

**Комментарий к статье Г. Г. Кулиева
«Анализ результатов интерпретации упругих параметров
твердого ядра Земли
с позиций современной геомеханики»**

© Я. М. Хазан, 2017

Институт геофизики НАН Украины, Киев, Украина

Поступила 23 февраля 2017 г.

В предыдущем номере «Геофизического журнала» опубликована статья Г. Г. Кулиева «Анализ результатов интерпретации упругих параметров твердого ядра Земли с позиций современной геомеханики» [Кулиев, 2017]. Автор обращает внимание на то, что внутреннее ядро Земли находится в условиях всестороннего сжатия под действием давления $P > 330$ ГПа, превышающего модуль сдвига μ сплавов железа, слагающих ядро ($\mu = \rho V_S^2 = 157$ ГПа при плотности $\rho = 12,8 \cdot 10^3$ кг·м⁻³ и скорости поперечных волн $V_S = 3,5$ км·с⁻¹ [Dziewonski, Anderson, 1981]).

Автор утверждает, что «... при всестороннем равномерном деформировании (сжатии) изотропного шара на уровне напряжений, сравнимых по величине с модулями сдвига, происходит внутренняя неустойчивость». При этом «... в деформируемых твердых средах выполнение условий $\mu > 0$, $\lambda + 2/3\mu > 0$ (λ — параметр Ляме — Я. Х.) оказывается не достаточным для обеспечения физической состоятельности дальнейшего процесса деформирования упругой среды. Наряду с этим условием должны выполняться ограничительные условия и на величины напряжений и деформаций ... При нарушении данных условий рассмотренные среды теряют способность деформироваться как упругие твердые тела». Одновременно, при

$P/\mu > 1,68$ или $P/\mu > 1,1$ «...в напряженной изотропной среде не может распространяться продольная упругая волна с действительной скоростью», а при $P/\mu > 0,76$ или $P/\mu > 0,62$ не может существовать поперечная волна (приведенные численные значения рассчитаны по уравнениям (27), (28) рецензируемой статьи для двух вариантов теоретической модели и при значении коэффициента Пуассона $\nu = 0,3$). В качестве выхода из явного противоречия между результатами работы [Кулиев, 2017] и существующими представлениями о давлении, плотности и скоростях сейсмических волн в Земле автор предлагает задуматься о том, что «Если бы удалось вразумительно и научно обоснованно скорректировать распределение давления, то это могло бы быть выходом из сложившейся ситуации. Иначе полученные результаты ставят под сомнение возможность существования внутреннего ядра Земли в виде деформируемого твердого тела».

Современные модели Земли — распределения плотности, давления, сейсмических скоростей, состава, реологических и упругих параметров, фазового состояния и т. д. построены с использованием огромного количества сейсмологических и гравиметрических наблюдений, результатов статических и динамических лабораторных экспе-

риментов, а также данных о нутациях, приливах, вращении Земли и ее собственных колебаниях.

Достаточно полные обзоры по всем аспектам проблемы можно найти в энциклопедии «*Treatise on Geophysics*» (www.sciencedirect.com/science/referenceworks/9780444538031). Большая подборка сейсмологических моделей имеется на сайте IRIS: <https://ds.iris.edu/spud/earthmodel>. За тридцать пять лет, прошедших с момента опубликования одномерной модели PREM [Dziewonski, Anderson, 1981], которая широко используется в качестве референтной, были построены как глобальные, так и региональные трехмерные модели с лучшим разрешением, чем у PREM. Тем не менее, принципиальных изменений не произошло. Например, авторы [Panning, Romanowicz, 2006] подчеркивают, что модель PREM500 (модифицированная модель PREM) использует улучшенную структуру добротности, но ее упругая структура эквивалентна модели PREM.

Наконец, в последние годы для определения характеристик термодинамически равновесной кристаллической решетки минералов, слагающих внутреннее ядро, широко используются методы численного моделирования «из первых принципов» (например, [Vočadlo, 2007; Niu et al., 2015]). Численные модели предсказывают значения сейсмических скоростей, согласующиеся с сейсмологическими данными, и указывают на то, что внутреннее ядро сложно конгломератом кристаллов с гексагональной решеткой с плотной упаковкой (hcp) и объемноцентрированной кубической решеткой (bcc) [Niu et al., 2015]. Отметим, что статические высокотемпературные эксперименты [Tateno et al., 2010] свидетельствуют о том, что hcp структу-

ра Fe стабильна до давления 377 ГПа и температуры 5700 К, характерных для внутреннего ядра Земли.

