

Критерий относительной мощности и изгибно-прочностной подход в интерпретации складчатости одиночного слоя

© *В. В. Гончар, 2010*

Институт геофизики НАН Украины, Киев, Украина

Поступила 20 марта 2009 г.

Представлено членом редколлегии О. Б. Гинтовым

Для пояснения спостережуваних у природі відношень потужності компетентного шару до довжини складки застосовано підхід, в основі якого лежить пружнопластичний опис вигину та в якому для моделювання вигину використано дотичний модуль деформації. Введено припущення про одночасну з вигином втрату міцності вмісного середовища, на основі якого дано прив'язку довжини складки за глибиною, яка враховує вплив контрасту властивостей шару та вмісного середовища. Оцінено величину доскладчастого деформування, яка виявляється зів'язаною з пружною деформацією гірських порід. Обґрунтовано роль критерію відносної потужності у визначенні умови прояву різних форм вигину та розломно-пластичного деформування.

Buckling – strength approach is proposed for outline correlations between thickness and foldlength of the competent layer in naturally occurring folds, which is based on elastoplastic description of buckling in which the tangential modulus is used for nonelastic stage of deformation. Assumption of contemporary folding of layer and destruction of medium is introduced, which allows to obtain a link between depth and foldlength with layer/medium property contrast counting. Valuation of prefold deformation is made, which is fined comparable with elastic-scale deformation of rocks. Reference thickness as a criterion of different modes of buckling against faulting-plastic mode deformation of competent layer is regarded.

Введение. Формы возникающей складчатости обусловлены во многом свойствами слоистого разреза. В частности, длина волны складки изгиба λ (измеряемая вдоль слоя) зависит от мощности компетентного слоя h , вследствие чего наличие различающихся по мощности изолированных слоев может приводить к складчатой анизотропии — возникновению системы разномасштабных складок в слоистом пакете [Гзовский, 1964; Паталаха и др., 1974; Белоусов, 1986] (рис. 1, а, рис. 2, б, Приложение). В обосновании такой зависимости традиционно используются упругий (Эйлера) и вязкий (М. Био) [Biot, 1961] подходы к описанию изгибной неустойчивости одиночного слоя под действием продольных сжимающих сил [Паталаха и др., 1974; Ферхуген и др., 1974]. Первый ставит изгиб в зависимость от напряжений, второй — от контраста вязкостей слоя и вмещающей среды. Раннее обобщение данных по отношению длины волны к мощности слоя природных складок показало [Currie et al., 1962], что величина его выдержи-

вается в диапазоне 27—32, что явилось хорошим соответствием теории Эйлера. В последующих исследованиях были приведены примеры складок со сниженными значениями отношения λ/h до 10—11, а в некоторых случаях — до 7—4 [Sherwin, Chapple, 1986; Паталаха и др., 1974]. Такие соотношения делают проблематичным применение обеих теорий, так как в случае упругого критерия для них требуется нереально высокое напряжение, а в теории складкообразования Био они приводят к чрезвычайно низкому отношению вязкостей вмещающей среды и слоя, недостаточному для поддержания роста складки [Sherwin, Chapple, 1986; Паталаха и др., 1974; Schmalholz, Podladchikov, 1999]. Для преодоления этого противоречия были предложены различные их модификации. Оставаясь в рамках вязкого приближения, авторы работы [Sherwin, Chapple, 1986] допускают возможность значительного доскладчатого однородного утолщения слоя и соответствующее увеличение отношения λ/h , что до некоторой степени по-

зволяет увеличить контраст вязкости. Хотя в некоторых лабораторных экспериментах удается получить доскладчатый этап общего сокращения до 25% [Лебедева, 1976], нет прямых указаний на то, что столь значительное однородное укорочение компетентного слоя возможно в природе. В работе [Schmalholz, Podladchikov, 1999] рассматривается приближение вязкоупругого изгиба, в рамках которого получен обобщающий критерий длины волны складки, установлены границы применимости критериев упругого и вязкого типов. Е. И. Паталах с соавторами [Паталах и др., 1974] подвергли сомнению подход с точки зрения высокой вязкостной контрастности, подчеркивая вывод о сравнительной однородности пород как по вязкостным, так и по упругим свойствам. Ими разработана теория доминирующей длины волны в рамках энергетической постановки задачи, включающая гипотезу потери прочности скальванием при зарождении изгиба. Предлагаемая статья также следует данному предположению. В ее основе лежит развитое в технической механике описание изгиба упругопластического стержня [Вольмир, 1967; Пановко, Губанова, 1987], в котором деформирование за пределом упругости определяется с помощью касательного модуля деформации. Введение предположения об одновременном с изгибом достижении предела прочности вмещающей среды позволяет увязать длину складки с механически опосредованными свойствами геологического разреза — глубиной деформирования и составом пород.

Контролирующая роль мощности слоя выходит за рамки только изгибного поведения. М. В. Гзовский [Гзовский, 1964], рассмотрев количественные критерии возникновения складок, обозначил мощность слоя в качестве основного параметра, разделяющего проявление упругого изгиба и вязкопластического поведения при продольном сжатии. Согласно В. В. Белоусову [Белоусов, 1986], существует критическая толщина слоя с определенными физическими свойствами, превышение которой приводит к разломно-пластической деформации вместо изгиба. Одна из задач настоящей статьи — дать количественное обоснование такого перехода. Показана возможность получить критерий проявления разломно-пластического деформирования в виде относительной критической мощности слоя, при которой возможен одиночный изгиб. Тем самым в рассмотрении условий разрушения для

слоистой среды кроме уровня напряжений также включается параметр гибкости слоев.

Относительная мощность компетентного слоя как критерий изгиба и условие перехода к разломно-пластическому деформированию. В определении упругого изгиба, следующем из уравнения Эйлера для идеально го стержня, связь длины волны складки с мощностью одиночного слоя дается следующим образом [Белоусов, 1986]:

$$\lambda = \pi h \sqrt{\frac{E}{\sigma} (1 - \nu^2)}. \quad (1)$$

где σ — напряжение, E — модуль Юнга, ν — коэффициент Пуассона. Проведенное ранее исследование природных складок одиночного (доминирующего) компетентного пласта [Currie et al., 1962] показало хорошее совпадение с предсказанием теории (рис. 1, б). Соответствующие точки складок, вынесенные в координатах длины волны и мощности слоя, аппроксимируются серией прямых (в логарифмическом масштабе), отвечающих константам безразмерного напряжения σ/E в интервале 0,005—0,02. Было сделано предположение [Теркот, Шуберт, 1985], что получаемые таким образом устойчивые уровни напряжений являются близкими к средним пределам прочности пород в осадочных бассейнах. Для плоского напряженного состояния при продольном сжатии величина безразмерного напряжения соответствует упругой деформации [Теркот, Шуберт, 1985]. Следовательно полученный интервал отвечает диапазону упругой деформации горных пород и допускает интерпретацию складчатости изгиба в приближении линейно-упругого тела.

Добавление к указанным измерениям данных по мезо- и микроскладкам с $h < 0,1$ м и $\lambda < 1$ м, взятым из опубликованных материалов (см. Приложение), показывает (см. рис. 1, б), что аппроксимирующие их значения безразмерного напряжения возрастают до 0,1—0,2 и более. Эти величины указывают на проявление изгиба за пределом упругости, однако действительная величина доскладчатой деформации при этом становится неопределенной.

В дальнейшем будем использовать уравнение (1) в виде

$$\frac{h}{l} = \frac{2}{\pi n} \sqrt{\frac{\sigma}{E} (1 - \nu^2)}, \quad (2)$$

где l — длина слоя, $n = 2l/\lambda$ — изгибное чис-

ло. Соответствующие уравнению (2) кривые (рис. 2, а) связывают критическое безразмерное напряжение σ/E и относительную мощность слоя h/l при $n=1, 2, \dots$. Область диаграммы с $n > 1$ содержит условия, при которых первичный продольный изгиб невозможен.

