

Анализ результатов интерпретации упругих параметров твердого ядра Земли с позиций современной геомеханики

© Г. Г. Кулиев, 2017

Институт геологии и геофизики НАН Азербайджана,
Баку, Азербайджан

Поступила 28 сентября 2016 г.

З основных принципов механики деформованных твердых тел, які стосуються до міцності, стійкості та поширення пружних хвиль, випливає, що внутрішнє ядро Землі у передбачуваних термобаричних умовах і розрахункових значеннях фізико-механічних параметрів не може існувати у вигляді конструкції форми кулі. У модельних уявленнях на поверхні кулі внутрішнього ядра рівень тиску досягає значення, яке значно більше за величину теоретичної межі міцності середовища. Разом з тим під дією "мертвих" поверхневих навантажень стан рівноваги кулі є нестійким за геометричними формозмінами при значно менших навантаженнях. У разі дії "слідкуючих" навантажень передбачуваний тиск на поверхні кулі можна порівняти з критичним навантаженням "внутрішньої" нестійкості. У зазначених випадках унаслідок нестійкості стану рівноваги розподіл однорідних деформацій у кулі стає нерівномірним. Більш того, в таких умовах у твердому середовищі не можуть поширюватися пружні хвилі з дійсною швидкістю. Порушення зазначених фундаментальних умов механіки, необхідних при визначенні фізико-механічних властивостей середовища, слід враховувати в комплексних інтерпретаціях сейсмологічних і лабораторних (експериментальних) даних. У такій ситуації застосування лінійних теорій пружності та пружних хвиль, незважаючи на дотримання необхідних інтегральних умов за масою, моментом інерції і власним коливанням Землі, не забезпечує достовірності результатів про структуру і склад ядра Землі.

Ключові слова: ядро Землі, високий тиск, нестійкість, пружні хвилі з дійсною швидкістю.

Введение. Комплексная интерпретация разнообразных косвенных геофизических и многочисленных лабораторно-экспериментальных данных показывает, что ядро Земли состоит из внешней жидкой сферы и внутреннего твердого шара. Достаточно глубокий обзор исследования о строении и составе ядра Земли выполнен в работах [Sumita, Bergman, 2007; Litasov, Shatskiy, 2016]. Справедливо отмечено, что несмотря на отдельные достижения в различных направлениях, вопросы, касающиеся состава и строения ядра и нижней мантии Земли, остаются далекими от однозначных решений. Подчеркивается, что дальнейшее совершенствование квантово-химических расчетов методами молекулярной динамики при высокой температуре позволит добиться успехов в создании непротиворечивых моделей состава и динамики ядра и мантии Земли.

Подробная информация о распределении физических параметров в ядре Земли приведена в работах [Буллен, 1978; Anderson, 1995; Anderson, 2007; Dziewonski, Anderson, 1981; Kennett et al., 1995; Litasov, Shatskiy, 2016; Nimmo, 2015]. Некоторые результаты этих работ отражены на рис. 1. В настоящее время осуществляется дальнейшая детализация моделей внутреннего строения Земли [Пушаровский, Пушаровский, 2011; Dobretsov, Shatskiy, 2012; Litasov, Shatskiy, 2016]. Считается, что таким путем удастся уточнить имеющиеся результаты о составе ядра, понять природу магнитных и электрических полей, гравитационные характеристики, величину теплового потока, геодинамику Земли и т. д. Достижения в области сейсмотомографии позволили внести в количественные результаты некоторые дополнительные коррективы.

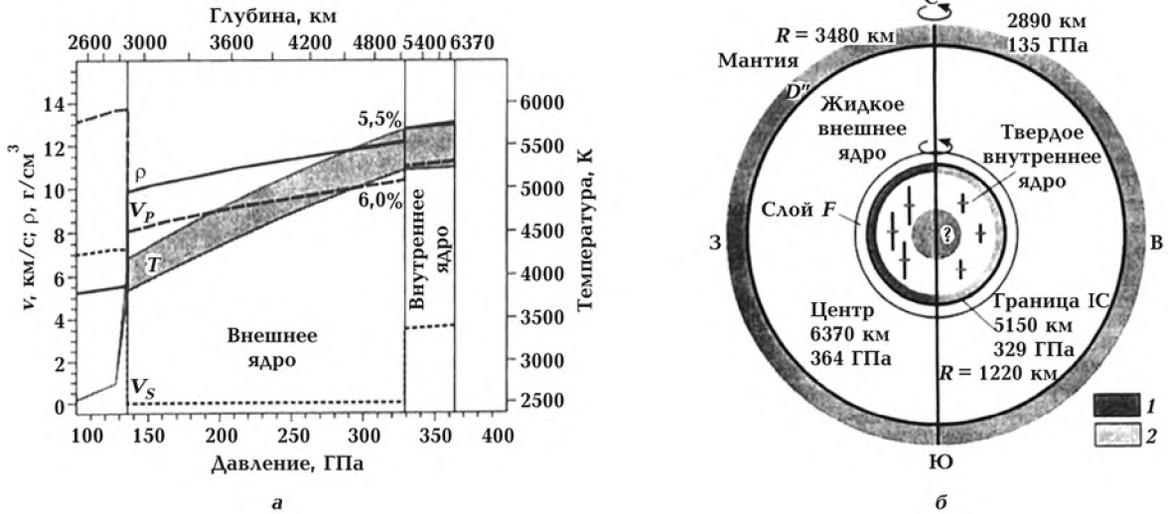


Рис. 1. Профили распределения плотности, скоростей звуковых волн в ядре Земли по модели PREM [Dziewonski, Anderson, 1981], а также температуры [Nimmo, 2015] (цифрами показано изменение плотности и V_p на границе внутреннего ядра в %) (а) и схема строения ядра Земли, отражающая основные результаты сейсмологических исследований (б) (показаны слой F с пониженными скоростями V_p , изотропная структура верхнего слоя внутреннего ядра с различиями в полушариях, наличие дополнительного внутреннего ядра (под вопросом)). Значками отмечена амплитуда анизотропии сейсмических волн в полярном и экваториальном направлениях [Deuss, 2014; Souriau, Calvet, 2015] с изменениями: 1 — низкая скорость, слабое затухание; 2 — высокая скорость, сильное затухание) (рис. 1, а, б взяты из работы [Litasov, Shatskiy, 2016]).

Несмотря на существующие недостатки и несоответствия между результатами теоретических модельных представлений и экспериментальными данными, сложилось общее мнение, что внутреннее ядро в виде твердого деформируемого шара состоит из железа (Fe) и его сплавов. Это заключение основывается на комплексном анализе уравнения состояния для соединений Fe, данных сейсмологии и термодинамического моделирования. Диаграммы Берча, характеризующие соотношения между плотностью и скоростями акустических волн для железа и его соединений, используются как базовая (первичная) информация. Со времени исследований Ф. Берча [Birch, 1952] выполнено огромное число экспериментальных исследований в этой области. В работе [Litasov, Shatskiy, 2016] подробно проанализированы современные результаты в данном направлении. Подчеркнуты существующие несогласованности между различными модельными и экспериментальными результатами. В этих исследованиях основную роль играет определение состава сплавов железа, результаты которого более или менее хорошо обосновывают сейсмологические данные.

Принято, что внешнее жидкое ядро имеет однородную структуру и дефицит плотности относительно Fe (около 10%), а внутреннее твердое ядро имеет явно выраженную неоднородную структуру (рис. 1, б) с повышенной анизотропией сейсмических волн и дефицитом плотности около 5%. Не имеет однозначного решения также проблема высокой неопределенности в оценке величин скорости поперечных волн во внутреннем ядре, которые существенно ниже, чем у железа и его сплавов [Litasov, Shatskiy, 2016]. Не останавливаясь на обсуждении вопросов, связанных с природой и механизмами образования, отмечается, что существуют крупные зоны пониженных скоростей, которые в геологической истории периодически активизируются и могут изменить географические положения (см. рис. 1, б).

В теоретических моделях строения и состава среды ядра Земли приводятся данные о распределении давления, плотности, упругих параметров и уравнений состояния. Они согласованы с интегральными условиями относительно массы и момента инерции, результатами исследований по собственным колебаниям, нутации Земли и сейсмотомографических исследо-

ваний [Буллен, 1978; Dziewonski, Anderson, 1981; Молоденский, 2001; Molodenskii, 2010; Molodenskii, Molodenskaya, 2015; Molodenskii, Molodenskii, 2015 и др.].

