

Моделирование и использование полей обменных волн для определения азимутов трещиноватостей

© В. Ю. Роганов, Ю. В. Роганов, 2011

Украинский государственный геологоразведочный институт, Киев, Украина
Поступила 15 февраля 2010 г.

Представлено членом редколлегии Ю. К. Тяпкиным

Запропоновано ефективний і стійкий метод синтезу багатоконпонентних просторових хвильових полів для горизонтально-шаруватого середовища з наявністю різно нахилених систем тріщин. Метод дає змогу синтезувати як повне хвильове поле, так і таке, що містить тільки цільові хвилі заданих типів у шарах. У процесі синтезу хвильового поля можна розрахувати й увести в сейсмограми азимутально залежні кінематичні поправки, одержати азимутальні суми загальної точки відбиття.

An efficient and stable method for synthesis of 3D-3C wavefields in a horizontally layered medium with differently oriented fractures is derived. The method enables either entire wavefield or a wavefield containing only waves of certain type for each layer to be obtained. In the process of wave generation, azimuthal-dependent NMO can be computed and applied to obtain azimuthal stacks.

Введение. Прогнозирование, картирование и определение параметров трещиноватых зон является важным этапом при выполнении разведочных работ и изучении свойств резервуаров. Наличие трещиноватых зон приводит к появлению азимутально-зависимой анизотропии и изменению свойств сейсмических волн (поляризации, амплитуды и времени распространения), проходящих через эти зоны [Bakulin et al., 2000].

Использование трехкомпонентных (3С) широко азимутальных 3D сейсмических данных открывает возможность использовать все типы волн для определения параметров трещиноватости. В частности, много информации о свойствах трещин содержится в направлениях векторов поляризации и взаимных временных задержках между обменными отраженными быстрыми ($qP-S_1$) и медленными ($qP-S_2$) волнами [Mac Beth et al., 1991; Van Dok et al., 2001; Simmons, 2009].

Однако наличие нескольких систем трещин, размещенных в одной области или разнесенных по глубине, небольшая мощность трещиноватой зоны, недостаточно плотная или узкая схема наблюдений и другие причины могут значительно ухудшить результаты обработки [Grechka, Tsvankin, 2003]. В связи с этим возникает необходимость выполнения моделирования с целью предсказания результатов обработки и оптимального выбора параметров съемки. Полноволновое моделирование позволяет связать особенности сейсмической записи с параметрами трещиноватой среды. В настоящей статье представлен метод синтеза многокомпонентных волновых полей для горизонтально-слоистой среды с наличием трещиноватых зон. Моделирование основано на методе Хаскелла—Томсона [Haskell, 1953; Thomson, 1950], который адаптирован к формированию 3D-3C волновых полей в условиях азимутально-зависимой анизотропии. Метод позволяет синтезировать полное волновое поле или только целевые волны заданных типов, рассчитывать и вводить кинематические поправки для этих волн, получать азимутальные суммы общей точки отражения (ОТО). Появляется возможность значительно точнее выбрать параметры обработки и прогнозировать точность решения обратной задачи для района с аналогичными физическими свойствами по реальным сейсмическим данным.

Моделирование зон трещиноватости выполняется на основе теории линейного проскальзывания, предложенной М. Шонбергом [Schoenberg, 1980; 1983]. Согласно этой теории, трещиноватость рассматривается либо как набор очень тонких слоев с маленькими коэффициентами упругости и плотностями, либо как совокупность плоскостей со скачками смещений на них, пропорциональными напряжениям.

Волновое поле синтезируется суммированием по всем горизонтальным медленностям плоских волн, распространяющихся в среде. Коэффициенты отражения для плоских волн вычисляются на основе метода Хаскелла—Томсона, примененного для анизотропной горизонтально-слоистой среды [Роганов, 2009а; б].

Обработка многокомпонентных данных обменных $qP-S_1$ и $qP-S_2$ волн включает получение азимутальных сумм ОТО, оценку по ним временных задержек между быстрыми и медленными квазипоперечными волнами для всех анизотропных слоев и их компенсацию (снятие слоя). Выполняется компенсация поворотом данных в натуральную систему координат, в которой $qP-S_1$ и $qP-S_2$ волны располагаются на разных компонентах. Затем выполняется статический временной сдвиг одной из компонент, устраняющий временную задержку, и обратным поворотом данные возвращаются в радиально-трансверсальную (R, T) систему координат, в которой ось R совпадает с направлением источник—приемник, а ось T ей перпендикулярна [Dariu et al., 2005; Granger, Bonnot, 2001]. Для определения азимута трещин также применяется поворот Альфорда [Alford, 1986], адаптированный Гайсером [Gaiser, 1999] к обработке данных $qP-S_1$ и $qP-S_2$ волн для наземной 3D-3C системы наблюдений.

Моделирование и обработка данных обменных $qP-S_1$ и $qP-S_2$ волн продемонстрированы для семислойной среды, содержащей три слоя с вертикальными системами трещин в разных интервалах глубин.

По синтезированному волновому полю найдены азимутальные суммы ОТО, к которым применены процедуры снятия слоя и определения азимутов трещиноватей.

Модель трещиноватого слоя. Будем предполагать, что в однородном слое с мощностью H , параметрами упругости $\lambda_{mp,nq}^{(b)}$ и плотностью $\rho^{(b)}$ находится несколько систем трещин, размещенных в параллельных плоскостях. Расстояние между плоскостями трещин считается намного меньшим длин сейсмических волн и свойства трещин не зависят от их положения в слое.

Вначале рассмотрим одну систему горизонтальных трещин. Для получения эффективных параметров слоя с таким набором трещин воспользуемся методом, предложенным М. Шонбергом [Schoenberg, 1980; 1983]. Предполагая, что трещины представляют множество горизонтальных слоев, заполненных средой с параметрами упругости $\lambda_{mp,nq}^{(t)}\alpha$, плотностью $\rho^{(b)}\alpha$ и общей мощностью $H\alpha$, находят эффективные параметры этой многослойной среды в низкочастотном приближении при $\alpha \rightarrow 0$. Для этого используется теория низкочастотного усреднения для периодических горизонтально слоистых сред [Backus, 1962; Schoenberg, Muir, 1989]. В данном случае ее применение позволяет описать изменение параметров среды в связи с наличием трещиноватостей. При этом не используется форма и другие параметры микроструктуры трещиноватого пространства. Следует отметить, что такая модель среды предполагает отсутствие взаимного влияния различных систем трещин, размещенных в одном и том же месте вмещающей среды [Bakulin et al., 2000].

Представляя тензор $\lambda_{mp,nq}^{(b)}$ в виде симметрической 6×6 матрицы $\mathbf{C}^{(b)}$, находим к ней обратную матрицу $\mathbf{S}^{(b)} = \mathbf{C}^{(b)-1}$, называемую матрицей податливости вмещающей среды. В результате осреднения [Nichols et al., 1989] и предельного перехода $\alpha \rightarrow 0$, к матрице $\mathbf{S}^{(b)}$ прибавляется симметрическая матрица

$$\mathbf{S}^{(f)} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & S_{33}^{(f)} & S_{34}^{(f)} & S_{35}^{(f)} & 0 \\ 0 & 0 & S_{34}^{(f)} & S_{44}^{(f)} & S_{45}^{(f)} & 0 \\ 0 & 0 & S_{35}^{(f)} & S_{45}^{(f)} & S_{55}^{(f)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

описываются свойства трещин, т. е. матрица податливости для среды с одной системой горизонтальных трещин находится по формуле $\mathbf{S} = \mathbf{S}^{(b)} + \mathbf{S}^{(f)}$.

Добавление матрицы $\mathbf{S}^{(f)}$ к матрице податливости $\mathbf{S}^{(b)}$ вмещающей среды приводит к появлению дополнительных смещений $[\varepsilon_{13}]$, $[\varepsilon_{23}]$ и $[\varepsilon_{33}]$, линейно зависящих от напряжений δ_{13} , δ_{23} и δ_{33} . Учет этих смещений можно рассматривать как граничные условия на горизонтальных плоскостях тре-

щин с наличием проскальзывания [Schoenberg, 1980]. В дальнейшем будем предполагать, что добавочные смещения $[\varepsilon_{13}]$, $[\varepsilon_{23}]$ и $[\varepsilon_{33}]$ пропорциональны соответствующим напряжениям δ_{13} , δ_{23} и δ_{33} , т. е. справедливы формулы $[\varepsilon_{13}] = K_V \delta_{13}$, $[\varepsilon_{23}] = K_H \delta_{23}$ и $[\varepsilon_{33}] = K_N \delta_{33}$. Это означает, что матрица $\mathbf{S}^{(f)}$ — диагональная, $S_{33}^{(f)} = K_N$, $S_{44}^{(f)} = K_H$, $S_{33}^{(f)} = K_N$, а остальные $S_{ij}^{(f)} = 0$.

