

О преобразовании координат пунктов из системы СК-42 в систему WGS-84

А. И. Якимчик, 2019

Институт геофизики им. С. И. Субботина НАН Украины, Киев, Украина

Поступила 26 сентября 2019 г.

Повноцінне та ефективне застосування глобальних навігаційних супутникових систем під час вирішення важливих теоретичних і прикладних завдань наук про Землю і збереження можливості використання величезної кількості геодезичних, картографічних, гравіметричних та інших матеріалів, створених на основі традиційних методів і в різних системах координат, неможливе без коректного перетворення координат при переході від однієї системи до іншої. Визначення координат пунктів з використанням супутникової радіонавігаційної системи NAVSTAR GPS тісно пов'язане зі світовою геодезичною системою координат WGS-84. Водночас накопичено великі обсяги даних гравіметричних спостережень у системі координат 1942 р. Очевидна необхідність перерахунку координат, що задані в різних системах. Наведено відомості про системи координат, геодезичні координати, одиниці виміру, формати відображення значень широти і довготи. Досить детально описано референцну систему координат 1942 р. та сучасну світову геодезичну систему WGS-84. Наведено формули для обчислення нормальної сили тяжіння в цих системах. Розглянуто історичні передумови і класифікація способів перетворення координат. Значну увагу приділено високоточному способу Молоденського і модифікованому способу Гельмерта перетворення координат. Подано опис стандартного способу Молоденського на тому рівні, на якому він описаний в офіційних відкритих публікаціях урядових установ США. Розглянуто програми, що дають змогу автоматизувати розв'язок задачі перерахунку координат об'єктів, а також питання трансформації систем координат у географічних інформаційних системах. Звернено увагу на те, що необдумане використання програмного забезпечення може призвести до деяких дуже дивних і незрозумілих результатів.

Ключові слова: геодезичні координати, СК-42, еліпсоїд WGS-84, нормальне гравітаційне поле Землі, перетворення даних, програмне забезпечення.

Введение. В статье [Булацен и др., 2019] предпринята попытка оценить гипотетические вековые изменения силы тяжести в перспективных нефтегазоносных районах путем сравнения данных гравиметрической съемки, выполненной в 30-е годы XX ст., с данными модели гравитационного поля Земли EGM08 [<https://earth-info.nga.mil/GandG/wgs84/gravitymod/egm2008/index.html>], созданной по результатам специализированных спутниковых миссий CHAMP и GRACE. Вопросам пересчета данных классических измерений для сопоставимости с данными модели EGM08 в статье уделено минимальное внимание. Авторы всего лишь приводят с опечатками формулу Сомильяна для вычисления нормального ускорения силы тяжести на поверхности глобального эллипсоида WGS-84, ссылаясь при этом на информационный бюллетень Международного гравиметрического бюро [External ..., 2009]. Предоставляя читателям самим судить о степени обоснованности такого подхода, дальнейшее изложение, очевидно, целесообразно начать с аргументации необходимости корректного пересчета координат, заданных в разных системах.

Определение координат пунктов с использованием спутниковой радионавигационной системы NAVSTAR GPS тесно связано с мировой геодезической системой координат WGS-84. Однако до сих пор большинство стран для координатно-временного обеспечения используют свои национальные референционные геодезические системы с конкретным набором параметров исходных геодезических дат, которые не соответствуют координатным системам спутниковых радионавигационных систем. Определение положения объектов в различных геодезических системах различается на величины от нескольких метров до нескольких километров.

В фондах различных предприятий накоплено громадное количество гравиметрических, топографических и других материалов, координаты в которых определены в системе Гаусса—Крюгера 1942 г. (СК-42), высоты — в Балтийской системе. В связи с этим постоянно возникает необходимость преобразования координат из системы СК-42 в WGS-84, и наоборот.

Как известно, мировое сообщество вступило в XXI в. с двумя принципиально новыми технологиями:

- технология, основанная на глобальных спутниковых радионавигационных системах ГЛОНАСС и NAVSTAR GPS¹;
- технология, создаваемая географическими информационными системами (ГИС).

Первая связана, прежде всего, с получением в любой точке земной поверхности и околоземного пространства высокоточных координат движущегося транспортного средства, вектора его абсолютной скорости, а также точного времени.

Концепция ГИС сформировалась с появлением быстродействующих ЭВМ, обладающих большой памятью. Географические информационные системы представляют собой базу данных, имеющих привязку к географическим координатам.

Рассматриваемые технологии имеют общую основу, так как базируются на одних и тех же геодезических системах координат, предполагающих различные референц-эллипсоиды. Увеличение точности определения местоположения и точности геодезической привязки информации в ГИС, а также переход к абсолютным координатам уже давно поставило на повестку дня вопрос о необходимости, во-первых, учета того, в какой геодезической системе определяются координаты, во-вторых, корректного перехода от одной геодезической системы к другой. Расхождение в координатах из-за использования различных геодезических основ может достигать недопустимых значений. К сожалению, в литературе по геофизике этой проблеме не уделено достаточного внимания.

По этим причинам настоящая статья посвящена описанию наиболее часто используемых геодезических систем, а также принятых методов преобразования координат при переходе от одной системы к другой. Из-за широкого распространения спут-

¹ В настоящее время используются две спутниковые системы определения координат: российская система ГЛОНАСС (это является аббревиатурой более длинного и точного названия: ГЛОбальная НАвигационная Спутниковая Система) и американская система NAVSTAR GPS (NAVigation System with Time And Ranging Global Positioning System — навигационная система определения расстояний и времени, глобальная система позиционирования). В данном случае под словом "позиционирование" подразумевается определение координат и времени. Обе системы создавались для решения военных задач, но в последние годы нашли широкое применение в геодезии, обеспечивая исключительно высокие точности определения приращений координат. В связи с тем, что в геодезических измерениях система NAVSTAR GPS применяется существенно шире, основное внимание будет уделено именно этой системе. Количество систем навигации и позиционирования в мире постоянно возрастает. Кроме действующих глобальных систем GPS и ГЛОНАСС, разрабатываемых Galileo и Compass, работает региональная Beidou (КНР) и подготавливаются системы регионального назначения QZSS (Япония) и IRNSS (Индия).

никовой радионавигационной системы NAVSTAR GPS во многих областях человеческой деятельности и подавляющего количества типов приемников, работающих по сигналам этой системы, фактически общепринятым в спутниковой навигации, в спутниковой геодезии и в ГИСах стал общеземной эллипсоид WGS-84. Восполняя пробелы в отечественной литературе, дается полное описание этого эллипсоида на том уровне, на котором он описан в официальных открытых публикациях правительственных учреждений США, например, в работе [National ..., 2014].

Общие сведения. Приведем краткое описание основных терминов, использованных в данной статье, чтобы исключить их неправильное понимание. Их без труда можно найти в классических учебниках и монографиях [Закатов, 1976; Морозов, 1979; Вахрамеева и др., 1986; Бугаевский, 1998; Антонович, 2005; Комаровский, 2005].

Точное знание формы и размеров Земли необходимо во многих областях науки и техники (при запуске искусственных спутников и космических ракет, в авиации, мореплавании, радиосвязи и т. д.) и, прежде всего, в самой геодезии для правильного изображения земной поверхности на картах.

Поверхность Земли общей площадью около 510 млн км² разделяется на Мировой океан (70,8 %) и сушу (29,2 %). Средняя глубина Мирового океана — около 3800 м; средняя высота суши над средним уровнем воды в океанах — около 875 м. Поэтому можно считать, что суша имеет вид небольшого по сравнению с общей поверхностью Земли и невысокого над уровнем моря по сравнению с его глубиной плоскогорья.

Представление о форме Земли в целом можно получить, если вообразить, что вся планета ограничена поверхностью Мирового океана в спокойном состоянии, непрерывно продолженной под материками. Такая замкнутая поверхность, в каждой своей точке перпендикулярная к отвесной линии, т. е. к направлению действия силы тяжести, называется уровенной поверхностью. Таких поверхностей, огибающих Землю, можно вообразить множество. Уровенная поверхность, совпадающая со средним уровнем воды океанов в спокойном состоянии, образует фигуру, называемую геоидом. Термин "геоид" ввел в 1873 г. немецкий ученый Иоганн Бенедикт Листинг. Фигура геоида, принятая в геодезии за общую фигуру Земли, определяется направлением отвесных линий, положение которых зависит от распределения масс внутри Земли.

Геоид имеет довольно сложную форму и его поверхность нельзя представить каким-либо конечным математическим уравнением. Поэтому его используют в качестве первого и достаточно строгого приближения к реальной форме Земли, но не применяют в качестве поверхности, на которую можно переносить координаты точек земной поверхности. Самым первым приближением к форме геоида является земной шар или земная сфера. Во втором приближении тело Земли принимают за эллипсоид, образованный вращением вокруг его малой оси. Размеры и ориентация поверхности эллипсоида устанавливаются так, чтобы она была как можно ближе к основной уровенной поверхности — геоиду. Такой эллипсоид называется земным эллипсоидом. Иногда его называют земным сфероидом из-за того, что сфероидом является эллипсоид с малым сжатием по оси вращения. Земной эллипсоид имеет три основных параметра, любые два из которых однозначно определяют его фигуру:

- большая полуось (экваториальный радиус) эллипсоида, a ;
- малая полуось (полярный радиус), b ;
- геометрическое (полярное) сжатие, $\alpha = (a - b) / a$.

Линии сечения поверхности сфероида плоскостями, проходящими через ось вращения, называются меридианами и представляют собой эллипсы. Линии сечения поверхности сфероида плоскостями, перпендикулярными к оси вращения, называ-

ются параллелями и являются окружностями. Параллель, плоскость которой проходит через центр сфероида, называется экватором.

Итак, при решении многих задач геодезии и других наук, охватывающих большие пространства, фигура Земли аппроксимируется математически правильной фигурой эллипсоида вращения, близкого к геоиду. Эллипсоид вращения, параметры которого подбирают при условии наилучшего соответствия фигуре геоида в пределах всей Земли, называют общим земным эллипсоидом (Нормальной Землей).