Обсуждаемые вопросы непосредственно связаны также с механикой сплошной среды. В обзоре [Litasov, Shatskiy, 2016] вопросам, связанным с геомеханикой (за исключением некоторых результатов экспериментальных исследований), уделено недостаточное внимание. По-видимому, это связано с ограниченностью объема статьи. Данные вопросы всегда находились в поле зрения исследователей [Буллен, 1978; Кусков, Хитаров, 1982; Anderson, 1995; Сорохтин, Ушаков, 2002; Лобковский и др., 2004; Anderson, 2007; Жарков, 2012].

Физические параметры деформируемых твердых сред такие, как модули упругости, коэффициент Пуассона, скорости распространения объемных упругих волн в механике, определяются при соблюдении конкретных условий [Ляв, 1935; Седов, 1970]. В классически линейной теории упругости изотропных однородных сред, в рамках которой интерпретируются указанные параметры во всех теоретических моделях Земли, требуется соблюдение условия малости равномерно распределенных однородных деформаций $\epsilon \ll 1$ и малости отношения P/μ (где P — параметр нагружения, в частности давления; μ — модуль сдвига среды; ϵ — параметр деформаций). Условие равномерного распределения однородных деформаций должно контролироваться также в процессе деформирования конкретных конструкций (в рассматриваемом случае — шара). При решении задач о распределении физико-механических параметров в недрах Земли, в частности в твердом ядре, в первую очередь необходимо добиться одновременного выполнения общепринятых требований механики для сред и конструкций. На мысль о нарушении требований механики наводят конкретные данные (см. рис. 1, б) для давления $P = 329$ ГПа и для модуля сдвига $\mu = 157$ ГПа на уровне поверхности шара, приведенные в публикациях [Буллен, 1978; Anderson, 1995; Anderson, 2007; Dziewonski, Anderson, 1981; Litasov, Shatskiy, 2016]. Видно, что величина P превышает величину μ более чем в 2 раза. Согласно работам [Авсюк, 1973, 2001; Левин, 2001], вследствие ротационного движения Земли и приливных воздействий шар твердого ядра принимает участие и в движениях внутри жидкого внешнего ядра. За счет сопротивления этому движению величина давления на поверхности шара может неравномерно увеличиваться еще больше.

В стандартных лабораторных экспериментальных исследованиях физико-механических свойств условия выполнения требований механики относительно равномерной распределенности однородных деформаций соблюдаются. Способы проведения экспериментов, малости геометрических размеров модельных образцов, фактическая невозможность учета механизмов длительных (в течение геологического времени) деформирований и ряд других причин не позволяют в экспериментах предусмотреть возможные нарушения условий механики в естественных условиях, а также исключить из результатов интерпретаций влияния неконтролируемых отклонений, связанных с механизмами длительной деформируемости конструкции шара в условиях огромной величины сжатия.

Постановка задачи. В статье изложены результаты геомеханического анализа данных геофизических исследований в рамках неклассически линеаризованного подхода (НЛП) [Абасов и др., 2000; Guliyev, 2010]. При этом использованы численные данные PREM [Dziewonski, Anderson, 1981] с учетом обстоятельства, что параметры внутреннего ядра, приведенные в этой работе, приняты за основу во всех уже предложенных теоретических моделях Земли [Буллен, 1978; Engdahl, Kennett, 1991; Morelli, Dziewonski, 1993; Kennett et al., 1995; Anderson, 2007; Пущаровский, Пущаровский, 2011]. В разных моделях имеются только незначительные различия, которые для проведенного геомеханического анализа принципиального значения не имеют.

Целью геомеханического анализа является определение условий для давления и деформаций, обеспечивающих корректность расчетов физико-механических параметров модели твердого ядра Земли на основе комплекса геофизических данных. При определении физико-механических параметров среды величины давления и деформаций должны удовлетворять определенным условиям. Достоверными считаются только те результаты измерений и расчетов, которые получены при соблюдении условия равномерного распределения однородных деформаций. Данное условие может нарушаться при различных ситуациях.

Достижение теоретического предела прочности. Рассмотрим случай, когда среда рав-

номерно и однородно деформируется до начала разрушения. В этом случае все расчеты по физико-механическим параметрам корректны, если величина давлений не превышает теоретический предел прочности материала. В НЛП показано [Kuliev, 1988], что величина теоретического предела прочности среды в условиях сжатия (нас интересует именно этот вариант деформирования) для идеального упругого изотропного материала определяется в виде $P = \mu$. Это — теоретически максимальное (предельное) давление, до достижения которого среда деформируется равномерно и однородно без разрушения. Оно определяется из условия потери эллиптичности уравнения движения (2) (см. ниже). В этом случае сохраняются также условия $\mu > 0$; $\lambda + \frac{2}{3}\mu > 0$ классически линейной теории упругости (здесь λ , μ — модули упругости Ламе). Значение теоретического предела прочности по классическим теориям прочности еще ниже [Работнов, 1988]. Естественно, что технический предел прочности значительно меньше, чем теоретические пределы прочности.

Неустойчивость состояния равновесия. Равномерное распределение деформаций в среде может нарушаться также в результате неустойчивости (по различным формам) состояния равновесия без разрушения.

НЛП позволяет определить те пределы изменения деформаций, в рамках которых равновесие однородно деформированных состояний является устойчивым. В случае нарушения условий устойчивости происходит смена состояния равновесия первоначально однородных равномерных деформаций. В результате деформация в теле распределяется неравномерно задолго до достижения пределов прочности материала.

Вопросы распределения плотности среды в зависимости от изменения деформаций исследованы в работах [Кулиев, Аскеров, 2007; Кулиев, 2013; Guliyev, 2010, 2011]. Показано, что вследствие неустойчивости деформирования при сжатии данная зависимость не является непрерывной. В связи с этим изменение плотности среды в деформируемом теле при определенных ситуациях происходит не монотонно, а скачкообразно.

В целях конкретизации обсуждений рассмотрим задачу устойчивости твердого шара. Необходимо определить наибольшие величины поверхностных сжимаемых нагрузок, при которых состояние равновесия твердого шара остается устойчивым. Опыт теоретических исследований [Гузь, 1979] показывает, что эта нагрузка определяется из решения задачи осесимметричной формы потери устойчивости изотропного однородного шара. В рамках континуального приближения примем, что шар заполнен изотропной однородной средой. На поверхности шара задана внешняя сжимаемая нагрузка.

Вопросы устойчивости состояния равновесия изотропного шара под действием равномерных поверхностных нагружений подробно исследованы в работах [Гузь, 1979, 1986 а]. Исследования выполнены в рамках трехмерной неклассически линеаризированной теории (НЛТ), истоки которой восходят к инкрементальной теории механики деформируемого твердого тела [Biot, 1965]. В настоящее время трехмерная НЛТ получила большое развитие и применяется для исследования различных задач механики [Гузь, 1979, 1986 а, б, 1989; Кулиев, 1988; Akbarov, 2013, 2015].

В НЛТ рассматриваются два состояния деформируемого тела: первое (движение, равновесие, процесс деформирования) — начальное или невозмущенное, второе — возмущенное. Все величины, относящиеся ко второму состоянию, представляются в виде суммы соответствующих величин первого и второго состояний. Возмущения считаются малыми величинами по сравнению с соответствующими величинами первого (невозмущенного) состояния. При лагранжевом способе описания деформирования используется также естественное (недеформированное) состояние, которое соответствует отсутствию напряжений и деформаций в теле.

Под однородным начальным состоянием принимаются деформирования в виде

$$u_m^0 = (\lambda_m - 1) X_m, \quad (1)$$

где u_m — компоненты смещения вдоль координатных осей, λ_m — коэффициенты удлинения (укорочения) вдоль координатных осей, X_m — декартовы координаты.

В однородном начальном состоянии системы уравнения движений в рамках сжимаемой

среды в лангранжевых координатах (которые в естественном состоянии совпадают с декартовыми координатами) имеют вид [Гузь, 1986 а, б]

$$\left(\omega_{im\alpha\beta} \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_\beta} + \rho \Omega^2 \delta_{m\alpha} \right) u_\alpha = 0; \quad i, \beta, \alpha, m = 1, 2, 3, 4; \quad \omega_{im\alpha\beta} = \text{const}. \quad (2)$$

Граничные условия на поверхности области S_1 в напряжениях таковы:

$$N_i \omega_{ij\alpha\beta} \frac{\partial u_\alpha}{\partial x_\beta} = P_j, \quad (3)$$

где u_α — составляющие вектора возмущения перемещений; P_j — возмущение поверхностных сил; ρ — плотность среды; N_i — компоненты орта нормали к поверхности тела в естественном состоянии; $\delta_{m\alpha}$ — символ Кронеккера; $\omega_{im\alpha\beta}$ — ковариантные составляющие тензора четвертого ранга, характеризующие линейные, нелинейные физико-механические свойства среды и ее начального напряженного состояния. При рассмотрении задач статики инерционная слагаемая $\rho \Omega^2 \delta_{m\alpha}$ в уравнении (2) опускается, где Ω — циклическая частота гармонической волны.

