

Моделювання процесів динамічного деформування структурованого геофізичного середовища з пружнопластичною взаємодією елементів структури

© В. А. Даниленко, С. В. Микуляк, 2010

Відділення геодинаміки вибуху Інституту геофізики НАН України, Київ, Україна
Надійшла 1 лютого 2010 р.

Представлено членом редколегії В. І. Старостенко

Выполнено компьютерное моделирование процесса распространения нелинейной волны в структурированной геофизической среде с упругопластическим взаимодействием элементов структуры. Установлено, что в процессе распространения нелинейной волны в цепи дискретных элементов ее амплитуда затухает до достижения порогового значения, когда взаимодействие между элементами становится упругим, а далее она трансформируется в солитоновидную волну с пороговой амплитудой. Получены диаграммы деформирования структурированной среды при разных значениях пределов пластичности. Показано, что снижение порога пластичности приводит к большей неравновесности среды и увеличению его диссипативных свойств.

The computer simulation of the process of nonlinear wave propagation in a structured geophysical medium with elastic-plastic interaction between the structure elements is conducted. It is found that during the wave propagation in a chain of the discrete elements its amplitude decays to the threshold value, when the interaction between the elements becomes elastic, and then the wave is transformed into a soliton-like wave with the threshold amplitude. The deformation diagrams of the massifs at different plastic threshold values are plotted. It is demonstrated that a decrease of the plastic threshold results in an increase of the dissipative properties.

1. Вступ. У процесі деформування осадових порід, які, як відомо, є неоднорідними структурованими утвореннями, взаємодія між елементами структури здебільшого відбувається у невеликих зонах їх контакту. Навіть за незначних зовнішніх навантажень напруження на межі структурних елементів може досягати величин, які перевищують межі пластичності, що зумовлює утворення локальних ділянок пластичної течії. У статті наведено комп'ютерне моделювання процесу деформування структурованого середовища з урахуванням пластичної взаємодії між елементами структури. Спочатку розглянуто еволюцію хвилі стиснення, яка поширюється по одновимірному ланцюжку з пружнопластичними властивостями дискретних елементів, а потім за допомогою двовимірного комп'ютерного моделювання досліджено, як змінюються деформаційні властивості структурованого середовища залежно від пластичних властивостей елементів.

2. Модель дискретного середовища з пружнопластичною взаємодією елементів. Як і у публікаціях [Даниленко, Микуляк, 2008], струк-

туроване середовище моделюватимемо системою дискретних сферичних елементів, які взаємодіють один з одним, згідно із узагальненим законом Герца, в якому враховано як пружне, так і пластичне деформування в зоні контакту [Микуляк, 2007].

Для i -го та j -го елементів величину взаємного зближення $\tilde{\delta}_{ij}$ обчислюємо за формулою

$$\tilde{\delta}_{ij} = 2r - \sqrt{\sum_{k=1,2} (x_i^k - x_j^k)^2}, \quad (1)$$

де x_i^k, x_j^k — координати центрів i -го та j -го елементів; r — їх радіус. Сила взаємодії i -го та j -го елементів \mathbf{F}_{ij} може бути розкладена на нормальну силу \mathbf{F}_{ij}^n , спрямовану вздовж лінії, що з'єднує центри двох елементів, і на тангенціальну силу \mathbf{F}_{ij}^s , спрямовану перпендикулярно до цієї лінії. Зі зближенням двох елементів до відстані $\delta_{ij} = \delta_p$, де $\delta_{ij} = \tilde{\delta}_{ij}/2$, взаємодія є пружною і сила \mathbf{F}_{ij}^n залежить від δ_{ij} :

$$\mathbf{F}_{ij}^n = C\chi(\delta_{ij})\delta_{ij}^\beta \mathbf{n}_{ij}, \quad (2)$$