Устанавливая некоторую предельную деформацию, находим точки пересечения прямой $\sigma/E = \text{const}$ с кривыми изгибной неустойчивости $n = \text{const}$. Получаемые при этом значения относительной мощности $h^{(i)}/l$ для целых значений $n \geq 1$ характеризуют компетентный слой и имеют с критической величиной $h^{(1)}/l$ отношения, кратные n , т.е. обозначают число изгибов (например, $\frac{h^{(1)}}{l} / \frac{h^{(3)}}{l} = 3$), что соответствует выводам традиционного описания связи длины волны и мощности (уравнение (1)). В правой части для всех слоев с $h^*/l > h^{(1)}/l$ изгибное напряжение не будет достигнуто и наиболее вероятным для них будет развитие разломно-пластической деформации совместно с некомпетентной толщей. Типичным выражением деформирования слоистой среды в этом состоянии является развитие асимметричных складок, флексур, приуроченных к разлому, механизмами образования которых могут быть пластический излом, приразломное волочение, а также про-

дольно-поперечный изгиб на уровне отдельных слоев [Паталаха, 1981; Гинтов, Гончар, 2004; Гончар, 2008]. М.В.Гзовский выделял также для этого случая продольное расплющивание вместо изгиба [Громин, 1970].

Таким образом, при прочих равных условиях базовым критерием, определяющим структурное выражение деформации слоя данной длины — изгибную складчатость или разломно-пластическое деформирование, будет отношение его мощности к некоторой критической величине h , определяющей возможность одиночного изгиба. Относительная мощность слоя является дополнительным критерием механического поведения слоистой среды, она адекватна по сути применяемому в технике понятию гибкости стержня [Гзовский, 1964]. Представленные на рис. 2, б образцы криво-рождских железистых кварцитов демонстрируют выполнение критерия относительной мощности в природе. Их деформация обусловлена сокращением слоев за счет вращения в берегах зон линейного пластического сдвига. Слои, обладающие повышенной жесткостью, реагируют на сжатие изгибом или разрушением при подчиненном течении. Длина подвергаемых сжатию слоев в каждом случае постоянна и определяется исходя из ширины полос сдвига: для первого образца она

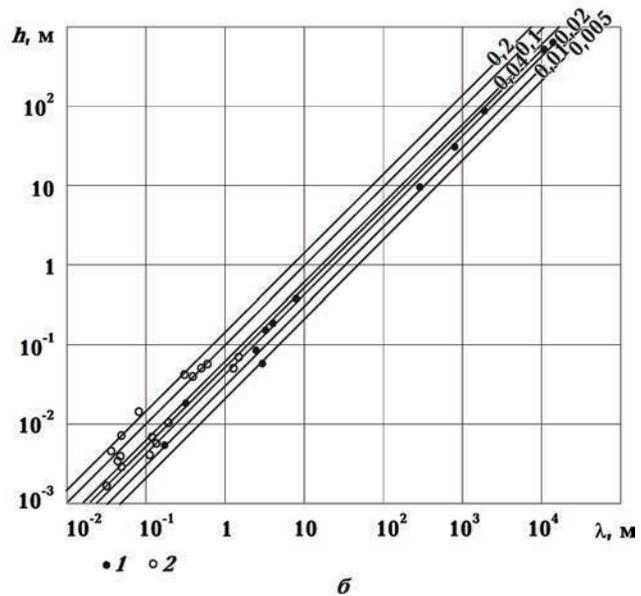


Рис. 1. Зависимость складчатости продольного изгиба от мощности компетентного слоя: а — дисгармоничная мелкая складчатость в образце барит-сфалеритовой руды, претерпевшей контактовый динамометаморфизм (по Г.Б.Паталаха); б — соотношение мощности слоя и длины волны природных складок (1 — по данным [Currie et al., 1962], 2 — на основании обработки опубликованных материалов Е.И.Паталахи, Г.Б.Паталаха, В.И.Громин, В.А.Лукьянова (см. Приложение)). Показаны изолинии равных значений безразмерного напряжения σ/E .

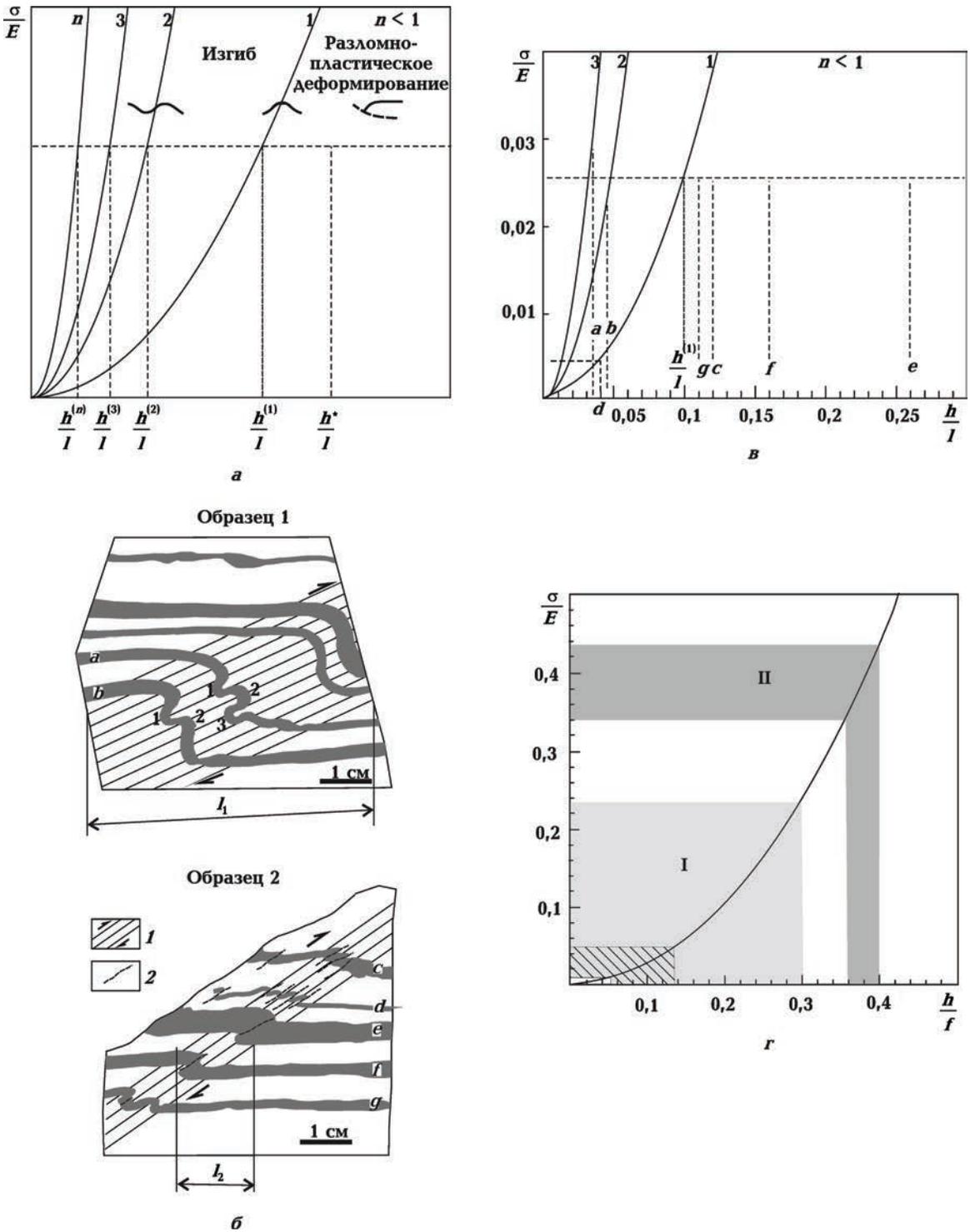


Рис.2. Роль относительной мощности слоя в механике изгиба: а — диаграмма форм упругого изгиба, связывающая относительное критическое напряжение (Эйлера) с относительной мощностью компетентного слоя. Кривые соответствуют уравнению (2) и определяют изгибную реакцию с числом изгиба $n=1,2,\dots$ при достижении критического напряжения; б — изгибная и разломно-пластическая деформация в железистых кварцитах; в — ее интерпретация на основе диаграммы относительной мощности (в). Буквами а, б, с, д, ф и г отмечены исследуемые слои кварцита и соответствующие им величины относительной мощности на диаграмме. В пределах слоев а и б пронумерованы складки изгиба, обусловленные продольным сжатием (1 — полосы сдвига, 2 — микроразрывы); г — диаграмма, связывающая безразмерное напряжение с относительной мощностью одиночного изгиба. Выделены поля значений, соответствующих данным Приложения (I) и работе [Sherwin, Charple, 1968] (II). Заштрихована область линейно-упругого деформирования.