Параметры (fracture weaknesses) K_N , K_H , K_V в литературе принято выражать через безразмерные величины Δ_N , Δ_H , Δ_V , описывающие степень проскальзывания и называемые ослаблениями [Schoenberg, Helbig, 1997]. Для горизонтальной системы трещин

$$\Delta_N = \frac{c_{33}^{(b)} K_N}{1 + c_{33}^{(b)} K_N}, \quad \Delta_H = \frac{c_{44}^{(b)} K_H}{1 + c_{44}^{(b)} K_H},$$

$$\Delta_V = \frac{c_{55}^{(b)} K_V}{1 + c_{55}^{(b)} K_V}.$$

Рассмотрим задание наклонной трещиноватости, которая описывается параметрами Δ_N , Δ_H , Δ_V и нормалью к ее плоскостям, имеющей угол α к вертикали и азимут φ . Обозначим x'_i правую ортогональную систему координат, ось x'_2 которой горизонтальна, а x'_3 расположена вдоль указанной нормали.

Матрица упругости вмещающей среды в системе координат x'_i имеет коэффициенты $(c'_{mn}) = \mathbf{C}'_b = \mathbf{M} \mathbf{C}_b \mathbf{M}^T$, где \mathbf{M} — шестимерная матрица Бонда [Carcione, 2007; Winterstein, 1990], определяющая поворот тензора упругости, выраженного в матричной форме.

Аналогично определяются матрицы податливости вмещающей и трещиноватой сред в системе координат x'_i :

$$\mathbf{S}'_b = \mathbf{N} \mathbf{S}_b \mathbf{N}^T$$

и

$$\mathbf{S}' = \mathbf{N} \mathbf{S}_b \mathbf{N}^T + \text{diag}(0, 0, K_N, K_H, K_V, 0),$$

где $\mathbf{N} = (\mathbf{M}^T)^{-1}$ и значения K_N , K_H , K_V находятся по формулам

$$K_N = \frac{\Delta_N}{(1 - \Delta_N) c'_{33}}, \quad K_V = \frac{\Delta_V}{(1 - \Delta_V) c'_{55}}, \quad K_H = \frac{\Delta_H}{(1 - \Delta_H) c'_{44}}.$$

Матрица податливости для трещиноватой среды в исходной системе координат x_i вычисляется применением обратного поворота:

$$\mathbf{S} = \mathbf{S}_b + \mathbf{M}^T \text{diag}(0, 0, K_N, K_H, K_V, 0) \mathbf{M}.$$

Матрицы \mathbf{M} и \mathbf{N} ($\mathbf{M}^T = \mathbf{N}^{-1}$) описывают соответственно преобразования матриц упругости и податливости при повороте системы координат. Они зависят от взаимного положения координатных систем x_i и x'_i .

Переход от системы координат x_i к системе координат x'_i выполняется двумя поворотами $x_i \xrightarrow{\varphi} x''_i \xrightarrow{\alpha} x'_i$. Вначале выполняется поворот системы координат x'_i вокруг оси x_3 на угол φ , чтобы ось x'_3 оказалась в плоскости $x''_1 x''_3$ ($x''_3 = x_3$). Затем выполняется поворот системы координат x''_i вокруг оси x''_2 на угол α , чтобы новое положение оси x''_3 совпало с осью x'_3 . Соответствующая матрица вращения имеет вид

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \cos \alpha & 0 & \sin \alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \alpha & 0 & \cos \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi & 0 \\ -\sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha \cos \varphi & \cos \alpha \sin \varphi & -\sin \alpha \\ -\sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ \sin \alpha \cos \varphi & \sin \alpha \sin \varphi & \cos \alpha \end{pmatrix}.$$

Элементы матриц \mathbf{M} и \mathbf{N} определяются элементами матрицы поворота \mathbf{A} по формулам, приведенным в работах [Carcione, 2007; Winterstein, 1990].

Пусть имеется несколько разнонаклонных систем трещин, описываемых параметрами $\Delta_N^{(i)}$, $\Delta_H^{(i)}$, $\Delta_V^{(i)}$, α_i , φ_i и расположенных в одном месте. Для каждой из них рассчитывается матрица

податливости $\mathbf{F}_i = \mathbf{M}^{(i)T} \text{diag}(0, 0, K_N^{(i)}, K_H^{(i)}, K_V^{(i)}, 0) \mathbf{M}^{(i)}$ описанным выше способом. Матрица податливости вмещающей среды со всеми системами трещин есть сумма:

$$\mathbf{S} = \mathbf{S}_b + \sum_i \mathbf{F}_i .$$

В случае, если свойства трещиноватости сохраняются при поворотах относительно нормали к их плоскостям и размещаются в изотропной среде, параметры Δ_H и Δ_V равны между собой и обозначаются Δ_T .

Наличие одной вертикальной системы трещин с нормалью вдоль оси x_1 ($\alpha=90^\circ$, $\varphi=0^\circ$), расположенной в изотропной среде, приводит к горизонтальной трансверсально-изотропной (ГТИ) среде с матрицей упругости [Schoenberg, Sayers, 1995]

$$\mathbf{C} = \mathbf{S}^{-1} = \begin{pmatrix} (\lambda + 2\mu)(1 - \Delta_N) & \lambda(1 - \Delta_N) & \lambda(1 - \Delta_N) & 0 & 0 & 0 \\ \lambda(1 - \Delta_N) & (\lambda + 2\mu)(1 - r^2\Delta_N) & \lambda(1 - r\Delta_N) & 0 & 0 & 0 \\ \lambda(1 - \Delta_N) & \lambda(1 - r\Delta_N) & (\lambda + 2\mu)(1 - r^2\Delta_N) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mu(1 - \Delta_T) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu(1 - \Delta_T) \end{pmatrix},$$

где $r = \lambda / (\lambda + 2\mu)$.

Значения параметров Δ_N и Δ_T зависят от заполнения трещин, плотности e трещин и отношения g скоростей поперечных волн к скоростям продольных волн во вмещающей среде [Bakulin et al., 2000].

Для газонаполненных трещиноватостей

$$\Delta_N = \frac{4e}{3g(1-g)}, \quad \Delta_T = \frac{16e}{3(3-2g)}.$$

Для флюидонаполненных трещиноватостей

$$\Delta_N = 0, \quad \Delta_T = \frac{16e}{3(3-2g)}.$$

Здесь e — плотность трещиноватости, определяемая как общий объем пространства трещин в единичном объеме вмещающей среды, $g = V_S^2 / V_P^2$, V_P, V_S — скорости продольных и поперечных волн во вмещающей среде соответственно.

Формирование волнового поля. Трехкомпонентное волновое поле синтезируется на основе матричного метода Хаскелла—Томсона и Δ -операторной техники, адаптированной к анизотропной среде.

В связи с тем, что волновое поле при наличии анизотропии в многослойной среде может быть достаточно сложным, разработан способ получения отраженных волн от целевой границы с заданными типами волн в промежуточных слоях. Поскольку годографы этих волн могут значительно отличаться от гипербол, разработан способ расчета времен регистрации в процессе их формирования. Используя времена регистрации, можно сразу вводить кинематические поправки и получать азимутальные суммы ОТО.

Алгоритм синтеза волнового поля предусматривает расчет интерференционных коэффициентов отражения $k_{\alpha\beta}$ (α, β — типы волн на возбуждении и приеме) от пачки горизонтальных слоев для всех плоских волн с временными частотами $0 < \omega < \omega_{\max}$ и горизонтальными медленностями из диапазона $p_{\max} \leq P_x, P_y \leq p_{\max}$.

Для всех типов β плоских волн в верхнем слое, где расположены приемники, рассчитываются векторы поляризации \mathbf{a}_β и выполняется суммирование по формуле

$$\mathbf{u}(x, y, z, t) = \sum_{p_x, p_y, \omega, \beta} \frac{\omega A(\omega) B_\alpha(p_x, p_y) k_{\alpha\beta}}{p_{z\alpha}} \exp[j\omega(p_x x + p_y y + p_{z\beta} z - t)] \mathbf{a}_\beta, \quad (1)$$

где $A(\omega)$ — спектр исходного сигнала, $k_{\alpha\beta}$ — коэффициент отражения из матрицы рассеяния, $p_{z\alpha}$, $p_{z\beta}$ — вертикальные медленности волн типов α и β в верхнем полупространстве, $B_\alpha(p_x, p_y)$ — характеристика направленности источника типа α как функция от горизонтальных медленностей.

Множители ω и $p_{z\alpha}^{-1}$ в формуле (1) возникают в связи с тем, что суммирование выполняется не по равномерно распределенным направлениям распространения в пространстве инициализирующих плоских волн, а по горизонтальным медленностям p_x и p_y . Аналогичная формула получается, если воспользоваться интегралом Вейля для представления сферических волн, генерируемых источником колебаний [Аки, Ричардс, 1983].

При данном способе синтеза генерируются все типы волн, включая первичные и кратные отражения от промежуточных границ раздела, а также монотипные и обменные волны.

Опишем метод, позволяющий получать только волны с заданными характеристиками рассеяния на целевой и промежуточных границах раздела.