де χ — функція Хевісайда; $\beta = 3/2$; \mathbf{n}_{ij} — одиничний вектор, спрямований уздовж лінії, що з'єднує центри двох блоків; C — коефіцієнт, пов'язаний з пружними характеристиками матеріалу:

$$C = \frac{\sqrt{2}}{3} \frac{E}{1-\nu^2} \sqrt{r},$$

(тут E — модуль Юнга, ν — коефіцієнт Пуассона). З подальшим зближенням елементів, тобто коли $\delta_{ij} \geq \delta_p$, зона в околі контакту переходить у пластичний стан, а нормальна сила \mathbf{F}_{ij}^n набуває вигляду

$$\mathbf{F}_{ij}^n = 2\pi r P_p \delta_p \mathbf{n}_{ij}, \quad (3)$$

де P_p — тиск, за якого починається пластична течія; $\delta_p = (2\pi r P_p / C)^2$. Розвантаження системи двох елементів відбувається за пружним законом, тобто після досягнення максимального зближення δ_m силу взаємодії \mathbf{F}_{ij}^n обчислюємо за формулою

$$\mathbf{F}_{ij}^n = C(\delta_{ij} - \delta_k)^{3/2} \mathbf{n}_{ij} \quad (4)$$

(тут δ_k — залишкова пластична деформація після закінчення взаємодії елементів). Величину залишкової пластичної деформації можна отримати так:

$$\delta_k = \delta_m - \left(\frac{2\pi r P_p \delta_m}{C} \right)^{2/3}. \quad (5)$$

За повторного контакту i -го і j -го елементів у формулу (1) вносимо поправку на величину попередньої пластичної деформації за умови, що кут відносного обертання елементів не перевищив значення $\varphi = 2\arcsin(\sqrt{2\delta}/r)$, і тоді формула для обчислення величини взаємного зближення $\tilde{\delta}_{ij}$ набудатиме вигляду

$$\tilde{\delta}_{ij} = 2(r - \delta_k) - \sqrt{\sum_{k=1,2} (x_i^k - x_j^k)^2}. \quad (6)$$

Тангенціальна сила \mathbf{F}_{ij}^s залежить від відносного зсуву вздовж лінії, перпендикулярної до \mathbf{n}_{ij} . Якщо, $F_{ij}^s < C_k F_{ij}^n$, то

$$\frac{d\mathbf{F}_{ij}^s}{dt} = -C_s \mathbf{w}_{ij}, \quad (7)$$

де C_s — константа; C_k — коефіцієнт тертя.

У випадку $F_{ij}^s \geq C_k F_{ij}^n$

$$\mathbf{F}_{ij}^s = C_k \frac{\mathbf{w}_{ij}}{w_{ij}} F_{ij}^n. \quad (8)$$

У рівняннях (7) і (8) \mathbf{w}_{ij} — відносна швидкість i -го та j -го елементів:

$$\mathbf{w}_{ij} = \mathbf{v}_i - \mathbf{v}_j - \mathbf{n}_{ij}((\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_j) \cdot \mathbf{n}_{ij}) + (2r - \delta_{ij})[\mathbf{n}_{ij} \times (\boldsymbol{\omega}_i \times \boldsymbol{\omega}_j)], \quad (9)$$

де \mathbf{v}_i , $\boldsymbol{\omega}_i$ — лінійна й кутова швидкості i -го елемента. Рівняння руху дискретної системи і алгоритм чисельного розрахунку цієї системи детально описані у статтях [Даниленко, Микуляк, 2006; 2008]. У розрахунках використано такі константи: $E = 2 \cdot 10^{10}$ Па; $\nu = 0,29$; $\rho = 7,8 \cdot 10^3$ кг/м³; $r = 0,001$ м; $P_p = 1,5 \cdot 10^9$ Па; $C_s = 2,7 \cdot 10^6$ Н/м; $C_k = 0,1$.

