

УДК 532.546; 537.322.2

DOI: <https://doi.org/10.24028/gj.v47i2.322507>

Нерівноважна фільтрація флюїду в неоднорідно забрудненій приви́бійній зоні свердловини

І.І. Денисюк, І.А. Скуратівська, І.М. Губар, 2025

Інститут геофізики ім. С.І. Субботіна НАН України, Київ, Україна

На основі математичного моделювання фільтрації флюїду в неоднорідному середовищі досліджено вплив забруднення приви́бійної зони пласта на продуктивність видобувної свердловини. Розглянуто модель нерівноважної фільтрації в напівнескінченному неоднорідному пласті з гармонічним збуренням на його межі. Використовуючи метод розділення змінних, отримано розв'язок крайової задачі, за допомогою якого встановлено вплив забруднення на продуктивність свердловини.

Ключові слова: нерівноважна фільтрація, узагальнений закон Дарсі, пористе середовище, забруднена приви́бійна зона свердловини, продуктивність свердловини.

Вступ. Ефективна робота всіх систем безшахтного видобування корисних копалин можлива лише при достатньо високій проникності гірських порід пластів, охоплених технологією робіт, а також при

забезпеченні стійкого гідродинамічного зв'язку оточуючого породного масиву з технологічною свердловиною.

Проте при спорудженні та експлуатації нафтогазових свердловин відбуваються

Citation: Denysiuk, I.I., Skurativska, I.A., & Hubar, I.M. (2025). Nonequilibrium fluid filtration in a heterogeneously contaminated near-wellbore zone. *Geofizychnyi Zhurnal*, 47(2), 204—207. <https://doi.org/10.24028/gj.v47i2.322507>.

Publisher S. Subbotin Institute of Geophysics of NAS of Ukraine, 2025. This is an open access article under the CC BY-NC-SA license (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>).

техногенні зміни природних фільтраційних властивостей привибійної зони пласта (ПЗП), що спричинює зменшення продуктивності видобувних свердловин. Серед основних причин зменшення продуктивності є погіршення фільтраційних властивостей пласта через забруднення його твердими частинками, що проникають у поровий простір, перешкоджаючи фільтрації флюїду. У результаті навколо стовбура свердловини формується зона забруднення, що має складну будову та характеризується низкою особливостей. Тому виникає необхідність оцінити вплив забруднення на продуктивність свердловини з метою подальшої розробки рекомендацій і способів очищення ПЗП.

Традиційно вплив забруднення ПЗП на продуктивність свердловини досліджується на основі моделі, що складається з двох різних просторово-однорідних зон: забрудненої ПЗП з погіршеною проникністю та розташованої за нею зони з більшою проникністю, так звана «чиста» зона пласта. Зокрема, така найпростіша зонна модель проникності використовується у праці [Баренблатт и др., 1972] для оцінки впливу забруднення ПЗП на продуктивність нафтових свердловин. У публікації [Чекурін, Притула, 2017] викладено результати досліджень впливу коефіцієнта проникності на фільтраційні параметри.

Результати спеціальних лабораторних досліджень показали, що внаслідок техногенної дії (буріння, забруднення ПЗП під час експлуатації тощо) у ПЗП формується стійкий просторово-неоднорідний профіль проникності, який можна апроксимувати степеневу функцією [Ding et al., 2002].

Метою даного дослідження є визначення розв'язку крайової задачі нерівноважної фільтрації флюїду у напівнескінченному неоднорідному пласті з гармонічним збуренням на його межі, на основі якого досліджується вплив забруднення ПЗП на продуктивність свердловини. При цьому просторова зміна проникності у забрудненій ПЗП, як і у працях [Ding et al., 2002; Денисюк та ін., 2023], задається у вигляді степеневого закону.

Математична модель нерівноважної фільтрації та постановка задачі. Врахування нерівноважності у процесі фільтрації здійснюється шляхом узагальнення класичного рівняння Дарсі [Скуратівський, Скуратівська, 2019]. Неоднорідність пласта визначається степеневими залежностями проникності від просторової координати. У цьому випадку плоско-паралельну нерівноважну фільтрацію флюїду в неоднорідному пористому середовищі пласта буде описувати наступною лінеаризованою моделлю [Денисюк та ін., 2023]

$$\begin{aligned} \tau \left(u_t + \frac{k_f}{\mu} p_{xt} \right) + u + \frac{k_e}{\mu} p_x = 0, \\ \beta p_t + u_x = 0, \end{aligned} \quad (1)$$