Таким образом, современные представления о том, как устроена Земля, основываются на обширном, многократно проверенном наблюдательном, экспериментальном и теоретическом материале, и я не думаю, что имеет смысл обсуждать предложение автора изменить оценку давления в Земле вдвое или втрое. На самом деле, причина противоречия между заключением [Кулиев, 2017] и моделями ядра Земли заключается в том, что нелинейная упругая механика [Гузъ, 1979; Guz, 1999], идеи которой использует автор рецензируемой статьи, неприменима для описания равновесного состояния внутреннего ядра Земли.

Поскольку нелинейная упругая механика не является часто применяемым в геофизике инструментом, необходимо вначале объяснить постановку задачи в ней. На рисунке показан один из возможных вариантов кривой напряжение — деформация. На начальном участке этой кривой деформация



Определение «естественного», «начального» и «деформированного» состояний в нелинейной упругой механике.

(например, относительное удлинение) мала и связь между напряжением и деформацией является линейной. Это диапазон, в котором справедлива обычная теория упругости (например, [Ландау, Лифшиц, 1987]).

В теории упругости тензор деформации линейно выражается через производные перемещений по координатам $\partial u_i / \partial x_k$, а упругие модули не зависят от деформации и напряжения (чему соответствует постоянство наклона начального участка кривой на рисунке).

В нелинейной упругой механике деформации не являются малыми. Поэтому в определении тензора деформации нельзя пренебрегать квадратичным по $\partial u_i / \partial x_k$ слагаемым, как это делается в классической теории упругости, а упругие модули становятся зависящими от деформации.

Гузз [1979] рассматривает три состояния тела — «естественное» (нулевые напряжения и деформации), «начальное» и «деформированное» (см. рисунок) и исследует деформирование тела с изменением его состояния от «начального» до «деформированного».

В «естественном» состоянии на тело не действуют никакие внешние нагрузки, а его внутренняя структура соответствует термодинамическому равновесию. Наклон кривой деформирования вблизи «естественного» состояния постоянен, так что упругие модули зависят только от термодинамических параметров и не зависят от деформации.

В «начальном» состоянии наклон кривой деформирования изменяется с деформацией (см. рисунок). Следовательно, упругие модули зависят не только от термодинамического состояния тела, но и от предыстории его деформирования. Последнее указывает на то, что «начальное» состояние тела

не является термодинамически равновесным, поскольку в состоянии термодинамического равновесия упругие модули являются свойством кристаллической решетки и не могут зависеть от предшествующей деформации.

Рассуждение в предыдущем абзаце можно обратить. Если вначале деформировать тело от «естественного» состояния до «начального», а затем позволить ему релаксировать до состояния термодинамического равновесия, то получим тело, упругие модули которого определяются только свойствами кристаллической решетки и не зависят от деформации. С физической точки зрения это состояние ничем не отличается от «естественного», за исключением того, что тело, быть может, находится под воздействием всестороннего сжатия. (Девиаторные напряжения релаксируют за максвелловское время $\tau_M = \eta / \mu$, где η — динамическая вязкость. Для твердого ядра Земли вязкость оценивается по затуханию нутаций [Koot, Dumbergy, 2011] $\eta = (3-7)10^{14}$ Па·с, так что максвелловское время $\tau_M = (2-5)10^3$ с, т. е. всего порядка одного часа.)

В действительности, ситуация еще проще и очевиднее. В применении к внутреннему ядру буквальное следование постановке задачи, принятой в нелинейной упругой механике и положенной в основу работы [Кулиев, 2017], означает предположение о том, что ядро было деформировано от «естественного» ($P=0$ ГПа (?)) до «начального» ($P=330$ ГПа (?)) состояния. Такое предположение не имеет смысла, поскольку внутреннее ядро никогда не испытывало и не могло испытывать подобного нагружения. На самом деле, внутреннее ядро кристаллизовалось из расплава в условиях высокого всестороннего давления и высокой температуры (и продолжает кристалли-

зоваться, поддерживая конвекцию во внешнем ядре и генерацию магнитного поля). Поэтому его кристаллическая решетка является термодинамически равновесной с момента образования, и именно это состояние внутреннего ядра надо считать «естественным». Малые отклонения от этого состояния, связанные, например, с прохождением сейсмических волн, остаются в пределах линейного участка схемы на рисунке. Последнее делает вполне оправданным использование теории упругости (с учетом затухания и анизотропии) для описания прохождения волн сквозь

внутреннее ядро и объясняет хорошее согласие теории (в частности, расчетов «из первых принципов») с наблюдениями и лабораторными экспериментами.

