

## Дослідження математичного мислення як творчого процесу

У статті розглядається питання психологічної сутності творчого математичного мислення. Описано сучасні наукові підходи до дослідження творчого мислення, виокремлено наукові позиції стосовно феномену творчості. Акцентується увага на неоднозначності позицій науковців стосовно деяких аспектів творчого мислення. Підкреслено виняткову роль математичної діяльності як предмета дослідження мислення людини взагалі. Виокремлено ідентифікаційні ознаки такої діяльності та сутність мислення людини в галузі математики. Описано її складові та означено ті аспекти дослідження творчого математичного мислення, які є не вивченими і представляють інтерес для з'ясування змісту мисленнєвої творчості і творчого математичного мислення зокрема.

**Ключові слова:** творчість, математичне мислення, творче математичне мислення, логічний компонент, інтуїтивний компонент, символічний компонент, числовий компонент, просторовий компонент.

В статье рассматриваются вопросы, связанные с психологической сущностью творческого математического мышления. Описаны современные научные подходы к исследованию творческого мышления, выделены научные позиции, касающиеся феномена творчества. Акцентируется внимание на неоднозначности позиций ученых относительно некоторых аспектов творческого мышления. Подчеркнута особую роль математической деятельности как предмета исследования мышления человека вообще. Выделены идентификационные признаки такой деятельности и сущность мышления человека в отрасли математики. Описаны ее составляющие и определены те аспекты исследования творческого математического мышления, которые не изучены и представляют интерес для выяснения содержания мыслительного творчества вообще и творческого математического мышления в частности.

**Ключевые слова:** творчество, математическое мышление, творческое математическое мышление, логический компонент, интуитивный компонент, символічний компонент, числовой компонент, пространственный компонент.

Значущість вивчення психологією проблеми творчого мислення зумовлюється тим, що її розробка створює підґрунтя для формування особистості, що здатна вирішувати творчі нестандартні завдання. Не випадково вона привертала й привертає увагу багатьох вчених: Г.С.Костюка, С.Л.Рубінштейна, А.В.Брушлінського,

О.М.Леонтєва, О.К.Тихомирова, Д.Б.Богоявленської, Л.Л.Гурової, О.М.Матюшкіна, В.О.Моляко, Я.О.Пономарьова, А.Ф.Есаулова, І.С.Якиманської і ще багатьох інших. Їх праці є вагомим внеском у розробку основних теоретичних і практичних положень, що до сутності творчого мислення, його процесів. Проте сьогодні в психології ще не склалась струнка теорія цієї важливої проблеми.

Водночас упродовж усього ХХ століття спостерігається збільшення ролі математики в розвитку практично всіх наук, вона фактично стала важливою складовою пізнання. Математика поступово перестає утворювати вузьку спільноту людей, зв'язаних один з одним таїнствами, в яких, крім них, ніхто не допущений. Це також зумовлює актуальність дослідження становлення математичного мислення різних вікових категорій (дошкільники, школярі, студенти тощо), різних фахів (інженери, хіміки, медики, психологи, математики тощо) та різних фахових рівнів (до-професійний, професійний тощо). Адже, як свого часу зауважив німецький математик Г.Хассе: “Математика має свої “останні квартети Бетховена”, які існують тільки для знавців, але в ній існують і свої “шубертові наспіви”, доступні безпосередньо всім” [Цит. за 29, с. 229].

Математизація знань – це природний процес, що дозволяє, зокрема, заощаджувати різні ресурси, потрібні для розв'язання виникаючих проблем. Слід наголосити, що саме мислення є, так би мовити, спільною сферою математики й психології в плані спеціальних досліджень, адже добре відомо, наприклад, що багато визначних дослідників, таких, як Р.Декарт, Г.Лейбніц, В.Вундт, Ж.Адамар, А.Пуанкаре, Г.Гельмгольц та інші, внесли значний вклад як у математику, так і в психологію. Тим більше, коли в наш час математика рухається до нових ідей, що виходять за межі стандартних теоретико-множинних уявлень, стає очевидною організаційна роль психології в розвитку математики як різновиду наукової творчості.

З'ясування сутності психологічних аспектів творчого математичного мисленнєвого процесу залишається актуальною **проблемою** на сьогодні. **Мета** даної статті – проаналізувати специфічні аспекти функціонування творчого математичного мислення та сформулювати подальші аспекти його дослідження психологами.

**Аналіз наукових досліджень творчого мислення.** Творча сутність людини проявляється у вирішенні нових проблем, труднощів, завдань, вимог. Вона багатогранна і поділяється на багато видів: наукова, технічна, літературна, музична, образотворча, ігрова, навчальна, побутова, військова, управлінська,

ситуативна, комунікативна і т.п. Зрозуміло, що такий поділ має умовний характер. Людині часто доводиться вирішувати нові завдання в різних галузях. Однак, як влучно зауважує Д.Б.Богоявленська: "... творчість , будучи вищим проявом феномену "Людина", найменше вивчена" [4, с. 5].

Здійснюючи хронікально-проблематичний аналіз літератури, присвяченої творчому мисленню, слід зауважити, що проблема *критеріїв диференціювання діяльності на творчу і нетворчу* є однією зі складних проблем психології, адже феноменологія творчості досить широка й неоднорідна, а специфіка її власної природи – спонтанний характер – робить її "невловимою" для природничо-наукових методів дослідження. Ця спонтанність пов'язана з неможливістю прогнозування моменту осяяння і з тим фактом, що ідея розв'язку не завжди прямо пов'язана з проблемою, яка розв'язується.

У літературі зустрічаються означення її як "*нешаблонної*", "*нестандартної*" діяльності [наприклад, 2; 5; 8], що вимагає роз'яснень того, що вважати стандартною, шаблонною діяльністю. Крім того, використання таких термінів стосується швидше продукту творчості, а не процесу. Частіше за все творчу діяльність визначають через *новизну*, що є емпіричним узагальненням, яке не залежить від специфіки різних форм творчості і констатує спільне в них. Однак визначення творчості як діяльності, що спрямована на пошук чогось нового, не є чітким. З одного боку його можна застосовувати до будь-якого процесу діяльності, крім вузького кола вкрай автоматизованих дій, а, з іншого боку, як указує Я.О.Пономарьов, таке означення не позбавляє смислу вираз "творчість природи", отже потребує конкретизації: "... творчість – діяльність людини, яка створює нові матеріальні й духовні цінності, що є суспільно значущими" [29, с. 54]. Тому у зарубіжній та вітчизняній літературі *творчість* у широкому розумінні розглядається як *вид людської діяльності, що народжує щось якісно нове із суб'єктивної точки зору* того, хто займається цією діяльністю і є суспільно значущим. Творить і видатний винахідник, створюючи новий прилад, якого не існує в природі, і винахідник-початківець, що створює пристрій, який уже створений до нього, але йому невідомий, і учень, що оригінально розв'язує задачу.