де u — швидкість фільтрації; p — тиск; $\beta = m_0 \beta_0$; m_0 — початкова пористість породи пласта; β_0, β_s — коефіцієнти об'ємної стисливості рідини та скелета породи пласта; k_e, k_f — рівноважний і заморожений коефіцієнти проникності породи пласта, відповідно,

$$k_e(x) = a/x^n, \quad k_f(x) = \theta k_e(x), \quad \theta < 1.$$

Із системи рівнянь (1), виключивши швидкість фільтрації u , отримаємо рівняння нерівноважної фільтрації у пористому неоднорідному середовищі пласта

$$\begin{aligned} \tau \left(\frac{\theta a x^{-n}}{\beta \mu} p_{xxt} - p_{tt} \right) - \frac{n a x^{-n-1}}{\beta \mu} (p_x + \theta \tau p_{xt}) - \\ - p_t + \frac{a x^{-n}}{\beta \mu} p_{xx} = 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Результати досліджень. Використовуючи метод розділення змінних, побудовано комплекснозначний розв'язок модельного рівняння (2), нехтуючи початковими умовами, із гармонічною дією на межі пласта та обмеженості розв'язку на нескінченності у вигляді залежності:

$$\tilde{p}(x, t) = A \left(\frac{x}{r_c} \right)^{\frac{n+1}{2}} \frac{K_{\frac{n+1}{n+2}} \left(\frac{2\Omega}{n+2} x^{\frac{n+2}{2}} \right)}{K_{\frac{n+1}{n+2}} \left(\frac{2\Omega}{n+2} r_c^{\frac{n+2}{2}} \right)} \cdot e^{i\omega t}, \quad (3)$$

де $\Omega^2 = \frac{\beta\mu\omega i(1+i\omega\tau)}{a(1+i\omega\tau\theta)}$; $K_{(n+1)/(n+2)}(\cdot)$ — модифікована функція Бесселя другого роду.

У загальному випадку виділення дійсних значень у розв'язку (3) пов'язано із значними труднощами. У зв'язку з цим, оскільки аргументи модифікованої функції Бесселя завдяки вибору частоти гармонічної дії ω значно перебільшують одиницю, скориставшись її асимптотичним наближенням для великих значень аргументів, отримаємо:

$$\tilde{p}(x,t) = A \left(\frac{x}{r_c}\right)^{n/4} \times \exp\left[-\frac{2\Omega}{n+2} r_c^{\frac{n+2}{2}} \left(\left(\frac{x}{r_c}\right)^{\frac{n+2}{2}} - 1\right)\right] \cdot e^{i\omega t}. \quad (4)$$

Щоб дослідити вплив забруднення ПЗП на продуктивність свердловини, використовуючи узагальнений закон Дарсі (1) для дебіту та розв'язок задачі (4), визначено дебіти свердловини для пласта із забрудненою ПЗП $\tilde{Q}(r_c, t)$ і для «чистого» пласта $\tilde{Q}_0(r_c, t)$. Порівнюючи ці дебіти, отримаємо формулу, що визначає відносний дебіт \bar{Q} :

$$\bar{Q} = \text{Re} \frac{\tilde{Q}(r_c, t)}{\tilde{Q}_0(r_c, t)} = \left(\frac{r_c}{R_S}\right)^{\frac{n}{2}} \times \left[1 + \frac{n\bar{\varphi}}{4(\bar{\varphi}^2 + \bar{\alpha}^2) r_c \sqrt{\frac{\omega}{2K_S} \left(\frac{r_c}{R_S}\right)^n}}\right], \quad (5)$$

де $K_S = \frac{k_s}{\beta\mu}$ — п'єзопровідність «чистого» пласта; $\bar{\varphi}$, $\bar{\alpha}$ — безрозмірні коефіцієнти визначаються за формулами, при-

веденими у роботі [Denysiuk et al., 2024].

Як приклад, використовуючи формулу (5), зроблено числові розрахунки залежності \bar{Q} від параметрів зони забруднення: міри забруднення ($\bar{K}_c = k_c/k_s$) і розмірів зони забруднення ($\bar{R}_S = R_S/r_c$). За результатами розрахунків встановлено, що вплив параметрів \bar{K}_c , \bar{R}_S на приведені дебіти свердловини із забрудненою ПЗП є суттєвим.

Висновки. У дослідженнях розглядалися питання застосування математичних методів для оцінки впливу забруднення ПЗП на продуктивність свердловини та прогнозування фільтраційної динаміки в ньому, коли пористий масив ПЗП є неоднорідним за проникністю, а рух флюїду в ньому має ознаки нерівноважності. Для розв'язання такої задачі використовувалася класична континуальна модель фільтрації в'язкої рідини у напівнескінченному середовищі, коли його проникність (п'єзопровідність) є степеневою функцією за просторовою координатою, а на межі напівпростору задано гармонічне збурення. Використовуючи розв'язок цієї крайової задачі, показано суттєвий вплив параметрів забруднення ПЗП (міри забруднення, розмірів забрудненої зони) на продуктивність свердловини порівняно з потенційною продуктивністю свердловини для «чистого» пласта.