Однако с точки зрения геодезистов средний земной эллипсоид не является наилучшей фигурой. Он хорошо аппроксимирует геоид в среднем, но на отдельных участках поверхности отличие эллипсоида от геоида может быть очень большим. Поэтому с помощью геодезических методов для разных участков земной поверхности были построены местные референц-эллипсоиды (в большинстве развитых стран еще до начала космической эры). Как правило, они лучше аппроксимируют геоид на некоторой площади, чем средний земной эллипсоид, однако оси референц-эллипсоида могут быть повернуты относительно осей среднего земного эллипсоида. Кроме того, начало осей O' может не совпадать с центром масс Земли O (рис. 1).

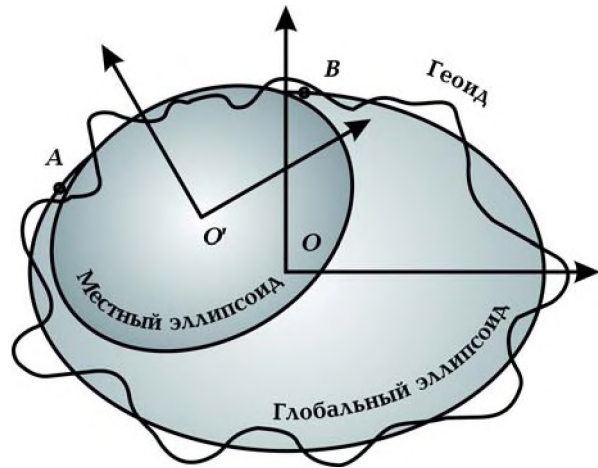


Рис. 1. Определение среднего земного эллипсоида и референц-эллипсоида для области AB .

Различие координат, измеряемых относительно осей среднего или референц-эллипсоидов, обязательно учитывается и в науке, и в повседневной жизни. Эта процедура выполняется, например, при посадке самолетов, координаты которых измеряются с помощью GPS в системе WGS-84, на аэродром, координаты которого определены относительно осей местного референц-эллипсоида. Заметим, что многие организации не перешли на новые (и более точные) сфероиды, поскольку изменение системы координат сфероида приводит к изменению всех значений предыдущих измерений.

Системы координат и единицы измерения. В настоящее время применяют различные системы координат, различающиеся между собой расположением начала отсчета, ориентировкой начальной и основной плоскостей, а также видом координатных систем. При спутниковых методах измерений наибольшее распространение получили две системы координат: прямоугольная с координатами X , Y и Z и криволинейная (эллипсоидальная) с координатами: широта B , долгота L и геодезическая высота H (рис. 2).

Наиболее распространенными являются прямоугольные системы координат в трехмерном пространстве или на плоскости. Для задания таких систем координат очевидно следует указать положение начала системы координат O , ориентировку осей прямоугольной системы, а также масштаб линейных измерений. Часто используют прямоугольные системы координат, начало которых может быть расположено в центре масс Земли. Рассмотрим геоцентрическую систему координат. Ее центр располагают в центре масс Земли, ось Z направляют по направлению оси суточного вращения Земли (в направлении к северному полюсу Земли), ось X — в точку пересечения

чения гринвичского меридиана с экватором, ось Y — на восток, т. е. рассмотренная прямоугольная система координат является правой (рис. 2, а).

Геодезическая эллипсоидальная система координат строится на базе эллипсоида вращения, поверхность которого используется в качестве поверхности относимости, на которую проецируются и затем обрабатываются результаты измерений. Центр эллипсоида помещается в центре масс Земли. Ось Z прямоугольной системы координат направлена вдоль малой оси эллипсоида, оси X и Y лежат в плоскости экватора эллипсоида. Сечение эллипсоида плоскостью XOZ фиксирует на поверхности эллипсоида начальный меридиан. Точки земной поверхности проецируются на эллипсоид по нормальным к его поверхности.

Геодезические эллипсоидальные координаты B, L, H (рис. 2, б) определяются следующим образом [Национальный ..., 2006]. Геодезическая широта B : острый угол, образованный нормалью к поверхности эллипсоида в данной точке и плоскостью экватора. Несомненно, что $0^\circ \leq B \leq 90^\circ$ может быть как северной (знак +), так и южной (знак -). Геодезическая долгота L : двугранный угол между плоскостями начального меридиана и меридиана данной точки. Плоскостью геодезического меридиана пункта называется плоскость, проходящая через нормаль к эллипсоиду и малую полуось эллипсоида. Сечение этой плоскостью поверхности эллипсоида является геодезическим меридианом (линией равных долгот) на поверхности эллипсоида. Геодезическая долгота L отсчитывается от начального (гринвичского) геодезического меридиана в направлении на восток от 0 до 360° . В ряде случаев пользуются понятием восточной и западной долготы, т. е. отсчитывают долготу на восток или на запад от Гринвича с обязательным указанием восточная или западная долгота пункта. Пределы изменения долготы в этом случае ограничены 0 и 180° .

В системе геодезических координат применяется геодезическая высота H . Под геодезической высотой понимают длину отрезка нормали к эллипсоиду между точкой на поверхности Земли и поверхностью эллипсоида. Очевидно, геодезическая

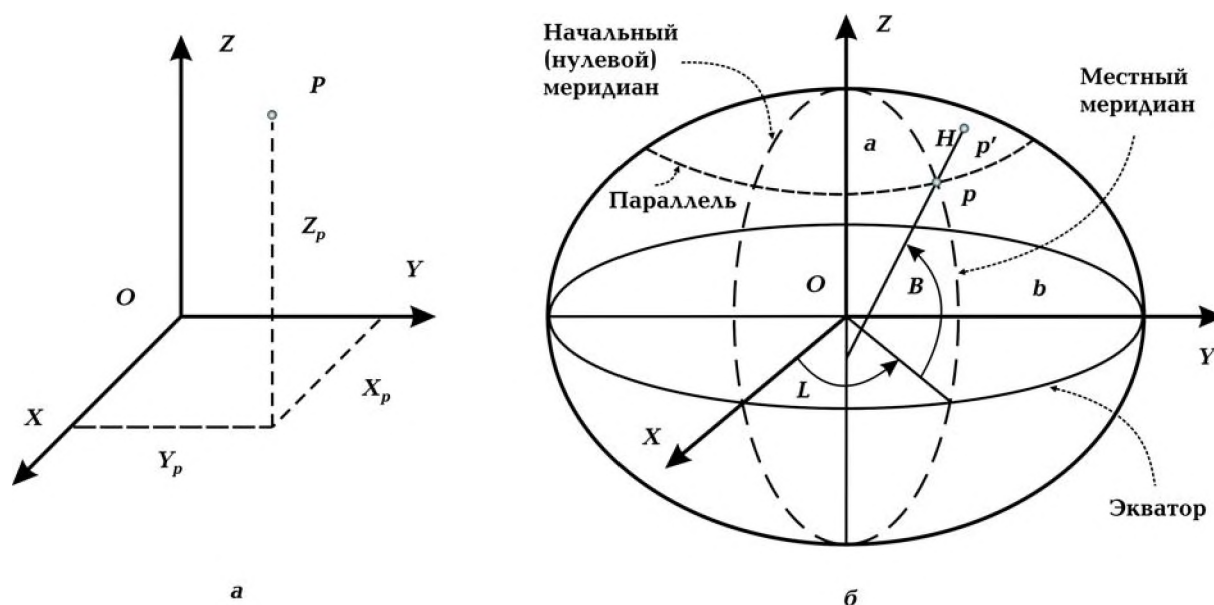


Рис. 2. Основные системы координат, применяемые в геодезии, геоинформатике и навигации: а — прямоугольная, б — геодезическая [Национальный ..., 2006].

высота как расстояние от несуществующей в природе поверхности не имеет физического смысла и не может быть непосредственно измерена². Она состоит из гипсометрической и геоидальной высот. В зависимости от способа определения гипсометрическая высота имеет следующие названия: ортометрическая, нормальная и динамическая высота.

Соотношение

$$H = H^g + \zeta,$$

где H — геодезическая высота (высота точки над эллипсоидом), H^g — ортометрическая высота (высота точки над геоидом), ζ — высота геоида, связывает эллипсоид с геоидом. Как видно из рис. 3, эта формула является приближенной, однако она оказывается достаточно точной для всех практических приложений. Угол ε характеризует уклонение между линией отвеса и нормалью к поверхности эллипсоида. Для большинства регионов этот угол не превышает $30''$ [Гофманн-Велленгоф та ін., 1995].

Геопространственные значения могут измеряться в самых разных единицах. Разумеется, расстояния могут измеряться в единицах метрической и английской системы мер, однако конкретное расстояние может на самом деле измеряться самыми разными единицами, в том числе используя следующие:

- дюйм;
- сантиметр;
- миллиметр;
- международный фут;
- геодезическая миля США;
- миля;
- метр;
- ярд;
- километр;
- международная морская миля;
- статутная миля США;
- британская морская миля.

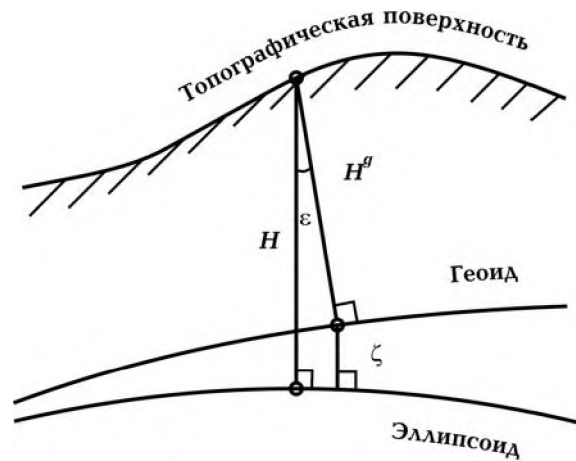


Рис. 3. К определению высоты.

Работая с данными, которые описывают расстояния, всегда важно знать, в каких единицах они измеряются. Более того, часто приходится конвертировать данные из одной единицы измерения в другую.

Угловые меры тоже могут находиться в разных единицах: в градусах или радианах, и, значит, опять же требуется конвертировать эти единицы из одной в другую.