3. Еволюція хвилі стиснення в ланцюгу пружнопластичних елементів. Хвилю генерували ударом першого елемента по ланцюгу із 120 однакових елементів зі швидкістю $V_0 = 30$ м/с. За розрахунками в результаті удару в дискретному ланцюгу поширюється хвиля, амплітуда якої спочатку зменшується, а потім залишається незмінною. На рис. 1 показано залежності сил, що діють на різні елементи ланцюга від часу, а також сила F_p , за якої взаємодія між елементами охоплює пластичну ділянку. Видно, що діюча на другий елемент сила набагато перевищує поріг пластичності. Це також добре продемонстровано на рис. 2, а, де наведено залежності сили взаємодії F i -го та $i+1$ -го елементів від їх взаємного зближення δ . У наступних елементах сила

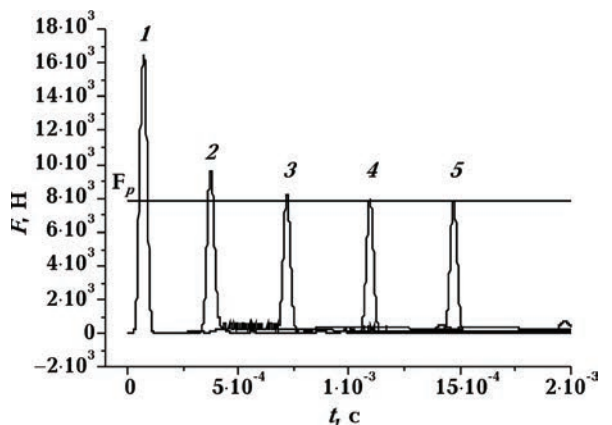


Рис. 1. Залежність сили F , яка діє на i -й елемент ланцюга від часу t : 1 — $i=3$; 2 — $i=15$; 3 — $i=30$; 4 — $i=45$; 5 — $i=60$; F_p — сила, за якої починається пластична течія.