Творчий процес має свої конкретно-психологічні характеристики, що відрізняє його від звичайної трудової діяльності. Однією з найважливіших і найсуперечливіших психологічних характеристик творчого процесу є *обсяг образних компонентів*. Адже жорсткість слів і класифікацій призводить до відсутності гнучкості

в поглядах на речі. Уникнути жорсткості слів можна замінивши їх зоровими образами, адже зорові образи володіють значно більшою рухливістю й пластичністю. Візуальна мова мислення використовує лінії, діаграми, кольори, графіки тощо для ілюстрації співвідношень. Дослідники справедливо відзначають широке використання візуалізації, вказують на різну роль і місце образів у процесі розв'язання творчих завдань.

Іншою важливою психологічною закономірністю творчої діяльності є *зміна підходу до знайденого розв'язку*: знайти розв'язання часто спочатку здається неможливо, а знайшовши, його оцінюють як тривіальне. [1, 7]. Окрім того, при розв'язанні творчих завдань характерним є утворення й фіксація установки [5], оскільки при розв'язанні творчої задачі необхідно мати будь-яку гіпотезу і тому виправданим стає будь-яке припущення. А далі, "... те тимчасове і наче попереднє пояснення, яке дають на перших порах більшості ситуацій, із часом перетворюється в єдино можливе, особливо, коли йому сприяє успіх" [5, с. 64].

Особливістю творчих розв'язань є і те, що їх часто *отримують у результаті переходу від очевидного способу аналізу явищ до менш очевидного*. Це потребує зміщення акценту уваги [1, 5, 26, 27].

Взагалі в науковій літературі творчу діяльність характеризують, орієнтуючись або на *суб'єкт творчості*, або на *продукт творчості*, або на *умови перебігу творчого процесу*. Зрозуміло, що центром творчості є особа, суб'єкт із його мотивацією творчої діяльності, його емоційним забарвленням цього процесу. Суб'єкт творчості є найбільш дослідженим у психології, водночас продукт, умови творчості майже не досліджуються.

Стосовно дослідження математичної творчості, варто наголосити на такій специфіці. У математиці, як і у будь-якій науці, *зміст відкриття* тих чи інших законів чи закономірностей *повинен бути однозначним*, хоч до них може прийти і кілька вчених, кожен своїм шляхом, і при цьому кожен може запропонувати своє формулювання результату, в той час як, наприклад, результат творчого процесу в мистецтві не є однозначним. У мистецтві будь-яка задача має нескінчену кількість розв'язків. У технічній творчості може з'явитися декілька варіантів розв'язку задачі і кожен із них може бути правильним (більше чи менше економічно вигідним, чи технічно можливим), але їх кількість обмежена.

Слід зауважити, що початок теоретичних і експериментальних досліджень мислення був пов'язаний з пошуком науково-психологічних методів його творчої специфіки. З цієї точки зору цікавою

є позиція Я.О.Пономарьова.: "Власне мислення завжди творче. Воно виникає в ситуаціях задач, для розв'язання яких у суб'єкта немає готових засобів. Його мета – пошук зміни умов ситуації для задоволення потреби" [29, с. 194]. Мислення людини не лише відображає світ, але й творить його, воно необхідне для пізнання існуючої реальності і для створення чогось нового, раніше невідомого.

Нагадаємо, що пізнавальна діяльність, починаючись із відчуттів і сприймання, переходить у мислення. Це відбувається тоді, коли необхідно виявити в предметах і явищах такі властивості, зв'язки, відношення, яких не можна безпосередньо відчутти, сприйняти, уявити. Тобто за допомогою мислення людина виходить за межі чуттєвого пізнання, здійснює подальше, більш глибоке, пізнання зовнішнього світу. В реальності чуттєве пізнання переходить у мислення, і навпаки. Цей процес безперервний. Пізнаючи невідоме, незрозуміле, людина зіставляє нові факти з уже пізнаними, узагальнює їх, робить висновки, які перевіряє практикою. "Мислення являє собою процес упорядкованого й узагальненого відображення людиною предметів і явищ об'єктивної дійсності в їх істотних властивостях, зв'язках і відношеннях" [17, с. 195 ].

Мислення є предметом дослідження багатьох наук: філософії, соціології, логіки, фізіології, кібернетики, психології, педагогіки і т. д. Філософію цікавить мислення перш за все як кінцевий продукт пізнавальної діяльності людини. Підходячи до мислення як до суспільно-історичного процесу, філософи вбачають у ньому родову властивість людини. Соціологія досліджує історичний розвиток процесів пізнання, а отже, і мислення залежно від соціальної структури різних суспільств. Конкретизуючи характерні для соціології підходи, наукознавство також вивчає мислення – мислення в науковій діяльності. Логіка аналізує правильне, істинне мислення, що виражене у формі поняття, судження, висновку. Логічне дослідження мислення – це дослідження процесу відтворення існуючого предмета в понятті, це дослідження готової думки, незалежно від волі й свідомості того, хто її продукує. Природничий цикл наук також уніс свій внесок у дослідження мислення. Зокрема, фізіологія вищої нервової діяльності вивчає динаміку нервових процесів, за допомогою яких здійснюється людське мислення, реалізуються його функції. Для педагогіки категорія мислення є однією з найважливіших. Маючи своїм завданням формування всебічно розвиненої особистості, педагогіка розглядає мислення як дійовий інструмент на шляху до цього. У

XX столітті мислення почало інтенсивно вивчатися кібернетикою і, зокрема, її галуззю, що зветься “штучний інтелект”. В цьому випадку мислення – це інформаційний процес, а дослідженню підлягає те спільне, що є у роботі електронно-обчислювальної машини й мисленні людини. Тобто кожна наука виділяє свій бік багатогранного мисленнєвого процесу і досліджує його своїми методами. Це ж властиво і психології.

*Дослідження мислення у психології* тісно пов’язане з окресленими вище проявами цього феномену. Разом із цим, можна вичленити певну специфіку психологічного вивчення мислення. На відміну від філософії, психологія **вивчає процес мислення конкретної людини**. Вивчення реального (не обов’язково правильного, як у логіці) мислення відбувається на основі встановлення закономірностей його перебігу, відмінностей від інформаційних процесів, що реалізуються технічними пристроями.

Людське мислення полісистемне. Психологія вивчає різні його види: словесно-логічне, наочно-дійове, образне; теоретичне і практичне; інтуїтивне і аналітичне; реалістичне і аутичне; продуктивне і репродуктивне і т.п. При цьому в полі зору психологів знаходяться питання про взаємозв’язок мислення з іншими психічними явищами; питання про етапність процесу мислення, про зміст його операцій, про особистісний аспект цього явища, про специфіку його перебігу при розв’язанні різних пізнавальних задач і ще багато інших психологічних проблем.

Одна з найбільш відомих теоретичних розробок проблеми мислення належить С.Л.Рубінштейну. З точки зору С.Л.Рубінштейна, мислення є процесом, результати якого у вигляді понять і знань самі включаються в його подальший перебіг. Він висуває як головну ланку мислення особливу форму аналізу через синтез і називає її “основним нервом процесу мислення”: “Говорячи коротко і, тому, загально, грубо, ця основна форма аналізу, основний нерв процесу мислення полягає в наступному: об’єкт у процесі мислення включається у все нові зв’язки і в силу цього виступає у все нових якостях, які фіксуються в нових поняттях; з об’єкта, таким чином, наче вичерпується все новий зміст; він наче повертається кожного разу іншим боком, в ньому виявляються все нові якості” [31, с. 99].