составляет $l_1 = 55$ мм, для второго — $l_2 = 15$ мм. В пределах полос сдвига образуются в основном структуры разрушения и асимметричные складки, однако компетентными прослоями первого образца сформированы симметричные складки изгиба, обусловленные продольным сжатием. В случае слоя **a** ($h/l_1 = 0,032$) во внутренней части полосы сдвига образованы три такие складки ($n=3$), в случае слоя **b** ($h/l_1 = 0,047$) — две складки и, соответственно, $n=2$. Опираясь на полученные величины h/l_1 и числа изгибов двух слоев первого образца в поле диаграммы на пересечении с соответствующими кривыми получаем соответствующие уровни предельной деформации, которые составляют 0,03 для слоя **a** и 0,023 для слоя **b** (рис. 2, в). Однако очевидным требованием является условие равенства или близости значений ε для соседних слоев. Поэтому примем в качестве общего значения $\sigma/E = 0,025$, при котором числа изгибов оказываются дробными, что не противоречит механике изгиба [Попов, 1986].

Компетентные слои кварцита второго образца (**c**, **d**, **e**, **f** и **g**) имеют повышенные значения относительной мощности — в основном $h_i/l_2 > 0,1$ — и если принять для второго образца в качестве средней определенную выше величину относительного напряжения 0,025, то точки пересечения линий h_i/l_2 с отвечающей ей прямой оказываются в поле разломно-пластической деформации. Исключением является наиболее тонкий прослой **d**, относительный предел прочности для которого должен быть не выше 0,005, что может быть вызвано отличием его по составу от остальных слоев. Таким образом, критическая относительная мощность для двух образцов составляет $h^{(1)}/l \approx 0,1$, а уровень предшествующей деформации $\varepsilon \approx 0,025$ говорит о том, что изгиб произошел на стадии упругого деформирования.

Второй образец демонстрирует многообразие форм деформации компетентных прослоев, находящихся согласно критерию перехода в разломно-пластической зоне. Так, три близких по мощности слоя **c**, **f** и **g** деформируются различным образом: первый — путем формирования системы взбросовых чешуй, слой **f** — за счет одиночного разлома с небольшим приразломным волочением материала, слой **g** образует хорошо развитые асимметричные складки, сопровождаемые подчиненным разрывным смещением. Это указывает на наличие дополнительных факторов, влияющих на характер формирующихся структур сжатия.

Изгиб за пределом упругости. В ходе дальнейшего анализа данные о складках представляются в координатах $\sigma/E — h/f$, где f — длина одиночного изгиба, измеряемая вдоль слоя. С помощью кривой $n=1$ уравнения (2) каждому значению относительной мощности ставится в соответствие требуемое для одиночного изгиба безразмерное напряжение (рис. 2, r). Типичные значения относительной мощности, которые отвечают природным складкам (см. рис. 1, б, рис. 2, б, Приложение, рис. 1П), составляют интервал от 0,05 до 0,3, меньшим значениям которого — примерно до 0,13 — соответствуют структуры, заложившиеся на этапе упругого деформирования. В этом случае выполняется условие Эйлера и возникающая складка соотносится с параметрами деформирования в традиционном виде (2), использующем модель упругости. Выражение (2) не действительно в области за пределом упругости (пропорциональности): как следует из рис. 3, б, с увеличением относительной мощности эйлеровые критические напряжения увеличиваются экспоненциально, быстро достигая значений, которые не выдерживаются природными материалами.

Для описания неустойчивости при неупругом поведении в статье за основу принят предложенный Ф. Энгессером (в конце XIX в.) подход, который заключается в использовании тангенциального модуля $E_t = d\sigma/d\varepsilon$ применительно к экспериментальным кривым деформирования материалов [Вольмир, 1967; Пановко, Губанова, 1987] (см. рис. 3, а). Так как форма искривления при критических напряжениях, превышающих предел упругости, остается неизменной, соответствующее уравнение одиночного изгиба отличается от (2) только заменой модуля упругости касательным модулем:

$$\frac{h}{f} = \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{\sigma}{E_t} (1 - \nu^2)}. \quad (3)$$

Для описания деформирования в координатах «напряжение — деформация» в общем виде можно применять эмпирическую функцию С. П. Тимошенко [Вялов, 1978]:

$$\sigma = \frac{E\sigma_T}{\sigma_T + E\varepsilon} \varepsilon, \quad (4)$$

где σ_T — предел текучести. Введение прочностного принципа в модель изгибного деформирования [Паталаха и др., 1974; Теркот,