Возможны различные классификации в постановке задач НЛТ. В зависимости от характера действия поверхностных нагрузок выделяются "следающие" (неконсервативные) и "мертвые" (консервативные) поверхностные силы. Поверхностные "следающие" силы — это те силы, которые успевают за изменениями конфигураций поверхности тела в процессе деформирования, т. е. они, следуя процессу деформирования, могут изменять направление действия и величину. В расчетной практике действия жидкости и газа моделируются в виде "следающих" сил. Поверхностные "мертвые" силы в процессе деформирования сохраняют свои первоначальные направления действия и величину. В НЛТ выделяют также три различных варианта теории в зависимости от величин деформаций в начальном состоянии [Гузь, 1986 а]: а) теория больших (конечных) начальных деформаций (т.б.н.д.); б) первый вариант теории малых начальных деформаций (сдвиги и удлинения являются малыми по сравнению с единицей) (п.в.т.м.н.д.); в) второй вариант теории малых начальных деформаций (дополнительно к п.в.т.м.н.д. считается, что связи между компонентами тензора деформаций и первыми производными от смещений являются линейными) (в.в.т.м.н.д.).

Данная классификация относится к методу исследования, т. е. показывает, что в НЛП имеется возможность исследовать конкретные задачи отдельно в рамках этих вариантов теорий. Такая необходимость связана с тем, что в рамках существующих теоретических моделей Земли рассматриваемые типы конкретных задач решены в пределах линейной теории малых упругих деформаций и линейной теорий упругих волн, которые являются достаточно грубыми приближениями. НЛП является теоретически более обоснованным и функционально расширенным. Коэффициенты основных дифференциальных уравнений движения линейной классической теории содержат лишь информации о линейных физико-механических свойствах среды. Поэтому их решение явно зависят только от этих параметров. Другие геометрические и силовые параметры в решении задач входят с помощью граничных и начальных условий. При таком подходе остается открытым вопрос о пределах применимости полученных решений. Обычно такие вопросы решаются путем сопоставления теоретических и существующих экспериментальных результатов. Экспериментальные результаты не всегда имеются. Даже при их наличии введение экспериментальных данных в теоретические результаты приводит к полумпирическим окончательным выводам. В НЛП основные уравнения движения типа (2) в качестве коэффициентов, кроме параметров линейных физико-механических свойств, содержат также параметры о нелинейных физико-механических свойствах, геометрии и напряженности среды. Следовательно, их решения в явном виде зависят также от этих параметров. Кроме того, качественная теория таких уравнений позволяет строго теоретическим путем определить и пределы применимости полученных результатов. Например, такие пределы уста-

навливаются в виде критических величин параметра нагружений, при достижении которых система уравнений (2) теряет свою эллиптичность и переходит в гиперболический вид. Именно на таких серьезных научных основаниях применяемый подход называется неклассическим (т. е. неклассичность связана не только со способом линеаризации). В случае, когда предварительно имеются информации о величинах деформации, тогда в соответствии им делается выбор между вариантами теории начальных деформаций. Если величины упругих деформаций малые, т. е. $\varepsilon_0 \leq 0,02$, и геометрия, исследуемых тел не гибкая (термин механический), тогда удобно применять более простой второй вариант теории малых начальных деформаций. Если деформации малые, но тело гибкое (например, стержневатое, тонкостенные пластины и плиты, оболочки и т. д.), лучше применять первый вариант теории малых начальных деформаций. Но если деформации большие, то необходимо применять теорию больших начальных деформаций. Последний вариант применим и во всех вышеперечисленных случаях. При этом результаты различных вариантов теории в случае малых деформаций между собой будут совпадать. В настоящей статье для исключения недоразумений и в связи с неопределенностью информации о твердом ядре Земли расчеты выполнены как в рамках малых, так и больших начальных деформаций. Естественно, что при неопределенности предпочтение должно быть отдано результатам, полученным в рамках теории больших начальных деформаций, невзирая на осложнения вычислительного характера.

Также различают два случая представления плоской гармонической волны. В первом варианте изменение расстояния между материальными частицами за счет начальной деформации не учитывается, а скорость распространения волны названа "естественной" или "натуральной" [Thurston, Brugger, 1964; Гузь, 1986 б]. Во втором изменение расстояния между материальными частицами за счет начальной деформации учитывается, а скорость распространения волны называется "истинной". Различаются также постановки задачи устойчивости для сжимаемых и несжимаемых моделей деформируемых тел. В настоящей статье рассмотрены задачи только для сжимаемых сред в случае "истинных" скоростей. Обобщение результатов для других случаев носит технический характер.

В случае равномерной однородной всесторонней деформации односвязных изотропных сред $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3$ для всех названных вариантов теории начальных деформаций $\omega_{ij\alpha\beta}$ в единой форме [Гузь, 1986 а] имеет вид

$$\omega_{ij\alpha\beta} = \lambda_0 \delta_{ij} \delta_{\alpha\beta} + \mu_0 (\delta_{i\alpha} \delta_{j\beta} + \delta_{i\beta} \delta_{j\alpha}) + S_0 (\delta_{ij} \delta_{\alpha\beta} - \delta_{i\alpha} \delta_{j\beta}), \quad (4)$$

где для т.б.н.д., п.в.т.м.н.д. и в.в.т.м.н.д. введены соответственно обозначения

$$\lambda_0 = \lambda_1^2 a_0 - S_0, \quad \mu_0 = \lambda_1^2 b_0 + S_0; \quad (5)$$

$$\lambda_0 = \lambda_1^2 a_0 - S_0, \quad \mu_0 = \lambda_1^2 b_0 + S_0, \quad S_0 = \sigma_0; \quad (6)$$

$$\lambda_0 = a_0 - S_0, \quad \mu_0 = b_0 + S_0, \quad S_0 = \sigma_0. \quad (7)$$

Величины a_0, b_0, S_0 и σ_0 в условиях $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3$ определяются из выражений $a_0 = A_{\beta i} - 2\mu_{ij}$; $b_0 = \mu_{ij}$; $S_0 = S_{\beta\beta}^0$; $\sigma_0 = \sigma_{\beta\beta}^0$. Величины $A_{\beta i}$ и μ_{ij} являются элементами матрицы упругих постоянных среды. В случае всестороннего сжатия $A_{11} = A_{22} = A_{33}$; $A_{ij} = 0$ при $i \neq j$. В этих формулах по индексам суммирование не ведется; $\sigma_{\beta\beta}^0$ и $S_{\beta\beta}^0$ — нормальные компоненты тензора напряжений, соотношенные единице площади недеформированного и начального деформированного состояний. Явные алгебраические выражения для $A_{\beta i}, \mu_{ij}$ и $S_{\beta\beta}^0$ получаются при рассмотрении конкретных упругих потенциалов [Гузь, 1986 а]. Ввиду их громоздкости они здесь не приводятся.

С учетом (4) уравнение (2) и условия (3) приобретают вид

$$(\lambda_0 + 2\mu_0) \text{grad div } \mathbf{u} - \mu_0 \text{rot rot } \mathbf{u} + \rho \Omega^2 \mathbf{u} = 0, \quad (8)$$

$$[\mathbf{N}(\lambda_0 + S_0) \text{div } \mathbf{u} + (2\mu_0 - S_0) \mathbf{N} \cdot \nabla \mathbf{u} + (\mu_0 + S_0) \mathbf{N} \times \text{rot } \mathbf{u}] = \mathbf{P}. \quad (9)$$

При задании на поверхности "следающей" нагрузки правая часть условия (9) принимает вид

$$\mathbf{P} = S_0 (\mathbf{N} \operatorname{div} \mathbf{u} - N \cdot \nabla \mathbf{u} - \mathbf{N} \times \operatorname{rot} \mathbf{u}), \quad (10)$$

где \mathbf{P} — вектор правых частей граничных условий в напряжениях на поверхности тела, \mathbf{u} — вектор возмущения перемещения, \mathbf{N} — орт нормали на площадке поверхности тела.