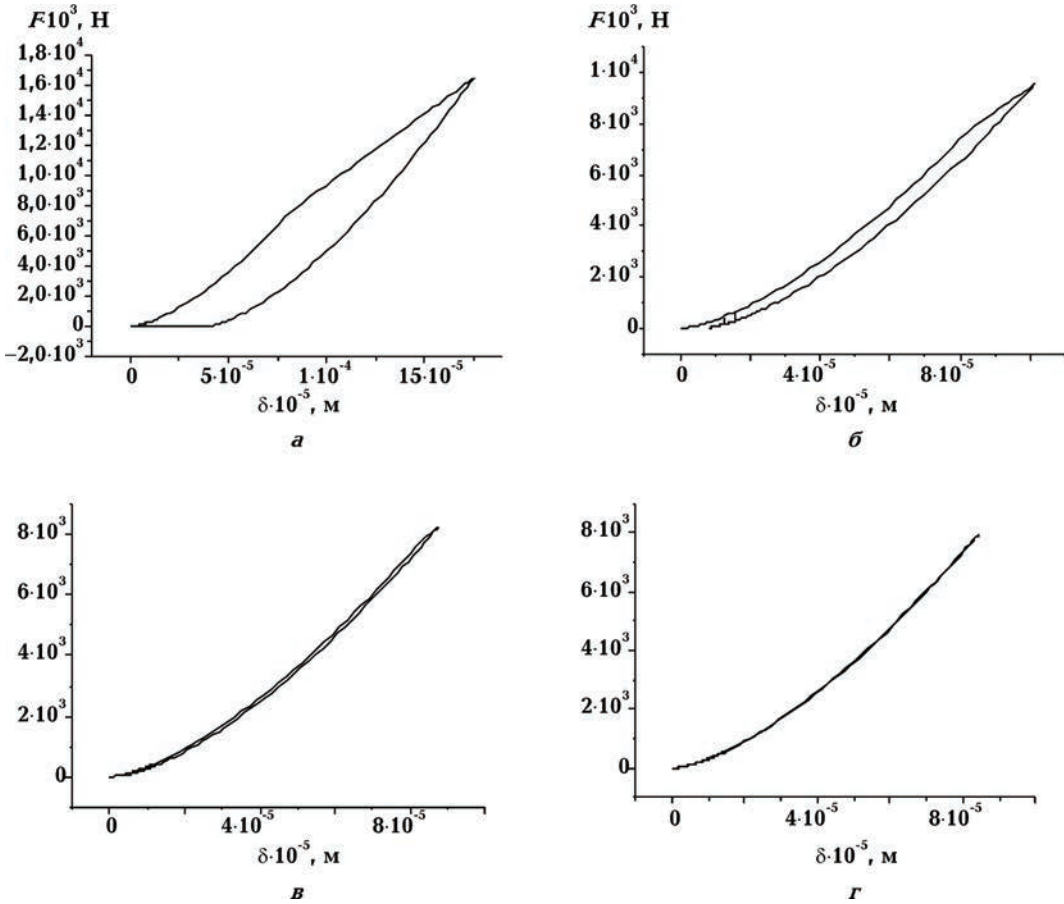


Рис. 2. Залежності сили F від взаємного зближення δ для елементів, які розміщені на різних відстанях від початку ланцюга: а — $i=3$; б — $i=15$; в — $i=30$; г — $i=45$ (i — порядковий номер в ланцюгу).

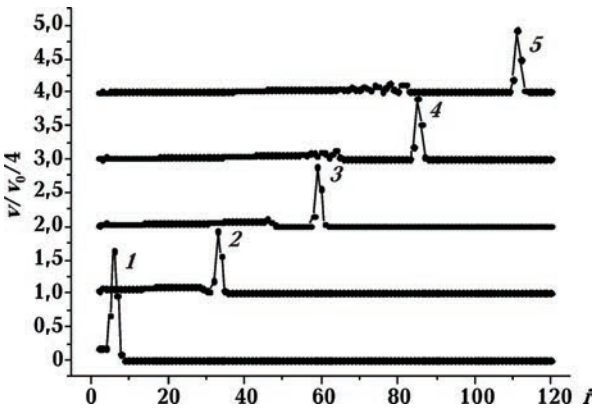


Рис. 3. Залежності безрозмірної швидкості V/V_0 структурних елементів від порядкового номера i для різних моментів часу: 1 — 0,13; 2 — 0,81; 3 — 1,48; 4 — 2,15; 5 — 2,82мс.

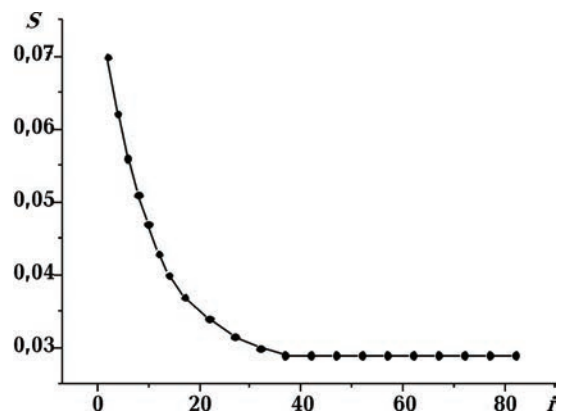


Рис. 4. Залежність числа Струхаля S від порядкового номеру структурного елемента i .

F спадає з відстанню від початку ланцюга і вже на 45-му елементі взаємодія із сусіднім блоком стає пружною (див. рис. 1). Надалі в ланцюгу поширюється солітон з пружною взаємодією елементів і з пороговим значенням сили взаємодії F_p . Це добре видно на рис. 3,

де зображено розподіл швидкості за елементами структури для п'яти різних моментів часу. На рис. 4 показано залежність числа Струхаля $S = vt/r$ від номера елемента i , де v — максимальна швидкість i -го елемента; τ — півширина імпульсу, який реєструється в i -му елементі; r — розмір елемента. Отже, чис-

ло Струхалю зменшується з відстанню від початку ланцюга на тій ділянці, де взаємодія між елементами спричиняє пластичне деформування, і залишається незмінним ($S=0,029$) на ділянці, де взаємодія є пружною.