Базуючись на цьому та враховуючи конкретні завдання психологічної науки, науковцями було поглиблено фундаментальну позицію С.Л.Рубінштейна про мислення. Так, О.М.Леонт’єв запропонував вивчати у мисленнєвій діяльності людини всі ті структурні утворення, які традиційно виділяються в предметно-практичній діяльності: мотив – мета – умова; діяльність – дія –

операція [21]. О.К.Тихомиров указував на важливість того, "...у які саме нові зв'язки, в якому обсязі, в якій послідовності, якими засобами включається об'єкт" [32, с. 8].

О.К.Тихомиров відзначає, що психологічна характеристика процесу мислення (на відміну від логічної) проявляється тоді, коли ставиться запитання про мету, критерії, мотиви й засоби аналізу. "Із нашої точки зору, це не просто "процеси аналізування, синтезування, узагальнення", – як вважав С.Л.Рубінштейн, – але виникнення і складна динаміка емоційних оцінок, невербалізованих смислів, передчуттів, "передгіпотез", зміна установок у ході розв'язання задачі, виникнення й задоволення пізнавальних потреб" [31, с. 6]. Тобто психологічна сутність мислення не може розглядатися поза життєвим досвідом людини. А операції аналізу й синтезу можуть здійснюватися як на рівні автоматизму, так і на рівні високопродуктивної творчості і мають місце як у людини, що стереотипно займається своєю професійною діяльністю, так і у новатора в широкому розумінні цього слова.

Мислення вивчається психологією як процес і як кінцевий результат. Воно *розгортається в часі і є певним проявом суб'єкта*. Мислення як процес досліджується, зокрема, у роботах А.В.Брушлінського. Учений стверджує, що минулий досвід людини не може безпосередньо й повністю визначити весь подальший хід подій. У своєму мисленні людина опирається на нею ж упорядкований досвід, тобто лише в ході самого мислення утворюються внутрішні умови для його подальшого розвитку, які, у свою чергу, забезпечують нові кроки мислення [6]. О.М.Матюшкін вважає, що необхідність у мисленні виникає в тих випадках, коли людина стикається з деякими новими умовами, в яких вона не може реалізувати відомі ідеї старими методами, коли вона мусить знайти новий метод дії [24].

Продовжуючи цю думку, А.Ф.Есаулов зазначає, що мислення потрібне не лише в ситуаціях обмежених готовими цілями. Продуктивна природа процесу мислення проявляється в тому, що цей процес безмежно далеко виходить за межі подібних ситуацій. Резерви прихованих особливостей людського мозку проявляються не у формальному застосуванні раніше отриманих знань, а в умінні довільно вибирати відправну точку мислення. Ця точка в реальному мисленневому процесі ніколи не задана в готовому вигляді, вона повинна бути виявлена самим суб'єктом, у протилежному випадку це вже не буде називатися продуктивним мисленням. Вчений акцентував увагу на створенні й розриві тимчасових зв'язків досліджуваного об'єкта із системою наявних знань суб'єкта.

А.Ф.Есаулов дійшов висновку, що багатогранне здійснення таких зв'язків та їх розрив становить найвищий ступінь розуму, що веде до його найбільш продуктивних проявів [36].

Сформована система знань, вмінь, навичок використовується людиною у відповідних умовах. При цьому вони аналізуються, синтезуються і цим самим створюють певні асоціації. П.А.Шеварьов [35], А.М.Лук [23] безпосередньо досліджували складний процес утворення й стирання асоціацій у розумовій діяльності. Крім того, у дослідженнях одиниць мовленнєвого мислення Л.С.Виготським [9], при з'ясуванні ролі мислення у засвоєнні знань Н.Ф.Тализіною [34], при вивченні механізмів мислення А.Ф.Есауловим [37], В.О.Моляко [27] і багатьма іншими науковцями асоціація інтерпретується як суттєва психологічна складова мисленнєвих процесів. Хоч слід наголосити, що в сучасній психології принцип асоціацій не оцінюється як його єдиний, загальний пояснюючий принцип.

Мислення часто розгортається як процес розв'язання задачі, тобто задача перетворюється в предмет мисленнєвої діяльності. Як правило, в задачі виділяють умову й вимогу. Умови задачі мають багатопланову характеристику, яку необхідно врахувати при вивченні процесів мислення при розв'язанні задач. Слід відзначити, що дослідження конкретних аспектів мислення часто здійснюється за допомогою різних, спеціально сконструйованих задач. Мислення – це не просто розв'язання поставлених задач. Сама мета як частина ситуації, може бути структурно осмисленою. Як і окремі операції у реальному процесі мислення, мета повинна функціонувати як частина цілого, що має своє місце і виконує свою роль відповідно до структурних вимог більш широкого контексту. Часто розв'язуючи поставлену задачу, людина зупиняється, усвідомлюючи, що ситуація вимагає зовсім інших дій, зміни самої мети. Тобто *чітке слідування поставленим цілям, наполегливість у їх досягненні не завжди є доцільним* у творчій мисленнєвій діяльності.

На загал, у літературі процес творчого мислення розглядають у феноменологічному, змістовому і структурному аспектах. У першому випадку процес розв'язання творчої задачі подається як набір хаотичних “проб і помилок”, що ведуть до відчуття безвихідності. І лише випадкова догадка приводить мислення до правильного розв'язку [ 21]. У змістовому аспекті процес пошуку характеризується як перехід від одного бачення ситуації до іншого, як переструктурування ситуації, як зміна стратегії, як перебір варіантів. Авторами розроблено для цього багато евристичних прийомів [наприклад 2; 7].



Досліджуючи структурний аспект при розв'язанні творчих задач, науковці виділяють основні фази, етапи, складові процесу знаходження принципу розв'язання і його втілення. Серед перших в літературі зустрічається тристадійна класифікація: усвідомлення й постановка проблеми, розв'язання проблеми, перевірка знайденого розв'язку. Тобто перша стадія – це виникнення проблемної ситуації. Друга стадія – формування гіпотези. Саме тут розкривається значення минулого досвіду, який через узагальнений зміст, що перенесений у нові умови, породжує гіпотези (догадки, ідеї,). Гіпотеза спрямовує розуміння ситуації: через аналіз і синтез вихідних даних на основі знань. Якщо гіпотеза виявляється хибною, вона замінюється іншою, і так до того часу, поки одна з гіпотез не перетвориться в принцип розв'язання, тоді пошук припиняється. До завершальної стадії належить логічне доведення істинності даного судження й перевірка розв'язку.