Уравнение (8) полностью совпадает с уравнением Ламе классической линейной теории упругости, если параметры λ и μ заменить параметрами λ_0 и μ_0 согласно (5)—(7). Из структуры (9) и (10) следует, что в общем случае в граничных условиях такая аналогия в линейной теории отсутствует. Она имеет место лишь для случая "следающих" нагрузок.

Таким образом, математическая задача устойчивости изотропного шара при равномерном всестороннем сжатии формулируется в виде уравнения (8) и граничного условия (9). В случае задания внешнего нагружения на поверхности шара в форме "мертвых" нагрузок в правой части граничных условий (9) необходимо принять $P \equiv 0$.

В такой постановке задача устойчивости состояния равновесия тела произвольной геометрической формы из сжимаемых сред при всестороннем сжатии подробно исследована в работах [Гузь, 1979, 1986а]. Показано, что в случае задания на всей поверхности тела "следающих" нагрузок состояние равновесия, определенное выражением (1), является устойчивым при выполнении условий

$$\lambda_0 + \frac{2}{3} \mu_0 > 0, \quad \mu_0 > 0. \quad (11)$$

Условия (11) должны выполняться всегда и поэтому они считаются как бы ограничением на структуру уравнения состояния. В качестве конкретных моделей среды рассмотрены: а) упругое изотропное тело с потенциалом гармонического типа в рамках т.б.н.д. и получено условие устойчивости в виде

$$0 < \lambda_1 < 1; \quad \left(\lambda + \frac{2}{3} \mu \right) \left(\lambda + \frac{4}{3} \mu \right)^{-1} < \lambda_1 < 1; \quad (12)$$

б) упругое тело с квадратичным потенциалом в рамках в.в.т.м.н.д. и условия устойчивости получены в виде

$$(2 - \lambda_1) \left(\lambda + \frac{2}{3} \mu \right) > 0; \quad \mu + 3(\lambda_1 - 1) \left(\lambda + \frac{2}{3} \mu \right) > 0; \quad (13)$$

в) упругопластическое тело (деформационная теория) в рамках в.в.т.м.н.д. и условия устойчивости в виде

$$P < \mu; \quad (14)$$

г) упругопластическое тело (теория пластичности Прандтля—Рейса) в рамках в.в.т.м.н.д.

$$P < \lambda_1^2 \mu. \quad (15)$$

Для всех рассмотренных моделей среды показано, что в случае задания на поверхности изотропного шара "следающих" нагрузок при выполнении условий (11)—(15) состояние его равновесия является устойчивым. В этих пределах распределение однородных деформаций будет равномерным.

Рассматривая тело в форме шара (материал среды — квадратичный упругий потенциал, деформационная теория малых упругопластических деформаций и теория пластичности Прандтля—Рейса, наследственно-упругое линейное тело нестареющего типа, вязкоупругопластическое тело), показано, что в случае "мертвых" поверхностных нагрузок существует критическая $P_{кр}$ (по величине меньше, чем величина μ), при достижении которой состояние равновесия шара, определенное выражением (1), является неустойчивым. В результате распределение в теле однородных деформаций становится неравномерным. Аналогичные результаты получены также в рамках теории больших начальных деформаций с применением различных упругих потенциалов. В этом случае в общем виде невозможно подобрать неравенство для λ_0 , μ_0

и S_0 так, чтобы оно обеспечивало выполнение условия (11) независимо от формы тела. Поэтому в рассматриваемой задаче, представляя общие однородные решения уравнения (8) аналогично классической теории упругости и требуя выполнение граничных условий (9) (в правой части необходимо принять $P \equiv 0$), для определения минимальных значений критической нагрузки получено следующее характеристическое уравнение [Гузь, 1979, 1986 а]:

$$2\mu_0 (\lambda_0 + \mu_0) + S_0 (\lambda_0 + 3\mu_0) = 0. \quad (16)$$

Используя формулы (5)—(7), из уравнения (16) вычисляются критические силы или деформации, приводящие к потере устойчивости состояния равновесия (1) шара.

В пределах в.в.т.м.н.д. для упругого изотропного тела [Гузь, 1986 а]

$$A_{i\beta} = \lambda + 2\delta_{i\beta}\mu; \quad \mu_{ij} = \mu; \quad \sigma_{\beta\beta}^0 = \frac{1}{2}\lambda (\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 - 3) + \mu (\lambda_\beta^2 - 1); \quad \lambda_j^2 - 1 \approx 2 (\lambda_j - 1).$$

Тогда величины из уравнения (7) согласно этим выражениям приобретают вид

$$\lambda_0 = \lambda - S_0; \quad \mu_0 = \mu + S_0; \quad S_0 = -P.$$

Подставляя эти выражения в формулу (16), получаем следующее уравнение:

$$2P^2 - P(3\lambda + 5\mu) + 2\mu(\lambda + \mu) = 0.$$

Минимальный корень этого квадратного уравнения имеет вид

$$P_{кр} = \frac{3\lambda + 5\mu - (3(\lambda + \mu)^2 - 4\lambda\mu)^{1/2}}{4} = \frac{\mu}{4(1-2\nu)} \left(5 - 4\nu - (16\nu^2 - 8\nu + 9)^{1/2} \right). \quad (17)$$

Здесь и далее формулы написаны относительно коэффициента Пуассона ν , так как этот параметр в геофизических исследованиях нашел более широкое использование, нежели параметры Ламе.

В случае т.б.н.д., используя известные выражения $A_{i\beta}$, μ_{ij} и $S_{\beta\beta}^0$ из [Гузь, 1986 а] для гармонического упругого потенциала, с помощью (5) из уравнения (16), аналогично предыдущему случаю, критическую величину укорочений определим в виде

$$(\lambda_1)_* = 1 + \frac{-5 + \nu(3 + 2\nu) + \left([5 - \nu(3 + 2\nu)]^2 - 4(1 - 2\nu)[4 - \nu(1 + 2\nu)] \right)^{1/2}}{8 - 2\nu(1 + 2\nu)},$$

или

$$(\lambda_1)_* = \frac{(3 - 2\nu)(1 + \nu)}{(3 - 2\nu)(1 + \nu) + (1 - 2\nu)}. \quad (18)$$

Можно получить также расчетные формулы для случая квадратичных, Мурнаганских и других типов упругих потенциалов. Формулы (17) и (18) свидетельствуют о том, что потери устойчивости состояния равновесия реализуются как при малых, так и при больших деформациях и носят общий характер.

Внутренняя неустойчивость. Критические величины напряжений и деформаций, приводящие к нарушению условия (11), вызывают в теле явление, которое в теории называется "внутренней" неустойчивостью [Biot, 1965; Гузь, 1986 а, б]. В случае изначально изотропных сред начальные напряжения играют роль как бы внутренней структуры, подобной внутренней структуре композитных сред в анизотропном приближении в пределах феноменологического (континуального) подхода.

При континуальном описании материалов "внутренняя" неустойчивость исследуется для бесконечного тела, когда на "бесконечности" задана определенная нагрузка. Неустойчивость при этом не связана с влиянием граничных условий и геометрических размеров тела или элементов конструкций. Критические величины напряжений и деформаций определяются относительно систем дифференциальных уравнений (2), (8) в бесконечной области. В условиях возникновения явления "внутренней" неустойчивости система уравнения (2) теряет свойство эллиптичности. При этом нарушаются условия единственности решения (11) линеаризованных задач. Предельное значение коэффициента удлинения (укорочения) λ_1^* при задании структуры упругих потенциалов определяется из уравнения (11). В случае моделирования процесса деформирования с помощью гармонического упругого потенциала в рамках т.б.н.д. согласно (5) и (11) получаем

$$\lambda_1^* = \frac{1 + \nu}{2 - \nu}, \quad \varepsilon_0^* = \frac{3}{4} \frac{2\nu - 1}{(2 - \nu)^2}. \quad (19)$$

В случае квадратичного упругого потенциала (11) и (12) в рамках т.б.н.д. получаем

$$\lambda_1^* = \left(\frac{1 + \nu}{2 - \nu} \right)^{1/2}, \quad \varepsilon_0^* = \frac{1}{2} \frac{2\nu - 1}{2 - \nu}. \quad (20)$$

В случае линейного упругого изотропного материала в рамках в.в.т.м.н.д. получаем

$$P_{кр} = \mu, \quad \varepsilon_0^* = \frac{1}{2} \frac{2\nu - 1}{1 + \nu}. \quad (21)$$

В формулах (19)—(21) ε_0 — параметр всесторонней деформации. Из приведенных формул (11)—(15) и (19)—(21) для различных упругих потенциалов, полученных в рамках в.в.т.м.н.д. и т.б.н.д., следует, что в пределах НЛТ при всестороннем равномерном деформировании (сжатии) изотропного шара на уровне напряжений, сравнимых по величине с модулями сдвига, происходит "внутренняя" неустойчивость.