Если подходить строго, то единицы измерения широты и долготы идентичны, и тем не менее часто приходится иметь дело с различными форматами отображения их значений. В зависимости от того, представлены минуты и секунды как значения от 0 до 60 или от 0 до 100 (десятичные доли). Формат координат обычно записывают следующим образом: DD — градусы, MM — минуты, SS — секунды, если минуты и секунды представлены как десятичные доли, то пишут просто $DD.DDDDD$. Тради-

²Понятие высоты, несмотря на кажущуюся очевидность, является одним из наиболее сложных и тонких понятий геодезии. Это связано с двойственным смыслом высоты: с одной стороны, это расстояние между точками в пространстве, т. е. чисто геометрическое понятие; с другой стороны, в физическом понимании, это величина, определяющая энергетический уровень той или иной точки в поле силы тяжести [Огородова, 2006].

ционно значения долготы и широты записываются в формате "DD MM SS", как показано ниже:

$$50^{\circ} 40' 45'' \text{ в.д.}, 40^{\circ} 50' 30'' \text{ с.ш.}$$

Еще один возможный метод записи этих чисел состоит в использовании формата "DD MMMM":

$$50^{\circ} 40.75' \text{ в.д.}, 40^{\circ} 50.5' \text{ с.ш.}$$

Наконец, есть формат "DD.DDDDD" или десятичные градусы:

$$50.67916^{\circ} \text{ в.д.}, 40.841666^{\circ} \text{ с.ш.}$$

Многие программы не понимают координаты, выраженные в форме, допускающей пробелы, такие как *DD MM SS* или *DD MMMM*. Для нормальной работы, координаты рекомендуется хранить в формате *DD.DDDDD*. Десятичные градусы сегодня получили большую распространенность главным образом потому, что это просто числа с плавающей точкой, которые можно вводить прямым в программы. Правда, прежде чем их можно будет использовать, вполне может понадобиться сначала конвертировать значения долготы и широты из других форматов.

Формула для пересчета из *DD MM SS* в *DD.DDDDD*:

$$DDD = DD + \frac{MM}{60} + \frac{SS}{3600}.$$

Формула для пересчета из *DD MMMM* в *DD.DDDDD*:

$$DDD = DD + \frac{MMM}{60}.$$

Еще одна возможная проблема, связанная со значениями долготы и широты, заключается в том, что "квадрант" (восток, запад, север или юг) может иногда задаваться как разностная величина, а не как положительная или отрицательная величина. Например: $176.234436^{\circ}\text{E}$.

Система координат 1942 г. (СК-42). Локальная референсная система координат 1942 г. была создана в Советском Союзе с участием известных ученых Ф.Н. Красовского, М.С. Молоденского, А.А. Изотова. В зарубежной литературе ее называют SK-42, S-42 или Pulkovo 1942. Она связана с отсчетным эллипсоидом Красовского. Фундаментальные постоянные СК-42 следующие: большая полуось эллипсоида $a = (6378245 \pm 40)$ м, сжатие $1 : 298,3 \pm 0,8$ [Юркина, Серебрякова, 2001]. Система координат 1942 г. применялась на территории страны почти 60 лет и была введена в 1946 г. Постановлением Совета Министров СССР [Постановление ..., 1946]. Этот документ определил официальное название референц-эллипсоида, принятого в геодезических работах в СССР как "эллипсоид Красовского". За вывод параметров эллипсоида Ф.Н. Красовскому (посмертно) и А.А. Изотову была присуждена Государственная премия СССР (Сталинская премия).

По теоретическому определению начало системы координат 1942 г. близко к центру масс Земли. Ось Z_{42} параллельна оси Z общеземной системы, ось X_{42} определяется положением нуля пункта принятой системы счета долгот, ось Y_{42} дополняет систему до правой. Центр референц-эллипсоида СК-42 совпадает с началом прямоугольной системы координат X_{42}, Y_{42}, Z_{42} , ось вращения совпадает с осью Z_{42} , плоскость начального меридиана совпадает с плоскостью $(XOZ)_{42}$.

СК-42 опиралась на астрономо-геодезическую, гравиметрическую и нивелирную сети страны. С использованием их получены параметры референц-эллипсоида Красовского, высоты геоида над ним. Средние квадратические ошибки положения лю-

бого пункта относительно начального — Пулково ($B = +59^\circ 46' 18,5''$; $L = +30^\circ 19' 38,6''$) характеризуются величинами от единиц метров на западе страны до 15 м на востоке.

СК-42 на момент ее введения в качестве государственной в 1946 г. была реализована на территории страны системой уравненных 87 полигонов триангуляции 1 класса. Эти 87 полигонов покрывали территорию европейской части страны и далее на восток распространялись в виде узкой цепочки полигонов по территории Средней Азии и юга Сибири.

В дальнейшем по мере развития сетей триангуляции и полигонометрии Государственная геодезическая сеть уравнивалась отдельными блоками. На границе блоков результаты предыдущего уравнивания принимались за абсолютно точные. По этой же схеме уравнивались участки сплошной сети триангуляции 2 класса, которые вставлялись в "жесткий каркас" полигонов 1 класса. Таким образом, система координат 1942 г. от первоначальной ее реализации 87-ю полигонами на территории страны распространялась в виде системы нанизанных друг на друга отдельно уравненных блоков. Основные способы уравнивания геодезических построений рассмотрены в монографии [Чорний та ін., 2013]. Такой путь развития системы координат СК-42 был экономически оправдан и технически единственно возможным в то время.

Заметим, что значения силы тяжести на уровневой поверхности теоретической Земли, которые называются нормальными значениями γ_0 силы тяжести, вычисляются по формуле Гельмерта (1901—1909 гг.):

$$\gamma_0 = 978,030 \left(1 + 0,005302 \sin^2 \varphi - 0,000007 \sin^2 2\varphi \right) - 14 \text{ мГал.}$$

Здесь φ — широта пункта определения силы тяжести. Формула Гельмерта наиболее широко применялась в Советском Союзе и других странах. В справочнике [Гравиразведка ..., 1990] объясняется это тем, что она рассчитана для эллипсоида со сжатием 1 : 298,2, почти равным сжатию эллипсоида Красовского, принятого за эллипсоид относимости для всех геодезических работ в Советском Союзе, а также близким к сжатию 1 : 298,6, выведенному по наблюдениям искусственных спутников Земли.

Система WGS-84. Современные глобальные и крупномасштабные системы отсчета, такие как WGS-84 или ITRS, включают в себя не только систему координат и исходные геодезические даты, но также комплекс других характеристик и моделей. Так, в WGS-84 входят параметры общеземного эллипсоида, модель геоида, модель гравитационного поля Земли, параметры элементов трансформирования между геоцентрической системой координат WGS-84 в различные национальные системы координат, значение гравитационной постоянной, значение скорости света и другие важные константы, необходимые для геодезических измерений и навигации с использованием глобальной системы координат. Кроме того, геодезическая система координат WGS-84 имеет свою историю. Поэтому далее будут приведены сведения о рассматриваемой системе в объеме, достаточном для осмысления ключевых вопросов, затрагиваемых в данной статье. Для получения более подробной информации о WGS-84 читатель отсылается к работам [National ..., 2014; Merrigan et al., 2002; Hofmann-Wellenhof et al., 2008; Руководство ..., 2002].

Мировая геодезическая система WGS-84 (World Geodetic System-84) была разработана Военно-картографическим агентством Министерства обороны США. Она представляет собой обычную земную систему, реализованную путем модификации координатной системы NSWC-9Z-2, созданной по доплеровским измерениям, параметрам начала координат и масштаба, а также путем ее вращения таким образом, чтобы ее исходный меридиан совпал с нулевым меридианом, определенным Международным бюро времени (МБВ).

Теоретическое определение системы координат WGS-84 основывается на следующих положениях:

- 1) начало координат — центр массы Земли;
- 2) ось Z направлена к Условному земному полюсу (УЗП), установленном МБВ на эпоху 1984.0;
- 3) ось X находится на пересечении плоскости опорного меридиана WGS-84 и плоскости экватора УЗП, при этом в качестве опорного меридиана берется начальный (нулевой) меридиан, определенный МБВ на эпоху 1984.0;
- 4) ось Y дополняет систему до правой, т. е. под углом 90° на восток.

На рис. 4 изображены начало и оси системы координат WGS-84, которые также служат геометрическим центром и осями X , Y и Z эллипсоида WGS-84.

В настоящее время действует шестая версия системы координат WGS-84, отнесенная к эпохе 2005.0 и обозначаемая как WGS-84 (G1762). В обозначениях версий системы координат WGS-84 литера "G" означает "GPS", а "730", "873", "1150" и "1762" указывают на номер GPS-недели, соответствующей дате, к которой отнесены эти версии системы координат WGS-84. По оценкам зарубежных специалистов система координат WGS-84 (G1762) согласована с системой координат ITRF-2008 на субмиллиметровом уровне.

В соответствии с [National ..., 2014] запишем определяющие параметры эллипсоида WGS-84:

- $a = 6378137,0$ м — большая полуось,
- $1/f = 298,257223563$ — сжатие,
- $GM = 3,986004418 \times 10^{14}$ м³/с² — гравитационная постоянная Земли,
- $\omega = 7,292115 \times 10^{-05}$ рад/с — угловая скорость вращения Земли и некоторые вторичные параметры:
- $e = 8,1819190842622 \times 10^{-02}$ — первый эксцентриситет,
- $b = 6356752,3142$ м — малая полуось,
- $\gamma_e = 9,7803253359$ м/с² — теоретическая (нормальная) гравитация на экваторе,
- $\gamma_p = 9,8321849379$ м/с² — теоретическая (нормальная) гравитация на полюсах,
- $\bar{\gamma} = 9,7976432223$ м/с² — средняя величина теоретической (нормальной) гравитации.