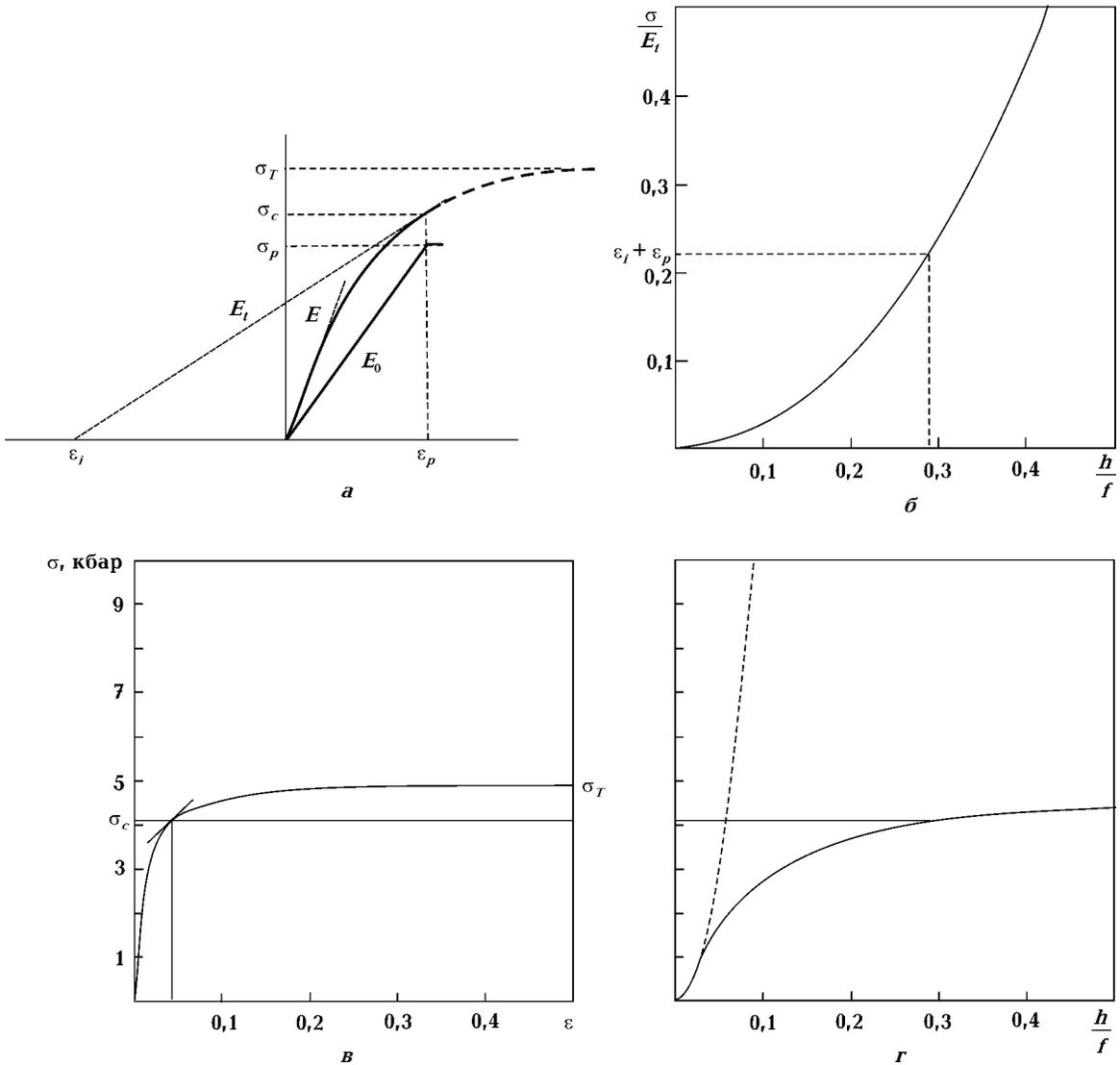


Рис.3. К определению изгиба за пределом упругости: а — схема расчета касательного модуля, поясняющая также суть прочностного критерия: одновременность достижения критического изгибного напряжения σ_c в слое и предела прочности вмещающей среды σ_p ; σ_T — предел текучести слоя; б — диаграмма изгиба за пределом упругости; в — эмпирическая кривая деформирования (уравнение (4)). Отмечено состояние потери изгибной устойчивости, контролируемое касательным модулем деформации [Вольмир, 1967; Пановко, Губанова, 1987]; г — связь критического напряжения с относительной мощностью при одиночном изгибе, полученная на основе (7). Штриховая линия — кривая Эйлера.

Шуберт, 1985] позволяет привязать условие изгиба (3) к свойствам геологического разреза. Предполагается, что изгиб компетентного слоя становится возможным при достижении напряжениями предела прочности среды на скальвание. Поведение последней моделируется упрощенной линейно-упругой идеально пластической реологией (см. рис. 3, а). Деформационный предел пластичности для среды ϵ_p будет одновременно предельной доскладчатой деформацией компетентного слоя, опре-

деляющей уровень критического изгибного напряжения в (3).

Рассчитывая с использованием (4) касательный модуль в точке потери устойчивости (см. рис. 3, г):

$$E_t = \frac{\partial \sigma}{\partial \epsilon} = \frac{E\sigma_T^2}{(\sigma_T + E\epsilon_p)^2}, \quad (5)$$

получаем выражение для относительного критического напряжения изгиба

$$\frac{\sigma_c}{E_t} = \varepsilon_p + \varepsilon_p^2 \frac{E}{\sigma_T}, \quad (6)$$

правая часть которого состоит из суммы действительной и мнимой (ε_i) деформаций. Отсюда ясно, что на диаграмме одиночного изгиба при потере устойчивости за пределом упругости значения σ/E_t дают завышенную относительно деформации величину, содержащую мнимую часть ε_i (см. рис. 3, в и г). После подстановки (6) в (3) получим окончательное выражение для критической относительной мощности одиночного изгиба в рамках поставленной прочностной задачи:

$$\frac{h}{f} = \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{\sigma_p}{E_0} \left(1 + \frac{\sigma_p}{\sigma_T} \frac{E}{E_0} \right) (1 - \nu^2)}. \quad (7)$$

В традиционной привязке к длине волны оно выглядит так:

$$\lambda = \pi h \sqrt{\frac{E_0^2 \sigma_T}{\sigma_p (\sigma_T E_0 + \sigma_p E) (1 - \nu^2)}}.$$

В отличие от (1) это уравнение содержит не величину текущего критического изгибно-напряжения, а константы пределов прочности (σ_T и σ_p) компетентного слоя и среды, которые совместно с модулями упругости являются ключом к выяснению геомеханических условий деформирования.

Зависимость относительной мощности одиночного изгиба от критического напряжения для упругопластической деформации показана на рис. 3, г. Она получена на основе (3), подстановкой касательного модуля E_n соответствующего деформационной кривой рис. 3, в. Следуя напряжениям при нелинейном деформировании, кривая этой зависимости достаточно быстро отклоняется от кривой Эйлера. Как видно, увеличенным значениям h/f на рис. 3, в отвечает деформация в масштабах, сопоставимых с упругой.

Зависимость длины складки от глубины и состава пород. Для определения входящих в (7) пределов прочности слоя и среды используется уравнение предельного дифференциального напряжения, следующее из условия скалывания Кулона—Мора:

$$\sigma = \frac{2(\rho g H q + \tau_0)}{\sqrt{1 + q^2}}, \quad (8)$$

где ρ , H — плотность и глубина, q — коэффициент внутреннего трения, τ_0 — сцепление, g — ускорение свободного падения. С его помощью устанавливается важная в плане тектонофизических построений связь форм складчатости с глубиной деформирования и прочностными характеристиками пород. В опорной модели (табл. 1) величины сцепления среды и слоя, определяющие пределы текучести/прочности в (7), различаются на порядок. Модуль упругости среды учитывается в отношении к модулю упругости слоя посредством индекса, отражающего контраст свойств слоя и вмещающих пород:

$$i_c = \frac{E}{E_0}, \quad (9)$$

который можно назвать индексом компетентности. Для слоя принят модуль упругости кварца: $E = 10 \cdot 10^{10}$ Па. Далее, основываясь на экспериментальных данных и моделировании упругих свойств [Физические свойства..., 1986], предполагаем, что с глубиной при одновременном повышении давления и температуры отношение (9) для рассматриваемой пары пород не меняется.

Изменения относительной мощности одиночного изгиба с глубиной наиболее чувствительны к вариациям индекса i_c . Нижним значением последнего будет величина, приближающаяся к 1, предполагающая сочетания близких по упругим свойствам пород: кварцевая жила в кварците, пегматитовая жила в граните (гнейсе), кальцитовая жила в известняке и др. Верхнее определится подстановкой в (9) крайних величин: для матрикса это будет нижний предел модуля упругости песчаников — $E_0 = 5 \cdot 10^9$ Па [Гзовский, 1964; Вялов, 1978], для компетентного слоя — модуль упругости основных пород (габбро, диабаз), достигающий $1,2 \cdot 10^{11}$ Па [Справочник..., 1969]. Тогда в качестве максимального значения

Таблица 1. Таблица параметров слоя и среды в опорной модели

Параметр	Слой	Среда
Коэффициент Пуассона, ν	0,25	
Плотность, ρ	2650 кг/м ³	
Угол внутреннего трения, q	0,6	0,5
Сцепление, τ_0	$1 \cdot 10^7$, Па	$1 \cdot 10^6$, Па
Модуль упругости, E	$10 \cdot 10^{10}$, Па	$1 \cdot 10^{10}$, Па

имеем $i_c = 24$. Вариации индекса компетентности в указанном интервале дают возможность описать разнообразие складчатых изгибных форм в природе, не выходя за экспериментально установленные рамки модулей упругости и получая при этом непротиворечивые выводы относительно глубины деформирования.

Получаемая средняя кривая (при $i_c = 10$ (рис. 4, а)) связывает типичные величины h/f природных складок с интервалом глубин 0—20 км, что соответствует условиям верхней коры орогена или диапазону глубин осадочного бассейна. Как следует из рис. 4, а, минимально возможное значение относительной мощности на поверхности в рассматриваемом случае равно 0,025. Максимальный предел h/f имеет, скорее всего, термодинамический характер, связанный с достижением на соответствующих глубинах солидуса пород, их частичным плавлением и реоморфным непороговым течением, свойственным катазоне [Паталаха, 1981]. Для пород гранитно-метаморфического ряда, претерпевающих частичное плавление в условиях амфиболитовой фации, глубина в 20—25 км является вероятным пределом осуществления механизма упругопластического изгиба. Поэтому достигаемая на глубине 20 км отметка $h/f = 0,32$ бли-

зка к пределу типичного диапазона для природных складок. Это значение может преодолеваться складками, глубина формирования которых по имеющимся признакам меньше 20 км, как, например, это имеет место в случаях, описанных в работе [Sherwin, Chapple, 1968]. Трактовка таких ситуаций в рамках прочностного подхода требует повышения индекса компетентности (см. ниже рис. 6).