Физическое истолкование "внутренней" неустойчивости в рассматриваемом случае состоит в следующем. В деформируемых твердых средах выполнение условия $\mu > 0$, $\lambda + \frac{2}{3}\mu > 0$ оказывается недостаточным для обеспечения физической состоятельности дальнейшего процесса деформирования упругой среды. Наряду с этим должны выполняться ограничительные условия и на величины напряжений и деформаций типа (19)—(21). При нарушении данных условий рассмотренные среды теряют способность деформироваться как упругие твердые тела. Здесь речь не идет о том, какие механизмы реализуют данный процесс. Важно, что при достижении таких пределов уже нельзя вести разговор о каких-то законах распределения параметров упругости твердых деформируемых сред. Если величины деформации и давления были бы ниже, то о "внутренней" неустойчивости не может быть и речи. Это явление не является неизбежным. В другом случае распределение давлений во внутренних структурах Земли, нарушения фундаментальных требований механики могли бы и не происходить. Если бы удалось обоснованно скорректировать распределение давления, то это могло бы быть выходом из сложившейся ситуации. Иначе полученные результаты ставят под сомнение возможность существования внутреннего ядра Земли в виде деформируемого твердого тела. Геофизическое явление типа магнитного поля Земли является серьезным подтверждением о твердом деформируемом ядре. В связи с этим в свете изложенных результатов возникают различные вопросы: достоверна ли информация о скоростях распространения упругих волн в глубоких горизонтах Земли? достоверны ли научные представления о существующих структурных единицах Земли? достоверно ли распределение давления по глубине Земли? и т. д.

Современные достижения науки механики о распространении упругих волн в деформируемых средах [Гузь, 1986 б] со своей стороны также предъявляют некоторые требования, которые должны выполняться.

Распространение упругих волн в деформированных средах. Выполнение условия (11)

обеспечивает также действительность (неотрицательные значения) скоростей распространения малых возмущений (условия типа Адамара [Трудселл, 1975; Гузь, 1986 б]) в виде волн малой амплитуды в средах с начальными деформациями. Следовательно, равенство нулю или недействительность скорости распространения акустических волн соответствуют "внутренней" неустойчивости напряженных сред.

В случае всестороннего равномерного предварительного сжатия изотропной среды "истинные" скорости распространения в ней упругих волн определяются выражениями [Гузь, 1986 б]

$$\rho C_l^2 = \lambda + 2\mu - 2PK_P^R; \quad \rho C_S^2 = \mu - 2PK_S^R, \quad (22)$$

где C_l, C_S — "истинные" скорости квазипродольных и квазипоперечных упругих волн; K_P^R, K_S^R — коэффициенты нелинейного действия изотропной среды [Садовский, Николаев, 1982; Кулиев, 2009]. Структуры выражений для K_P^R и K_S^R конкретизируются с заданием формы упругих потенциалов.

В случае применения упругого потенциала типа Мурнагана и "истинных" скоростей в рамках в.в.т.м.н.д. получены [Кулиев, 2009] следующие выражения:

$$K_P^R = \frac{1}{6K_0} [5\lambda + 6\mu + 2(c + 5b + 3a)], \quad K_S^R = \frac{1}{6K_0} [3\lambda + 4\mu + c + 3b], \quad (23)$$

в рамках п.в.т.м. и т.б.н.д. —

$$K_P^R = \frac{1}{6K_0} [7\lambda + 10\mu + 2(c + 5b + 3a)], \quad K_S^R = \frac{1}{6K_0} [3(\lambda + 2\mu) + c + 3b], \quad (24)$$

где a, b, c — модули упругости третьего порядка, $K_0 = \lambda + \frac{2}{3}\mu$. Если в (23) и (24) принять $a = b = c = 0$, то получим результаты, соответствующие квадратичному упругому потенциалу. В рамках в.в.т.м.д. —

$$K_P^R = \frac{1}{6K_0} (5\lambda + 6\mu) = \frac{3 - \nu}{2(1 + \nu)}, \quad K_S^R = \frac{1}{6K_0} (3\lambda + 4\mu) = \frac{2 - \nu}{2(1 + \nu)}, \quad (25)$$

в рамках п.в.т.м. и т.б.н.д. —

$$K_P^R = \frac{1}{6K_0} (7\lambda + 10\mu) = \frac{5 - 3\nu}{2(1 + \nu)}, \quad K_S^R = \frac{1}{2K_0} (\lambda + 2\mu) = \frac{3(1 - \nu)}{2(1 + \nu)}. \quad (26)$$

Формулы (23)—(26) позволяют вычислить влияние нелинейной деформации на скорости распространения упругих волн.

Используя формулы (22), выводим условия, при выполнении которых в предварительно равномерно и всесторонне деформированной изотропной среде скорости распространения упругих волн являются действительными. Соответственно в случаях в.в.т.м.н.д. и т.б.н.д. при квадратичном упругом потенциале в условиях выполнения

$$\frac{P}{\mu} \geq \frac{2(1 - \nu^2)}{(1 - 2\nu)(3 - \nu)}, \quad \frac{P}{\mu} \geq \frac{2(1 - \nu^2)}{(1 - 2\nu)(5 - 3\nu)} \quad (27)$$

в напряженной изотропной среде не может распространяться продольная упругая волна с действительной скоростью. Данное условие для поперечных упругих волн имеет вид

$$\frac{P}{\mu} \geq \frac{1 + \nu}{2 - \nu}, \quad \frac{P}{\mu} \geq \frac{1 + \nu}{3(1 - \nu)}. \quad (28)$$

Для получения численной оценки в случае использования потенциала типа Мурнагана из формул (29) и (24) следует, что наряду с данными коэффициентов Ламе λ и μ необходимо обладать также численной информацией о модулях упругости третьего порядка a , b , c .

Численные результаты и обсуждения. Согласно результатам, полученным в предыдущих разделах (формулы (11)—(21) для теоретического предела прочности и неустойчивости состояния равновесия и формулы (22)—(28) для распространения упругих волн в деформированных средах), выполнены соответствующие расчеты. В табл. 1 приведены численные значения критических сил и удлинений, соответствующих потере устойчивости состояния равновесия (1) по геометрическим формоизменениям при задании на поверхности шара "мертвых" сил и по "внутренней" неустойчивости при задании на поверхности "следающих" нагрузок. Результаты для P_*/μ рассчитаны по формуле (17), для $(\lambda_1)_*$ — по (18), а для λ_1^* — по (19). Они показывают, что в рамках как теории малых, так и больших начальных деформаций состояние равновесия шара в рассматриваемом виде нагружения является неустойчивым. Здесь же (табл. 1, строки 2 и 4) приведены критические значения сил и коэффициента удлинения (укорочения), при достижении которых в шаре реализуется "внутренняя" неустойчивость соответственно при малых и больших начальных деформациях. При сравнении результатов второй и четвертой строк с результатами третьей и пятой строк табл. 1 следует, что неустойчивость состояния равновесия упругого однородного изотропного шара по геометрическому формоизменению в случае действия на ее поверхности "мертвых" нагрузок предшествует "внутренней" неустойчивости. В случае действия на поверхности "следающих" нагрузок состояние равновесия шара по геометрическим формоизменениям устойчиво. Поэтому "внутренняя" неустойчивость в этом случае происходит без предварительного формоизменения. Необходимо подчеркнуть, что из формул критических сил и удлинения видно, что они от геометрических параметров шара и форм потери устойчивости не зависят. Этому обстоятельству в работе [Гузь, 1986 а] дано исчерпывающее объяснение. В рассматриваемых задачах граничная поверхность является одной из координатных поверхностей сферической системы координат. В силу характера уравнений Ламе (8) (в которые входят производные одного порядка) и указанного обстоятельства собственные числа не должны зависеть от геометрических параметров задачи. В случае рассмотрения задач устойчивости тел, ограниченных несколькими координатными поверхностями, критические нагрузки будут зависеть от геометрических параметров (например, от параметров тонкостенности). Отсутствие влияний пластических и вязких свойств материала (формулы типа (14) и (15)) на величину критических параметров связано с тем, что в силу принятых законов состояния неупругие деформации являются несжимаемыми и в связи с всесторонностью сжатия в начальном состоянии неупругие деформации не возникают.