Нормальное ускорение силы тяжести на эллипсоиде определяется формулой Сомильяна:

$$\gamma_0 = \frac{a \gamma_e \cos^2 \varphi + b \gamma_p \sin^2 \varphi}{\sqrt{a^2 \cos^2 \varphi + b^2 \sin^2 \varphi}}$$

Из-за большего удобства вычислений в качестве официальной формулы расчета гравитации для эллипсоида WGS-84 принята упрощенная формула:

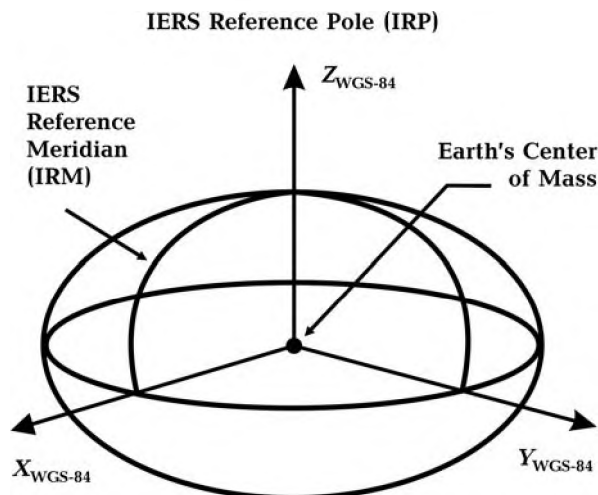


Рис. 4. Определение системы координат WGS-84 [National ..., 2014].

$$\gamma_0 = \gamma_e \frac{1 + k \sin^2 \varphi}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi}},$$

где $k = \frac{b\gamma_p}{a\gamma_e} - 1$, a и b — большая и малая полуоси, γ_e и γ_p — теоретическая гравитация на экваторе и на полюсах соответственно, e^2 — квадрат первого эксцентриситета эллипсоида, φ — геодезическая широта. Для практических расчетов применяется нижеследующая формула, которая получена из формулы Соммильяна после подстановки в нее числовых значений:

$$\gamma_0 = \frac{9,7803253359 \cdot (1 + 0,001931852652458 \sin^2 \varphi)}{\sqrt{1 - 0,006694379990141 \sin^2 \varphi}} \text{ м/с}^2.$$

Чтобы перейти к внесистемной традиционно применяемой единице "миллигал", следует помнить, что $1 \text{ мГал} = 1 \cdot 10^{-5} \text{ м/с}^2$.

Предпосылки преобразования координат. Необходимость преобразования координат сформировалась в конце XVIII ст. одновременно с формированием в Европе многообразия геодезических систем. XIX век для Европы был отмечен бурными политическими событиями, которые сопровождались переделами границ государств, а также строительством железных дорог, туннелей и мостов. Все это побудило создание разнообразных математических методов, с помощью которых можно геодезическим координатам объекта в одной геодезической системе поставить в соответствие координаты того же объекта в другой геодезической системе, зная параметры этих геодезических систем.

Задачу преобразования координат формулируют так. Пусть даны координаты точки A , принадлежащей физической поверхности Земли: широта B_1 и долгота L_1 в геодезической системе $ГС_1$; требуется определить координаты B_2 и L_2 той же точки A в геодезической системе $ГС_2$ (рис. 5).

С математической точки зрения задача преобразования координат сводится к получению строгих аналитических выражений $B_2 = F_1(B_1)$, $L_2 = F_2(L_1)$, ставящих в однозначную зависимость величины B_2 и L_2 от величин B_1 и L_1 .

До появления в обиходе геодезической науки устоявшегося представления об общеземном эллипсоиде, к системе координат которого можно привязать локальные геодезические системы и на этой основе осуществлять математически строгое преобразование, F_1 и F_2 представляли собой поправки к координатам $B_2 = B_1 + \Delta B$, $L_2 = L_1 + \Delta L$. Такие поправки вычислялись на основе визуальной геодезической съемки. В процессе вычислений использовались ориентиры, которые были расположены на границах государств и привязаны к геодезическим системам, принятым в этих странах. Очевидно, такой подход не мог применяться для государств, которые не имели общей сухопутной границы и одновременно наблюдаемых ориентиров. Примером тому достаточно долго оставались Франция и Англия.

Огромное влияние на развитие методов пре-

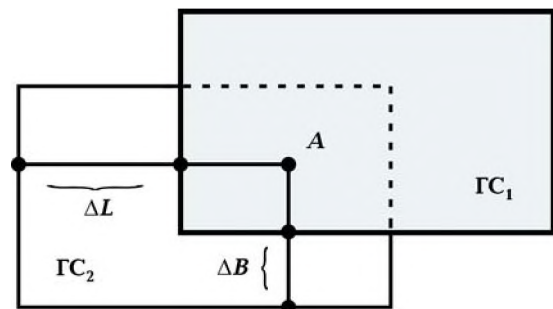


Рис. 5. Преобразование координат.

образования координат оказала Вторая мировая война. Из чисто теоретической задача преобразования перешла в практическую плоскость военного применения одновременно для обеих противоборствующих сторон. Для Англии и других стран антигитлеровской коалиции эта задача возникла при использовании радионавигационной системы "Декка" во время вторжения войск союзников на северное побережье Франции в 1944 г. Для вермахта существовала необходимость расчета точных направлений и расстояний при обстреле юга Англии первыми в мире, запущенными в серийное производство, крылатыми ракетами ФАУ-1 и баллистическими ракетами ФАУ-2.

Во второй половине XIX века после окончательного формулирования понятия общеземного эллипсоида стали разрабатываться аналитические методы преобразования координат, где уже рассматривались отстояния центров референц-эллипсоидов от центра общеземного и элементы угловой ориентации их главных осей. Однако точность таких методов была невысокой. Значительные успехи в этом направлении были достигнуты после изобретения и широкого внедрения телеграфа и радио, благодаря чему стали передаваться сигналы точного времени.

После Второй мировой войны активно разворачиваются радионавигационные системы дальнего действия "ЛОРАН-А". Этот период характерен тем, что проблема преобразования координат уже становится актуальной для мореплавателей. С появлением первых спутниковых радионавигационных систем "Транзит" (США) и "Цикада" (СССР) ситуация с преобразованием координат изменилась коренным образом. Естественно самое сильное воздействие на развитие и внедрение в практику судовождения, аэронавигации и других задач преобразования координат оказало появление спутниковых навигационных систем NAVSTAR GPS и ГЛОНАСС.

Таким образом, на сегодняшний день существует множество способов преобразования координат, которые нуждаются в систематизации.

Классификация способов преобразования координат. С точки зрения точности преобразования существующие способы можно разделить на

- высокоточные,
- точные,
- способы средней точности,
- приближенные.

Высокоточные способы обеспечивают преобразование координат с погрешностью, лежащей в пределах от нескольких миллиметров до ± 1 м. Точные способы позволяют получать координаты с точностью в диапазоне от ± 1 до ± 2 м. Средняя точность преобразования допускает погрешности от ± 2 до ± 5 м. Приближенные способы заметно уступают последним, поскольку погрешности их преобразования намного выше ± 5 м.

По форме представления способы преобразования координат делятся на три категории:

- аналитические,
- табличные,
- таблично-аналитические.

К аналитическим относятся те, которые используют для расчетов поправок или преобразованных координат конкретные формулы. Табличные способы очень удобны в применении, но имеют ограничения. Первое ограничение заключается в том, что для обширных территорий и акваторий для достижения приемлемой точности преобразования требуются более подробные таблицы. Малые таблицы неизбежно вызовут потери точности из-за интерполяции. Здесь исключением является табли-

ца для перехода от координат в системе WGS-72 к координатам в системе WGS-84. Объясняется это тем, что упомянутые геодезические системы довольно близки друг к другу. Таблично-аналитические способы предполагают расчеты поправок для преобразования с помощью упрощенных формул, в которые входят константы, не зависящие от текущих координат, а присущи только параметрам тех или иных геодезических систем.

Точность получения искоемых координат зависит от сложности самого алгоритма преобразования, а также точности координат центров референц-эллипсоидов, лежащих в основе геодезических систем, и угловых элементов взаимного ориентирования референц-эллипсоидов. В расчетах по любому способу участвуют постоянные величины, характеризующие взаимное пространственное положение геодезических систем. Эти величины принято называть параметрами взаимного положения. Точность того или иного способа преобразования находится в прямой зависимости от количества участвующих в расчетах параметров. Поэтому способы преобразования координат принято классифицировать по числу параметров.

К сожалению, непрерывные флуктуации поверхности Земли не всегда позволяют снизить неопределенность получения декартовых координат центра референц-эллипсоида, а многие из существующих способов преобразования основываются на элементах взаимного расположения референц-эллипсоидов в теле Земли. В последние годы создаются космические опорные геодезические сети и разрабатываются на их основе более современные способы преобразования, точность которых уже лежит в субсантиметровом диапазоне.

Способы преобразования координат независимо от их точности делятся на способы непосредственного вычисления координат и на способы вычисления поправок к координатам. В 1983 г. Международной гидрографической организацией было принято решение, по которому изготовители карт должны указывать название геодезической системы координат карт и поправки для взаимного перехода. Если величины поправок несущественны, это также должно быть указано в Предупреждениях [Комаровский, 2005].

Проблема перехода из одной системы координат в другую, часто называемая преобразованием координат, рассматривалась в математике неоднократно. В настоящее время насчитывается более десятка различных методов преобразования координат, и все анализировать не имеет смысла, так как каждый из них разрабатывался под конкретную практическую задачу. За время эксплуатации спутниковой радионавигационной системы NAVSTAR GPS в нашей стране [Кучер та ін., 2002] и за рубежом был накоплен достаточно обширный опыт преобразования геодезических систем СК-42 и WGS-84. В настоящее время достаточно хорошо апробированы стандартный способ преобразования Молоденского и способ Гельмерта.

Модифицированный способ Гельмерта. Данный способ является итерационным. Он хорошо зарекомендовал себя при решении задачи преобразования координат из системы СК-42 в систему WGS-84 и наоборот. Он принадлежит к способам преобразования с использованием семи параметров, так как использует три параметра взаимного линейного ориентирования, три параметра углового взаимного ориентирования и масштабный множитель, учитывающий разницу в расстояниях на поверхностях эллипсоидов.

Предположим, необходимо геодезические координаты B_A, L_A, H_A , принадлежащие геодезической системе A , преобразовать в геодезические координаты B_B, L_B, H_B геодезической системы B . Известны большие полуоси и квадраты первых эксцентриситетов референц-эллипсоидов, лежащих в основе этих геодезических систем, а также параметры взаимного ориентирования референц-эллипсоидов.