У наш час розроблено нове розуміння процесу творчого мислення, що включає в себе динаміку і породження смислів, цілей, оцінок, потреб. Зокрема Я.О.Пономарьов зазначає, що продуктивність розв'язання творчої задачі залежить від подолання суб'єктом смислової перешкоди, що утворюється умовою. Спершу задача розуміється нами у найзагальнішому вигляді як стан неорганізованості взаємодіючих компонентів. Процес розв'язання задачі при такому її розумінні відповідає ходу доорганізації системи [29]. У зв'язку з цим, на думку В.К.Зарецького й А.Б.Холмогорової, вузловим є момент звільнення від смислової перешкоди, переформування ситуації. Щоб зрозуміти, як це відбувається, необхідно проаналізувати динаміку руху у предметному змісті задачі. Автори констатують настання моменту, коли задача видається для суб'єкта такою, що не має розв'язку – виникнення "смислової блокади". При цьому підкреслюється, що пошук у стадії "блокування" може завершитися як знаходженням розв'язку, так і відмовою від подальшого пошуку. Тобто за такого підходу пропонується акцентувати увагу на двох подіях: тимчасовому блокуванні процесу й виникненні догадки [16].

Д.Н.Завалішиною проводився аналіз мікроутворень мислення на основі структурного підходу з виділенням суб'єктивно-особистісного і когнітивного рівнів. На її думку, необхідно враховувати, як саме якісні зміни компонентів одного рівня детермінують якісні зміни на іншому рівні. Пануюча думка про первинність регулювання з боку суб'єктивно-особистісних компонентів пізнавальних процесів доповнилась дослідженнями автора про породження змін гносеологічним рівнем мислення [15].

Останні дослідження творчого мислення характеризуються застосуванням системного підходу. Так, І.М.Семенов пропонує розглядати структуру мислення у вигляді рівнів (особистісний, рефлексивний, предметний, операційний), що ієрархічно організовані [33]. Динаміка мисленнєвого процесу при цьому описується як рух усередині одного з рівнів чи як переключення з одного рівня на інший, і, за допомогою характеристики таких переходів, дана модель дозволяє виділити творчі й стандартні процеси мислення. Кожен із виділених рівнів дає можливість вивчати певний аспект мисленнєвої діяльності та творчої мисленнєвої діяльності. *Особистісний компонент* виступає як чинник організації мислення в процесі пошуку розв'язку проблеми через розподіл зусиль. Він забезпечує входження людини в ситуацію, виникнення зовнішньої мотивації, що спрямовується на виконання завдання, оцінювання в процесі пошуку розв'язку власних зусиль, стимуляцію емоційного забарвлення процесу.

З іншого боку, рефлексія забезпечує саморегуляцію й управління перебігом творчої мисленнєвої діяльності через оцінку можливостей і коректування дій. Вона сприяє осмисленню різних локальних моментів пошуку – перешкод, проб, помилок, знахідок, проміжних результатів; зміні стратегій, вибору тактик тощо. Тобто *рефлексивний компонент* організовує мислення через визначення напрямку пізнавальної активності суб'єкта.

На предметному рівні пізнавальної діяльності при розв'язанні задач забезпечується відображення проблемної ситуації, виділяються умови, що створюють проблемну ситуацію, відносяться до певних категорій змістові елементи задачі. *Предметний компонент* організовує мисленнєвий процес за допомогою моделювання проблемного змісту діяльності.

*Операційний рівень* забезпечує реалізацію принципу розв'язання і виступає як чинник організації мислення через визначення процедурних засобів і планування послідовності її застосування. П.Я.Гальперін досліджував предметно-операційну структуру пізнавальної діяльності через метод нормативного аналізу, тобто, процеси мислення вивчалися через співвідношення зі спеціально розробленим ідеальним об'єктом (модель оптимального мисленнєвого процесу) [10]. Цей метод широко використовується й розвивається при дослідженні творчого мислення.

Слід відзначити внесок вітчизняних психологів у розробку теорії творчого мислення [17; 18; 25; 27 та інші]. Зокрема, В.О.Моляко подав і розвинув стратегіально-системний підхід до аналізу розумової діяльності в галузі технічної творчості. Учений

виділяє п'ять основних стратегій розв'язання творчих технічних задач: стратегія пошуку аналогів; стратегія комбінаторних дій; реконструююча стратегія; універсальна стратегія; стратегія випадкових підстановок [27]. Такі стратегії охоплюють розроблені світовою психологією суттєві особливості творчого мислення.

Незважаючи на таке різноманіття концепцій дослідження творчого мислення, а отже і концепцій поділу творчого мисленнєвого процесу на складові, все ж у них *домінує* (явно чи ні) виділення *процесу розуміння задачі, процесу формування розв'язку, процесу апробації мисленнєвих результатів*. Саме на цій позиції стоять автори даної статті, аналізуючи впродовж останнього часу творче математичне мислення.

Але якщо процесу формування гіпотези в основному і присвячені такі дослідження, то процесу розуміння проблеми й перевірки розумових знахідок дослідники рідше приділяють належну увагу, часто розглядаючи їх як допоміжні, фонові процеси. Рідко в літературі можна зустріти спеціальний аналіз процесу розуміння творчої задачі, і мисленнєвої у тому числі, і майже не зустрічається психологічний аналіз перевірки й дослідження сформуваної гіпотези розв'язання.

Вивчення творчого мислення сьогодні включає звернення до досвіду евристичного програмування та кібернетичного моделювання, яке у поєднанні з багатоплановою соціокультурною реальністю утворює орган суспільного розвитку суб'єкта. В досвіді кібернетичного моделювання процесу розв'язання задач знаходять своє відображення ті концептуальні підходи до творчого мислення, які розвинені в психології та гносеології. Важливо відзначити, що ця лінія в аналізі творчості намагається обійтись без суто психологічної, інтроспективної мови і побудувати психологію без "Я". Зіставляючи роботу ЕОМ і творчу діяльність людини, В.Н.Пушкін підкреслює, що евристичне програмування орієнтується на основні положення поведінкової психології: принципи "стимул-реакція", "проб і помилок", а також розглядання процесу розв'язання задач як проходження лабіринту. Для продуктивного мислення людини характерні екстраполяційні задачі з невизначеною областю пошуку, для яких відомі принципи не працюють. О.К.Тихомиров експериментально підтвердив, що ідентичність результатів діяльності машини й людини не означає ідентичності процесів цієї діяльності. Цим самим він висунув поняття процесу як критерію диференціювання мисленнєвої діяльності людини й діяльності ЕОМ. Ученим підкреслено специфічні для людини смислові перетворення ситуації: один і той

самий елемент ситуації виступає для суб'єкта по-різному на різних етапах практичної дії. Було виявлено також роль емоційних реакцій у мисленнєвій діяльності людини, які випереджують вербалізацію розв'язку.

Як бачимо, аналіз літератури свідчить, що на даний час ще існує проблема психологічного вивчення творчої мисленнєвої діяльності. Тобто, *творче мислення*, що проявляється при створенні нового у матеріальній і духовній сферах, вичленено психологією в окремий вид мислення, але ще далеко не пізнане, і його *дослідження є нагальною проблемою сучасної психології мислення*.