Суть метода состоит в том, чтобы при вычислении матрицы рассеяния заменить амплитудный пропагатор

$$\mathbf{Q} = \Lambda^{(n+1)} \mathbf{G}^{(n)} \Lambda^{(n-1)} \dots \Lambda^{(1)} \mathbf{G}^{(1)} \Lambda^{(0)}$$

другим, имеющим заданные свойства на промежуточных границах раздела:

$$\tilde{\mathbf{Q}} = \Lambda^{(n+1)} \tilde{\mathbf{G}}^{(n)} \Lambda^{(n-1)} \dots \Lambda^{(1)} \tilde{\mathbf{G}}^{(1)} \Lambda^{(0)}. \quad (2)$$

Здесь $\mathbf{G}^{(k)} = \mathbf{E}^{(k+1)-1} \mathbf{E}^{(k)}$ и $\tilde{\mathbf{G}}^{(k)}$ — матрицы границ; $\mathbf{E}^{(k)}$ — матрицы, составленные из собственных вектор-столбцов смещений-напряжений. Подробные обозначения приведены в работах [Роганов, 2009а; б].

Переход от матрицы $\mathbf{G}^{(k)}$ к $\tilde{\mathbf{G}}^{(k)}$ сводится к цепочке нелинейных преобразований

$$\mathbf{G}^{(k)} \xleftarrow{F} \mathbf{S}^{(k)} \xrightarrow{L} \tilde{\mathbf{S}}^{(k)} \xleftarrow{F} \tilde{\mathbf{G}}^{(k)}.$$

Оператор F сопоставляет матрице границы (пропагатору) $\mathbf{G}^{(k)}$ матрицу рассеяния $\mathbf{S}^{(k)}$, и наоборот ($F^2 = I$ — единичный оператор):

$$\mathbf{G}^{(k)} = \begin{pmatrix} \mathbf{G}_{11} & \mathbf{G}_{12} \\ \mathbf{G}_{21} & \mathbf{G}_{22} \end{pmatrix} \xleftarrow{F} \mathbf{S}^{(k)} = \begin{pmatrix} \mathbf{S}_{11} & \mathbf{S}_{12} \\ \mathbf{S}_{21} & \mathbf{S}_{22} \end{pmatrix},$$

где $\mathbf{S}_{11} = \mathbf{G}_{11} - \mathbf{G}_{12} \mathbf{G}_{22}^{-1} \mathbf{G}_{21}$, $\mathbf{S}_{12} = \mathbf{G}_{12} \mathbf{G}_{22}^{-1}$, $\mathbf{S}_{21} = -\mathbf{G}_{22}^{-1} \mathbf{G}_{21}$, $\mathbf{S}_{22} = \mathbf{G}_{22}^{-1}$, $\mathbf{G}_{11} = \mathbf{S}_{11} - \mathbf{S}_{12} \mathbf{S}_{22}^{-1} \mathbf{S}_{21}$, $\mathbf{G}_{12} = \mathbf{S}_{12} \mathbf{S}_{22}^{-1}$, $\mathbf{G}_{21} = -\mathbf{S}_{22}^{-1} \mathbf{S}_{21}$, $\mathbf{G}_{22} = \mathbf{S}_{22}^{-1}$.

Оператором L проводится обнуление желаемых коэффициентов отражения и преломления в матрице рассеяния $\mathbf{S}^{(k)}$, относящейся к текущей границе.

Итак, матрица слоя $\mathbf{G}^{(k)}$ преобразуется в матрицу рассеяния $\mathbf{S}^{(k)}$, в которой обнуляются заданные коэффициенты отражения и преломления. Полученная матрица рассеяния $\tilde{\mathbf{S}}^{(k)}$ преобразуется обратно в матрицу слоя $\tilde{\mathbf{G}}^{(k)}$. По формуле (2) рассчитывается пропагатор $\tilde{\mathbf{Q}}$, определяющий частичное волновое поле. Затем по пропагатору $\tilde{\mathbf{Q}}$ определяется матрица рассеяния $\tilde{\mathbf{S}}$.

Продемонстрируем применение формирования частичного волнового поля на двух примерах.

Для получения волнового поля, состоящего только из первичных отраженных волн (без кратных), обнулим в матрицах $\mathbf{S}^{(k)}$ все коэффициенты отражения для волн, распространяющихся вверх, т.е. пусть $\tilde{\mathbf{S}}_{12} = 0$ и $\tilde{\mathbf{S}}_{ij} = \mathbf{S}_{ij}$ при $i \neq 1, j \neq 2$. В результате от распространяющихся вверх волн не возникнет обратного рассеяния (вниз) и кратные волны будут отсутствовать. В данном случае матрица $\tilde{\mathbf{G}}^{(k)}$ определяется непосредственно по матрице $\mathbf{G}^{(k)}$ соотношениями $\tilde{\mathbf{G}}_{11} = \mathbf{G}_{11} - \mathbf{G}_{12} \mathbf{G}_{22}^{-1} \mathbf{G}_{21}$, $\tilde{\mathbf{G}}_{12} = 0$, $\tilde{\mathbf{G}}_{21} = \mathbf{G}_{21}$ и $\tilde{\mathbf{G}}_{22} = \mathbf{G}_{22}$.

Аналогично полагаем $\tilde{\mathbf{S}}_{21} = 0$ и сохраняем остальные $\tilde{\mathbf{S}}_{ij} = \mathbf{S}_{ij}$. Этим способом можно получить пропагатор для границы, от которой не происходит обратного рассеяния для волн,

падающих сверху. Используя эти соотношения для всех границ, кроме целевой, получим волновое поле, содержащее только отраженные волны от этой границы.

Второй пример актуален для настройки процедур азимутально-зависимой обработки многокомпонентных данных обменных qP - S_1 или qP - S_2 волн при поиске зон трещиноватостей.

Для получения обменных отраженных qP - S_1 или qP - S_2 волн от заданной границы, например от подошвы трещиноватого слоя, дополнительно обнуляются коэффициенты отражения и преломления всех обменных волн $qP \leftrightarrow S_1$ и $qP \leftrightarrow S_2$ для всех границ, кроме целевой. На целевой границе оставляются ненулевыми только коэффициенты отражения k_{qP-S_1} или k_{qP-S_2} той обменной волны, которая изучается, а также все коэффициенты преломления.

Точно также можно получить волновое поле, содержащее только отраженную волну от заданной границы раздела, которая в i -м слое имеет заданные типы α_i и β_i при распространении вниз и вверх соответственно.

Общее время распространения такой плоской волны с горизонтальными медленностями (p_x, p_y) можно найти по формуле

$$t(x_p, y_p, p_x, p_y) = \sum_{i=1}^m \text{real}(p_{z\alpha_i} - p_{z\beta_i}) z_i + x_p p_x + y_p p_y,$$

поскольку ее фаза в точке приема $M(x_p, y_p, 0)$ равна $\omega t(x_p, y_p, p_x, p_y)$. Здесь $p_{z\alpha_i}$ и $p_{z\beta_i}$ — вертикальные медленности волн типов α и β в i -м слое.

Для определения времени отраженной волны от точечного источника, расположенного в начале системы координат, воспользуемся методом стационарной фазы, а также тем, что поверхности медленности $\text{real} p_{z\alpha}$ и $-\text{real} p_{z\beta}$, как графики функций от переменных (p_x, p_y) , являются выпуклыми вверх поверхностями. Последний факт справедлив в предположении, что волны типов α_i и β_i не имеют каустик.

Из сказанного следует, что в стационарной точке выполняются равенства $t'_{p_x} = t'_{p_y} = 0$ и гессиан $\begin{pmatrix} t''_{p_x p_x} & t''_{p_y p_x} \\ t''_{p_x p_y} & t''_{p_y p_y} \end{pmatrix}$ в ней отрицательно определен. Следовательно, в этой точке функция $t(x_p, y_p, p_x, p_y)$ имеет максимум и

$$t(x_p, y_p) = \max_{p_x, p_y} t(x_p, y_p, p_x, p_y).$$

Учитывая, что вертикальные медленности $p_{z\alpha_i}$, $p_{z\beta_i}$ являются собственными числами матрицы i -слоя и рассчитываются в процессе синтеза волнового поля, получаем удобный и быстрый способ оценки времени регистрации отраженной волны. Если это время внести в экспоненту при синтезе волнового поля, получим волну с введенной кинематической поправкой, которую можно использовать для расчета сумм ОТО:

$$\mathbf{u}_0(x, y, z, t) = \sum_{p_x, p_y, \omega, \beta} \frac{\omega A(\omega) B_\alpha(p_x, p_y) k_{\alpha\beta}}{p_{z\alpha}} \exp\left[j\omega(p_x x + p_y y + p_{z\beta} z - t - t(x_p, y_p)) \right] \mathbf{a}_\beta.$$

Обработка данных обменных волн с целью определения азимутов вертикальных трещиноватостей. Начальным этапом обработки горизонтальных компонент 3D данных является их преобразование в радиально-трансверсальную (R, T) систему координат, оценка скоростей обменных волн вдоль различных азимутов и получение азимутальных сумм ОТО [Van Dok et al., 2001].

