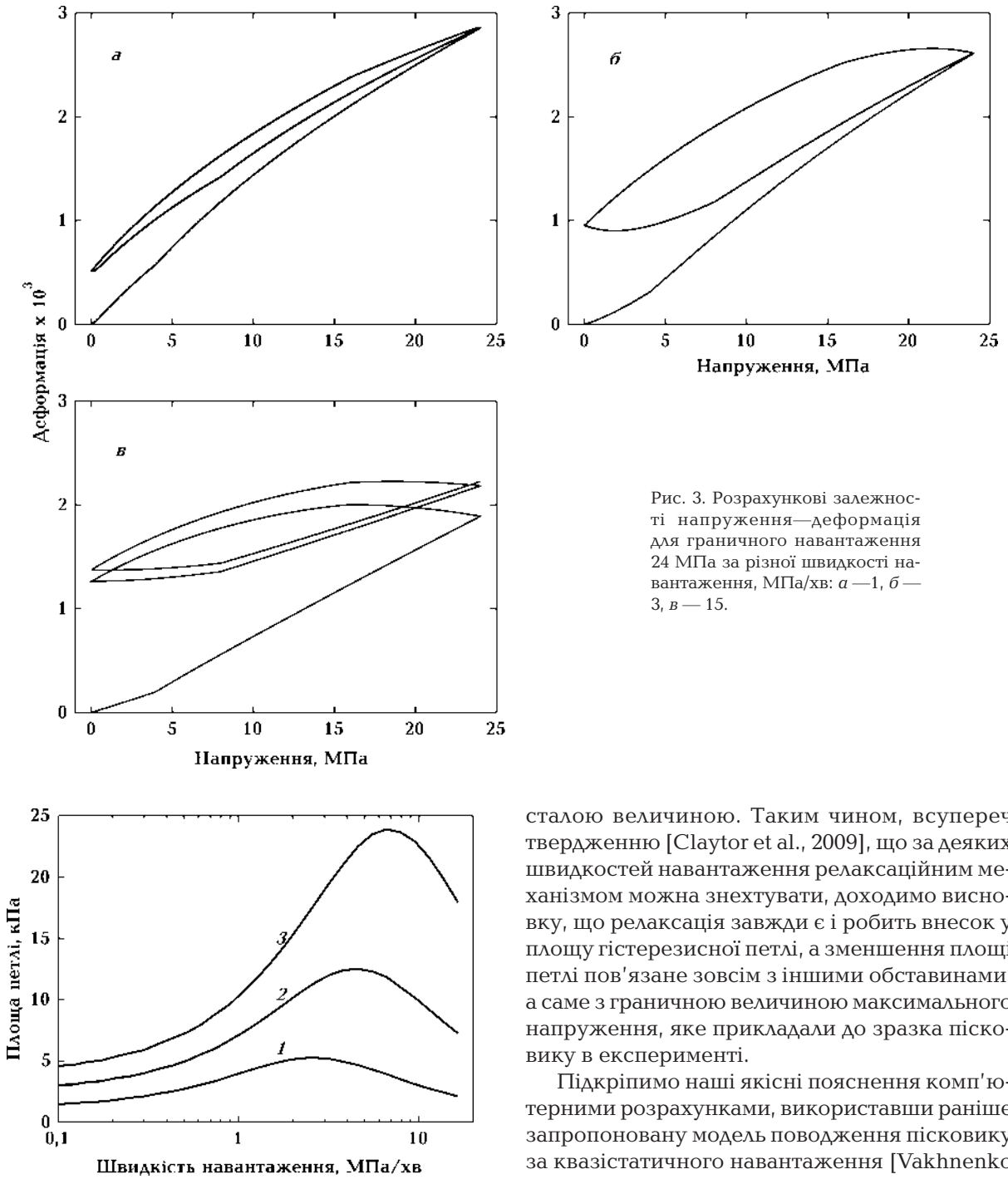


Рис. 3. Розрахункові залежності напруження—деформація для граничного навантаження 24 МПа за різної швидкості навантаження, МПа/хв: *а* — 1, *б* — 3, *в* — 15.