**Сутність мислення в галузі математики.** Серед основних питань, що стосуються творчої мисленнєвої діяльності і залишаються недостатньо з'ясованими на даний час, слід відзначити такі, що пов'язані з особливостями творчого мислення в різних галузях науки. Зокрема, це стосується процесуально-динамічної характеристики такого мислення; мисленнєвих тенденцій, прийомів, стратегій, стилів, що мають місце при розв'язанні творчих завдань; методів стимуляції творчого мислення тощо. Дана робота є спробою з'ясувати деякі з цих питань для творчого математичного мислення.

Зміст математичної діяльності можна окреслити як вивчення правил обчислення; дослідження геометричних образів, функцій; з'ясування сутності імовірнісних подій; дослідження дій, спрямованих на граничні переходи і т.д. Але таке представлення математичної діяльності не описує її сутності, а лише вказує на її напрямки. Водночас, зміст біологічної, фізичної, хімічної діяльності можна окреслити тими явищами природи, що вивчають ці науки, не вдаючись до перерахування гілок їх розвитку, для математичної діяльності не існує явищ природи, що були б об'єктом лише її вивчення.

Загально визнаним є той факт, що математика є значно більше ніж просто наука, бо вона є мовою різних наук. Вона стала не лише знаряддям кількісних розрахунків, як було при її зародженні, але і, як зауважує відомий сучасний математик Б.В.Гнеденко, "... методом точного дослідження і формулюванням понять і завдань" [11, с. 3].

Математика як метод пізнання фізичного світу володіє виключною потужністю та ефективністю. Математичний результат має таку властивість, що його можна застосовувати не лише при вивченні якогось певного явища чи процесу, а й використовувати у багатьох інших сферах, фізична природа яких принципово відрізняється від тих, що раніше розглядалися. Саме цим

пояснюється виключна увага науковців до математичної діяльності. Тепер вона більше не ототожнюється лише з обчисленням, вона стала також і особливим методом міркувань.

Розгляд будь-якого явища можливий у тому випадку, коли його вдається вичленити з навколишнього середовища. Виходячи з цього, вивчення математики ззовні можливе при вичлененні її та її зв'язків із наукового, культурного контексту, в які вона вплетена. Це вимагає чіткого окреслення її сутності: сукупності деяких абстрактних форм, що включені до діяльності специфічного типу і функціонують у ній, а не є побічним продуктом на зразок форми вираження змістовного знання. Елементарні математичні структури – це не продукт узагальнення досвіду, а система уявлень, що є формою знання, яка передує досвіду і має принципово інше джерело свого походження. Це дає підстави вичленити основні особливості математичної діяльності (рис. 1).



Рис. 1. Основні особливості математичної діяльності

**Формалізація** полягає в характері галузі дослідження, що властива даній науці. Кожна природнича наука визначається матеріальною специфікою свого предмета, реальними рисами тієї частини дійсності, яку вивчає. До речі, саме так визначає свій предмет і психологія. Явищ природи, які б були об'єктом вивчення математики, але не належали б до явищ фізичних, хімічних, біологічних, соціальних і т.п., не існує. Не наполягаючи на субстанційному існуванні математичних об'єктів, ми можемо говорити про їх реальну значущість. Визначальною ознакою будь-якої математичної дисципліни, завжди є певний формальний метод, що поширюється на різні матеріальні системи, а тому має різні практичні застосування. У свій час видатний математик М.І.Лобачевський зауважив: “Немає жодної галузі математики, якою б

абстрактною вона не була, котра коли-небудь не виявиться застосованою до явищ дійсного світу” [22, с. 21]. Формальні структурні властивості (кількісні співвідношення і просторові форми), в яких існують певні реальні явища, а не їх природа, вирішують, чи можна ці явища дослідити тим чи іншим математичним методом.

Абстрактність понять математики створює широкі можливості використання мови символів. Тому другою особливістю математики є наявність **знакової символіки**. Математичні символи є матеріалізованим утіленням відповідних математичних понять. Математична символіка дає можливість записувати в компактній формі поняття, характеристики, їх властивості. Найзнайоміша форма, в якій наше духовне життя виявляє свою символічну функцію (представлення у знаках) – це мова. По відношенню до математики всі мови вважаються чимось зовнішнім, бо вербально виражені закономірності переводяться на мову математичних знаків. Математичні поняття, символи здатні прижитись у будь-якій мові. “Математика найекономніша у словах. Вона може обійтись навіть зовсім без слів. Не існують для неї мовні перешкоди, бо її мова, як мова музики, зрозуміла для всіх людей світу” [Цит. за 30, с. 75].

Наступною особливістю математики є **існування аксіоматичного і конструктивного** методів побудови математичних теорій. Аксіоматичний підхід до останнього часу вважався ідеалом будь-якої науки. Геометрія, яка зараз вивчається у вітчизняних школах, є ілюстрацією аксіоматичного підходу і збудована на аксіомах Евкліда. А саме: перераховуються без означень основні геометричні поняття, за їх допомогою даються визначення всіх інших геометричних понять, формулюються аксіоми, на основі аксіом і визначень доводяться теореми. Саме наявність “ідеальних понять” (точка, пряма, площина, число, величина і т.п.) дозволяє аксіоматичну побудову математичних теорій. До речі, відсутність таких ідеалізованих понять у психології перешкоджає аксіоматичній побудові психології.

Отже, у математиці, на відміну від емпіричних наук, правильність основної частини її положень не піддається експериментальній перевірці. Тому в цій науці панує логічний метод доведення, що опирається на деякі апріорні знання. Математика як наука побудована на міцному фундаменті такого апріорного знання, що носить дослідницький характер. Спочатку формується пласт неявних онтологічних передумов, що належать до розуміння світу в цілому (уявлення про тримірність простору, про єдність світу тощо), потім на цьому фундаменті будуються будь-які знання

конкретної особи, зокрема і математичні, а вже пізніше формується пласт неявного апріорного знання, що має особливе значення для занять математикою. Таке неявне математичне знання має вигляд неформалізованих у математиці понять (кількість, множина, точка тощо). При цьому варто наголосити, що апріорне математичне знання, хоч і є особистісним, одночасно є й інтерсуб'єктивним.

На початку ХХ століття почав активно розповсюджуватися рух за “функціональне мислення” – тобто мислення в термінах змінних і функцій. Характерною рисою математичної процедури в цьому випадку було: наявність змінних; представлення цих змінних через знаки. Математичними прийомами вихідна багатозначність, якою є дійсність, перетворюється у знакові конструкції. Математики перетворюють предмети у символи та схеми символів і досліджують такі схеми. Цей підхід побудови математичних теорій називають конструктивним, і він є шляхом від багатозначності, якою наділені слова, до чистої символіки. Цей підхід диктується виключно евристичними прагненнями.

Сучасна математика, як зазначає Г.Вейль, є майстерним поєднанням конструктивної й аксіоматичної процедур. За конструктивним підходом математика – це конструкція, в якій аксіоми встановлюють межі області значень змінних; за аксіоматичним: математика – це конструкція, що підпорядкована аксіомам і дедукції. “Взаємозв’язок загального з окремим, дедукції з конструктивним підходом, логіки з уявою – саме вони і складають саму суть живої математики” [8, с. 16]. Вітчизняна математична освіта базується на обох підходах. Незалежно від того, чи мова йде про середню, вищу математичну чи вищу спеціальну освіту, той, хто її отримує, знайомиться з обома принципами в процесі вивчення математики.