Результаты расчетов, выполненные по формулам (25)—(28), приведены в табл. 2. В числителе приведены данные, относящиеся к в.в.т.м.н.д., а в знаменателях — т.б.н.д. Числа, приведенные в строках 4 и 5 таблицы, показывают, что в случае превышения этих значений условия (27) и (28) в рамках рассматриваемых вариантов НЛТ не выполняются, т. е. в среде не могут распространяться упругие продольные и поперечные волны с действительной скоростью соответственно. Более явно такой вывод следует из результатов табл. 3, где приведены числен-

Т а б л и ц а 1

ν	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,41	0,45
P^*/μ	1	1	1	1	1	1	1
P_*/μ	0,5	0,53	0,57	0,60	0,64	0,64	0,65
λ_1^*	0,5	0,58	0,67	0,76	0,88	0,89	0,94
$(\lambda_1)_*$	0,75	0,79	0,84	0,89	0,94	0,94	0,97

Т а б л и ц а 2

ν	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,41	0,45
K_P^R	$\frac{1,5}{2,5}$	$\frac{1,3182}{2,1364}$	$\frac{1,1668}{1,8333}$	$\frac{1,0385}{1,5769}$	$\frac{0,9286}{1,3571}$	$\frac{0,9184}{1,3369}$	$\frac{0,8793}{1,2586}$
K_S^R	$\frac{1}{1,5}$	$\frac{0,8636}{1,2273}$	$\frac{0,75}{1}$	$\frac{0,6538}{0,8077}$	$\frac{0,5714}{0,6429}$	$\frac{0,5638}{0,6277}$	$\frac{0,5345}{0,569}$
P_l / μ	$\frac{0,6667}{0,4}$	$\frac{0,8534}{0,5266}$	$\frac{1,1429}{0,7273}$	$\frac{1,6852}{1,1098}$	$\frac{3,2308}{2,2105}$	$\frac{3,5689}{2,4518}$	$\frac{6,2549}{4,3699}$
P_S / μ	$\frac{0,5}{0,3333}$	$\frac{0,5789}{0,4074}$	$\frac{0,6667}{0,5}$	$\frac{0,7647}{0,6190}$	$\frac{0,875}{0,7778}$	$\frac{0,8868}{0,7966}$	$\frac{0,9355}{0,8788}$

ные значения величин C_l^2 и C_s^2 , рассчитанные по формулам (22) с использованием расчетных значений K_P^R и K_S^R из табл. 2. В числителе результаты соответствуют случаю т.б.н.д., а в знаменателях — в.в.т.м.н.д. В расчетах использованы данные на поверхности внутреннего ядра Земли модели PREM [Anderson, 2007]:

$$\rho = 12,76 \frac{\Gamma}{\text{см}^3}, \quad \mu = 1567 \cdot 10^2 \text{ МПа}, \quad P = 3288,5 \cdot 10^2 \text{ МПа}, \quad \nu = 0,443,$$

$$K = 13434 \cdot 10^2 \text{ МПа}.$$

Величины $2 \frac{P}{\rho} K_P^R$ и $2 \frac{P}{\rho} K_S^R$ в табл. 3 характеризуют влияния деформирования упругой среды на величины продольных и поперечных волн. Их численные значения (см. табл. 3) показывают, что эти влияния огромные и под их воздействием в деформируемой твердой среде не могут распространяться упругие объемные волны с действительной скоростью. Нижние индексы P указывают, что эти значения относятся к продольным, а S — к поперечным волнам. Вопреки изложенному из данных рис. 1, а, б и численных результатов, указанных в первом и четвертом столбцах табл. 3, следует, что в PREM в условиях $P \geq 2\mu$ скорости продольных и поперечных упругих волн в шаре приняты как действительные. Это еще раз показывает, что данные о физико-механических, акустических и плотностных характеристиках в теоретических моделях должны распределяться согласно соответствующим требованиям механики деформируемых сред с начальными напряжениями с учетом нелинейных законов состояния. Полученные конкретные результаты относятся к данным внутреннего ядра. С другой стороны, они предсказывают, что при решении вопроса о распределении физико-механических параметров сред мантии и литосферы также необходимо обработать и интерпретировать соответствующую геолого-геофизическую информацию на базе нелинейных (хотя бы в пределах НЛТ) теорий с учетом предварительной деформированности среды.

Данные о составе материала внутреннего ядра указывают на его анизотропию (см. рис. 1, б) [Litasov, Shatskiy, 2016]. Естественно, что в анизотропной среде вследствие малости сдвиговых жесткостей явление "внутренней" неустойчивости будет проявляться при значительно меньших уровнях нагрузок и деформации, чем в изотропных приближениях.

Т а б л и ц а 3

C_{l0}^2 , км/с	$2P/\rho K_P^R$, км/с	C_l^2 , км/с	C_{s0}^2 , км/с	$2P/\rho K_S^R$, км/с	C_s^2 , км/с
121,44	$\frac{-4566,81}{-6556,41}$	$\frac{-4445,37}{-6434,97}$	12,25	$\frac{-2780,80}{-2984,41}$	$\frac{-2768,56}{-2972,16}$

Заметим, что приведенные в данной статье результаты получены без учета влияния температуры, распределение которой показано на рис. 1, а. Учет температурных влияний на критические величины неустойчивости еще более усугубляет положение. Под действием температурных полей процесс неустойчивости реализуется при существенно низком уровне давлений. Поэтому учет температуры не будет оказывать качественное влияние на вывод о недостаточности интерпретации геофизических данных в пределах классической теории. Учет температуры необходим при решении конкретных задач локального распределения рассматриваемых параметров.

Работа выполнена в рамках научно-исследовательской программы НАНА по теме "Комплекс теоретических и экспериментальных исследований междисциплинарных проблем геомеханики", утвержденной Постановлением Президиума Национальной Академии Наук Азербайджана № 5/3 от 11 февраля 2015 г. (2015—2017 гг.).

Список литературы

- Абасов М.Т., Кулиев Г.Г., Джеваншир Р.Д. Модель развития литосферы. *Вестник РАН*. 2000. Т. 70. № 2. С. 129—135.
- Авсюк Ю.Н. Внеземные факторы, воздействующие на тектоногенез. В кн.: *Фундаментальные проблемы общей тектоники*. Москва: Научный мир, 2001. С. 425—443.
- Авсюк Ю.Н. О движении внутреннего ядра. *Докл. АН СССР*. 1973. Т. 212. № 5. С. 1103—1105.
- Буллен К.Е. Плотность Земли. Москва: Мир, 1978. 442 с.
- Гузь А.Н. Механика разрушения композитных материалов при сжатии. Киев: Наук. думка, 1989. 632 с.
- Гузь А.Н. Основы трехмерной теории устойчивости деформируемых тел. Киев: Выща школа, 1986а. 511 с.
- Гузь А.Н. Упругие волны в телах с начальными напряжениями. Т. 2. Закономерности распространения. Киев: Наук. думка, 1986б. 536 с.
- Гузь А.Н. Устойчивость упругих тел при всестороннем сжатии. Киев: Наук. думка, 1979. 144 с.
- Жарков В.Н. Физика земных недр. Москва: Наука и образование, 2012. 384 с.
- Кулиев Г.Г. Нелинейные действия упругой среды и их влияния на скорость распространения упругих волн. *Изв. НАНА. Сер. Науки о Земле*. 2009. № 2. С. 31—39.
- Кулиев Г.Г. Деформации, обусловленные процессами уплотнения, разуплотнения и фазовыми переходами во внутренних структурах Земли. *Геофиз. журн*. 2013. Т. 35. № 3. С. 166—176.
- Кулиев Г.Г. Основы математической теории устойчивости скважин. Баку: Элм, 1988. 170 с.
- Кулиев Г.Г., Аскеров А.Д. Решение нелинейной задачи о приращении плотности среды глубин Земли и его неустойчивость. *Изв. НАНА. Сер. Науки о Земле*. 2007. № 1. С. 38—50.
- Кусков О.Л., Хитаров Н.И. Термодинамика и геохимия ядра и мантии Земли. Москва: Наука, 1982. 279 с.
- Левин Б.В. Роль движений внутреннего ядра Земли в тектонических процессах. В кн.: *Фундаментальные проблемы общей тектоники*. Москва: Научный мир, 2001. С. 444—460.
- Литасов К.Д., Шацкий А.Ф. Современные представления о составе ядра Земли. *Геология и геофизика*. 2016. Т. 57. № 1. С. 31—62. doi: 10.15372/GiG20160103.