Застосування методів математичного моделювання роботи свердловини при гармонічному збуренні у її зоні вибою разом з використанням результатів лабораторних експериментів є важливими як для оцінки впливу забруднення ПЗП на дебіт свердловини, так і при зондуванні (тестуванні) її за допомогою фільтраційних гармонічних хвиль тиску та розуміння фізичних процесів, які супроводжують процес видобутку мінеральних ресурсів.

Список літератури

Баренблатт Г.И., Ентов В.М., Рыжик В.М. *Теория нестационарной фильтрации жидкости и газа*. Москва: Недр, 1972, 212 с.
Денисюк І.І., Скуратівська І.А., Губар І.М. Загасання полів швидкостей під час нерів-

новажної фільтрації в напівобмеженому середовищі за гармонічної дії на нього. *Журн. фізичних досліджень*. 2023. Т. 27. № 3. С. 3801—3808. <https://doi.org/10.30970/jps.27.3801>.

Скуратівський С.І., Скуратівська І.А. Розв'язки моделі пружного режиму фільтрації рідин та газів з динамічним законом фільтрації. *Укр. фіз. журн.* 2019. Т. 64. № 1. С. 19—26.

Чекурін В., Притула З. Математичне моделювання кінетики вирівнювання тиску газу у пористому шарі за малих збурень. *Вісник нац. ун-ту «Львівська політехніка». Комп'ютерні науки та інформаційні технології.* 2017. № 864. С. 179—185.

Denysiuk, I.I., Skurativska, I.A., Bielinskyi, I.V., Syzonenko, O.M., & Hubar, I.M. (2024). Influ-

ence of relaxation on filtering microflows under harmonic action on the layer. *Naukovyi Visnyk Natsionalnoho Hirnychoho Universytetu*, (2), 25—31. <https://doi.org/10.33271/nvngu/2024-2/025>.

Ding, Y., Longeron, D., Renard, G., & Audibert, A. (2002). Modeling of both near-wellbore damage and natural cleanup of horizontal wells drilled with a water-based mud. *Paper presented at the International Symposium and Exhibition on Formation Damage Control, Lafayette, Louisiana, 20—21 February 2002*, 16 p.

Nonequilibrium fluid filtration in a heterogeneously contaminated near-wellbore zone

I.I. Denysiuk, I.A. Skurativska, I.M. Hubar, 2025

S. Subbotin Institute of Geophysics of National Academy of Sciences of Ukraine, Kyiv, Ukraine

Based on mathematical modeling of fluid filtration in a heterogeneous environment, studies have been conducted to investigate the impact of near-wellbore zone contamination on production well productivity. A model of non-stationary nonequilibrium filtration in a semi-infinite heterogeneous formation with a harmonic perturbation at its boundary was considered. Using the method of separation of variables, a solution to the boundary value problem was obtained, using which the influence of contamination on well productivity was determined.

Key words: nonequilibrium filtration, generalized Darcy's law, porous medium, contaminated near-wellbore zone, well productivity.

References

Barenblatt, G.I., Entov, V.M., & Ryzhik, V.M. (1972). *Theory of unsteady filtration of liquid and gas*. Moscow: Nedra, 212 p. (in Russian).

Denysiuk, I.I., Skurativska, I.A., & Hubar, I.M. (2023). Attenuation of velocity fields during non-equilibrium filtration in a half-space medium for harmonic action on it. *Journal of Physical Studies*, 27(3), 3801—3808. <https://doi.org/10.30970/jps.27.3801> (in Ukrainian).

Skurativskiy, S.I., & Skurativska, I.A. (2019). Solutions of the model of the elastic regime of filtration of liquids and gases with the dynamic law of filtration. *Ukrayins'kyi Fizychnyy Zhurnal*, 64(1), 19—26 (in Ukrainian).

Chekurin, V., & Prytula, Z. (2017). Mathematical modeling of the kinetics of gas pressure equalization in a porous layer under small perturba-

tions. *Bulletin of the National University of Lviv Polytechnic. Computer Science and Information Technologies*, (864), 179—185 (in Ukrainian).

Denysiuk, I.I., Skurativska, I.A., Bielinskyi, I.V., Syzonenko, O.M., & Hubar, I.M. (2024). Influence of relaxation on filtering microflows under harmonic action on the layer. *Naukovyi Visnyk Natsionalnoho Hirnychoho Universytetu*, (2), 25—31. <https://doi.org/10.33271/nvngu/2024-2/025>.

Ding, Y., Longeron, D., Renard, G., & Audibert, A. (2002). Modeling of both near-wellbore damage and natural cleanup of horizontal wells drilled with a water-based mud. *Paper presented at the International Symposium and Exhibition on Formation Damage Control, Lafayette, Louisiana, 20—21 February 2002*, 16 p.