Таким образом, подход, используемый автором рецензируемой работы, неприменим для описания твердого ядра Земли, хотя он может быть полезен в других ситуациях (например, импактные взаимодействия или эксперименты с использованием ударного сжатия), когда взаимодействие происходит быстро и внутренняя структура тела не успевает достичь термодинамического равновесия.

Список литературы

- Гузь А. Н. Устойчивость упругих тел при всестороннем сжатии. Киев: Наук. думка, 1979. 143 с.
- Кулиев Г. Г. Анализ результатов интерпретации упругих параметров твердого ядра Земли с позиций современной геомеханики. *Геофиз. журн.* 2017. Т. 39. № 1. С. 79—96. <http://dx.doi.org/10.24028/gzh.0203-3100.v39i1.2017.94012>.
- Лангау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория упругости. Москва: Наука, 1987. 246 с.
- Dziewonski A. M., Anderson D. L., 1981. Preliminary reference Earth model. *Phys. Earth Planet. Int.* 25, 297—356.
- Guz A. N., 1999. Fundamentals of the Three-Dimensional Theory of Stability of Deformable Bodies. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag. 555 p.
- Koot L., Dumberry M., 2011. Viscosity of the Earth's inner core: Constraints from nutation observations. *Earth Planet. Sci. Lett.* 308, 343—349. doi:10.1016/j.epsl.2011.06.004.
- Niu Z.-W., Zeng Z.-Y., Cai L.-C., Chen X.-R., 2015. Study of the thermodynamic stability of iron at inner core from first-principles theory combined with lattice dynamics. *Phys. Earth Planet. Int.* 248, 12—19. <http://dx.doi.org/10.1016/j.pepi.2015.09.002>.
- Panning M., Romanowicz B., 2006. A three-dimensional radially anisotropic model of shear velocity in the whole mantle. *Geophys. J. Int.* 167, 361—379. doi:10.1111/j.1365-246X.2006.03100.x.
- Tateno S., Hirose K., Ohishi Y., Tatsumi Y., 2010. The Structure of Iron in Earth's Inner Core. *Science* 330, 359—361.
- Vočadlo L., 2007. Ab initio calculations of the elasticity of iron and iron alloys at inner core conditions: Evidence for a partially molten inner core? *Earth Planet. Sci. Lett.* 254, 227—232. <http://dx.doi.org/10.1016/j.epsl.2006.09.046>.

References

- Guz A. N., 1979. Stability of elastic bodies under uniform compression. Kiev: Naukova Dumka, 143 p. (in Russian).
- Guliyev H. H., 2017. Analysis of results of interpretation of elastic parameters of solid core of the Earth from the standpoint of current geomechanics. *Geofizicheskiy zhurnal* 39(1), 79—96 (in Russian). <http://dx.doi.org/10.24028/gzh.0203-3100.v39i1.2017.94012>.
- Landau L. D., Lifshits E. M., 1987. Theory of Elasticity. Moscow: Nauka, 246 p. (in Russian).
- Dziewonski A. M., Anderson D. L., 1981. Preliminary reference Earth model. *Phys. Earth Planet. Int.* 25, 297—356.
- Guz A. N., 1999. Fundamentals of the Three-Dimensional Theory of Stability of Deformable Bodies. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 555 p.
- Koot L., Dumberry M., 2011. Viscosity of the Earth's inner core: Constraints from nutation observations. *Earth Planet. Sci. Lett.* 308, 343—349. doi:10.1016/j.epsl.2011.06.004.
- Niu Z.-W., Zeng Z.-Y., Cai L.-C., Chen X.-R., 2015. Study of the thermodynamic stability of iron at inner core from first-principles theory combined with lattice dynamics. *Phys. Earth Planet. Int.* 248, 12—19. <http://dx.doi.org/10.1016/j.pepi.2015.09.002>.
- Panning M., Romanowicz B., 2006. A three-dimensional radially anisotropic model of shear velocity in the whole mantle. *Geophys. J. Int.* 167, 361—379. doi:10.1111/j.1365-246X.2006.03100.x.
- Tateno S., Hirose K., Ohishi Y., Tatsumi Y., 2010. The Structure of Iron in Earth's Inner Core. *Science* 330, 359—361.
- Vočadlo L., 2007. Ab initio calculations of the elasticity of iron and iron alloys at inner core conditions: Evidence for a partially molten inner core? *Earth Planet. Sci. Lett.* 254, 227—232. <http://dx.doi.org/10.1016/j.epsl.2006.09.046>.