- Лобковский Л.И., Никишин А.М., Хаин В.Е. Современные проблемы геотектоники и геодинамики. Москва: Научный мир, 2004. 612 с.
- Ляв А.И. Математическая теория упругости. Москва: ОНТИ, 1935. 676 с.
- Моложенский М.С. Гравитационное поле. Фигура и внутреннее строение Земли. Москва: Наука, 2001. 569 с.
- Пуцаровский Ю.М., Пуцаровский Д.Ю. Когда, как и почему образовались геосферы Земли. *Природа*. 2011. № 5. С. 25—31.
- Работнов Ю.Н. Механика деформируемого твердого тела. Москва: Наука, 1988. 712 с.
- Саговский М.А., Николаев А.В. Новые методы сейсмической разведки. Перспективы развития. *Вестник АН СССР*. 1982. № 1. С. 57—64.
- Сегов Л.И. Механика сплошной среды. Т. 1. Москва: Наука, 1970. 492 с.
- Сорохтин О.Г., Ушаков С.А. Развитие Земли. Москва: Изд-во Моск. ун-та, 2002. 506 с.
- Трусделл К. Первоначальный курс рациональной механики сплошных сред. Москва: Наука, 1975. 529 с.
- Akbarov S.D., 2015. Dynamics of pre-strained bi-material elastic systems: linearized three-dimensional approach. Switzerland: Springer, 1004 p. doi: 10.1007/978-3-319-14460-3.
- Akbarov S.D., 2013. Stability loss and buckling delamination: three-dimensional linearized approach for elastic and viscoelastic composites. Berlin: Springer, 448 p. doi: 10.1007/978-3-642-30290-9.
- Anderson D.L., 2007. New theory of the Earth. New York, Cambridge: University Press, 385 p.
- Anderson O.L., 1995. Equations of state of solids for geophysics and ceramic science. New York: Oxford University Press., 240 p.
- Biot M.A., 1965. Mechanics of incremental deformation. New York: Willey, 506 p.
- Birch F., 1952. Elasticity and constitution of the Earth's interior. *J. Geophys. Res.* 57(2), 227—286. doi: 10.1029/JZ057i002p00227.
- Deuss A., 2014. Heterogeneity and anisotropy of Earth's inner core. *Annu. Rev. Earth Planet. Sci.* 42, 103—126. doi: 10.1146/annurev-earth-060313-054658.
- Dobretsov N.L., Shatskiy A.F., 2012. Deep carbon cycle and geodynamics: the role of the core and carbonatite melts in the lower mantle. *Russian Geology and Geophysics* 53(11), 1117—1132. doi: 10.1016/j.rgg.2012.09.001.
- Dziewonski A.M., Anderson D.L., 1981. Preliminary reference Earth model. *Phys. Earth Planet. Int.* 25(4), 297—356. doi: 10.17611/DP/9991844.
- Guliyev H.H., 2010. A new theoretical conception concerning the tectonic processes of the Earth. *New Concepts in Global Tectonics Newsletter* (56), 50—74.
- Guliyev H.H., 2011. Fundamental role of deformations in internal dynamics of the Earth. *New Concepts in Global Tectonics Newsletter* (61), 33—50.
- Kennett B.L.N., Engdahl E.R., 1991. Traveltimes for global earthquake location and phase identification. *Geophys. J. Int.* 105(2), 429—465. doi: 10.1111/j.1365-246X.1991.tb06724.x.
- Kennett B.L.N., Engdahl E.R., Buland R., 1995. Constraints on seismic velocities in the Earth from traveltimes. *Geophys. J. Int.* 122(1), 108—124. doi: 10.1111/j.1365-246X.1995.tb03540.x.
- Kuliev G.G., 1988. A new approach to calculation of the theoretical ultimate strength of materials. *Strength of materials* 20(5), 623—629. doi: 10.1007/BF01528552.

- Molodenskii S.M., 2010. Correctives to the scheme of the Earth's structure inferred from new data on nutation, tides, and free oscillations. *Izvestiya, Physics of the Solid Earth* 46(7), 555—579. doi: 10.1134/S1069351310070013.
- Molodenskii S.M., Molodenskaya M.S., 2015. Attenuation of free spheroidal oscillations of the Earth after the $M = 9$ Earthquake in Sumatra and the super-deep Earthquake in the Sea of Okhotsk: I. the Admissible Q -factor range for the fundamental mode and overtones of the free spheroidal oscillations. *Izvestiya, Physics of the Solid Earth* 51(6), 821—839. doi: 10.1134/S1069351315060051.
- Molodenskii S.M., Molodenskii M.S., 2015. Attenuation of free spheroidal oscillations of the Earth after the $M = 9$ Earthquake in Sumatra and super-deep earthquake in the Sea of Okhotsk: II. interpretation of the observed Q -factor. *Izvestiya, Physics of the Solid Earth* 51(6), 840—856. doi: 10.1134/S1069351315060063.
- Morelli A., Dziewonski A.M., 1993. Body-wave traveltimes and a spherically symmetric P - and S -wave velocity model. *Geophys. J. Int.* 112(2), 178—194. doi: 10.1111/j.1365-246X.1993.tb01448.x.
- Nimmo F., 2015. Energetics of the core. Vol. 8. In: *Treatise on geophysics (second edition)*. Oxford: Elsevier, 27—55. <http://dx.doi.org/10.1016/B978-0-444-53802-4.00139-1>.
- Souriau A., Calvet M., 2015. Deep earth structure: The Earth's cores. V. 1. In: *G. Schubert (Editor-in-Chief). Treatise on geophysics (second edition)*. Oxford: Elsevier, 725—757. <http://dx.doi.org/10.1016/B978-0-444-53802-4.00020-8>.
- Sumita I., Bergman M.I., 2007. Inner-Core Dynamics. Vol. 8. In: *Treatise on Geophysics*. Oxford: Elsevier, 299—318. <http://dx.doi.org/10.1016/B978-0-444-52748-6.00132-2>.
- Thurston R., Brugger K., 1964. Third-order elastic constants and velocity of small amplitude elastic waves in homogeneously stressed media. *Phys. Rev.* 133(6A), 1604—1610. doi:<http://dx.doi.org/10.1103/PhysRev.133.A1604>.

Analysis of results of interpretation of elastic parameters of solid core of the Earth from the standpoint of current geomechanics

© H.H. Guliyev, 2017

It follows from the basic principles of mechanics of deformable solids relating to the strength, stability and propagation of elastic waves that the inner core of the Earth cannot exist in the form of a spherical structure in the assumed thermobaric conditions and calculation values of physico-mechanical parameters. Pressure level reaches a value that is significantly greater than the theoretical limit of medium strength in the model approximations at the surface of the sphere of the inner core. On the other hand, equilibrium state of the sphere is unstable by the geometric forming at much lower loads under the influence of the "dead" surface loads. In case of the action of "follower" loads, the assumed pressure value on the surface of the sphere is comparable with the value of the critical load of "internal" instability. In these cases, due to the instability of the equilibrium state, propagation of homogeneous deformations becomes uneven in the sphere. Moreover, the elastic waves with actual velocity cannot propagate in such conditions in solid medium. Violation of these fundamental conditions of mechanics needed in determining the physical and mechanical properties of the medium must be taken into account in the integrated interpretations of seismic and laboratory (experimental) data. In this situation, application of linear elasticity theory and elastic waves, despite compliance with the required integral conditions on the mass, moment of inertia and natural oscillations of the Earth, does not ensure the reliability of results on the structure and composition of the Earth's core.

Key words: Earth's core, high pressure, instability, elastic waves with actual velocity.