Рис. 4. Залежність площі гістерезисних петель від швидкості навантаження. Максимальне навантаження, МПа: 1 — 14, 2 — 24, 3 — 37.

Збільшення площі петлі пов'язуємо з впливом релаксаційних обмінних процесів, тоді як вихід на сталу величину, а потім і зменшення значення площі гістерезисної петлі є результат обмеженого максимального значення напруження, яке, як і в експериментах, вважаємо

сталою величиною. Таким чином, всупереч твердженню [Claytor et al., 2009], що за деяких швидкостей навантаження релаксаційним механізмом можна знехтувати, доходимо висновку, що релаксація завжди є і робить внесок у площу гістерезисної петлі, а зменшення площі петлі пов'язане зовсім з іншими обставинами, а саме з граничною величиною максимального напруження, яке прикладали до зразка пісковика в експерименті.

Підкріпимо наші якісні пояснення комп'ютерними розрахунками, використавши раніше запропоновану модель поведінки пісковика за квазістатичного навантаження [Vakhnenko et al., 2007; 2008]. Модельні параметри для пісковика Бера взяті із статті [Vakhnenko et al., 2007].

Модуль швидкості навантаження для кожного окремої позиції на рис. 3, *а*—*в* сталий. Протокол навантаження має трикутноподібну форму. Видно, що, як і за якісного аналізу фізичного явища, спочатку спостерігається збільшення площі гістерезисної петлі (рис. 3, *а*, *б*), а потім з підвищенням швидкості навантаження площа навантаження зменшується (рис. 3, *б*, *в*).

Розраховано залежності площі всередині гістерезисних петель від швидкості навантаження (рис. 4). Крива 2 на рис. 4 належить до експериментальних результатів, що подані на рис. 2 у статті [Clayton et al., 2009]. Зазначимо, що теоретичні та експериментальні результати не тільки якісно подібні, а також із задовільною точністю збігаються кількісно. Звертаємо увагу на те, що всі розрахункові параметри (властивості) для пісковика Береа взяті із статті [Vakhnenko et al., 2007] і ніяким чином не були підібрані під новий експеримент [Clayton, 2009]. Отже, модель, запропонована нами раніше [Vakhnenko et al., 2007; 2008], додатково до тих результатів, що змодельовані в цих роботах, може описувати нові експериментальні результати. Для достовірності моделі важливо, що вдалося провести моделювання цих експериментів, оскільки вони отримані пізніше, ніж була побудована модель поведінки пісковика

і підібрані розрахункові параметри (властивості) для пісковика Береа.

Висновки. З використанням запропонованої нами раніше моделі проведено моделювання нових експериментальних результатів з вивчення поведінки пісковика Береа під дією циклічних повільних навантажень. Експериментальні та теоретичні результати збігаються як якісно, так і кількісно із задовільною точністю. Важливим механізмом, який слід враховувати в моделі, є релаксаційний. Тому такі моделі, як модель Преісаха—Маєргойза, що не враховують еволюцію внутрішніх процесів, по суті мають дуже обмежену правомірність застосування.

Автор вдячний колегам Дж. А. ТенКейту (J. A. TenCate) і Т. Дж. Шенкланду (T. J. Shankland) Лос-Аламоської національної лабораторії (США) за співпрацю та надані експериментальні результати.

