

УДК 539.142: 539.144.3

PACS 21.60.-n, 21.10.-k

DOI: 10.24144/2415-8038.2017.42.178-190

Р.М. Плекан, В.Ю. Пойда

Ужгородський національний університет, 88000, Ужгород, вул. Капітульна, 9а  
 кафедра теоретичної фізики, відділення фізики ядра та елементарних частинок  
 e-mail: dep-nuclphys@uzhnu.edu.ua

## РОЗРАХУНОК СПЕКТРІВ ДВОНУКЛОННИХ СТАНІВ ПАРНО-ПАРНИХ ЯДЕР $^{64}\text{Zn}$ ТА $^{74}\text{Se}$ В АДІАБАТИЧНОМУ НАБЛИЖЕННІ

У рамках адіабатичної тричастинкової моделі проведено теоретичний опис стаціонарних станів деформованих парно-парних ядер, середнє самоузгоджене поле яких змодельовано анізотропним потенціалом Вудса-Саксона. Для чисельного знаходження енергетичного спектру аксіально-симетричних деформованих ядер розроблено алгоритм та пакет прикладних комп'ютерних програм. Ефективність адіабатичного підходу проілюстровано на прикладі чисельного розрахунку спектрів парно-парних ядер  $^{64}\text{Zn}$  та  $^{74}\text{Se}$ , у котрих у зовнішніх незаповнених оболонках містяться два валентні нуклони.

**Ключові слова:** парно-парне ядро, ядерний остів, адіабатичне наближення, гіперсферичний адіабатичний підхід, кутові і радіальні кореляції нуклонів.

### Вступ

Врахування в теорії ядра кутових та радіальних кореляцій нуклонів та відповідно ефектів спарювання нуклонів одного сорту призводить до необхідності мати методи розрахунку хвильових функцій та енергетичного спектру стаціонарних станів атомних ядер, які виходять за рамки однонуклонних наближень типу Хартрі-Фока [1]. З цією метою для опису двонуклонних станів парно-парних ядер у роботах [2, 3] запропоновано гіперсферичний адіабатичний підхід (ГАП), на базі якого у працях [4, 5] розвинуто цілісну адіабатичну тричастинкову модель ядра (АТМ). У рамках цієї моделі проведено теоретичний опис енергетичного спектру збуджених станів сферичного парно-парного ядра, яке моделюється як система парно-парний ядерний остів плюс два валентні нуклони у зовнішній незаповненій оболонці. В основі запропонованої моделі лежить припущення про відокремлення руху валентних нуклонів ядра на швидкий рух по кутових змінних, тобто на сфері  $S^5(\Omega)$ , і адіабатичний (повільний) рух вздовж гіперрадіусу  $R$  та

введення зручного для опису поняття потенціального терму нуклонів  $U_\mu(R)$ . Зауважимо, що АТМ базується на припущенні про існування середнього самоузгодженого поля моделі незалежних частинок, але в ній враховується також короткодіюча залишкова взаємодія валентних нуклонів, яка зумовлює їх парні кореляції.

Ефективність АТМ доведена на прикладі чисельних розрахунків енергетичних спектрів для цілого ряду парно-парних ядер  $^6\text{He}$ ,  $^{10}\text{Be}$ ,  $^{14}\text{C}$ ,  $^{16}\text{C}$ ,  $^{18}\text{Ne}$ ,  $^{18}\text{O}$ ,  $^{42}\text{Ca}$ ,  $^{58}\text{Ni}$  у припущенні сферично-симетричного поля ядра. Розраховані енергії збуджених станів спарених нуклонів узгоджуються в цілому з існуючими експериментальними даними [6, 7], однак одночасно вказують і на необхідність врахування ефектів поляризації парно-парного остова, тобто врахування деформації поля ядерного остова валентними нуклонами. Зауважимо, що в рамках АТМ проведено також і теоретичний опис збуджених станів деформованих парно-парних ядер, середнє самоузгоджене поле яких моделюється анізотропним потенціалом Вудса-Саксона.

**Опис спектру деформованих парно-парних ядер з аксіальною симетрією**

Нагадаймо ж коротко основні моменти опису енергетичного спектру деформованих ядер, змодельованих анізотропним потенціалом Вудса-Саксона. При розрахунках стаціонарних станів деформованих ядер тривалий час в якості ефективного потенціалу середнього ядерного поля використовувався осциляторний потенціал Нільссона [8], за допомогою якого була отримана досить проста схема одержання одночастинкових рівнів і відповідних хвильових функцій станів деформованих ядер. Однак потенціал Нільссона має ряд істотних недоліків. А саме: він має нескінченну глибину, а тому хвильові функції станів мають неправильну поведінку на границі ядра і поза нею; спін-орбітальна взаємодія у схемі Нільссона не залежить від масового числа  $A$  і параметрів деформації. Тому останнім часом широкого застосування при розрахунках енергетичного спектру деформованих ядер одержав більш реалістичний скінченний анізотропний потенціал Вудса-Саксона [9, 10]. Уперше задачу знаходження одночастинкових рівнів і хвильових функцій станів у деформованому потенціалі Вудса-Саксона розглянули Немировський і Чепурнов [9]. Пізніше в одночастинковому наближенні були запропоновані [10] інші методи розв'язку стаціонарного рівняння Шредінгера з анізотропним ядерним потенціалом Вудса-Саксона.

У рамках АТМ опис двонуклонних станів парно-парного ядра як системи остів плюс два нуклони проводиться в термінах колективних змінних, роль яких відіграють гіперсферичні координати - гіперрадіус  $R$ , гіперкут  $\alpha$

$$R = (r_1^2 + r_2^2)^{1/2}, \alpha = \arctg(r_2 / r_1) \quad (1)$$

та звичайні сферичні кути валентних нуклонів  $\{\varphi_i, \theta_i\}; i=1,2$ .