Дальнейшая обработка азимутальных сумм ОТО основана на одномерной модели, в которой сигналы на трассах сумм рассматриваются как зарегистрированные вертикально распространяющиеся волны S_1 и S_2 , возбужденные qP -волной, поляризованной вдоль азимута суммы θ (т. е. вдоль линии источник—приемник). Следовательно, в этой модели предполагается, что трансверсальная компонента $u_T(t)$ инициализирующей qP -волны равна нулю. Этот же факт принимается для суммарной отраженной qP - S_1 и qP - S_2 волны в момент ее порождения (обмена с отражением). Распространяющиеся вертикально вверх qP - S_1 и qP - S_2 волны имеют разные скорости (S_1 — быстрая волна) и поляризованы соответственно вдоль и перпендикулярно трещинам. Поэтому после прохождения анизотропного слоя между ними возникает временной сдвиг Δt и на трансверсальной компоненте появляется ненулевая энергия.

Обозначим через φ азимут трещин и повернем данные для азимута θ на угол $\alpha = \varphi - \theta$. Этому повороту соответствует преобразование компонент азимутальных сумм в натуральную систему координат. В полученной системе координат на компонентах X и Y располагаются соответственно волны S_1 и S_2 , поскольку они поляризованы вдоль этих направлений.

Для преобразования сигналов с подошвы анизотропного слоя на его кровлю введем разные временные задержки t_1 и $t_1 + \Delta t$ в компоненты X и Y , а затем выполним обратный поворот на угол $-\alpha$ и вернемся в исходную (R, T) систему координат. Этим операциям соответствует матричное преобразование в спектральной области

$$\mathbf{d} = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{D} \mathbf{R} \mathbf{u}(\omega), \tag{3}$$

где $\mathbf{u}(\omega) = (s(\omega), 0)^T$, $s(\omega)$ — фурье-преобразование сигнала $s(t)$ суммарной восходящей qP - qS_1 и qP - qS_2 волны на границе обмена, t_1 — время распространения через слой qP - S_1 волны,

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \text{ и } \mathbf{D} = \begin{pmatrix} \exp(j\omega t_1) & 0 \\ 0 & \exp(j\omega(t_1 + \Delta t)) \end{pmatrix}.$$

Поэтому компоненты волнового поля на кровле анизотропного слоя во временной области удовлетворяют формулам

$$\begin{aligned} d_R(t) &= \cos^2 \alpha s(t - t_1) + \sin^2 \alpha s(t - t_1 - \Delta t), \\ d_T(t) &= \sin \alpha \cos \alpha (s(t - t_1) - s(t - t_1 - \Delta t)). \end{aligned} \tag{4}$$

Из формулы (4) видно, что на R -компоненте находится нормированная множителями $\cos^2 \alpha$ и $\sin^2 \alpha$ сумма сигналов $s(t - t_1)$ и $s(t - t_1 - \Delta t)$, а на T -компоненте — нормированная множителем $\sin \alpha \cos \alpha$ разность сигналов $\Delta s = s(t - t_1) - s(t - t_1 - \Delta t)$. Сигнал $s(t - t_1)$ соответствует qP - S_1 волне, а $s(t - t_1 - \Delta t)$ — волне qP - S_2 . Это приводит к инвертированию фазы сигнала на T -компоненте в зависимости от азимута через $\Delta \theta = \pi/2$, а на R -компоненте — к чередованию максимумов и минимумов времен регистрации с тем же периодом. Заметим, что если слой изотропный, то $\Delta t = 0$. В этом случае $d_R(t) = s(t - t_1)$ и $d_T(t) = 0$.

Если преобразовать данные $(d_R(t), d_T(t))^T$ в натуральную систему координат (X, Y) , выполнить временной сдвиг сигнала Y -компоненты на $-\Delta t$ и вернуться в систему координат (R, T) , то получится вектор с координатами $(d'_R(t), d'_T(t))^T$, удовлетворяющими формулам

$$\begin{aligned} d'_R(t) &= \cos^2 \alpha d_R(t) + \sin^2 \alpha d_R(t + \Delta t) + \sin \alpha \cos \alpha (d_T(t) - d_T(t + \Delta t)), \\ d'_T(t) &= \sin^2 \alpha d_T(t) + \cos^2 \alpha d_T(t + \Delta t) + \sin \alpha \cos \alpha (d_R(t) - d_R(t + \Delta t)). \end{aligned} \tag{5}$$

Для компонент $(d_R(t), d_T(t))^T$, удовлетворяющих соотношениям (4), выполняются равенства $d'_R = s(t - t_1)$ и $d'_T = 0$. Преобразование (5) компонент $(d_R(t), d_T(t))^T$ азимутальной суммы зависит от выбора временного сдвига Δt и азимута трещин $\varphi = \alpha + \theta$. При истинных значениях временного сдвига Δt_0 и азимута φ_0 , отношение общих энергий на T - и R -компонентах в пределах соответствующего временного окна достигает минимума:

$$E(\Delta t_0, \varphi_0) = \min_{\Delta t, \theta} \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{t_{\max}} dt d_T'^2(t, \theta) / d_R'^2(t, \theta). \tag{6}$$

Снятие слоя, т. е. устранение временной задержки между быстрыми и медленными обменными волнами, выполняется применением формулы (5) с параметрами Δt_0 и φ_0 в пределах временного окна для каждого азимута θ .

Другим методом определения параметров Δt_0 и φ_0 является одновременное использование данных для азимутов θ и $\theta + \pi/2$. При этом данные $(d''_R, d''_T)^T$ для азимута $\theta + \pi/2$ интерпретируются как компоненты $d_R = -d''_T$ и $d_T = d''_R$ для азимута θ с инициализирующим сигналом $\mathbf{u}(t) = (0, s(t))^T$, поляризованным вдоль T -компоненты (рис. 1). Объединяя соотношения (3) для азимутов θ и $\theta + \pi/2$, получим, что $\mathbf{F} = s(\omega) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{D} \mathbf{R}$, где $\mathbf{F} = \begin{pmatrix} d_R & -d''_T \\ d_T & d''_R \end{pmatrix}$. В этом случае преобразование \mathbf{R} на-

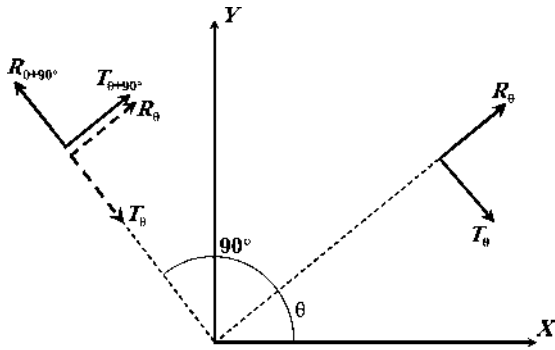


Рис. 1. Взаимосвязь R- и T-компонент для азимутов θ и $\theta+90^\circ$.

матрицы \mathbf{F} с собственными значениями $\exp(j\omega t_1)s(\omega)$ и $\exp(j\omega(t_1+\Delta t))s(\omega)$. Поэтому для определения параметров φ и Δt часто используется техника спектрального или сингулярного разложения матрицы \mathbf{F} [Хорн, Джонсон, 1989; Li, Crampin, 1993; Zeng, MacBeth, 1993; Dellinger et al., 2001].

Численный пример. Разработанный метод применен для получения радиальных (R) и трансверсальных (T) компонент волнового поля для семислойной среды в интервале смещений источник—приемник 0—1500 м и азимутов 0—360° с шагом $\Delta\varphi=10^\circ$. Использовался источник, генерирующий продольную волну сигналом Риккера с центральной частотой $f=25$ Гц. Параметры слоев приведены в таблице.

Параметры многослойной среды с горизонтальными границами раздела

Слой	V_{P_i} , м/с	V_{S_i} , м/с	ρ_i , кг/м ³	ΔN	ΔT	Δz_i , м	Δt_{qP-S_1} , мс	Δt_{qP-S_2} , мс	$\Delta t_{S_1-S_2}$, мс	φ_{TP_i} , град
1	2700	1559	2380	0	0	1000	1011	1011	0	
2	4589	3147	2400	0,235	0,121	150	80	84	3,2	60°
3	3019	1743	2470	0	0	500	453	453	0	
4	5105	3349	2550	0,235	0,121	200	99	103	3,8	45°
5	3593	2074	2660	0	0	300	228	228	0	
6	5350	3667	2660	0,235	0,121	300	138	143	5,5	20°
7	5550	3204	2690	0	0	50				

Слой с номерами 2, 4 и 6 содержат вертикальные системы трещин с параметрами $\Delta N=0,235$, $\Delta T=0,121$ и азимутами нормалей $\psi_2=30^\circ$, $\psi_4=45^\circ$ и $\psi_6=80^\circ$. Наличие трещин приводит к тому, что эти слои становятся трансверсально-изотропными с горизонтальными осями, имеющими те же азимуты. Проекция плоскостей трещин на горизонтальную плоскость имеют азимуты $\varphi_2=60^\circ$, $\varphi_4=45^\circ$ и $\varphi_6=20^\circ$ (рис. 2).