С помощью траектории рис. 4, а устанавливается закономерное уменьшение масштаба складчатости с глубиной. Как следует из рассчитанной модели складчатости (рис. 4, б), слой мощностью $h = 5$ см на поверхности сформирует изгиб длиной 1,5 м. Последовательно уменьшаясь, на уровне 20 км длина складки составит 16 см. Причиной уменьшения складок с глубиной является рост критического изгибного напряжения пропорционально возрастающему пределу прочности в уравнении (8). Таким образом, складчатость, следующая прочностному критерию изгиба, может быть использована для определения глубины ее формирования.

На основе (6) можно определить, каким величинам деформации должны соответствовать наблюдаемые отношения мощности к длине складок изгиба. Кривые на рис. 4, в, отображающие эту связь, привязаны к глу-

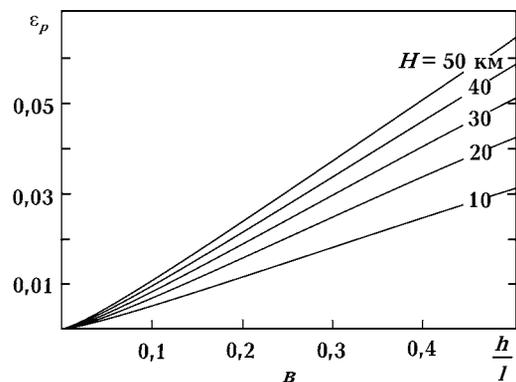
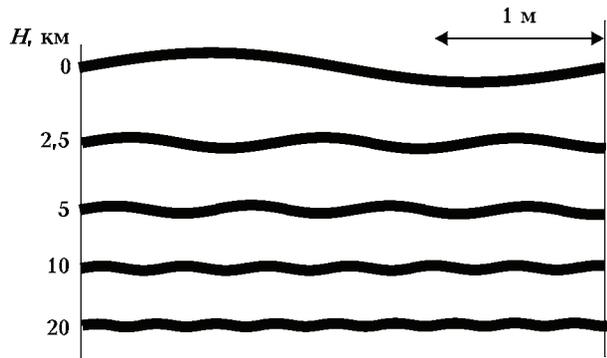
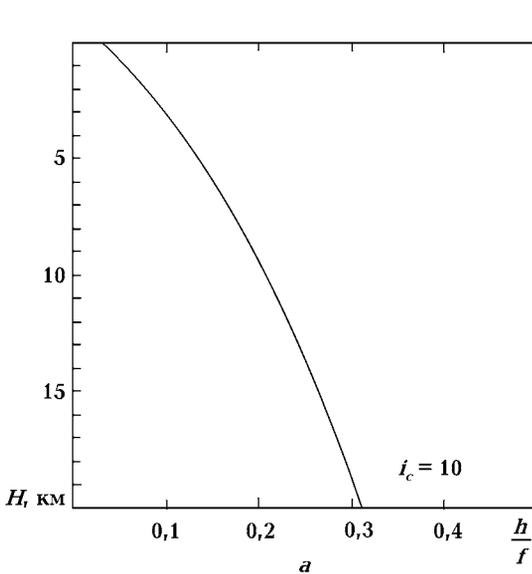


Рис. 4. Связь изгибной складчатости с глубиной и величиной доскладчатой деформации: а — относительной мощностью одиночного изгиба в функции глубины; б — модели изгиба слоя постоянной мощности на разных глубинах (на основе рис. 5, а); в — кривые связи относительной мощности с величиной деформации на начало изгиба.

бинам, для которых рассчитывалась σ_T . Как видно, на уровне 20 км деформационный предел прочности не превосходит 0,04 при $h/f=0,5$, для 50 км его величина может достигнуть только 0,065. Таким образом, используемая модель не подтверждает заключение работы [Sherwin, Chapple, 1968] о возможном значительном (в 2—3 раза) доскладчатом сокращении компетентного слоя в случае складок с короткой длиной изгиба.

Обсуждение. Вязкоупругое и прочностное описание изгиба. Эйлерову подходу к описанию изгибной неустойчивости традиционно противопоставляются подходы, учитывающие сопротивление изгибу вязкой или упругой вмещающей среды. Основу для вязкого приближения дает теория Био [Biot, 1961], в рамках которой длина волны выражается зависимостью [Ферхуген и др, 1974; Белоусов, 1986]

$$\lambda = 2\pi h \sqrt[3]{\frac{\eta}{6\eta_0}}, \quad (10)$$

где η , η_0 — вязкости слоя и среды соответственно. Как сообщается в работе [Ферхуген и др., 1974], аналогичную форму имеет эмпирически устанавливаемая зависимость длины складки от модулей упругости в экспериментах на низкомолекулярных материалах (каучук, желатин):

$$\lambda = 2\pi h \sqrt[3]{\frac{E}{6E_0}}. \quad (11)$$

Соотношение для длины складки, связывающее модули упругости, можно вывести на основе теории изгиба в упругой среде [Тимошенко, 1972], согласно которой длина одиночного изгиба определяется следующим образом:

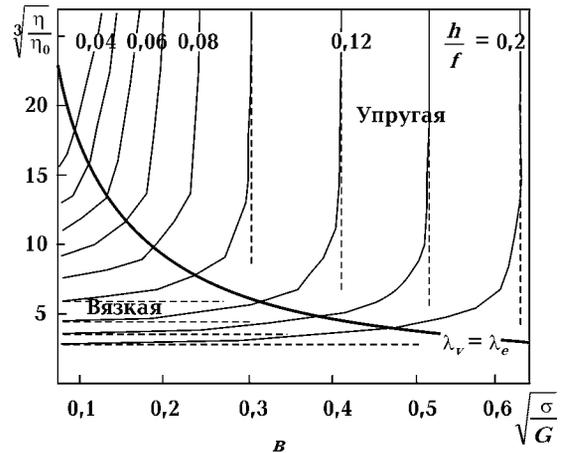
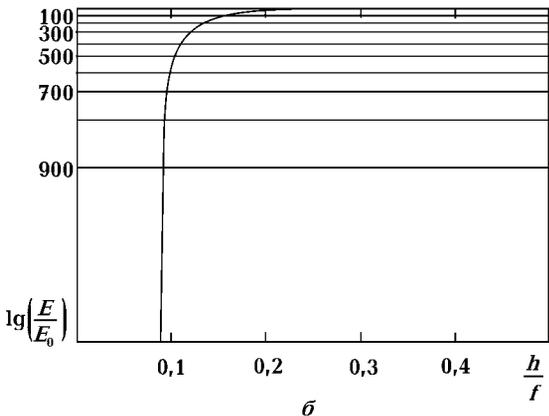
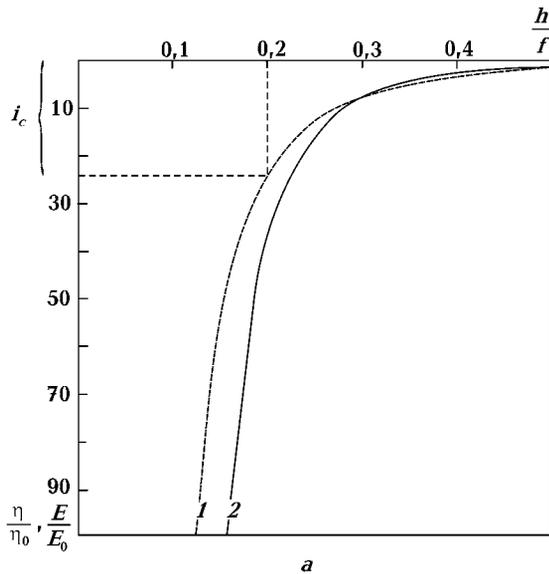