Схема вычислений выглядит следующим образом. Сначала по геодезическим координатам B_A, L_A, H_A рассчитываются прямоугольные пространственные координаты X_A, Y_A, Z_A в той же геодезической системе. Используя параметры взаимного ориентирования, координаты X_A, Y_A, Z_A преобразуются в прямоугольные координаты X_B, Y_B, Z_B геодезической системы B . Затем координаты X_A, Y_A, Z_A преобразуются в геодезические координаты B_B, L_B, H_B системы B .

Вычисление пространственных прямоугольных координат X_A, Y_A, Z_A выполняется по известным формулам:

$$\left. \begin{aligned} X_A &= (N_A + H_A) \cos B_A \cos L_A \\ Y_A &= (N_A + H_A) \cos B_A \sin L_A \\ Z_A &= (N_A + H_A - N_A e_A^2) \sin B_A \end{aligned} \right\}, \quad (1)$$

где N_A — радиус кривизны в первом вертикале референц-эллипсоида, принятого для данной местной геодезической системы A в метрах:

$$N_A = \frac{a_A}{\sqrt{1 - e_A^2 \sin^2 B_A}},$$

a_A — большая полуось этого референц-эллипсоида, e_A — его первый эксцентриситет.

Переход к прямоугольным пространственным координатам системы B производится по формуле

$$\begin{bmatrix} X_B \\ Y_B \\ Z_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix} + R \times \begin{bmatrix} X_A \\ Y_A \\ Z_A \end{bmatrix} \times (1 + \Delta m),$$

где $\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$ — элементы линейного взаимного ориентирования, т. е. отстояния центров референц-эллипсоидов; Δm — масштабный множитель, учитывающий разницу в расстояниях на поверхностях эллипсоидов; R — матрица вращения.

$R = R_X \times R_Y \times R_Z$, где R_X, R_Y, R_Z — матрицы вращения вокруг осей X, Y, Z :

$$R_X = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varepsilon_X & \sin \varepsilon_X \\ 0 & -\sin \varepsilon_X & \cos \varepsilon_X \end{bmatrix}, \quad R_Y = \begin{bmatrix} \cos \varepsilon_Y & 0 & -\sin \varepsilon_Y \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \varepsilon_Y & 0 & \cos \varepsilon_Y \end{bmatrix}, \quad R_Z = \begin{bmatrix} \cos \varepsilon_Z & \sin \varepsilon_Z & 0 \\ -\sin \varepsilon_Z & \cos \varepsilon_Z & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

в которых $\varepsilon_X, \varepsilon_Y, \varepsilon_Z$ — углы вращения вокруг осей X, Y, Z соответственно. Угол вращения считается положительным, когда вращение усматривается по часовой стрелке, если смотреть по соответствующей оси из начала координат в сторону положительного направления оси. Углы вращения в расчетах участвуют в радианной мере.

После перемножения матрица вращения R примет такой вид:

$$R = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix}, \quad (2)$$

где

$$\begin{aligned} r_{11} &= \cos \varepsilon_Z \cos \varepsilon_Y, & r_{12} &= \cos \varepsilon_Z \sin \varepsilon_Y \sin \varepsilon_X + \sin \varepsilon_Z \cos \varepsilon_X, \\ r_{13} &= \sin \varepsilon_Z \sin \varepsilon_X - \cos \varepsilon_Z \sin \varepsilon_Y \cos \varepsilon_X, & r_{21} &= -\sin \varepsilon_Z \cos \varepsilon_Y, \\ r_{22} &= \cos \varepsilon_Z \cos \varepsilon_X - \sin \varepsilon_Z \sin \varepsilon_Y \sin \varepsilon_X, & r_{23} &= \sin \varepsilon_Z \sin \varepsilon_Y \cos \varepsilon_X + \cos \varepsilon_Z \sin \varepsilon_X, \\ r_{31} &= \sin \varepsilon_Y, & r_{32} &= -\cos \varepsilon_Y \sin \varepsilon_X, & r_{33} &= \cos \varepsilon_Y \cos \varepsilon_X. \end{aligned}$$

Поскольку углы вращения, как правило, малы, то для большинства расчетов элементы матрицы (2) заменяют на углы. Тогда матрица вращения становится такой:

$$R \approx \begin{bmatrix} 1 & \varepsilon_Z & -\varepsilon_Y \\ -\varepsilon_Z & 1 & \varepsilon_X \\ \varepsilon_Y & -\varepsilon_X & 1 \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Для приближенных расчетов используют матрицу вращения (3) и допускают, что масштабный множитель $\Delta m = 0$. Тогда вычисления прямоугольных пространственных координат в геодезической системе B проводятся по упрощенным формулам:

$$\left. \begin{aligned} X_B &= X_A + Y_A \varepsilon_Z - Z_A \varepsilon_Y + \Delta X \\ Y_B &= Y_A + Z_A \varepsilon_X - X_A \varepsilon_Z + \Delta Y \\ Z_B &= Z_A + X_A \varepsilon_Y - Y_A \varepsilon_X + \Delta Z \end{aligned} \right\}.$$

На последнем этапе прямоугольные пространственные координаты X_B, Y_B, Z_B преобразуются в геодезические координаты системы B . Для преобразования можно воспользоваться структурой формул (1) и находить искомые широту, долготу и высоту как корни системы трансцендентных уравнений. При этом в качестве начальных приближений к корням можно использовать значения геодезических координат геодезической системы A . Существует другой способ, при котором сначала вычисляется геодезическая долгота L_B :

$$L_B = \arctg \frac{Y_B}{X_B}. \quad (4)$$

Заметим, что по формуле (4) долгота получается в четвертном счете. Чтобы получить долготу в естественном счете, надо помнить такие правила:

- если $X_B > 0$ и $Y_B > 0$, то $L_B = \arctg (Y_B/X_B)$, долгота восточная;
- если $X_B < 0$ и $Y_B > 0$, то $L_B = 180^\circ + \arctg (Y_B/X_B)$, долгота восточная;
- если $X_B > 0$ и $Y_B < 0$, то $L_B = \arctg (Y_B/X_B)$, долгота западная;
- если $X_B < 0$ и $Y_B < 0$, то $L_B = -180^\circ + \arctg (Y_B/X_B)$, долгота западная.

Формула (4) мало применима при долготах, близких к 90° . Поэтому вместо нее можно порекомендовать другую, которая определяет долготу в полукруговом счете:

$$L_B = \arccos \frac{X_B}{D},$$

где $D = \sqrt{X_B^2 + Y_B^2}$ является проекцией радиуса-вектора на плоскость экватора.

Тогда будут действовать более простые правила для определения наименования долготы:

если $Y_B > 0$, то $L_B > 0$, долгота восточная,

если $Y_B < 0$, то $L_B < 0$, долгота западная.

Геодезическая широта вычисляется методом итераций. Сначала отыскивается значение начального приближения:

$$B_B^{(0)} = \operatorname{arctg} \left(\frac{Z_B}{D(1 - e_B^2)} \right).$$

Наименование широты полностью определяется знаком Z_B . Широта будет северной, если $Z_B > 0$, и будет южной, если $Z_B < 0$.

Затем вычисляются последующие приближения геодезической широты по формуле

$$B_B^{(i)} = \operatorname{arctg} \left(\frac{Z_B}{D - e_B^2 N_B^{(i-1)} \cos B_B^{(i-1)}} \right),$$

где $N_B^{(i-1)}$ — это предыдущее значение радиуса кривизны в первом вертикале референц-эллипсоида геодезической системы B . Итерации прерываются тогда, когда разница между последующим и предыдущим значением широты станет меньше наперед заданной величины, которая определит точность вычислений. В высокоточных геодезических расчетах обычно выполняется не более шести итераций.

Геодезическая высота вычисляется в последнюю очередь таким образом:

$$H_B = \frac{D}{\cos B_B^{(i-1)}} - N_B^{(i-1)},$$

где в качестве широты и радиуса кривизны в первом вертикале принимаются их последние значения, полученные в ходе итерационных вычислений геодезической широты.

Следует помнить, что в модифицированном способе Гельмерта все линейные величины задаются в метрах.

Способ Гельмерта относится к способам, с помощью которых непосредственно вычисляются трехмерные геодезические координаты, а не поправки. У способа Гельмерта есть одна разновидность, называемая способом Бурса—Вольфа. Она предполагает разворот осей другой пространственной прямоугольной геодезической системы. Поэтому в матрице углов поворота знаки элементов противоположны тем, которые в способе Гельмерта.

Способ Молоденского. Акад. М. С. Молоденский разработал и опубликовал в 1960 г. сравнительно простой и высокоточный способ преобразования координат. В его постановке задача формулируется следующим образом [Молоденский и др., 1960]. Заданы две геодезические системы $ГС_1$ и $ГС_2$, в основе которых лежат два референц-эллипсоида с параллельными осями, с большими полуосями a_1 и a_2 , малыми полуосями b_1 и b_2 , сжатиями α_1 и α_2 и эксцентриситетами e_1 и e_2 . С первым эллипсоидом связана декартова система координат x, y, z , начало которой совпадает с его центром, ось z — с осью его вращения (т. е. с малой полуосью). В этой системе координаты центра второго эллипсоида отличаются на величины $\Delta X, \Delta Y,$

ΔZ , называемые линейными элементами взаимного ориентирования. Дана точка с геодезическими координатами относительно первого референц-эллипсоида B_1, L_1, H_1 . Необходимо найти координаты B_2, L_2, H_2 этой же точки относительно второго референц-эллипсоида. Способ Молоденского состоит в вычислении поправок $\Delta B, \Delta L, \Delta H$, которые следует алгебраически сложить с координатами B_1, L_1, H_1 , чтобы получить искомые координаты B_2, L_2, H_2 :

$$B_2 = B_1 + \Delta B, \quad L_2 = L_1 + \Delta L, \quad H_2 = H_1 + \Delta H.$$

Строгое решение этой задачи выглядит следующим образом:

$$\Delta B = \frac{1}{M_1 + H_1} \left[-\Delta X \sin B_1 \cos L_1 - \Delta Y \sin B_1 \sin L_1 + \Delta Z \cos B_1 + \frac{a_2 - a_1}{a_1} \times \right. \\ \left. \times N_1 e_1^2 \sin B_1 \cos B_1 + (\alpha_2 - \alpha_1) \left(M_1 \frac{a_1}{b_1} + N_1 \frac{b_1}{a_1} \right) \sin B_1 \cos B_1 \right],$$

$$\Delta L = \frac{1}{M_1 + H_1} (-\Delta X \sin L_1 + \Delta Y \cos L_1) \sec B_1,$$

$$\Delta H = \Delta X \cos B_1 \cos L_1 + \Delta Y \cos B_1 \sin L_1 + \Delta Z \sin B_1 - \frac{a_1 (a_2 - a_1)}{N_1} + \\ + (\alpha_2 - \alpha_1) \left(\frac{b_1}{a_1} \right) N_1 \sin^2 B_1,$$

где

$$M_1 = \frac{a_1 (1 - e_1^2)}{\sqrt{(1 - e_1^2 \sin^2 B_1)^3}}, \quad N_1 = \frac{a_1}{\sqrt{1 - e_1^2 \sin^2 B_1}}.$$

Способ Молоденского обеспечивает высокую точность и просто реализуется на персональных компьютерах, поскольку представляет собой алгоритм прямого вычисления, хотя и требует повышенной разрядности. По простоте вычислительных процедур способ Молоденского намного превосходит способ Гельмерта при том, что незначительно уступает ему в точности.