На горизонтальных компонентах (R, T) регистрируются, в основном, обменные $qP-qS_1$ и $qP-qS_2$ волны. Сейсмограммы R- и T-компонент для азимута $\varphi=90^\circ$ показаны на рис. 3 и 4. Расчет волновых полей выполнялся два раза: с формированием всех типов отраженных волн (рис. 3) и только первичных отраженных обменных $qP-S_1$ и $qP-S_2$ волн от промежуточных границ раздела (рис. 4). Соответствующие волны на рис. 3 и 4 отмечены цифрами 1—6.

В сейсмограммы R- и T-компонент были введены усредненные азимутально-зависимые кинематические поправки для обменных $qP-S_1$ и $qP-S_2$ волн и получены суммы ОТО для каждого азимута. На рис. 5 изображены азимутально-зависимые суммы для полного волнового поля, а на рис. 6 — для однократно-отраженных $qP-S_1$ и $qP-S_2$ волн. Сопоставляя рис. 5 и 6 между собой, нетрудно на полном волновом поле найти целевые волны (отраженные от подошв трещиноватых слоев), по которым должна происходить обработка данных с целью определения азимутов трещин.

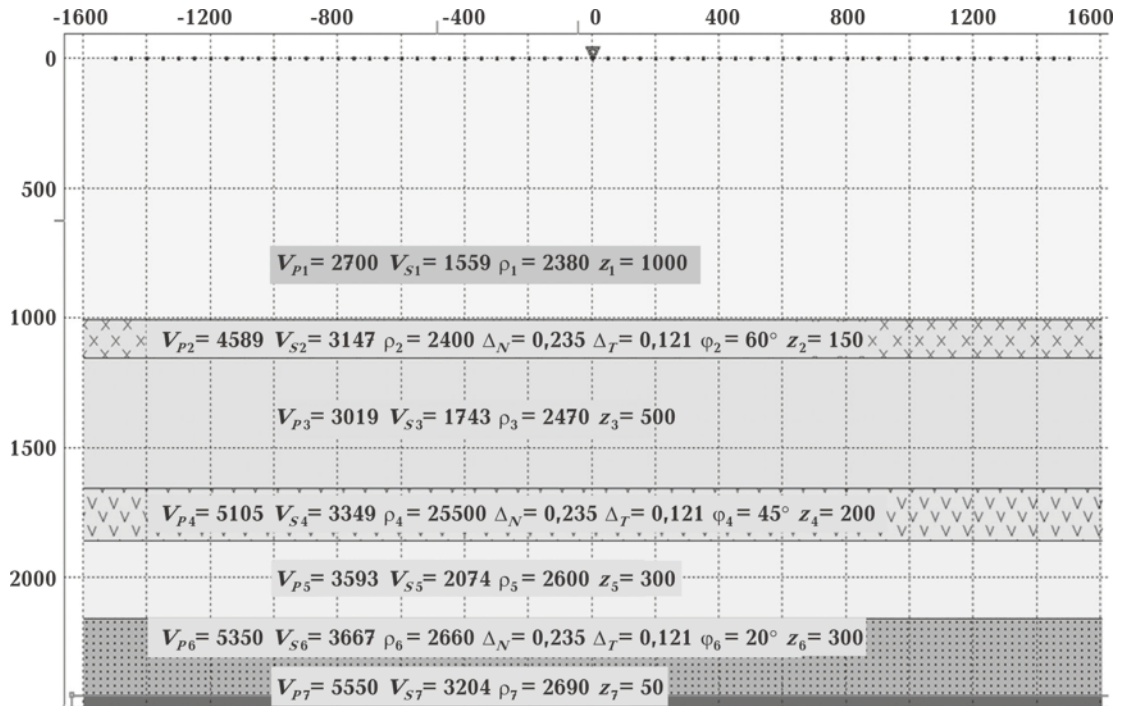


Рис. 2. Параметры горизонтально-слоистой среды. Второй, четвертый и шестой слои содержат вертикальные трещины с азимутами 60°, 45° и 20°.

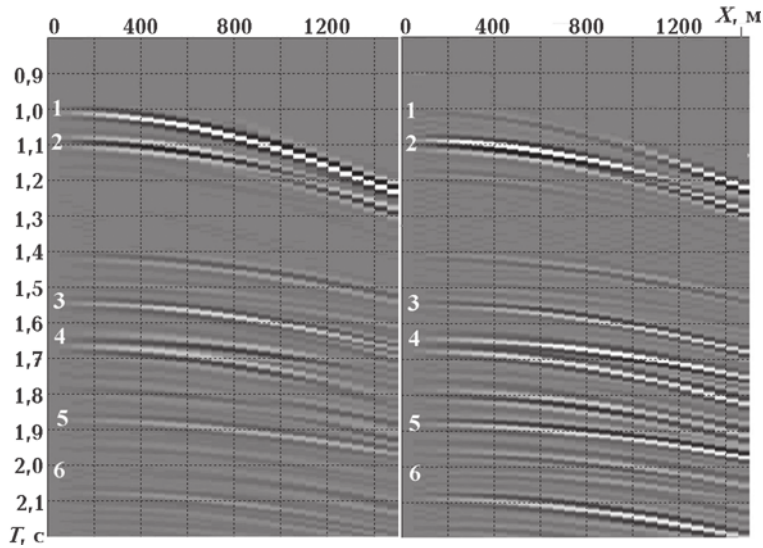


Рис. 3. Сейсмограмма для азимута 90°. Моделируются все волны. Однократноотраженные обменные волны отмечены номерами границ слоев.

Отраженная восходящая волна, попадая на подошву анизотропного слоя, расщепляется на две квазипоперечные волны S_1 и S_2 , которые распространяются в слое с разными скоростями (рис. 7). В результате на верхней границе слоя между ними возникает временная задержка и они интерферируют не синфазно. Это приводит к уменьшению взаимной компенсации энергии $qP-S_1$ и $qP-S_2$ волн на T -компоненте, и она становится значительной в области регистрации.

В таблице указаны двойные времена пробега Δt_{qP-S_1} , Δt_{qP-S_2} и временные задержки $\Delta t_{S_1-S_2}$ обменных волн для каждого слоя при нормальном падении. Временные задержки возникают

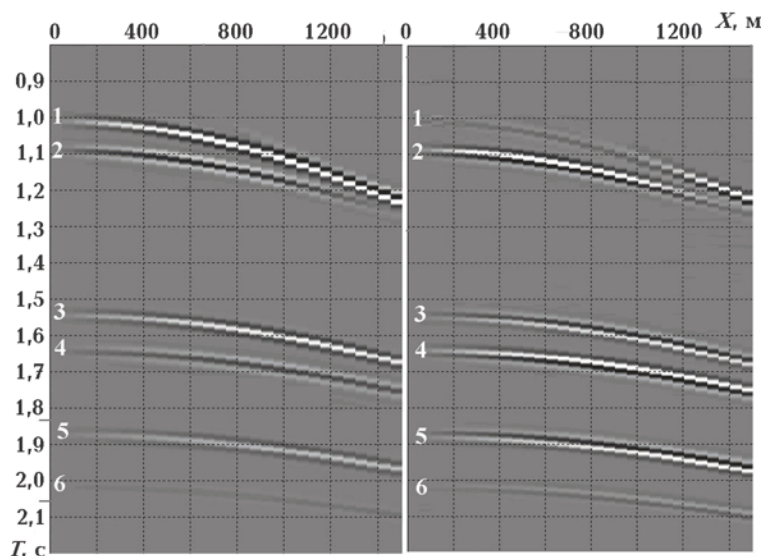


Рис. 4. Сейсмограмма для азимута 90° . Моделируются только однократноотраженные обменные $qP-S_1$ и $qP-S_2$ волны от границ слоев.

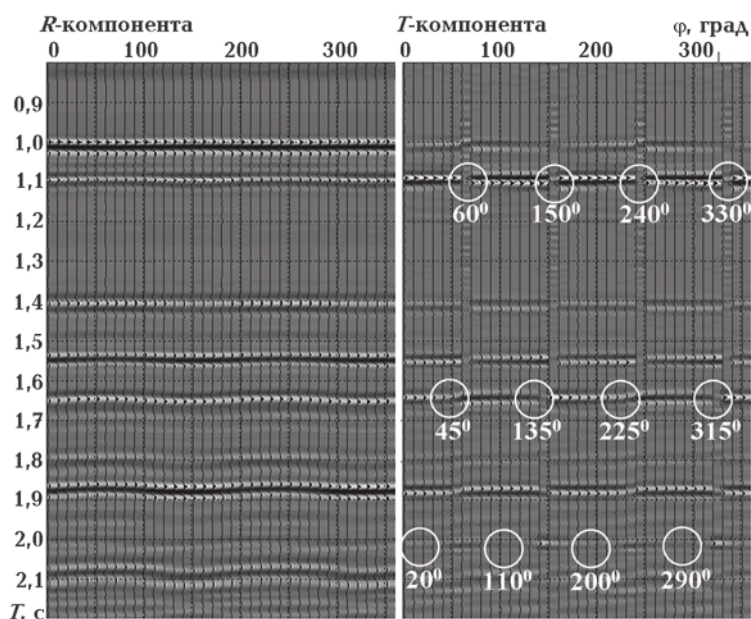


Рис. 5. Компоненты азимутальных сумм ОТО, рассчитанные по полному волновому полю. На трансверсальной компоненте отмечены азимуты отраженных обменных волн от подошв трещиноватых слоев.