Рис. 5. Относительная мощность одиночного изгиба в моделях, учитывающих сопротивление среды: а — в функции отношения коэффициентов вязкости/модулей упругости согласно (10), (11) — кривая 1, согласно (12) — кривая 2. Показан интервал отношений E/E_0 , отвечающих экспериментально установленным значениям модулей упругости компетентных и некомпетентных пород; б — в функции отношения модулей упругости (в логарифмическом масштабе (согласно (12))); в — изолинии критической относительной мощности в модели вязкоупругого изгиба (по [Schmalholz, Podladchikov, 1999], с изменениями). Жирная линия разграничивает области преимущественного вязкого и упругого изгиба. Пунктирными линиями показаны изолинии равных значений относительной мощности в вязкой и упругой моделях; G — модуль сдвига.

$$f = \pi \sqrt{\frac{EJ}{\beta}}$$

где $J = \frac{bh^3}{12}$ — осевой момент инерции слоя шириной b ; β — коэффициент, характеризующий жесткость среды. Полагая $\beta = E_0$, $b = 2h$, получаем

$$\frac{h}{f} = \frac{1}{\pi} \sqrt[4]{\frac{6E_0}{E}} \quad (12)$$

Кривая этого уравнения хорошо соответствует экспериментальной кривой, определяемой (11) (рис. 5, а).

Трудности, возникающие при применении вязкостного критерия (10) к природным складкам, уже обсуждались выше. Рассмотренные соотношения устанавливают экспоненциальный рост отношения коэффициентов вязкости/упругости с понижением величины h/f : отношение, равное 100, достигается уже при $h/f = 0,15$ (см. рис. 5, а). Согласно рис. 5, б, складка с $h/f < 0,1$ осуществиться не может, ввиду тенденции к неограниченному росту E/E_0 . С учетом максимальной оценки индекса компетентности $i_c = 0,24$ (см. выше) минимальным значением относительной мощности будет 0,2 (рис. 5, а). Средние значения по вязкости гранита и песчано-сланцевых пород $1 \cdot 10^{18}$ Пз и $8,5 \cdot 10^{17}$ Пз [Гзовский, 1964] приводят к индексу $i_c = \eta/\eta_0 = 12$, что также сохраняет указанный рубеж.

Таким образом, формирование складок с $h/f < 0,2$ в рамках рассматриваемых подходов требует высоких (до двух порядков), а с $h/f < 0,1$ — чрезвычайно высоких (до трех порядков и более), не выводимых из экспериментальных данных для горных пород, отношений коэффициентов вязкости/упругости слоя и среды. Так как складки с малыми относительными мощностями имеют место (например, рис. 2, б и в, где $h/f \approx 0,1$), из изложенного следует, что изгиб в их случае скорее подчиняется Эйлерову критерию предельного напряжения. Что касается складок с отношениями $h/f > 0,2$, то для них получается неоднозначность в выборе критерия изгиба: либо критическое напряжение, либо отношение вязкостно-упругих характеристик. То, каким образом может осуществляться выбор критерия в этом случае, показано в работе [Schmalholz, Podladchikov, 1999], авторы которой, рассмотрев задачу изгиба в вязкоупругой постановке, пришли к выводу, что разделение по вязкому и

упругому типам реагирования происходит в зависимости от соотношения вязкости (η/η_0) и напряженного состояния (σ/E). Это приводит к выделению на диаграмме вязкоупругого изгиба полей преимущественной реакции по упругому и вязкому типам (рис. 5, в). Границей раздела для них служит кривая с равными длинами волн: $\lambda_v = \lambda_e$ [Schmalholz, Podladchikov, 1999]. В области перехода изолинии относительной мощности при вязкоупругом изгибе существенно отклоняются от траекторий вязкого и упругого изгибов. Эта схема наследует почти полностью недостаток вязкой модели, так как в ней для реализации складок с отношением $h/f < 0,12$ требуется контраст вязкости от 100 и выше. Следует подчеркнуть, что в координатных осях диаграммы рис. 5, в фигурируют корни (кубический и квадратный) из отношений вязкости и относительного напряжения. Это означает, что значительная часть диаграммы — выше отметки 5 по ординате, для которой $\eta/\eta_0 > 125$, — уже выходит за рамки экспериментальных данных для потенциально компетентных и некомпетентных пород. С другой стороны, представленные данные по аргументу $h/f \leq 0,2$ оставляют за кадром проблематичный интервал повышенных значений $h/f = 0,3 - 0,4$.

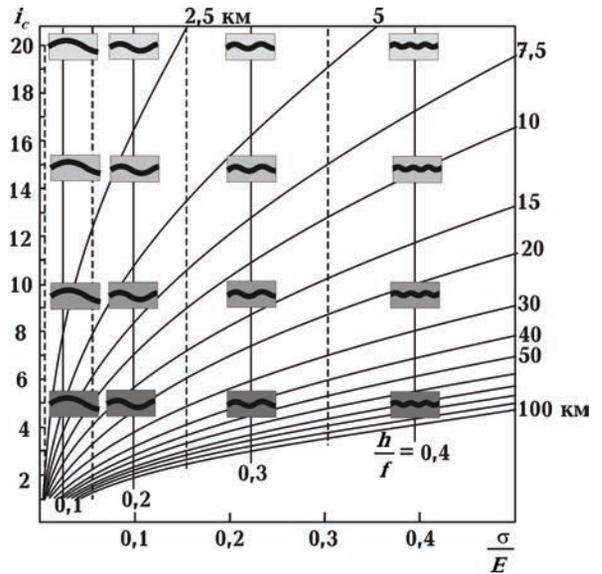


Рис. 6. Прогноз развития изгибной складчатости одиночного слоя в зависимости от глубины и контраста свойств слоя и среды в прочностном приближении. Показаны изолинии относительной мощности и глубины (км), а также модели складчатости изгиба одиночного слоя в среде с различным индексом компетентности (фон).

Е.И.Паталаха с соавторами [Паталаха и др., 1974], рассматривая роль среды в рамках энергетической постановки задачи изгиба, указывают, что вязкая диссипация энергии в ней контролирует лишь скорость процесса, тогда как изгиб определяется изменением потенциальной и упругой энергий. Как представляется, сопротивлением среды можно если не пренебречь, то, по крайней мере, рассматривать его как один из вероятных контролирующих механизмов изгиба, требующий подтверждения. Альтернативой рассмотренным моделям является прочностной подход, основанный на Эйлеровом описании изгибной неустойчивости [Паталаха и др., 1974]. Последний, как уже указывалось, обладает существенным преимуществом в том, что дает возможность описывать изгиб при малых значениях относительной мощности, не выходя за рамки экспериментальных величин модулей упругости. Диаграмма изгиба, соответствующая прочностному описанию, показана на рис 6. Все наблюдаемое разнообразие форм изгибной неустойчивости в природе ($h/f \leq 0,45$) контролируется уровнем напряжений, т.е. в первую очередь глубиной, хотя в соответствии с (8) определенное влияние могут оказывать вариации прочностных констант слоя и среды. Существенно то, что прочностная модель предсказывает сокращение длины при возрастающем индексе компетентности, что противоположно выводам в вязком и вязкоупругом представлениях (см. рис. 5). В области малых значений относительной мощности ($h/f \approx 0,1$) и соответственно малых относительных напряжений, прогнозируется развитие складок с наибольшей длиной волны. При максимальном индексе компетентности их формирование должно происходить вблизи поверхности, с понижением контраста свойств глубина формирования таких складок возрастает до 15 км и более. Если зафиксировать индекс компетентности и мощность слоя, то видно, что с увеличением глубины отношение h/f также увеличивается (размер складчатости уменьшается), но эти изменения происходят тем быстрее, чем выше контраст свойств слоя и среды. Так, при $i_c = 20$ складки с короткой длиной могут образоваться уже на глубинах 5—7 км. Этим эффектом можно объяснить описанный в работе [Cherwin, Chappel, 1968] изгиб кварцевых жил в сланцево-филлитовых толщах с $h/f = 0,35 \div 0,4$, индекс компетентности которых может достигать 20. С другой стороны, зафиксировав глубину, мож-

но определить как изменяется длина изгиба в зависимости от вариаций контраста свойств компетентного слоя и вмещающих некомпетентных прослоев в рамках одного образца.