Список літератури

- Вахненко В. О., Вахненко О. О., Даниленко В. А. Релаксаційна модель механічної поведінки пісковика при квазістатичному навантаженні // Доп. НАН України. — 2007. — № 7. — С. 109—115.
- Clayton K. E., Koby J. R., TenCate J. A. Limitations of Preisach Theory: Elastic aftereffect, congruence, and end point memory // Geophys. Res. Lett. — 2009. — **36**. — P. L06304(4).
- Danylenko V. A., Skurativskyy S. I. Autowave solutions of a nonlocal model for geophysical media taking into account the hysteretic character of their deformation // Геофиз. журн. — 2010. — **32**, № 4. — С. 30—33.
- Darling T. W., TenCate J. A., Brown D. W., Clausen B., Vogel S. C. Neutron diffraction study of the contribution of grain contacts to nonlinear stress-strain behavior // Geophys. Res. Lett. — 2004. — **31**. — P. L16604(4).
- Guyer R. A., Johnson P. A. Nonlinear mesoscopic elasticity: Evidence for a new class of materials // Physics Today. — 1999. — **52**. — P. 30—35.
- Guyer R. A., Johnson P. A. Nonlinear mesoscopic elasticity: the complex behaviour of rocks, soil, concrete. — Weinheim: WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KgaA, 2009. — 395 p.
- Guyer R. A., McCall K. R., Boitnott G. N., Hilbert Jr. L. B., Plona T. J. Quantitative use of Preisach-Mayergoyz space to find static and dynamic elastic moduli in rock // J. Geophys. Res. — 1997. — **102**. — P. 5281—5293.
- TenCate J. A., Shankland T. J. Slow dynamics in the nonlinear elastic response of Berea sandstone // Geophys. Res. Lett. — 1996. — **23**. — P. 3019—3022.
- TenCate J. A., Smith E., Guyer R. A. Universal slow dynamics in granular solids // Phys. Rev. Lett. — 2000. — **85**. — P. 1020—1024.
- Vakhnenko O. O., Vakhnenko V. O., Shankland T. J. Soft-ratchet modelling of end-point memory in the nonlinear resonant response of sedimentary rocks // Phys. Rev. B. — 2005. — **71**. — P. 174103(14).
- Vakhnenko O. O., Vakhnenko V. O., Shankland T. J., TenCate J. A. Strain-induced kinetics of intergrain defects as the mechanism of slow dynamics in the nonlinear resonant response of humid sandstone bars // Phys. Rev. E. Rapid communication. — 2004. — **70**. — P. 015602(4).
- Vakhnenko O. O., Vakhnenko V. O., Shankland T. J., TenCate J. A. Soft-ratchet modeling of slow dynamics in the nonlinear resonant response of sedimentary rocks // Innovations in nonlinear acoustics: ISNA-17. — 17th Int. Symp. on Nonlinear Acoustics including the Int. Sonic Boom Forum, AIP conf. Proc., May 30, 2006. — 2006a. — **838**. — P. 120—123.
- Vakhnenko V. O., Vakhnenko O. O., TenCate J. A., Shankland T. J. Dynamical realization of end-point memory in consolidated materials // Innovations in nonlinear acoustics: ISNA-17. — 17th Int. Symp. on Nonlinear Acoustics including the Int. Sonic Boom Forum, AIP conf. Proc., May 30, 2006. — 2006b. — **838**. — P. 124—127.

- Vakhnenko V. O., Vakhnenko O. O., TenCate J. A., Shankland T. J.* Modeling of stress-strain dependences for Berea sandstone under quasistatic loading // *Phys. Rev. B.* — 2007. — **76**. — P. 184108 (8).
- Vakhnenko V. O., Vakhnenko O. O., TenCate J. A., Shankland T. J.* Quasistatic loading of Berea sandstone // *Доп. НАН України.* — 2008. — № 1. — P. 118—126.
- Vakhnenko V. O., Vakhnenko O. O., TenCate J. A., Shankland T. J.* Modeling of the nonlinear resonant response in sedimentary rocks // *Геофиз. журн.* — 2010. — **32**, № 4. — С. 195—197.
- Van Den Abeele K., Carmeliet J., Johnson P., Zinszner B.* The influence of water saturation on the nonlinear mesoscopic response of earth materials, and the implications to the mechanism of nonlinearity // *J. Geophys. Res.* — 2002. — **107**. — P. 10,1029—10,1040.