только для анизотропных слоев и накапливаются по мере прохождения через них отраженных волн.

Следует отметить, что вектор поляризации волны S_1 всегда находится в плоскости трещин. Вектор поляризации S_2 -волны строго перпендикулярен плоскостям трещин только для волн, распространяющихся вдоль трещин. В остальных случаях этот факт выполняется лишь приближенно. Однако после суммирования ОТО компоненты усредняются, уменьшая общую ошибку.

Кроме этого, скорости S_1 и S_2 волн зависят от азимута, что может привести к значительным колебаниям времен регистрации обменных волн. К примеру, на рис. 8 показаны зависимости

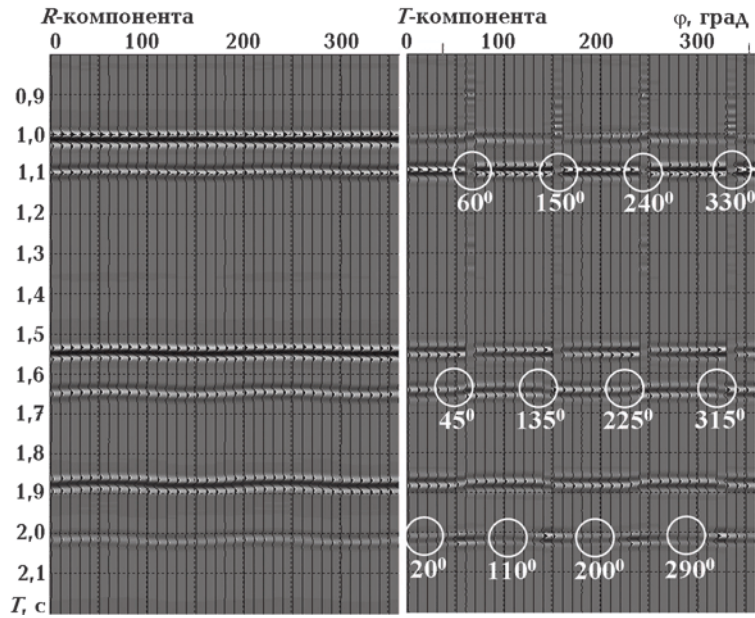


Рис. 6. Компоненты азимутальных сумм ОТО, рассчитанные по волновому полю, содержащему только первичные обменные волны. На трансверсальной компоненте отмечены соответствующие азимуты трещиноватостей.

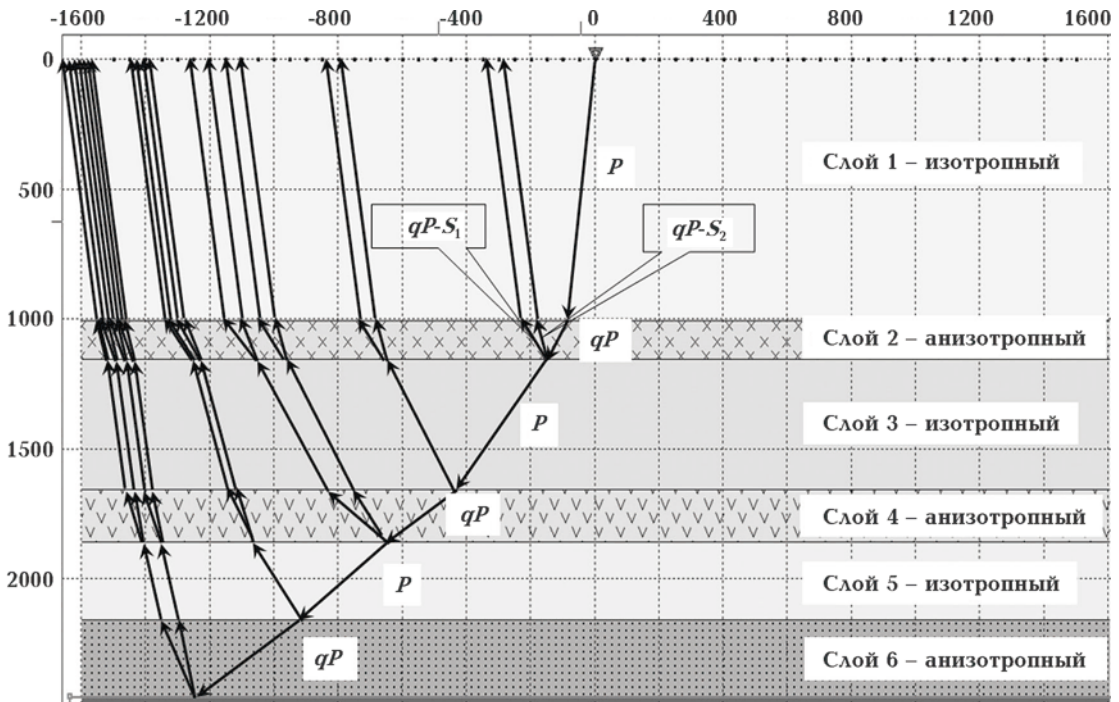


Рис. 7. Лучевая схема распространения волны. При рассеянии на подошве трещиноватого слоя возникают две квазиперечные волны.

времен регистрации S_1 и S_2 отраженных волн от подошвы второго слоя для фиксированного расстояния взрыв—прием $X=1500$ м. При взаимных временных сдвигах 3—4 мс между временами регистрации этих волн общее колебание времен при разных азимутах достигает 12 мс. Поэтому обрабатывать выборки с фиксированным выносом сложнее, чем азимутальные суммы ОТО, в которых колебания времен обусловлены лишь азимутально-зависимыми весами,

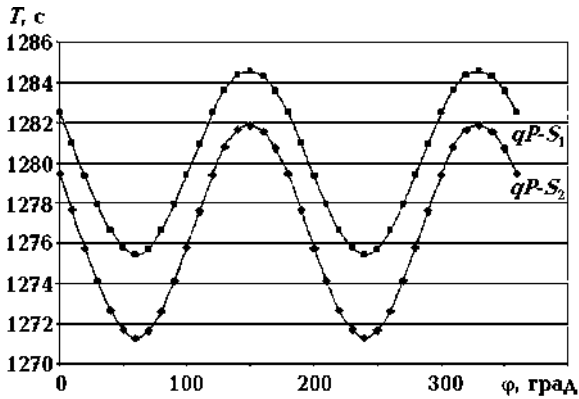


Рис. 8. Зависимости от азимута φ времен регистрации $qP-S_1$ и $qP-S_2$ волн, отраженных от подошвы второго слоя для фиксированного расстояния взыв—прием $X=1500$ м.

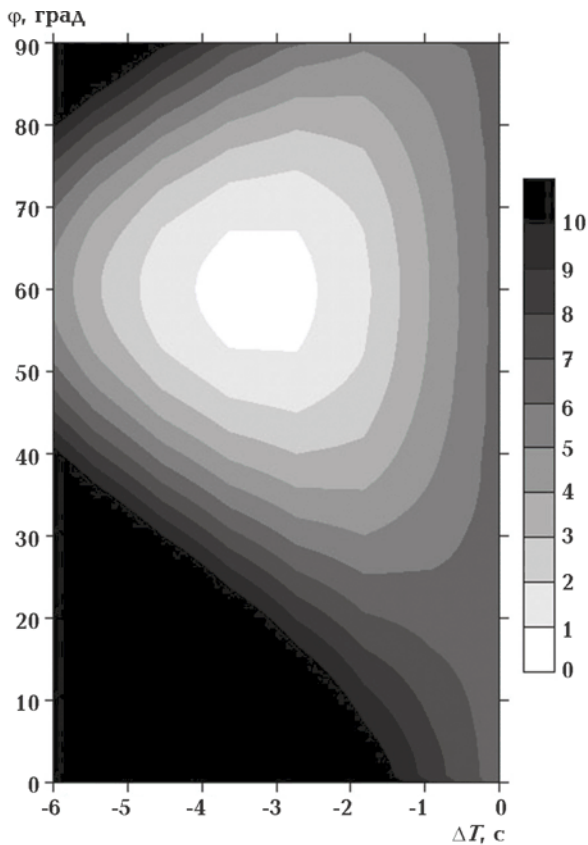


Рис. 9. Отношение энергий трансверсальной к радиальной компонентам азимутальной суммы ОТО для второго слоя в зависимости от временного сдвига Δt между $qP-S_1$ и $qP-S_2$ волнами и азимута трещин φ .