Проведено розрахунки поширення нелінійної хвилі в ланцюгу елементів з пружною герцівською взаємодією без урахування пластичного деформування, згенерованої ударом першого елемента з тією самою швидкістю $V_0=30$ м/с. У цьому випадку число Струхалю залишалось незмінним уздовж усього ланцюга ($S=0,066$). Отже, вимірявши зміну числа Струхалю для відокремленої хвилі з відстанню, можна оцінити характер взаємодії між структурними елементами.

4. Деформування двовимірною дискретного масиву. Масив складено із 10 500 елементів, хаотично розміщених у прямокутнику з пружними стінками, і деформовано за допомогою поршня, на який діяла сила, що змінювалася з часом:

$$f = f_0 \sin^2(\pi t / t_{\max}). \quad (10)$$

У масиві перегородкою виділено його частину Ω_1 (між нею та поршнем), причому $S_1=0,1S$, де S_1 — площа масиву Ω_1 (рис. 5). Передня стінка поршня в початковий момент часу t_0 була на початку координат. Знаючи значення поточних координат поршня і перегородки в процесі деформування масиву, можна обчислити поточну деформацію ϵ тонкого шару дискретного середовища Ω_1 за формулою

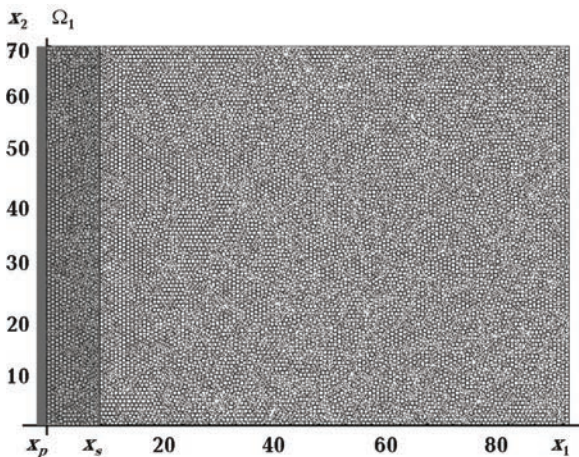


Рис. 5. Масив дискретних елементів.

$$\epsilon(t) = 1 - \frac{x_s(t) - x_p(t)}{x_s(t_0) - x_p(t_0)}, \quad (11)$$

де x_s — координата лівої стінки перегородки; x_p — координата правої стінки поршня. Перегородка достатньо тонка, тому її вплив на процес деформування масиву несуттєвий.

Були проведені розрахунки деформування масиву із суто пружною та пружнопластичною взаємодією елементів для чотирьох різних значень межі пластичності P_{pl} . При цьому амплітуда навантаження становила $f_0=2 \cdot 10^5$ Н, а тривалість $t_{\max}=2,2$ мс. Діаграми деформування $P(\epsilon)$ дискретного середовища з пружною та пружнопластичною взаємодією елементів при чотирьох різних значеннях P_{pl} зображено на рис. 6: зі зменшенням порогу пластичності P_{pl} збільшується залишкова деформація та зміщується максимум у бік збільшення деформації і звичайно ж збільшується дисипація енергії. Це добре ілюструє рис. 7, де показано розподіл енергії за видами енергії при аналогічних значеннях тривалості навантаження (E_d — енергія тертя, яку обчислено як роботу сили тертя F_s ; E_{pl} — енергія пластичності, яку обчислено як роботу, виконану нормальною пружнопластичною силою F^n). На рис. 7 видно, що зі зменшенням порогу пластичності збільшується енергія пластичності, а енергія тертя, навпаки, зменшується. Кінетична енергія зі зменшенням P_{pl} практично не змінюється, однак загальна енергія системи зростає, тобто більш пластичне середовище «засвоює» більше енергії і стає нерівноважнішим. Один з прикладів взаємо-