Приведенный способ нашел широкое применение. Однако его применение нуждается в дополнительных пояснениях. За рубежом сложилась устоявшаяся практика перехода от локальных геодезических систем к геодезической системе WGS-84. Иными словами, в терминах постановки задачи способа Молоденского локальная геодезическая система — это $ГС_1$, а $ГС_2$ традиционно представляет систему WGS-84. Объясняется это широким внедрением в зарубежную геодезическую практику системы WGS-84, а также весьма ценной работой Министерства обороны США по уточнению и заблаговременному опубликованию параметров связи существующих в мире геодезических систем с системой WGS-84.

Нельзя не упомянуть о двух ограничениях, существующих для способа Молоденского. Первое ограничение не позволяет применять его в приполярных районах. Второе связано с тем, что не всегда известны геодезические высоты H_1 для местных гео-

дезических систем. Как видно из формул, без значения геодезической высоты невозможно рассчитать ΔB и ΔL .

Стандартный способ Молоденского. Данный способ представляет собой модификацию изложенного способа академика М. С. Молоденского. Он получил за рубежом самое широкое применение. Практически все морские профессиональные приемоиндикаторы системы NAVSTAR GPS зарубежного производства выполняют задачу преобразования координат по формулам стандартного способа Молоденского. Более того, геодезические службы Министерства обороны США применяют этот способ в качестве официального для расчета поправок при переходе от местных геодезических систем к WGS-84 [National ..., 2014]. В зарубежной литературе стандартный способ Молоденского называют "Standard Molodensky formulas". Формулы стандартного способа обеспечивают достаточно высокую точность преобразования координат, близкую к ± 2 м. Приводимые ниже формулы даны в обозначениях, принятых в англоязычной литературе, и справедливы для широт не более 89° .

$$\begin{aligned} \Delta\varphi' &= \{-\Delta X \sin\varphi \cos\lambda - \Delta Y \sin\varphi \sin\lambda + \Delta Z \cos\varphi + \Delta a (R_N e^2 \sin\varphi \cos\varphi)/a + \\ &+ \Delta f [R_M (a/b) + R_N (b/a)] \sin\varphi \cos\varphi\} \cdot [(R_M + h) \sin 1'']^{-1}, \\ \Delta\lambda'' &= [-\Delta X \sin\lambda + \Delta Y \cos\lambda] \cdot [(R_N + h) \cos\varphi \sin 1'']^{-1}, \end{aligned}$$

$$\Delta h = \Delta X \cos\varphi \cos\lambda + \Delta Y \cos\varphi \sin\lambda + \Delta Z \sin\varphi - \Delta a (a/R_N) + \Delta f (b/a) R_N \sin^2\varphi.$$

В приведенных формулах φ , λ являются геодезическими координатами местной геодезической системы (системы карты), выраженными в градусной мере. Южные широты и западные долготы подставляются в формулы со знаком минус. Через h обозначена геодезическая высота в метрах, которая измеряется по нормали к поверхности эллипсоида. Величины a , b , f — это большая, малая полуоси и сжатие местного референц-эллипсоида соответственно; Δa и Δf — разности между большими полуосями и сжатиями эллипсоида WGS-84 и местного референц-эллипсоида. Через e обозначен первый эксцентриситет местного эллипсоида, который рассчитывается по известной формуле:

$$e = \sqrt{2f - f^2},$$

R_N — радиус кривизны в первом вертикале:

$$R_N = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2\varphi}},$$

R_M — радиус кривизны меридиана:

$$R_M = \frac{a(1 - e^2)}{\sqrt[3]{1 - e^2 \sin^2\varphi}}.$$

Формулы стандартного способа Молоденского составлены при предположении, что необходимо преобразовать координаты карты в координаты системы WGS-84. Следовательно, чтобы получить координаты в системе WGS-84, необходимо рассчитать поправки по координатам карты и по параметрам той геодезической системы, на основе которой составлена карта, а затем полученные поправки с их знаками приписать к координатам карты.

Программы преобразования геодезических координат. В связи с часто возникающей необходимостью пересчета координат объектов из одной системы координат в другую вызывают интерес компьютерные программы, позволяющие автоматизировать решение этой задачи.

На сайте компании "Ракурс", которая является одним из лидеров в области геоинформатики, цифровой фотограмметрии и дистанционного зондирования и располагает собственными уникальными программными разработками, можно скачать бесплатный геодезический калькулятор PHOTOMOD GeoCalculator и соответствующую документацию [<https://racurs.ru/program-products/photomod-geocalculator>]. В комплект поставки входят базы данных систем координат, используемых в России и в мире (около полутора тысяч систем координат). Кроме того, пользователь может вводить собственные системы координат, задавая необходимые. Существует также возможность пересчета нормальных высот в геодезические и обратно. В программе можно установить один из трех режимов работы: стандартный — режим работы по умолчанию; профессиональный — позволяет использовать дополнительные функции для работы с параметрами систем координат; режим ГОСТ — служит для пересчета координат точек в строгом соответствии с ГОСТ 51794-2001 или ГОСТ 51794-2008³ [Национальный ..., 2009]. На рис. 6 представлено окно программы PHOTOMOD GeoCalculator в режиме ГОСТ, разделенное на две идентичные панели — левую и правую. В одной из них вводятся или загружаются значения координат пунктов, которые были получены в результате оцифровки гравиметрической карты СССР масштаба 1 : 200 000 [Якимчик, 2010], в другой отображаются результаты расчетов.

Отметим в некотором смысле аналогичную программу с широкими функциональными возможностями "GEOTRANS" [BAE Systems, 2019]. Она была разработана для

³Заменен на нормативный документ [Межгосударственный ..., 2017].

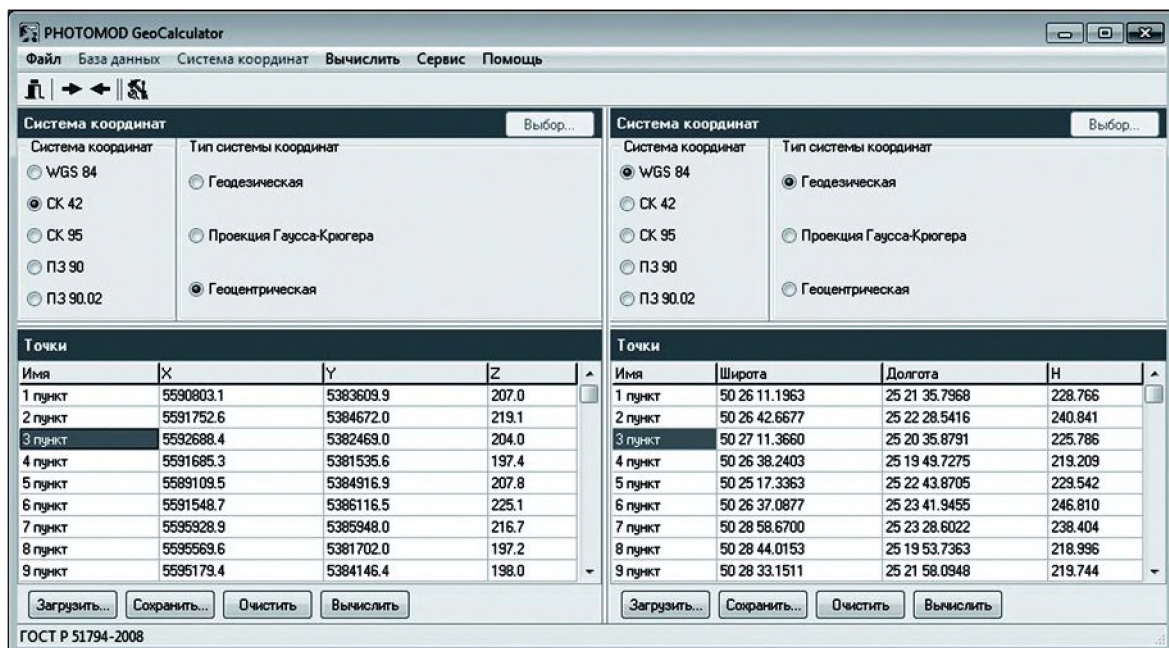


Рис. 6. Основное окно программы PHOTOMOD GeoCalculator в режиме ГОСТ.

Национального агентства геопространственной разведки, которое организационно входит в структуру министерства обороны США. Файл установки программы находится на странице <https://earth-info.nga.mil/GandG/update/index.php?dir=wgs84&action=wgs84#geotrans>.

Вообще говоря, программ пересчета координат объектов из одной системы в другую довольно много. Многие используют, например, программное обеспечение "Trimble Geomatics Office", "Leica Geo Office", "DatumPro" и другие. Анализ программы обеспечения пересчета координат посвящена хоть и немного устаревшая, тем не менее, интересная работа [Непоклонов, Тюлькин, 2003].