Заключение. Относительная мощность одиночного изгиба h/f является важной константой изгибной складчатости, с помощью которой может быть проверено соответствие природным данным той или иной теории. Получаемый эмпирический диапазон ее значений колеблется от 0,05 до 0,45. Крайние его величины составляют проблему для двух традиционных подходов в описании изгибной неустойчивости одиночного слоя: Эйлера — изгиб идеально-упругого стержня под действием критического напряжения и М. Био — изгиб вязкого слоя в маловязкой среде [Biot, 1961; Паталаха и др., 1974; Ферхуген и др., 1974; Schmalholz, Podladchikov, 1999]. Для первого рост значений относительной мощности приводит к превышению критическими напряжениями предела прочности пород. Вязкая модель испытывает затруднения в объяснении как пониженных [Cherwin, Chappel, 1968; Паталаха и др., 1974; Schmalholz, Podladchikov, 1999], так и повышенных h/f , когда требуемые отношения вязкостей слоя и среды выходят за рамки экспериментально обусловленных значений. Корректировка данных противоречий предлагалась ранее в рамках энергетического (прочностного) [Паталаха и др., 1974] и вязкоупругого [Schmalholz, Podladchikov, 1999] подходов. Последний наследует недостаток вязкого приближения, выражаемый в завышении отношения вязкости. В настоящей статье рассмотрено прочностное приближение, основанное на упругопластическом описании изгиба, в котором изгиб за пределом упругости описывается в рамках традиционной для технической механики замены модуля упругости касательным модулем [Вольмир, 1967; Пановко, Губанова, 1987], что позволяет использовать для прогноза изгибной неустойчивости экспериментальные диаграммы деформирования горных пород. Предположение о том, что изгиб компетентного слоя возможен при одновременном достижении предела прочности вмещающими породами, позволяет увязать критические изгибные напряжения с глубиной в рамках критерия прочности Кулона — Мора, на основании чего устанавливается закономерное уменьшение размеров складчатости с глубиной. Контролирующее влияние контраста свойств слоя и среды рассмотрено на основе вводи-

мого индекса компетентности i_c . Прочностной подход имеет преимущество в описании складок с малыми значениями относительной мощности ($h/f < 0,2$), так как позволяет оставаться в рамках экспериментально подтвержденных модулей упругости горных пород.

Использование критерия относительной мощности слоя h/l дает возможность расширить сферу приложения теории изгиба, вводя в рассмотрение условие перехода к разломно-пластическому деформированию компетентного слоя. Это позволяет ставить проявление разломов в пределах слоистой толщи не только в зависимости от уровня напряжений, но и от гибкости слоев.

**Приложение.
Примеры складчатости изгиба
одиночного слоя**

Рассмотрена выборка пегматитовых складок по литературным данным, представляющих различные условия деформирования (рис. 7). При определении исходной длины и

мощности изогнутого слоя учитывалась поправка на общее сжатие стадии пластического течения, с которым связано перераспределение мощности в замке и крыльях в складках изоклинального типа. Принималась гипотеза однородного деформирования, для которого кратная деформация равна $e = b/h = h/c$, где b и c — конечные мощности в замке и на крыльях. Тогда $h = \sqrt{bc}$, а исходная длина составит $l_0 = el$, где l — измеренная длина на рисунке. Полученные значения мощности, длины одиночного изгиба (полуволны складки) и их отношение сведены в табл. 2.

На основании краткого описания (см. табл. 2) можно дать некоторую термодинамическую привязку складчатости по фациям метаморфизма. К амфиболитовой фации отнесены складки в раннепротерозойских гнейсах Мугоджар, описанные Е.И. Паталахой [Паталаха, 1990], содержащие кварцитовые слои (рис. 7, а), амфиболитовая дайка из гнейсового комплекса Гренландии (рис. 7, в) [Лукьянов, 1991]. Складки, сформированные в условиях контактового динамометаморфизма

Таблица 2. Таблица средних значений мощности слоя, длины одиночного изгиба и относительной мощности складок (рис. 7)

Номер образца, рис. 7	\bar{h} , м	\bar{f} , м	h/f	Описание, литературный источник
1	$4 \cdot 10^{-2}$	$2,1 \cdot 10^{-1}$	0,19	Кварцевые жилы в раннепротерозойских гнейсах, Мугоджары [Паталаха Е.И., 1990]
2	$4 \cdot 10^{-2}$	$1,9 \cdot 10^{-1}$	0,21	
3	$6 \cdot 10^{-2}$	$3 \cdot 10^{-1}$	0,2	
4	$4,5 \cdot 10^{-3}$	$1,8 \cdot 10^{-2}$	0,25	Сингенетичная гидротермально-осадочная барит-сфалеритовая руда, Казахстан [Паталаха Г.Б., 1988]
5	$4,5 \cdot 10^{-3}$	$1,7 \cdot 10^{-2}$	0,26	
6	$7 \cdot 10^{-3}$	$2,3 \cdot 10^{-2}$	0,3	
7	$1,5 \cdot 10^{-3}$	$1,8 \cdot 10^{-2}$	0,16	Жильный кварц в тонкополосчатых кварцитах, протерозой Карелии [Лукьянов, 1991]
8	$2,8 \cdot 10^{-3}$	$2,3 \cdot 10^{-2}$	0,12	
9	$6 \cdot 10^{-3}$	$6 \cdot 10^{-2}$	0,1	Амфиболитовая дайка в гнейсах архея, Гренландия [Лукьянов, 1991]
10	$4 \cdot 10^{-2}$	$1,5 \cdot 10^{-1}$	0,27	
11	$4 \cdot 10^{-3}$	$4,4 \cdot 10^{-2}$	0,07	Пегматитовые жилы в кварц-биотитовых сланцах, протерозой Карелии [Лукьянов, 1991]
12	$1,6 \cdot 10^{-3}$	$1,6 \cdot 10^{-2}$	0,1	
13	$5 \cdot 10^{-2}$	$2,4 \cdot 10^{-1}$	0,2	Кварцевые жилы в сланцах позднего протерозоя — раннего палеозоя, Забайкалье [Громин, 1970].
14	$5 \cdot 10^{-2}$	$6,4 \cdot 10^{-1}$	0,08	
15	$7 \cdot 10^{-2}$	$7,6 \cdot 10^{-1}$	0,09	
16	$7 \cdot 10^{-4}$	$3,2 \cdot 10^{-1}$	0,18	
17	$4 \cdot 10^{-3}$	$2,2 \cdot 10^{-2}$	0,18	
18	$7 \cdot 10^{-3}$	$5,7 \cdot 10^{-2}$	0,12	
19	$1 \cdot 10^{-2}$	$9,7 \cdot 10^{-2}$	0,1	