В літературі зустрічається виділення ще однієї особливості: **алгоритмічність розв’язання багатьох математичних задач**. Тобто акцентується увага на тому, що для розв’язання певного типу задач існує вказівка про конкретні операції та послідовність їх виконання на шляху до знаходження розв’язку [19].

Для психолога математична діяльність є об’єктом дослідження пошукового процесу, який здійснюється в окреслених межах і виражається через *математичне мислення*, математичні здібності, взаємини математиків і т.д. Психологів цікавить процес *зародження і функціонування думки, специфіка оперування математичним матеріалом, особливості суб’єкта, що продукує математичну думку* і т.п.

**Аналіз наукових досліджень творчого математичного мислення.** “Математика як найбільш розумова галузь науки має природну спорідненість з психологією – наукою про розум” [3, с. 5]. Деталізуючи цю думку дослідника математичної творчості Г.Біркгофа, слід наголосити, що саме мислення є найбільш спільним об’єктом для математики і психології. Багато визначних дослідників, таких, як Р.Декарт, Г.Лейбніц, В.Вундт, Ж.Адамар, А.Пуанкаре, Г.Гельмгольц, Д.Д.Мордухай-Болтовський та інші внесли значний вклад як у математику, так і в психологію. “Сумнівно, щоб повністю усвідомлювався той факт, що всі логічні побудови набувають цінності лише завдяки психологічному факту очевидності основних аксіом. Але вже одного цього факту досить, щоб переконатись у необхідності психологічних досліджень математичного мислення” [26, с. 27].

Психологічні дослідження *творчих математичних процесів* – це дослідження процесів, що пов’язані з розв’язанням нестандартних математичних задач, народженням математичних відкриттів, створенням нових математичних теорій. Хоч ця тема дослідження не нова і містить чималі напрацювання, проте існує багато нез’ясованого, незрозумілого психологам у процесах математичного мислення і творчого математичного мислення зокрема. Дослідники давно вже відмовились від пошуку “математичної гулі” в мозку людини, але й адекватної моделі творчого математичного процесу не створено також.

Перш за все підкреслимо, що математичний метод ототожнюється з особливим методом міркувань, який містить ряд компонентів: символічний, просторовий, числовий, логічний, інтуїтивний (див. рис. 2). При повсякденному мисленні люди зазвичай не слідуєть формальним правилам логіки (вони використовують свої власні недосконалі правила). Математичне мислення, як уже наголошувалось, послуговується лише правилами формальної логіки, тому це в першу чергу відрізняє математичне мислення від будь-якого іншого.

Математична діяльність немислима без використання таких логічних прийомів, як порівняння, аналіз, синтез, абстрагування, узагальнення. Їх поєднання завжди присутнє в математичному мисленні. Як влучно зауважив математик і філософ Б.Рассел, “математика і логіка розвивалися останнім часом паралельно; логіка стала математичнішою, а математика – логічнішою. Унаслідок цього тепер стало зовсім неможливо провести лінію поділу між ними; фактично вони стали одним цілим. Вони відрізняються як дитина і доросла людина: логіка – це юність, а



математика – зрілий вік логіки... Так багато математичної роботи робиться на межі логіки, так багато в сучасній логіці символічного і формального, що тісний зв'язок логіки й математики очевидний тепер для кожного, хто вивчає ці галузі” [Цит. за 30, с. 157 ].



Рис. 2. Складові компоненти математичного мислення

Результатом роботи особи, що працює в галузі математики, є доказові міркування, в основі яких лежить логіка. **Логічний компонент** математичного мислення полягає в утворенні математичних понять і абстракцій; розумінні, запам'ятовуванні і самостійному виведенні загальних висновків за правилами формальної логіки. Однак неможливо чисто логічно обґрунтувати математичне мислення, оскільки неможливо чисто логічно визначити всі математичні поняття і психологічно неможливо проводити логічні операції без звернення до **інтуїції**. Зокрема, безсумнівним є незалежність психологічних властивостей аксіом від їх логічних властивостей.

Математик, філософ, психолог Д.Д.Мордухай-Болтовський зауважує: "Інтуїція, а не формальна логіка з логічними позначеннями, являє собою ті крила, на яких ми відлітаємо у найвіддаленіші області абстракції" [26, с. 51]. При цьому автор влучно описує той розум, який базується лише на логіці (точний розум) як такий, що повернутий спиною до свого руху, тому бачить той шлях, який пройшов, і не бачить того, який потрібно пройти.

Отже, загально визнаним є той факт, що у творчому математичному мисленні поряд із "свідомою логікою" функціонують неусвідомлені мисленнєві акти. До таких належать **неявні знання** та інтуїтивні знахідки (*догадки*). Адже будь-яка людина носить у собі уявлення, які вона ніколи не доводить до повного вербального вираження. У суб'єктів, що розв'язують математичні проблеми, актуалізуються неявні знання, що стосуються математики. Поряд з цим, пошуковий процес супроводжують численні здогадки на всіх його етапах, впродовж усіх процесів, що його наповнюють: процесу

розуміння, процесу формування гіпотези розв'язку, процесу апробації гіпотези.

**Числовий компонент** полягає в утворенні числових характеристик та вмінні їх інтерпретувати: умінні з отриманих числових даних виявити певну якісну характеристику. І, навпаки, вмінні перевести ту чи іншу якісну характеристику у правильні числові співвідношення. Свого часу Д.Дідро підкреслював: “Все підлягає обчисленню і вимірюванню. Немає понять загальніших, ніж число і простір” [13, с. 295].

**Просторовий компонент** математичного мислення – ще одна його складова. Деякі автори, досліджують окремо алгебраїчні і геометричні задачі. Але зміст сучасної математики змінився. З'явилась аналітична геометрія, що опирається не на зорові образи, а на аналітичне вираження геометричних об'єктів, водночас як ряд питань математичного аналізу потребують геометричних побудов. Тому методи пошуку вже не можна чітко розділити на алгебраїчні та геометричні. С.Жермен говорив так: “Алгебра – це лише писана геометрія, а геометрія – зображена алгебра” [Цит. за 30, с 32]. Це дає право досліджувати не мислення у геометрії, а просторовий компонент математичного мислення, що має місце і при побудові фігур, і при розв'язанні задач традиційно геометричного змісту, і при маніпуляціях з графіками різних функцій тощо.

Варто зауважити, що людині досить важко мислити виключно лише за допомогою логічних посилай. Вона відчуває велике полегшення, коли паралельно до них вдається залучити відповідні геометричні образи. Хоч, з точки зору логіки, використання образів призводить до її погрішностей, бо ті образи, що слугують математику допомогою при впровадженні геометричних інтерпретацій, є часто логічно не дозволеними образами.