Очень полезной оказалась технология преобразования координат с использованием сети Интернет. Ряд организаций создали программные продукты преобразования, доступ к которым возможен через Интернет. Чтобы получить преобразованные координаты в любой геодезической системе, достаточно войти в сеть, выбрать нужную программу, задать координаты в исходной геодезической системе и задать ту геодезическую систему, в которой необходимо получить искомые координаты. В частности, такой подход реализован в геодезическом калькуляторе (рис. 7) на геопортале государственной геодезической сети Украины (<http://dgm.gki.com.ua/ua/calculate-between-coordinate-systems>). Помимо прочего, этот калькулятор предназначен для преобразования и трансформации координат точек между системами координат СК-42, СК-63, УСК-2000 и производных от них местных систем координат в пределах территории Украины. Для отечественных пользователей данная возможность наверняка является востребованной.

Наконец нельзя обойти стороной вопрос о преобразовании систем координат в географических информационных системах. В публикации [Беленков, 2009] описы-

ГЕОДЕЗИЧНИЙ КАЛЬКУЛЯТОР

Геодезичний калькулятор призначений для перетворення та трансформування координат точок між системами координат СК-42, СК-63, УСК-2000 та похідних від них місцевих систем координат в межах території України.

ВХІДНІ ДАНІ

Система координат:

Вид координат:

Назва	x, м	y, м	#
34	5602710.94	6317140.32	<input type="button" value="✕"/>

❗ Для редагування значення натисніть на комірку

ВИХІДНІ ДАНІ

Система координат:

Вид координат:

Назва	В, °	L, °
34	50.526705876	30.421108625

Рис. 7. Скриншот геодезического калькулятора на геопортале государственной геодезической сети Украины.

вается метод перехода к местной системе координат или обратно для карты, состоящей из любого числа листов и объектов, приводится пример выполнения задачи "Преобразование геодезических координат" в ГИС "Карта 2008". Статья [Тимофеев, Легачев, 2005] будет, несомненно, полезна пользователям MapInfo Professional. Помимо этого огромное количество информации содержится в документации, руководствах пользователя и других многостраничных материалах, доступных в Интернете, а также поставляемых при приобретении соответствующей ГИС.

Следует заметить, что географические информационные системы обеспечивают корректный переход от одной системы координат к другой только в том случае, если изначально введены правильные параметры этих систем. Большинство ГИС содержат множество стандартных картографических проекций, применяемых в различных странах мира, во встроенных библиотеках. Поэтому если вы осуществляете переход, например, из СК-42 (проекция Гаусса—Крюгера) к WGS-84 (проекция UTM), проблем возникнуть не должно. Однако СК-63, тем более местные системы координат Украины, в стандартных библиотеках ГИС отсутствуют. Можно описать проекцию самостоятельно, например в ArcGIS или MapInfo, введя все необходимые параметры. Однако переход между проекциями в ГИС, даже в случае задания верных параметров системы координат и проекции вручную, далеко не всегда корректен. Очевидно, дело в алгоритмах, вернее в способах, которыми осуществляется пересчет координат. Есть немало примеров, когда при переходе от одной системы к другой местоположение объектов существенно искажается.

Принцип "резинового листа" (rubber sheet), применяемый в ГИС для привязки растровых изображений, чреват серьезными ошибками. Поэтому безопаснее будет работать с геодезическими данными в "геодезических" программах и контролировать правильность расчетов, выполненных компьютером.

Заключение. В настоящее время науки о Земле широко используют спутниковые данные, координаты которых представлены в мировой геодезической системе WGS-84. В архивах хранится громадное количество информации, которая создавалась преимущественно в системе координат 1942 г. Поэтому большое значение имеет задача приведения материалов, созданных ранее в разных системах координат, к единой высокоточной геоцентрической системе координат, например, WGS-84. Такая задача возникает и при сравнении наземных гравиметрических данных со спутниковыми данными о распределении гравитационных аномалий. В последнем случае важно, что нормальные значения силы тяжести в рассматриваемых системах вычисляются по разным соотношениям.

В статье подробно рассматриваются существующие, хорошо апробированные способы преобразования координат, а также компьютерные программы, позволяющие автоматизировать решение этой задачи. Приводятся формулы и рекомендации, которые могут помочь досконально разобраться с тем или иным способом. Возможно, четкость, детальность, полнота изложения отдельных моментов, например, в каких единицах и каком формате находятся данные, могут показаться излишними. В связи с этим как не вспомнить, что в сентябре 1999 г. орбитальный модуль Mars Climate Orbiter достиг внешних краев марсианской атмосферы, пропутешествовав в космосе в течение 286 дней. Создание аппарата обошлось в общей сложности в 327 миллионов долларов. Когда он приблизился к своей заключительной орбите, погрешность в расчете заставила его лететь слишком низко, и в результате орбитальный модуль был утерян. Расследование показало, что акселераторы аппарата вычисляли ускорение, используя английские единицы измерения, в то время как компьютер космического аппарата работал с метрическими единицами. Результатом яви-

лись катастрофа для НАСА и жесткое напоминание всем нам о важности понимания того, в каких единицах находятся ваши данные.

При использовании программного обеспечения следует быть осмотрительным. Важно знать, в каких единицах и каком формате ваши данные находятся, какой способ пересчета используется и т. д. Ваше программное обеспечение, может, и не разрушит космический корабль, но оно вполне может привести к некоторым очень странным и необъяснимым результатам.

Сформулируем побочный результат работы. Оказалось, что статья — довольно удобная форма борьбы с забывчивостью и эффективный инструмент систематизации информации в принципе, плюс ко всему, написав ответ на конкретный вопрос, обычно понимаешь его лучше, чем просто держа все в голове.

Список литературы

- Антонович К. М. Использование спутниковых радионавигационных систем в геодезии. Т. 1. Москва: ФГУП "Картгеоцентр", 2005. 334 с.
- Беленков О. В. Методика установления местных систем координат. *Геопрофи*. 2009. № 2. С. 32—34.
- Бугаевский Л. М. Математическая картография. Москва: Златоуст, 1998. 400 с.
- Булацен В. Г., Халявина Л. Я., Борисюк Т. Е. Характеристики гравитационного поля прогнозных нефтегазоносных площадей в районе Днепровско-Донецкой впадины по данным спутниковой модели EGM08 и гравиметрических измерений начала XX в. *Геофиз. журн.* 2019. Т. 41. № 1. С. 95—107. <https://doi.org/10.24028/gzh.0203-3100.v41i1.2019.158866>.
- Вахрамеева Л. А., Бугаевский Л. М., Казакова З. Л. Математическая картография: Учеб. для вузов. Москва: Недра, 1986. 286 с.
- Гофманн-Велленгоф Б., Ліхтенегерр Г., Коллінз Д. Глобальна система визначення місцеположення (GPS). Теорія і практика. Під ред. Я. С. Яцківа. Київ: Наук. думка, 1995. 380 с.
- Гравиразведка: Справочник геофизика. Под ред. Е. А. Мудрецової, К. Е. Веселова. Москва: Недра, 1990. 607 с.
- Закатов П. С. Курс высшей геодезии. Москва: Недра, 1976. 511 с.
- Комаровский Ю. А. Использование различных референц-эллипсоидов в судовождении. Владивосток: Изд. Мор. гос. ун-та, 2005. 341 с.
- Кучер О. В., Заєць І. М., Стопхай Ю. А., Ренкевич О. В. Перетворення координат із державної геодезичної системи у світову систему WGS-84. *Вісник геодезії та картографії*. 2002. № 3 (26). С. 8—14.
- Межгосударственный стандарт. ГОСТ 32453—2017. Глобальная навигационная спутниковая система. Системы координат. Методы преобразований координат определяемых точек. Введ. 2018.07.01. Москва: Стандартинформ. 2017. 19 с.
- Молоденский М. С., Еремеев В. Ф., Юркина М. И. Методы изучения внешнего гравитационного поля и фигуры Земли. *Труды ЦНИИГАиК*. 1960. Вып. 131. 251 с.

- Морозов В. П. Курс сфероидической геодезии. Москва: Недра, 1979. 296 с.
- Национальный стандарт Российской Федерации. ГОСТ Р 51794—2008. Глобальные навигационные спутниковые системы. Системы координат. Методы преобразований координат определяемых точек. Введ. 2009.09.01. Москва: Стандартинформ. 2009. 15 с.
- Национальный стандарт Российской Федерации. ГОСТ Р 52572—2006. Географические информационные системы. Координатная основа. Общие требования. Введ. 2007.01.01. Москва: Стандартинформ. 2006. 11 с.
- Непоклонов В. Б., Тюлькин В. В. Сравнительное исследование программ преобразования геодезических координат. *Изв. вузов "Геодезия и аэрофотосъемка"*. 2003. № 6. С. 14—28.
- Огородова Л. В. Высшая геодезия. Ч. III. Теоретическая геодезия. Москва: Геодэскартиздат, 2006. 384 с.
- Постановление Совета Министров СССР от 7 апреля 1946 г. № 760 "О введении единой системы геодезических координат и высот на территории СССР". Режим доступа: <http://www.alppp.ru/law/hozjajstvennaja-dejatelnost/geologija-geodezija-i-kartografija/8/postanovlenie-sovmina-sssr-ot-07-04-1946-760.html>.
- Руководство по Всемирной геодезической системе-1984 (WGS-84). Дос 9674 AN/946. Второе издание. Международная организация гражданской авиации, 2002. Режим доступа: <http://ggspb.org/normativnaya-baza/files/rukovodstvo-po-vsemirnoi-geodezicheskoj-sisteme-1984.pdf>.
- Тимофеев А. Н., Легачев С. С. О преобразовании систем координат в MapInfo Professional. *Геопрофи*. 2005. № 1. С. 18—20.
- Чорний А. В., Чорна О. А., Якимчик А. І. Теорія математичної обробки геодезичних вимірювань. Київ: Наук. думка, 2013. 294 с.
- Юркина М. И., Серебрякова Л. И. Действующие системы координат в России. *Изв. вузов "Геодезия и аэрофотосъемка"*. 2001. № 3. С. 40—53.
- Якимчик А. И. Технология оцифровки карт фактического материала на основе программного обеспечения MapInfo Professional и CorelDRAW. *Геофиз. журн.* 2010. Т. 32. № 3. С. 112—124. <https://doi.org/10.24028/gzh.0203-3100.v32i3.2010.117544>.
- BAE Systems. (2019). Mensuration Services Program (MSP). User's Guide for MSP Geographic Translator (GEOTRANS) Version 3.8. Document No.: 2100434. San Diego. 176 p. Retrieved from https://earth-info.nga.mil/GandG/update/wgs84/apps/geotrans/current-version/docs/MSP_GeoTrans_Users_Guide%203.8.pdf.
- External Quality Evaluation Reports of EGM08. International Association of Geodesy and International Gravity Field Service. Bureau Gravimétrique International Geoid Service Joint Bulletin. *Newton's Bulletin*. Issue No 4, April 2009. 331 p. Retrieved from http://www.isgeoid.polimi.it/Newton/Newton_4/NEWTON4_TOTAL.pdf.
- Hofmann-Wellenhof, B., Lichtenegger, H. & Waskle, E. (2008). GNSS — Global Navigation Satellite Systems: GPS, GLONASS, Galileo, and more. Wien, New York: Springer. 516 p.
- Merrigan, M. J., Swift, E. R., Wong, R. F. & Saffell, J. T. (2002). A refinement to the World Geodetic System 1984 reference frame. *Proceedings of the 15th International Technical Meeting of*

the Satellite Division of the Institute of Navigation (ION GPS 2002). Portland, Oregon, September 24—27, 1519—1529.