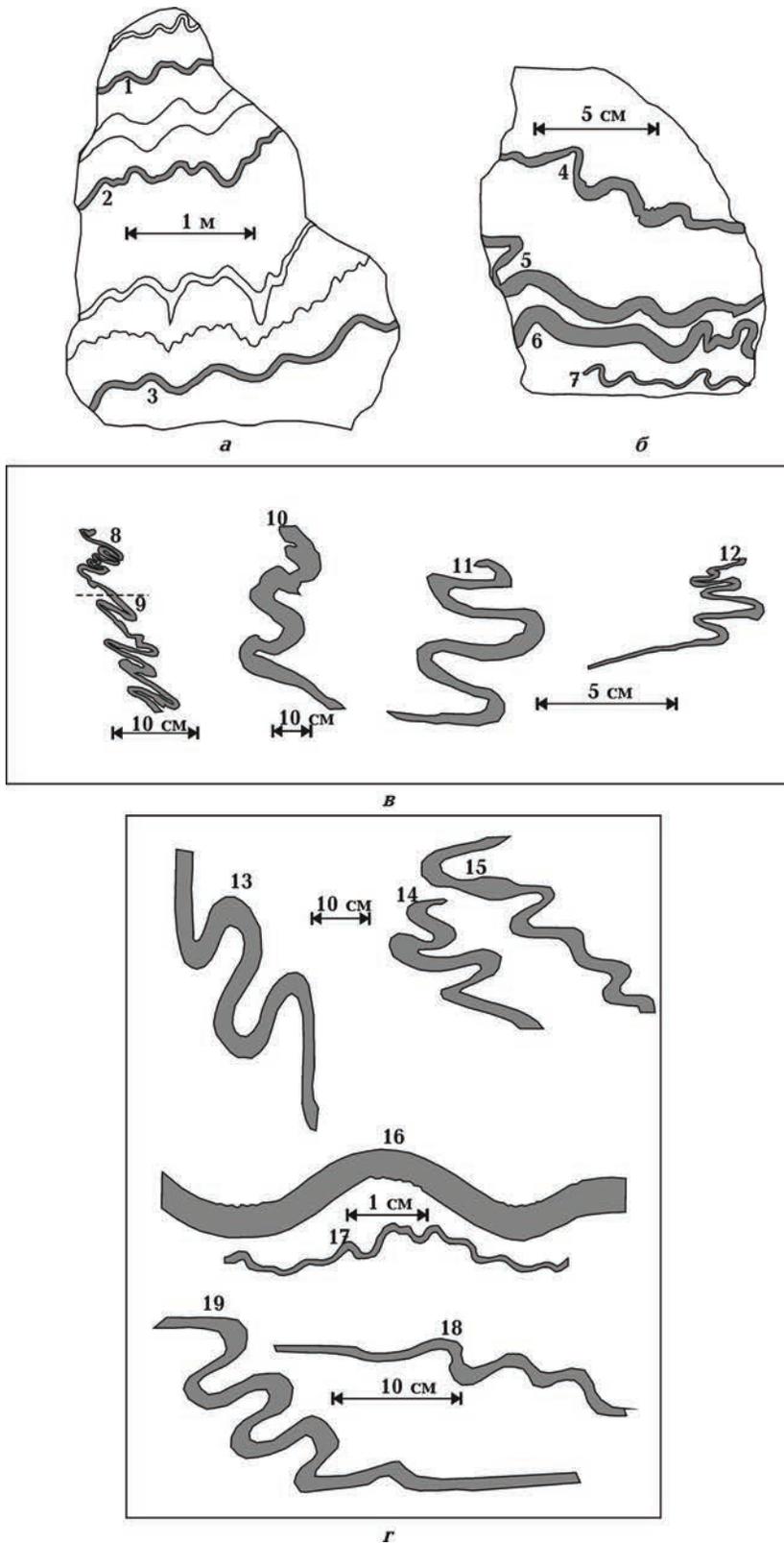


Рис. 7. Птигматитовые складки одиночных слоев из работ: Е.И.Паталахи [Паталаха, 1990] (а); Г.Б.Паталаха [Паталаха, 1988] (б), см. рис. 1, а; А.В.Лукьянова [Лукьянов, 1991] (в); В.И.Громина [Громин, 1970] (г). Описание — см. в табл. 2.

амфиболитовой ступени, представлены образом сфалерит-баритовой руды месторождения Карагайлы Успенской тектонической зоны в Казахстане (рис. 7, б) [Паталаха, 1988]. Менее определенной являются термодинамическая привязка складок в кварц-биотитовых сланцах и полосчатых кварцитах протерозоя Карелии (рис. 7, в) [Лукьянов, 1991]. Условия зеленосланцевого метаморфизма, по-видимому, представляют складки кварцевых жил в сланцах позднего протерозоя — раннего палеозоя Агинского поля в Забайкалье [Громин, 1970] (рис. 7, г). По результатам оценки отно-

сительной мощности одиночного изгиба можно говорить о тенденции к ее снижению при переходе от условий амфиболитовой фаций и контактового метаморфизма ($h/f=0,19\pm 0,3$) к зеленосланцевой фации ($h/f=0,07\pm 0,18$). Это в целом подтверждает выводы прочностного подхода о понижающем влиянии фактора глубины на длину складки изгиба.

Автор благодарит Б. А. Занкевича и Г. Б. Паталаха за предоставленные для работы образцы и консультации и выражает признательность О. Б. Гинтову, замечания которого способствовали улучшению статьи.

Список литературы

- Белоусов В. В. Структурная геология. — Москва: Изд-во Моск. ун-та, 1986. — 245 с.
- Вольмир А. С. Устойчивость деформируемых систем. — Москва: Наука, 1967. — 984 с.
- Вялов С. С. Реологические основы механики грунтов. — Москва: Высш. шк., 1978. — 447 с.
- Гзовский М. В. Основные вопросы тектонофизики и тектоника Байджансайского антиклинория. — Москва: Изд-во АН СССР, 1964. — 544 с.
- Гинтов О. Б., Гончар В. В. Моделирование внутри- и приразломных складок в докембрийских комплексах с позиций несоосной прогрессивной деформации // Геофиз. журн. — 2004. — 26, № 2. — С. 60—72.
- Гончар В. В. Асимметричные изгибные складки краевых прогибов по данным численного моделирования // Геофиз. журн. — 2008. — 30, № 4. — С. 60—82.
- Громин В. И. Малые структурные формы и палеореологические реконструкции. — Москва: Наука, 1970. — 142 с.
- Лебедев Т. С., Корчин В. А., Савенко Б. Я., Шаповал В. И., Шепель С. И. Физические свойства минерального вещества в термобарических условиях литосферы. — Киев: Наук. думка, 1986. — 254 с.
- Лебедева Н. Б. Роль неоднородностей горных пород в процессе образования кливажа // Геотектоника. — 1976. — С. 31—43.
- Лукьянов А. В. Пластические деформации и тектоническое течение в литосфере. — Москва: Наука, 1991. — 142 с.
- Пановко Я. Г., Губанова И. И. Устойчивость и колебания упругих систем. — Москва: Наука, 1987. — 352 с.
- Паталаха Г. Б. Метаморфизм руд стратиформных свинцово-цинковых месторождений (Казахстан): Дисс. ... д-ра геол.-минерал. наук. — Алма-Ата, 1988. — 365 с.
- Паталаха Е. И. Генетические основы морфологической тектоники. — Алма-Ата: Наука, 1981. — 179 с.
- Паталаха Е. И. О складках и складчатости // Современная геодинамика и глубинное строение территории СССР. — Москва: Наука, 1990. — С 26—31.
- Паталаха Е. И., Смирнов А. В., Поляков А. И. Генетические типы геосинклинальной складчатости. — Алма-Ата: Наука, 1974. — 207 с.
- Попов Е. П. Теория и расчет гибких упругих стержней. — Москва: Наука, 1986. — 294 с.
- Справочник физических констант. — Москва: Мир, 1969. — 543 с.
- Теркот Д., Шуберт Дж. Геодинамика. — Москва: Мир, 1985. — 730 с.
- Тимошенко С. П. Курс теории упругости. — Киев: Наук. думка, 1972. — 501 с.
- Ферхуген Дж., Тернер Ф., Вейс Л., Вархафтинг К., Файф У. Земля: введение в общую геологию. — Москва: Мир, 1974. — 845 с.
- Biot M. A. Theory of folding of stratified viscoelastic media and its implications in tectonics and orogenesis // Geol. Soc. Amer. Bull. — 1961. — 72. — P. 1595—1620.
- Currie I. B., Patnode H. W., Trump R. P. Development of folds in sedimentary strata // Geol. Soc. Amer. Bull. — 1962. — 73. — P. 655—674.
- Sherwin J.-A., Chapple W. M. Wavelengths of single layer folds: a comparison between theory and observation // Amer. J. Sci. — 1968. — 266. — P. 167—179.
- Schmalholz S. M., Podladchikov Yu. Buckling versus Folding: importance of viscoelasticity // Geophys. Res. Lett. — 1999. — 26. — № 17. — P. 2641—2644.