References

- Abasov M. T., Kuliev G. G., Dzhevanshir R. D., 2000. Development model of the Lithosphere. *Vestnik RAN* 70(2), 129—135 (in Russian).
- Avsyuk Yu. N., 2001. Extraterrestrial factors affecting tectogenesis. In: *Fundamental problems of global tectonics*. Moscow: Nauchnyy Mir, 425—443 (in Russian).
- Avsyuk Yu. N., 1973. Motion of the inner core. *Doklady AN SSSR* 212(5), 1103—1105 (in Russian).
- Bullen K. E., 1978. The density of the Earth. Moscow: Mir, 442 p. (in Russian).
- Guz A. N., 1989. Fracture mechanics of composite materials under compression. Kyiv: Naukova Dumka, 632 p. (in Russian).
- Guz A. N., 1986a. Fundamentals of three-dimensional theory of stability of deformable bodies. Kiev: Vishcha shkola, 511 p. (in Russian).
- Guz A. N., 1986b. Elastic waves in bodies with initial stresses. Vol. 2. Propagation patterns. Kiev: Naukova Dumka, 536 p. (in Russian).
- Guz A. N., 1979. Stability of elastic bodies under uniform compression. Kiev: Naukova Dumka, 144 p. (in Russian).
- Zharkov V. N., 2012. Physics of the Earth's interior. Moscow: Nauka i obrazovaniye, 384 p. (in Russian).
- Guliyev H. H., 2009. Nonlinear actions of elastic medium and their effect on the propagation velocity of elastic waves. *Izvestiya NANA. Ser. Nauki o Zemle* (2), 31—39 (in Russian).
- Guliyev H. H., 2013. Deformations, corresponding to processes of consolidation, deconsolidation and phase transitions in internal structures of the Earth. *Geofizicheskiy zhurnal* 35(3), 166—176 (in Russian).
- Kuliev G. G., 1988. Fundamentals of the mathematical theory of the stability of wells. Baku: Elm, 170 p. (in Russian).
- Guliyev H. H., Askerov A. D., 2007. The solution of nonlinear problem on increase of environment density of the Earth depths and its instability. *Izvestiya NANA. Ser. Nauki o Zemle* (1), 38—50 (in Russian).
- Kuskov O. L., Khitarov N. I., 1982. Thermodynamics and geochemistry of the core and mantle of the Earth. Moscow: Nauka, 279 p. (in Russian).
- Levin B. V., 2001. The role of the Earth's inner core movements in the tectonic processes. In: *Fundamental problems of global tectonics*. Moscow: Nauchnyy Mir, 444—460 (in Russian).
- Litasov K. D., Shatskiy A. F., 2016. Composition of the Earth's core: A review. *Russian Geology and Geophysics* 57(1), 22—46. doi: 10.1016/j.rgg.2016.01.003.
- Lobkovskiy L. I., Nikishin A. M., Khain V. E., 2004. Modern problems of geotectonics and geodynamics. Moscow: Nauchnyy Mir, 612 p. (in Russian).
- Lyav A. I., 1935. The mathematical theory of elasticity. Moscow: The combined scientific and technical publishing, 676 p. (in Russian).
- Molodenskiy M. S., 2001. The gravitational field. The figure and the internal structure of the Earth. Moscow: Nauka, 569 p. (in Russian).
- Pushcharovskiy Yu. M., Pushcharovskiy D. Yu., 2011. When, how and why were the Earth's geospheres formed. *Priroda* (5), 25—31 (in Russian).

- Rabotnov Yu.N., 1988. Mechanics of Deformable Solids. Moscow: Nauka, 569 p. (in Russian).
- Sadovskiy M.A., Nikolaev A.V., 1982. New methods of seismic exploration. Prospects of development. *Vestnik AN SSSR* (1), 57—64 (in Russian).
- Sedov L.I., 1970. Mechanics of the continuum medium. Vol. 1. Moscow: Nauka, 492 p. (in Russian).
- Sorokhtin O.G., Ushakov S.A., 2002. Earth Development. Moscow: MGU Publ. House, 506 p. (in Russian).
- Trusdell K., 1975. Initial course of rational mechanics of continuum media. Moscow: Nauka, 529 p. (in Russian).
- Akbarov S.D., 2015. Dynamics of pre-strained bi-material elastic systems: linearized three-dimensional approach. Switzerland: Springer, 1004 p. doi: 10.1007/978-3-319-14460-3.
- Akbarov S.D., 2013. Stability loss and buckling delamination: three-dimensional linearized approach for elastic and viscoelastic composites. Berlin: Springer, 448 p. doi: 10.1007/978-3-642-30290-9.
- Anderson D.L., 2007. New theory of the Earth. New York, Cambridge: University Press, 385 p.
- Anderson O.L., 1995. Equations of state of solids for geophysics and ceramic science. New York: Oxford University Press., 240 p.
- Biot M.A., 1965. Mechanics of incremental deformation. New York: Willey, 506 p.
- Birch F., 1952. Elasticity and constitution of the Earth's interior. *J. Geophys. Res.* 57(2), 227—286. doi: 10.1029/JZ057i002p00227.
- Deuss A., 2014. Heterogeneity and anisotropy of Earth's inner core. *Annu. Rev. Earth Planet. Sci.* 42, 103—126. doi: 10.1146/annurev-earth-060313-054658.
- Dobretsov N.L., Shatskiy A.F., 2012. Deep carbon cycle and geodynamics: the role of the core and carbonatite melts in the lower mantle. *Russian Geology and Geophysics* 53(11), 1117—1132. doi: 10.1016/j.rgg.2012.09.001.
- Dziewonski A.M., Anderson D.L., 1981. Preliminary reference Earth model. *Phys. Earth Planet. Int.* 25(4), 297—356. doi: 10.17611/DP/9991844.
- Guliyev H.H., 2010. A new theoretical conception concerning the tectonic processes of the Earth. *New Concepts in Global Tectonics Newsletter* (56), 50—74.
- Guliyev H.H., 2011. Fundamental role of deformations in internal dynamics of the Earth. *New Concepts in Global Tectonics Newsletter* (61), 33—50.
- Kennett B.L.N., Engdahl E.R., 1991. Traveltimes for global earthquake location and phase identification. *Geophys. J. Int.* 105(2), 429—465. doi: 10.1111/j.1365-246X.1991.tb06724.x.
- Kennett B.L.N., Engdahl E.R., Buland R., 1995. Constraints on seismic velocities in the Earth from traveltimes. *Geophys. J. Int.* 122(1), 108—124. doi: 10.1111/j.1365-246X.1995.tb03540.x.
- Kuliev G.G., 1988. A new approach to calculation of the theoretical ultimate strength of materials. *Strength of materials* 20(5), 623—629. doi: 10.1007/BF01528552.
- Molodenskii S.M., 2010. Correctives to the scheme of the Earth's structure inferred from new data on nutation, tides, and free oscillations. *Izvestiya, Physics of the Solid Earth* 46(7), 555—579. doi: 10.1134/S1069351310070013.
- Molodenskii S.M., Molodenskaya M.S., 2015. Attenuation of free spheroidal oscillations of the Earth after the $M = 9$ Earthquake in Sumatra and the super-deep Earthquake in the Sea of Okhotsk: I.

- the Admissible Q -factor range for the fundamental mode and overtones of the free spheroidal oscillations. *Izvestiya, Physics of the Solid Earth* 51(6), 821—839. doi: 10.1134/S1069351315060051.
- Molodenskii S.M., Molodenskii M.S., 2015. Attenuation of free spheroidal oscillations of the Earth after the $M = 9$ Earthquake in Sumatra and super-deep earthquake in the Sea of Okhotsk: II. interpretation of the observed Q -factor. *Izvestiya, Physics of the Solid Earth* 51(6), 840—856. doi: 10.1134/S1069351315060063.
- Morelli A., Dziewonski A.M., 1993. Body-wave traveltimes and a spherically symmetric P - and S -wave velocity model. *Geophys. J. Int.* 112(2), 178—194. doi: 10.1111/j.1365-246X.1993.tb01448.x.
- Nimmo F., 2015. Energetics of the core. Vol. 8. In: *Treatise on geophysics (second edition)*. Oxford: Elsevier, 27—55. <http://dx.doi.org/10.1016/B978-0-444-53802-4.00139-1>.
- Souriau A., Calvet M., 2015. Deep earth structure: The Earth's cores. V. 1. In: G. Schubert (Editor-in-Chief). *Treatise on geophysics (second edition)*. Oxford: Elsevier, 725—757. <http://dx.doi.org/10.1016/B978-0-444-53802-4.00020-8>.
- Sumita I., Bergman M.I., 2007. Inner-Core Dynamics. Vol. 8. In: *Treatise on Geophysics*. Oxford: Elsevier, 299—318. <http://dx.doi.org/10.1016/B978-044452748-6.00132-2>.
- Thurston R., Brugger K., 1964. Third-order elastic constants and velocity of small amplitude elastic waves in homogeneously stressed media. *Phys. Rev.* 133(6A), 1604—1610. doi: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRev.133.A1604>.