с которыми суммируются обменные волны разных типов при интерференции. Такие колебания времен отчетливо просматриваются на R - и T -компонентах (см. рис. 5 и 6). В дальнейшем будем рассматривать только азимутальные суммы ОТО.

При рассеянии на границе между изотропными и анизотропными слоями порождаются обменные $qP-S_1$ и $qP-S_2$ волны. Их амплитудные соотношения зависят от угла между азимутами линии приема и плоскостей трещин. Так, вдоль плоскостей трещин порождается только обменная $qP-S_1$ волна, а в перпендикулярном направлении — только $qP-S_2$ волна. В обоих случаях волна имеет энергию только на R -компоненте. На рис. 5 и 6 можно увидеть, что при этих азимутах на R -компоненте времена достигают максимума ($qP-S_2$ волна) или минимума ($qP-S_1$ волна). На T -компоненте при этих азимутах возникает инверсия фазы сигналов, которая является хорошим индикатором направления трещин.

Однако для систем трещин, находящихся глубже, этот эффект смазывается наличием расщеплений обменных восходящих волн в вышележащих анизотропных слоях.

Следует отметить, что при отражении на границе между изотропным и анизотропным слоями появляется ненулевая энергия на T -компоненте, хотя отраженная волна в этом случае не распространяется внутри анизотропной среды (см. рис. 5 и 6). Обменные отраженные волны от кровли и подошвы анизотропного слоя на T -компоненте имеют одинаковые фазовые зависимости от азимута возбуждения. Однако амплитуда волны от подошвы слоя значительно выше, чем от кровли вследствие наличия временной задержки между $qP-S_1$ и $qP-S_2$ волнами при прохождении через анизотропный слой.

В нашем примере азимут трещин верхнего слоя (второго) оценивается сразу: фазы сигналов отраженных обменных волн на T -компоненте изменяют знак при азимутах $\varphi_2=60^\circ$, и $\varphi_2=150^\circ$, а на R -компоненте времена при этих азимутах достигают соответственно минимума и максимума (см. рис. 5 и 6). Отраженные обменные волны для четвертого и шестого слоев этим свойством не обладают.

Чтобы оценить направление трещин для нижележащих слоев (четвертого и шестого), необходимо устранить расщепление волн, вызванное их прохождением через второй и четвертый слои. Для этого поворачивают систему координат так, чтобы ось X была направлена перпендикулярно направлению трещин анизотропного слоя, а ось Y — вдоль плоскостей трещин. Такая система координат называется натуральной. В этой системе координат быстрые $qP-S_1$ и медленные $qP-S_2$

волны регистрируются соответственно на разных компонентах X и Y . Поэтому можно ввести статическую поправку в компоненту Y ($qP-S_2$ волну), чтобы компенсировать временной сдвиг между $qP-S_1$ и $qP-S_2$ волнами на момент их регистрации. В результате времена на обеих компонентах будут соответствовать быстрой $qP-S_1$ волне. Затем, выполняя обратные повороты азимутальных сумм ОТО, вернуться к компонентам в (R, T) -системе координат. Применение такой процедуры принято называть снятием слоя (layer stripping) [Zeng, MacBeth, 1993; Van Dok et al., 2001]. Определение временного сдвига Δt и азимута ϕ натуральной системы координат выполняется перебором их значений и вычислением отношения энергий на T и R -компонентах после снятия слоя в пределах соответствующего временного окна.

Для второго слоя из нашего примера, если перебирать параметр Δt в пределах от -6 до 0 мс, а

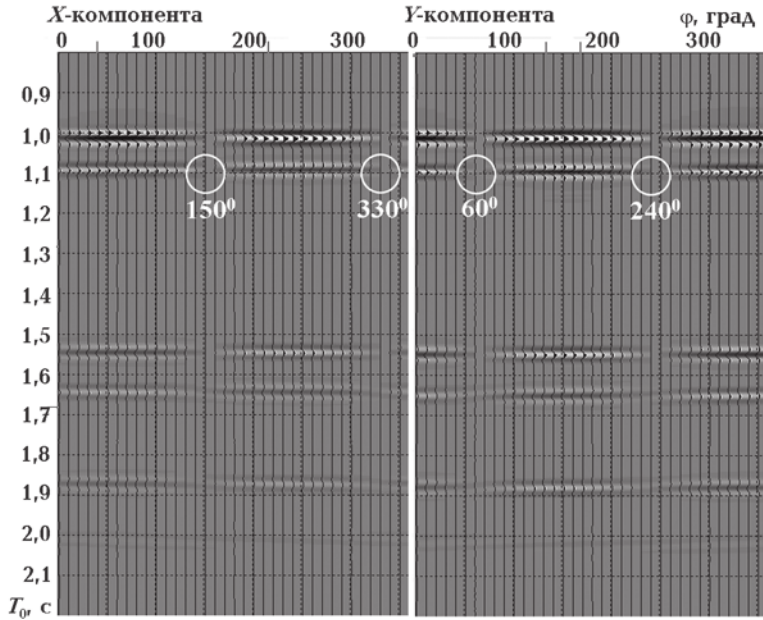


Рис. 10. Компоненты азимутальных сумм ОТО в натуральной системе координат для второго слоя.

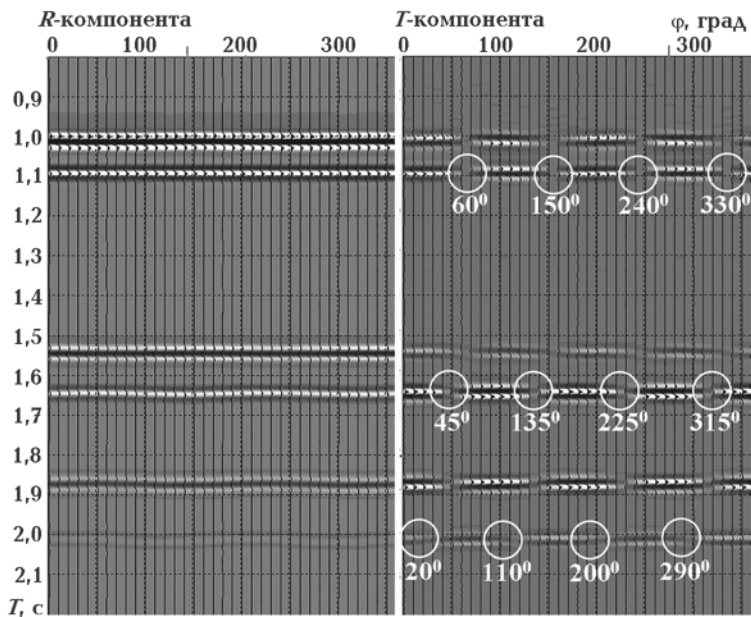


Рис. 11. R - и T -компоненты азимутальных сумм ОТО после снятия второго слоя.

азимут φ в пределах $0-90^\circ$, получим карту изолиний отношения энергий на T и R -компонентах, представленную на рис. 9. Из рисунка видно, что минимум отношения энергий достигается при $\Delta t = -4$ мс, $\varphi = 60^\circ$ и равен 0,8 %. Аналогично можно находить временные сдвиги между обменными волнами и направления трещин для остальных анизотропных слоев.

На рис. 10 показана азимутальная сейсмограмма в натуральной системе координат второго слоя ($\varphi = 60^\circ$). Для времен $t > 1050$ мс компонента Y была смещена на -4 мс. Затем был выполнен обратный поворот к системе координат (R, T). В результате (рис. 11) амплитуда T -компоненты отраженных $qP-S_1$ и $qP-S_2$ волн от подошвы второго слоя уменьшилась, а на R -компоненте исчезло колебание времен. По положениям минимумов и максимумов сигналов от подошвы четвертого слоя на R -компоненте и по изменению их фаз на T -компоненте после снятия второго слоя стало отчетливо видно, что азимут трещин четвертого слоя $\varphi_4 = 45^\circ$ (см. рис. 11).

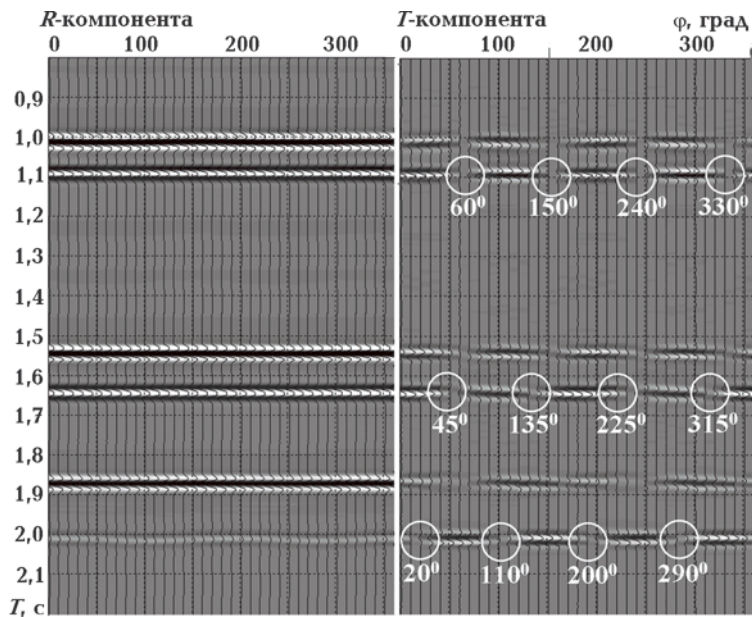


Рис. 12. R - и T -компоненты азимутальных сумм ОТО после снятия второго и четвертого слоев.