Варто пояснити, що ми досліджували творче математичне мислення *студентів* технічного вузу, але нещодавня участь у науковій конференції математиків, заставляє нас задуматися про повноту таких складових. Наша доповідь і дискусії з висококваліфікованими математиками (в обговоренні взяло участь більше двадцяти докторів фізико-математичних наук) дають підстави задуматись про розширення або розділення на складові виділених нами раніше компонентів. Ми поки що не виносимо нові складові для обговорення, адже вони потребують осмислення і експериментальної перевірки, але закликаємо дослідників до співпраці і в цьому напрямку.

Частіше за все психологи розглядають математичний мисленевий процес як процес розв'язання задач, процес породження і подолання математичної проблеми. При цьому математичні задачі

поділяють на ряд видів, типів, класів, використовуючи найрізноманітніші критерії поділу. Існує поділ задач за розділом математики: арифметичні, алгебраїчні, геометричні; чи задачі з теорії функції дійсної змінної, з теорії ймовірностей, з математичного аналізу, з статистики і т.п. Цікавим, з точки зору дослідження процесу мислення, є поділ на стандартні і нестандартні задачі, тобто, задачі для розв'язання яких суб'єкт володіє (в першому випадку) або не володіє (у другому випадку) програмою дій, що призводить до результату.

Найчастіше зустрічається поділ за змістом основної вимоги: задачі на доведення і задачі на обчислення, задачі на знаходження невідомого і задачі на побудову. Такий принцип поділу, на нашу думку, є найсуттєвішим для математичних задач, тому ми дотримувалися його в нашому дослідженні. Розв'язуючи математичну задачу, суб'єкт має справу або із знаходженням алгоритму її розв'язання, або з використанням відомого йому алгоритму до ситуації даної задач. Мисленнєвий процес при розв'язанні нової математичної проблемної ситуації – це процес знаходження алгоритму: процес зведення ситуації до вже відомого алгоритму або пристосування його до даної задачі. (Розв'язати математичну задачу – не означає знайти відповідь.) Саме це дає підстави науковцям стверджувати, що математичне мислення, спрямоване на розв'язання задач, – це вид творчого мислення. На підтримку цієї думки свідчать результати досліджень Л.Л.Гурової. Автор дійшла висновку, що дискурсивне логічне мислення “у чистому вигляді” не має місця в реальному процесі розв'язання будь-якої задачі. Психологічна структура пошуку розв'язку, включаючи логічні операції, містить і процес висування гіпотез, і інтуїцію [12].

При розв'язанні математичних проблем часто послуговуються *аналогією*. На важливу роль аналогії вказував Д.Д. Мордухай-Болтовський, називаючи її головним двигуном у математичному пошуку [26]. Відомий математик П.Лаплас стверджував: “У самій математиці головні засоби досягти істини – індукція та аналогія” [20, с. 7]. Розширюючи цю думку, Д.Пойа зауважує, що багато задач часто легше розв'язувати, ніж лише одну, бо при розв'язанні серії типових задач, які пов'язані тісною аналогією, виникає принцип розв'язання. “Аналогією пройняте все наше мислення; наша щоденна мова і тривіальні висновки, мова художніх творів і вищі наукові досягнення. Ступінь аналогії може бути різною. Люди часто застосовують туманні, двозначні, неповні або не цілком з'ясовані аналогії, але аналогія може досягнути математичної точності. Нам не слід нехтувати жодним видом аналогії; кожний з них може відіграти певну роль у пошуках розв'язання” [28, с. 42-43].

Підкреслюючи виключно важливу роль аналогії у розв'язанні нових математичних задач, Д.Пойа обґрунтував процес розв'язання поставленої задачі методом спеціально придуманих додаткових задач, точніше ланцюга еквівалентних задач. На думку автора, допоміжна задача не гарантує розв'язку основної, але частина її розв'язку може стати частиною розв'язку основної задачі, зробити основну задачу більш зрозумілою, оживити пам'ять, розширити область пошуку. Цим самим автор вказує на значущість *комбінаторних дій* у математичному мисленні.

Математики послуговуються методами, що ґрунтуються на *реконструкції*: методом від протилежного, метод висхідного аналізу тощо. Їх дослідження беруть свій початок ще від “Математичного збірника” Паппа (300 рік нашої ери) і мають своє продовження у працях дослідників математичного мислення нашої доби, зокрема Д.Пойа [28]. За методом від протилежного спочатку припускають, що справедливий протилежний математичний факт до того, що треба довести. З психологічної точки зору таке припущення передбачає значне проникнення в сутність задачі, розуміння змісту умови та вимоги задачі. Пізніше, шляхом логічних міркувань, отримують протиріччя до тієї інформації, що міститься в умові. Отримане протиріччя доводить той факт, що припущення було неправильним, і це автоматично означає, що справедливе протилежне до припущеного твердження, тобто те, яке необхідно довести.

Метод висхідного аналізу полягає в тому, що суб'єкт подумки припускає, що задача вже розв'язана (твердження доведено, побудова виконана), тобто проблема вирішена. Потім він подумки “піднімається” від “розв'язку” до умови з тим, щоб пізніше пройти в оберненому напрямку і саме цей шлях буде шляхом розв'язання задачі. На основі такого прийому ґрунтується ряд методичних порад щодо активізації математичного мисленнєвого процесу.

Зауважимо, що у літературі зустрічаються роботи, які присвячені вивченню інших пізнавальних процесів суб'єкта, що розв'язує математичну задачу. Зокрема, В.А.Крутецький досліджував сприймання математичної задачі. Автор акцентував увагу на аналізі (виділення елементів, їх систематизація) і синтезі (об'єднання елементів у комплекси) процесу сприймання. В.А.Крутецький уводить поняття “аналітико-синтетичного бачення”, зміст якого в охопленні задачі загалом як цілісного комплексу, в якому не губиться жоден складовий компонент. Тобто автор констатує, що процесу розв'язання математичної задачі передує процес аналітико-синтетичного сприймання її. Експериментально встановлено, що в деяких випадках оволодіння певними інтелектуальними уміннями

чи навичками тісніше пов'язане із сприйманням вихідних даних, ніж із процесами, що слідують за ним [19].

Отже, математичне мислення має свої специфічні прояви, пов'язані з: використанням математичної символіки; пануванням логічного методу доведення; наявністю алгоритму розв'язання багатьох задач; одночасним функціонуванням аксіоматичного і конструктивного методів побудови математичних теорій тощо. Проведені психологами дослідження математичного мислення не є достатніми і різноплановими. Виникає ряд запитань, на які не існує чіткої відповіді. Зокрема: 1) як відбувається процес розв'язання творчого завдання у математиці від виникнення проблеми до її реалізації? 2) як проходять з точки зору психології процеси розуміння, формування гіпотези розв'язку, апробації гіпотези? 3) чи залежить психологічний зміст творчого математичного мислення від типу завдання? 4) у чому головний зміст індивідуальних проявів творчого математичного мислення? 5) чи можна і як покращити результативність математичного мисленнєвого процесу? та інші. Подібні запитання виявили проблему з'ясування психології творчого математичного мислення, яку ми намагаємось частково вирішити, провівши дослідження творчого математичного мислення, і т.п. Ці питання і багато інших формують актуальність **подальших досліджень** творчого математичного мислення і задають вектор досліджень невирішених психологічних проблем.