National Geospatial-Intelligence Agency (NGA). Standardization Document. (2014). World Geodetic System 1984: Its Definition and Relationships with Local Geodetic Systems. NGA.STND.0036_1.0.0_WGS84, Version 1.0.0, Department of Defense. Office of Geomatics. Retrieved from https://earth-info.nga.mil/GandG/update/wgs84/NGA.STND.0036_1.0.0_WGS84.pdf.

On the transformation of the coordinates of points from the SK-42 system to WGS-84 system

A. I. Yakimchik, 2019

The significant and effective use of global positioning satellite systems for solution of the important theoretical and applied problems of Earth sciences mean the preserving of the possibility to use a huge quantity of geodetic, cartographic, gravimetric and other data created on the basis of traditional methods and in different referencing coordinate systems. It is impossible without the correct coordinate transformation at the transition from one system to another. The determination of the coordinates of points using the satellite radio navigation system NAVSTAR GPS is closely related to the world geodetic coordinate system WGS-84. At the same time, data on gravity observations within the Pulkovo 1942 coordinate system have been accumulated in large volumes. It is obvious the need for recalculation of coordinates given in different systems. Information is given on the coordinate systems, geodetic coordinates, units of measurement, display formats for latitude and longitude values. The reference coordinate system of Pulkovo 1942 and the modern world geodetic system WGS-84 are described in sufficient detail. Formulas are given for calculating the normal gravity in these systems. Historical background and classification of coordinate transformation methods are considered. Significant role is given to the high-precision method of Molodensky and the modified Helmert method of coordinate transformation. The standard method of Molodensky is described at the level it is described in official open reports of US government agencies. Programs are considered that automate the solution of the problem of recalculating the coordinates of objects, as well as the issues of transformation of coordinate systems in geographical information systems. The attention is focused on the rash use of the software might lead to some very strange and inexplicable results.

Key words: geodetic coordinates, Pulkovo 1942, ellipsoid WGS-84, Earth's normal gravity field, data conversion, software.

References

- Antonovich, K.M. (2005). The use of satellite radio navigation systems in geodesy. Vol. 1. Moscow: FSUE "Kartgeocenter", 333 p. (in Russian).
- Belenkov, O.V. (2009). The method of establishing local coordinate systems. *Geoprofi*, (2), 32—34 (in Russian).
- Bugaevsky, L.M. (1998). *Mathematical Cartography*. Moscow: Zlatoust, 400 p. (in Russian).
- Bulatsen, V.G., Khalyavina, L.Ya., & Borisyuk, T.Ye. (2019). Characteristics of the gravity field

- of predictive oil-gas areas in the DDD region according to satellite model EGM08 and gravity measurements at the beginning of the XX century. *Geofizicheskiy zhurnal*, 41 (1), 95—107. <https://doi.org/10.24028/gzh.0203-3100.v41i1.2019.158866> (in Russian).
- Vakhrameeva, L.A., Bugaevsky, L.M., & Kazakova, Z.L. (1986). *Mathematical cartography: Textbook for high schools*. Moscow: Nedra, 286 p. (in Russian).
- Hofmann-Wellenhof, B., Lichtenegger, G., & Collins, D. (1995). *Global Positioning System (GPS). Theory and Practice*. Ya.S. Yatskiva (Ed.). Kiev: Naukova Dumka, 380 p. (in Ukrainian).
- Mudretsova, E.A., & Veselova, K.E. (Eds.). (1990). *Gravity Exploration: A Handbook of Geophysics*. Moscow: Nedra, 607 p. (in Russian).
- Zakatov, P.S. (1976). *Course in Higher Geodesy*. Moscow: Nedra, 511 p. (in Russian).
- Komarovsky, Yu.A. (2015). *The use of various reference ellipsoids in navigation*. Vladivostok: Publ. of the Maritime State University, 341 p. (in Russian).
- Kucher, O.V., Zayats, I.M., Stopkhai, Yu.A., & Renkevich, A.V. (2002). Transformation of coordinates from the state geodetic system to the world system WGS-84. *Visnyk heodeziyi ta kartohrafiyi*, (3), 8—14 (in Ukrainian).
- Interstate standard. GOST 32453—2017. (2017). *Global Navigation Satellite System. Coordinate systems. Methods of transforming coordinates of defined points*. Enter 2018.07.01. Moscow: Standartinform, 19 p. (in Russian).
- Molodenskiy, M.S., Eremeev, V.F., & Yurkina, M.I. (1960). *Methods for studying the external gravitational field and the Earth's figure*. *Trudy TSNIIGAiK*, (131), 251 p. (in Russian).
- Morozov, V.P. (1979). *Course of spheroidal geodesy*. Moscow: Nedra, 296 p. (in Russian).
- National standard of the Russian Federation. GOST R 51794-2008. (2009). *Global navigation satellite systems. Coordinate systems. Methods of transforming coordinates of defined points*. Enter 2009.09.01. Moscow: Standartinform, 15 p. (in Russian).
- National standard of the Russian Federation. GOST R 52572-2006. (2006). *Geographic information systems. Coordinate basis. General requirements*. Enter 2007.01.01. Moscow: Standartinform, 11 p. (in Russian).
- Nepoklonov, V.B., & Tyulkin, V.V. (2003). A comparative study of programs for converting geodetic coordinates. *Izvestiya vuzov "Geodeziya i aerofotosyemka"*, (6), 14—28 (in Russian).
- Ogorodova, L.V. (2006). *Higher Geodesy. Part III. Theoretical Surveying*. Moscow: Geodezkartizdat, 338 p. (in Russian).
- Decree of the Council of Ministers of the USSR of April 7, 1946 No. 760 "On the introduction of a unified system of geodetic coordinates and heights in the USSR". (1946). Retrieved from <http://www.alppp.ru/law/hozjajstvennaja-deyatelnost/geologija-geodezija-i-kartografija/8/posta-novlenie-sovmina-sssr-ot-07-04-1946-760.html>.
- World Geodetic System Manual-1984 (WGS-84). Doc 9674 AN/946. Second edition. International Civil Aviation Organization. (2002). Retrieved from <http://ggspb.org/normativnaya-baza/files/rukovodstvo-po-vsemirnoi-geodezicheskoi-sisteme-1984.pdf>.

- Timofeev, A. N., & Legachev, S. S. (2005). On the transformation of coordinate systems in Map-Info Professional. *Geoprofi*, (1), 18—20 (in Russian).
- Chornyi, A. V., Chorna, O. A., & Yakimchik, A. I. (2013). *The theory of mathematical processing of geodetic measurements*. Kiev: Naukova Dumka, 294 p. (in Ukrainian).
- Yurkina, M. I., & Serebryakova, L. I. (2001). Current coordinate systems in Russia. *Izvestiya vuzov "Geodeziya i aerofotosyemka"*, (3), 40—53 (in Russian).
- Yakimchik, A. I. (2010). A technology of digitization of practical materials maps based on software programs MapInfo Professional and CorelDRAW. *Geofizicheskiy zhurnal*, 32(3), 112—124. <https://doi.org/10.24028/gzh.0203-3100.v32i3.2010.117544> (in Russian).
- BAE Systems. (2019). Mensuration Services Program (MSP). User's Guide for MSP Geographic Translator (GEOTRANS) Version 3.8. Document No.: 2100434. San Diego. 176 p. Retrieved from https://earth-info.nga.mil/GandG/update/wgs84/apps/geotrans/current-version/docs/MSP_GeoTrans_Users_Guide%203.8.pdf.
- External Quality Evaluation Reports of EGM08. International Association of Geodesy and International Gravity Field Service. Bureau Gravimétrique International Geoid Service Joint Bulletin. *Newton's Bulletin*. Issue No 4, April 2009. 331 p. Retrieved from http://www.isgeoid.polimi.it/Newton/Newton_4/NEWTON4_TOTAL.pdf.
- Hofmann-Wellenhof, B., Lichtenegger, H. & Wasle, E. (2008). *GNSS — Global Navigation Satellite Systems: GPS, GLONASS, Galileo, and more*. Wien, New York: Springer. 516 p.
- Merrigan, M. J., Swift, E. R., Wong, R. F. & Saffell, J. T. (2002). A refinement to the World Geodetic System 1984 reference frame. *Proceedings of the 15th International Technical Meeting of the Satellite Division of the Institute of Navigation (ION GPS 2002)*. Portland, Oregon, September 24—27, 1519—1529.
- National Geospatial-Intelligence Agency (NGA). Standardization Document. (2014). World Geodetic System 1984: Its Definition and Relationships with Local Geodetic Systems. NGA.STND.0036_1.0.0_WGS84, Version 1.0.0, Department of Defense. Office of Geomatics. Retrieved from https://earth-info.nga.mil/GandG/update/wgs84/NGA.STND.0036_1.0.0_WGS84.pdf.