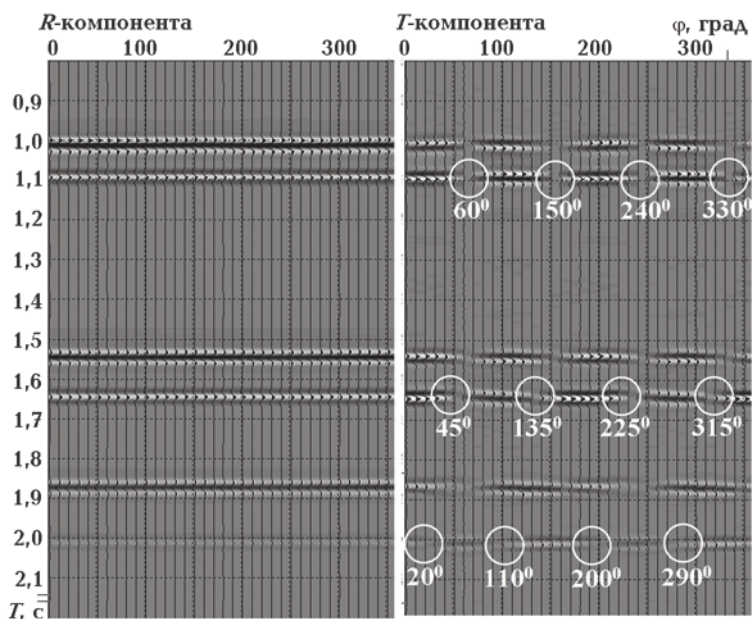


Рис. 13. R - и T -компоненты азимутальных сумм ОТО после снятия всех трещиноватых слоев.

Затем было определено, что минимум отношения энергий на T - и R -компонентах для четвертого слоя достигается при $\Delta t = -4$ мс, $\varphi = 45^\circ$, т. е. 45° — это действительно правильный азимут системы трещин четвертого слоя. После снятия четвертого слоя получились R - и T -компоненты, изображенные на рис. 12. Анализируя расположение минимумов и максимумов сигналов от подошвы шестого слоя на R -компоненте и изменение фаз сигналов на T -компоненте, можно увидеть, что азимут трещин шестого слоя $\varphi_6 = 20^\circ$ (см. рис. 12). В завершение расчета находим, что минимум отношения энергий на T - и R -компонентах для шестого слоя достигается при $\Delta t = -5$ мс, $\varphi = 20^\circ$.

После последовательного применения процедуры снятия слоя для второго, четвертого и шестого слоев получается азимутальная сейсмограмма, изображенная на рис. 13. Времена регистрации отраженных волн больше не зависят от азимута, что отчетливо видно на R -компоненте, а инвертирование фаз на T -компоненте происходит при азимутах трещин слоев и перпендикулярных к ним направлениях.

Выводы. Разработан метод синтеза азимутальных многокомпонентных сейсмограмм для горизонтально-слоистой среды с наличием разнонаклоненных систем трещин. Метод основан на вычислении матрицы рассеяния для анизотропной горизонтально-слоистой среды и позволяет:

- сформировать полное волновое поле или только с заданными типами волн в слоях;
- получать данные в системе координат (R, T) ;
- в процессе формирования волнового поля рассчитывать и вводить азимутально-зависимые кинематические поправки;
- получать азимутальные суммы ОТО для заданных типов волн.

Для задания нескольких систем разнонаклоненных систем трещин применен метод М.Шонберга, основанный на теории проскальзывания.

Изложена теория снятия слоя, применяемая для определения азимутов вертикальных систем трещин, и продемонстрировано ее применение на синтезированном волновом поле для семислойной среды с тремя системами трещин, имеющих разные глубины и азимуты.

Список литературы

- Аки К., Ричардс П. Количественная сейсмология. Том 1. — Москва: Мир, 1983. — 519 с.
- Роганов В. Ю. Вычисление волновых полей для анизотропных сред с использованием метода Хаскелла—Томсона // Геофиз. журн. — 2009а. — 31, №3. — С. 63—73.
- Роганов В. Ю. Вычисление матрицы рассеяния для анизотропной горизонтально-слоистой среды с поглощением // Геофиз. журн. — 2009б. — 31, №5. — С. 75—84.
- Хорн Р., Джонсон Ч. Матричный анализ. — Москва: Мир, 1989. — 655 с.
- Alford R. Shear data in the presence of azimuthal anisotropy // 56th Ann. Internal. Mtg., Soc. Expl. Geophys. Expanded Abstracts. — 1986. — P. 476—479.
- Backus G. Long-wave anisotropy produced by horizontal layering // J. Geophys. Res. — 1962. — 66. — P. 427—4440.
- Bakulin A., Grechka V., Tsvankin I. Estimation of fracture parameters from reflection seismic data. Part 1: HTI model due to a single fracture set // Geophysics. — 2000. — 65, № 6. — P. 1788—1802.
- Carcione J. M. Wave fields in real media: Wave propagation in anisotropic, anelastic, porous and electromagnetic media. Vol.38. — Amsterdam: Elsevier, 2007. — 515 p.
- Dariu H., Dranger P., Garotta R. Birefringence analysis using simulated annealing // EAGE 67th Conference and Exhibition. — 2005. — B018.
- Dellinger J., Nolte B., Etgen J. Alford rotation, ray theory, and crossed-dipole geometry // Geophysics. — 2001. — 66, № 2. — P. 637—647.
- Gaiser J. Application for vector coordinate system of 3-D converter-wave data // The Leading Edge. — 1999. — 18, № 11. — P. 1290—1300.

- Granger P., Bonnot J.* C-wave resolution enhancement through birefringence compensation at the Valhall field // EAGE 63th Conference and Exhibition. — 2001. — P. 118.
- Grechka V., Tsvankin I.* Feasibility of seismic characterization of multiple fracture sets // *Geophysics*. — 2003. — **68**, № 4. — P. 1399—1407.
- Haskell N. A.* The dispersion of surface waves on multilayered media // *Bul. Seismol. Soc. Amer.* — 1953. — **43**, № 1. — P. 17—34.
- Li X., Crampin S.* Linear transform techniques for processing shear-wave anisotropy in four-component seismic data // *Geophysics*. — 1993. — **58**, № 2. — P. 240—256.
- MacBeth C., Crampin S.* Processing of seismic data in the presence of anisotropy // *Geophysics*. — 1991. — **56**, № 9. — P. 1320—1330.
- Nichols D., Miur D., Schoenberg M.* Elastic properties of rocks with multiple sets of fractures // 59th Ann. Internal Mtg., Soc. Expl. Geophys. Expanded Abstracts. — 1989. — P. 471—474.
- Schoenberg M.* Elastic wave behavior across linear slip interfaces // *J. Acoustic Society of America*. — 1980. — **68**, № 5. — P. 1516—1521.
- Schoenberg M.* Reflection of elastic waves from periodically stratified media with interfacial slip // *Geophys. Prosp.* — 1983. — **31**, № 2. — P. 265—292.
- Schoenberg M., Muir F.* A calculus for finely layered anisotropic media // *Geophysics*. — 1989. — **54**, № 5. — P. 581—589.
- Schoenberg M., Sayers C.* Seismic anisotropy of fractured rock // *Geophysics*. — 1995. — **60**, № 1. — P. 204—211.
- Schoenberg M., Helbig K.* Orthorhomic media: Modeling elastic wave behavior in a vertically fractured earth // *Geophysics*. — 1997. — **62**, № 6. — P. 1954—1974.
- Simmons J.* Converted-wave splitting estimation and compensation // *Geophysics*. — 2009. — **74**, № 1. — P. D37—D48.
- Thomson W. T.* Transmission of classic waves through a stratified solid material // *J. Appl. Phys.* — 1950. — **21**, № 1. — P. 89—93.
- Van Dok R., Gaiser J., Markert J.* Processing and analysis of PS-wave data from a 3-D/3-C land survey for fracture characterization // EAGE Conference and Exhibition. — 2001. — P. 117.
- Winterstein D.* Velocity anisotropy terminology for geophysicist // *Geophysics*. — 1990. — **55**, № 8. — P. 1070—1088.
- Zeng X., MacBeth C.* Algebraic processing techniques for estimating shear-wave splitting in near-offset VSP data: Theory // *Geophys. Prosp.* — 1993. — **41**, № 8. — P. 1033—1066.