#### Список використаних джерел

1. Адамар Ж. Исследования психологии процесса изобретения в области математики / Ж.Адамар. – М.: Соврадио, 1970. – 152 с.
2. Альтшуллер Г.С. Найти идею. Введение в теорию решения изобретательских задач / Г.С.Альтшуллер. – Новосибирск: Наука, 1986. – 206 с.
3. Биркгофф Г. Математика и психология / Г.Биркгофф. – М.: Сов. радио, 1977. – 96 с.
4. Богоявленская Д.Б. Психология творческих способностей / Д.Б.Богоявленская. – М.: Академия, 2002. – 318 с.
5. Боно Э. Рождение новой идеи: о нешаблонном мышлении / Э.Боно. – М.: Прогресс, 1976. – 143 с.
6. Брушлинский А.В. Проблемы субъекта психологической науки / А.В.Брушлинский // Психол. журн. – № 6. – 1991. – С. 1-3.
7. Буш Г.Я. Основы эвристики для изобретателей / Г.Я.Буш. – Рига: Знание, 1977. – 95 с.
8. Вейль Г. Математическое мышление / Г.Вейль. – М.: Наука, 1989. – 400 с.

9. Выготский Л.С. Собрание сочинений: в 6-и томах / Л.С.Выготский. – М.: Педагогика, 1982. – Т. 2: Мышление и речь. – 361 с.
10. Гальперин П.Я. Общий взгляд на ученье о так называемом поэтапном формировании умственных действий, представлений и понятий / П.Я. Гальперин // Вестн. Моск. ун-та. – Сер. №14. – Психология. – 1998. – №2. – С. 3-8.
11. Гнеденко Б.В. Математика и научное познание / Б.В.Гнеденко. – М.: Знание, 1983. – 64 с.
12. Гурова Л.Л. Когнитивно-личностные характеристики творческого мышления в структуре общей одаренности / Л.Л.Гурова // Вопр. психологии. – 1991. – №6. – С. 14-20.
13. Дидро Д. Собрание сочинений в 10-ти томах (1713-1784) / Д.Дидро. – М.-Л.: ACADEMIA. – Т. 10. – 1935-1947. – 582 с.
14. Дружинин В.Н. Когнитивные способности, структура, диагностика, развитие / В.Н.Дружинин. – М.: ПЕР СЭ; СПб: ИМАТОН-М, 2001. – 224 с.
15. Завалишина Д.Н. Полисистемный подход к исследованию решения мыслительных задач / Д.Н.Завалишина // Психол. журн. – 1995. – Т. 16, № 6. – С. 32-41.
16. Зарецкий В.К. Системная регуляция решения творческих задач / В.К.Зарецкий, А.Б. Холмогорова// Исследование проблем психологии творчества. – М.: Наука, 1983. – С. 62-101.
17. Костюк Г.С. Навчально-виховний процес і психологічний розвиток особистості / Г.С.Костюк. – К.: Радянська школа, 1989. – 108 с.
18. Коваленко А.Б. Психология розуміння / А.Б.Коваленко. – Київ: Геропринт, 1999. – 184 с.
19. Крутецкий В.А. Психология математических способностей школьников / В.А.Крутецкий. – М.: Просвещение, 1968. – 432 с.
20. Лаплас П.С. Опыт философии теории вероятностей / П.С.Лаплас. – М., 1908. – 206 с.
21. Леонтьев А.Н. Деятельность. Сознание. Личность / А.Н.Леонтьев. – М.: Политиздат, 1975. – 304 с.
22. Лобачевский Н.И. Полное собрание сочинений / Н.И.Лобачевский. – Т.1. – М.-Л.: Гостехиздат, 1946. – 416 с.
23. Лук А.Н. Психология творчества / А.Н.Лук. – М.: Наука, 1978. – 127 с.
24. Матюшкин А.М. Проблемные ситуации в мышлении и обучении / А.М.Матюшкин. – М.: Педагогика, 1972. – 208 с.
25. Мойсеенко Л.А. Психология творчого математичного мислення / Л.А.Мойсеенко. – Івано-Франківськ: Факел, 2003. – 481 с.
26. Мордухай-Болтовский Д.Д. Философия. Психология. Математика / Д.Д.Мордухай-Болтовский. – М: Серебряные нити, 1998. – 552 с.

27. Моляко В.А. Психология конструкторской деятельности / В.А.Моляко. – М.: Машиностроение, 1983. – 136 с.
28. Пойа Д. Математическое открытие / Д.Пойа. – М.: Наука, 1976. – 336 с.
29. Пономарев Я.А. Психологический механизм творчества // Принципы системности в психологических исследованиях / Я.А.Пономарев. – М.: Наука, 1990. – С. 157-164.
30. Про математику і математиків. – К.: Рад.школа, 1981. – 254 с.
31. Рубинштейн С.Л. Основы общей психологии / С.Л.Рубинштейн. – М.: Государственное учебно-педагогическое изд-во РСФСР, 1940. – 289 с.
32. Тихомиров О.К. Психология мышления / О.К.Тихомиров. – М.: Изд-во МГУ, 1984. – 270 с.
33. Семенов И.Н. Проблемы рефлексивной психологии решения творческих задач / И.Н.Семенов. – М.: НИНОПП АПН СССР, 1990. – 215 с.
34. Талызина Н.Ф. Управление процессом усвоения знаний / Н.Ф.Талызина. – М.: Изд-во МГУ, 1975. – 343 с.
35. Шеварев П.А. Обобщенные ассоциации в учебной работе школьников / П.А.Шеварев. – М.: Изд-во АПН РСФСР, 1959. – 301 с.
36. Эсаулов А.Ф. Активизация учебно-познавательной деятельности студентов / А.Ф.Эсаулов. – М.: Высшая школа, 1982. – 223 с.
37. Lewis H. Clinical implications of field dependence // Field dependence in psychological theory, research and application. London, 1958. P. 57-62.
38. Wallas G. The art of thought. N. Y. Harcourt Brace, 1926.

The article considers the issues connected with the psychological essence of creative mathematical thinking. Modern scientific approaches to the investigation of creative thinking have been described; scientific viewpoints concerning creativity phenomena have been distinguished. The attention is accentuated on the ambiguity of scientists' stands concerning some of the creative thinking aspects. There has been underlined the exceptional role of mathematical activity taken as a subject of human thinking on the whole. The identification signs of such activity and the essence of human thinking in the field of mathematics have been singled out. The article describes its components and determines those research aspects of creative mathematical thinking that haven't been studied before and are of interest for clearing up the content of thinking creativity and creative mathematical thinking in particular.

**Key words:** creativity, mathematical thinking, creative mathematical thinking, logical component, intuitive component, symbolic component, numerical component, spatial (dimensional) component.

*Отримано: 7.12.2011 р.*