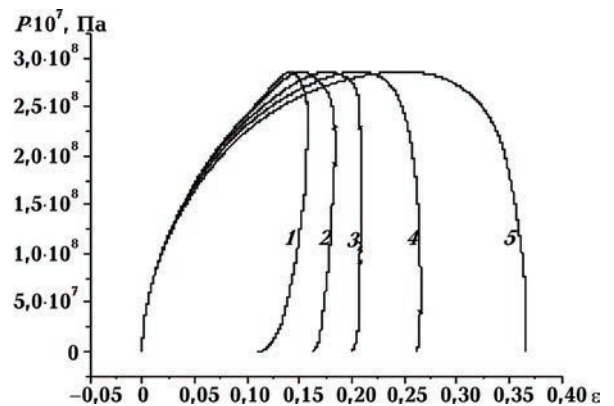


Рис. 6. Діаграми деформування $P(\epsilon)$ для значень межі пластичності: 1 — $P_{pl} \rightarrow \infty$, (пружна взаємодія); 2 — $P_{pl}=4 \cdot 10^9$ Па; 3 — $P_{pl}=3 \cdot 10^9$ Па; 4 — $P_{pl}=2 \cdot 10^9$ Па; 5 — $P_{pl}=10^9$ Па.

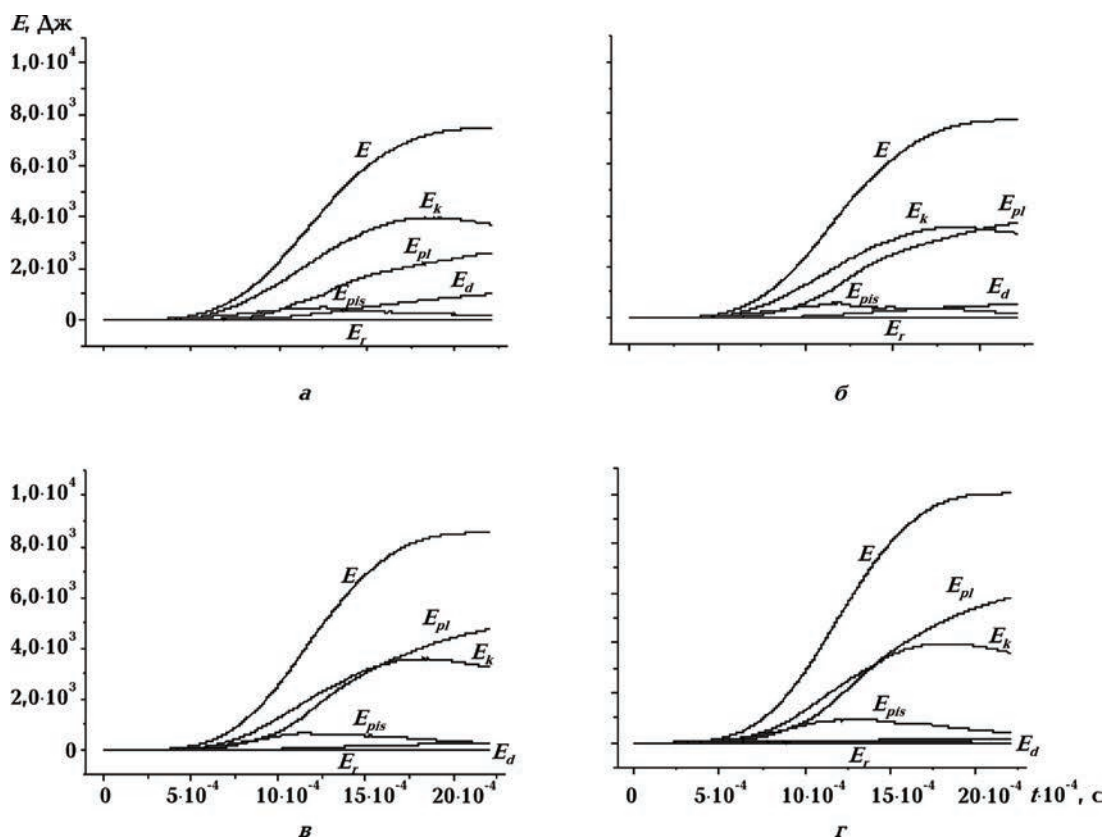


Рис. 7. Залежності видів енергії дискретної системи від часу: E — повна, E_k — кінетична, E_{pl} — пластичності, E_d — тертя, E_r — оберտальна, E_{pis} — кінетична енергія поршня; а — $P_{pl}=4$ ГПа; б — $P_{pl}=3$ ГПа; в — $P_{pl}=2$ ГПа; г — $P_{pl}=1$ ГПа.

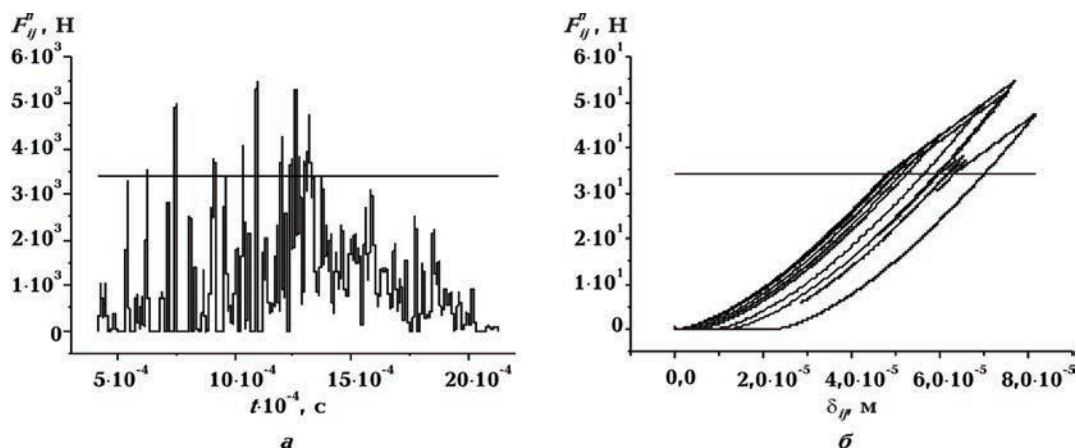


Рис. 8. Залежності сили взаємодії F_{ij}^H від часу t (а) і величини взаємного зближення δ_{ij} (б) для елементів $i=10$, $j=108$. Межа пластичності $P_{pl}=3 \cdot 10^9$ Па.

дії двох елементів зображено на рис. 8. Пряма горизонтальна лінія відповідає межі пластичності, отже, ці два елементи зіштовхувались неодноразово, збільшуючи при цьо-

му залишкову деформацію, оскільки їх взаємодія відбувалась і на пластичній ділянці.

Висновки. В результаті проведеного комп'ютерного моделювання процесу поширен-

ня нелінійної хвилі в структурованому геофізичному середовищі з пружнопластичною взаємодією елементів структури виявлено, що її амплітуда затухає до досягнення порогового значення, коли взаємодія між елементами стає пружною, а далі поширюється солітоноподібна хвиля з постійною амплітудою. Для струк-

турованого середовища з пружнопластичною взаємодією між елементами структури отримано діаграми деформування для різних значень меж пластичності. Встановлено, що зниження порогу пластичності приводить до більшої нерівноважності середовища, а отже, і до збільшення його дисипативних властивостей.

Список літератури

Даниленко В. А., Микуляк С. В. Особливості утворення та поширення солітонів в пружно-пластичному структурованому середовищі // Доп. НАН України. — 2006. — № 12. — С. 102—105.

Даниленко В. А., Микуляк С. В. Комп'ютерне моделювання процесів динамічного деформування

структурованого геофізичного середовища // Доп. НАН України. — 2008. — № 2. — С. 123—129.

Микуляк С. В. Моделирование процессов динамического деформирования дискретной среды под воздействием импульсной нагрузки // Физ. мезомеханика. — 2007. — **10**, № 6. — С. 69—74.