Стаціонарні стани двох зовнішніх валентних нуклонів у деформованому полі ядра, яке моделюється анізотропним потенціалом Вудса-Саксона, визначаються з рівняння Шредінгера

$$\left( -\frac{\hbar^2}{2m_1} \Delta_1 - \frac{\hbar^2}{2m_2} \Delta_2 + \widehat{V} - E \right) \Psi = 0, \quad (2)$$

де оператор потенціальної енергії системи має вигляд

$$\widehat{V} = U_1(\vec{r}_1, \beta) + V_{so}(\vec{r}_1, \vec{\sigma}_1, \beta) + U_2(\vec{r}_2, \beta) + V_{so}(\vec{r}_2, \vec{\sigma}_2, \beta) + V_{зал}(\vec{r}_1, \vec{r}_2). \quad (3)$$

Тут  $U_i(\vec{r}_i, \beta)$  - чисто ядерна потенціальна енергія  $i$ -го нуклона в точці  $\vec{r}_i$  в деформованому полі Вудса-Саксона

$$U_i(\vec{r}_i, \beta) = -V_0 \left( 1 \pm 0.63 \cdot \frac{N-Z}{A} \right) \left[ 1 + \exp \left[ \frac{(r_i - R(\theta_i, \beta))}{a} \right] \right]^{-1}, \quad (4)$$

де у формулі відповідно: “+” для протона, “-” для нейтрона. Радіус  $R(\theta_i, \beta)$  деформованого аксіально-симетричного ядерного поля залежить від параметра деформації  $\beta$  і кута  $\theta_i$  відносно осі симетрії ядра і вибирається у вигляді

$$R(\theta_i, \beta) = R_0 [1 + \beta Y_{20}(\theta_i)]. \quad (5)$$

де  $R_0 = r_0 A^{1/3}$  - радіус сферичного ядра;  $r_0 = 1.2 \div 1.4$  фм. У цьому випадку деформоване ядро набуває форму еліпсоїда обертання. У випадку ж, коли на зовнішній оболонці містяться два валентні протони, до потенціалу (4) додається потенціал кулонівської взаємодії  $V_k$ , який моделюється для простоти у вигляді [11]

$$V_k = \sum_{i=1}^2 V_k(r_i), \quad (6)$$

де

$$V_k(r_i) = \begin{cases} \left[ \frac{3}{2} - \frac{1}{2} \left( \frac{r_i}{R_0} \right)^2 \right] \frac{e^2(z-2)}{R_0}, & r_i \leq R_0, \\ \frac{e^2(z-2)}{r_i}, & r_i > R_0. \end{cases} \quad (7)$$

Тут  $V_k(r_i)$  - потенціальна енергія взаємодії  $i$ -ого протона з кулонівським полем рівномірно зарядженої кулі.

Для спрощення розрахунків залишкова взаємодія валентних нуклонів між собою моделюється потенціалом з нульовим радіусом дії із врахуванням відштовхування нуклонів на малих відстанях [12]

$$V_{зал}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = -V_{12} [1 - g\rho \left( \frac{\vec{r}_1 + \vec{r}_2}{2} \right)] \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2). \quad (8)$$

У випадку валентних протонів до виразу (8) додається кулонівська взаємодія валентних протонів між собою

$$V_{k12} = \frac{e^2}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|}. \quad (9)$$

Оператори спін-орбітальної взаємодії у нашому випадку нецентрального ядерного потенціалу  $U_i(\vec{r}_i, \beta)$  мають, як відомо, вигляд [9]

$$V_{so}(\vec{r}_i, \vec{\sigma}_i, \beta) = -\chi[\vec{p}_i \times \vec{\sigma}_i] \cdot \text{grad } U_i(\vec{r}_i, \beta). \quad (10)$$

Зауважимо, що використання у випадку парно-парного ядра гамільтоніана з центральною двочастинковою і спін-орбітальною одночастинковою взаємодіями відповідає так званому наближенню проміжного зв'язку.

Виділимо у (2) сферично-симетричну частину взаємодії і добавку, яка задає відхилення взаємодії від сферично-симетричної, і в результаті одержимо рівняння

$$\begin{aligned} & \left(-\frac{\hbar^2}{2m_1} \Delta_1 - \frac{\hbar^2}{2m_2} \Delta_2 + V(\vec{r}_1, \vec{\sigma}_1, \vec{r}_2, \vec{\sigma}_2, \beta) - \right. \\ & \left. - V(\vec{r}_1, \vec{\sigma}_1, \vec{r}_2, \vec{\sigma}_2, \beta = 0) + V(\vec{r}_1, \vec{\sigma}_1, \vec{r}_2, \vec{\sigma}_2, \beta = 0) + \right. \\ & \left. + V_{\text{зал}}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) - E\right) \Psi = 0. \end{aligned} \quad (11)$$

Розв'язки рівняння (11) зручно шукати в гіперсферичних координатах (1) у вигляді суперпозиції розв'язків

$$\Psi_K(R, \Omega) = \sum_n \sum_J C_{nJ} \Psi_{nJK}(R, \Omega) \quad (12)$$

стаціонарного рівняння Шредінгера

$$\begin{aligned} & \left(-\frac{\hbar^2}{2m_1} \Delta_1 - \frac{\hbar^2}{2m_2} \Delta_2 + V(\vec{r}_1, \vec{\sigma}_1, \vec{r}_2, \vec{\sigma}_2, \beta = 0) + \right. \\ & \left. + V_{\text{зал}}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) - \varepsilon_{nJK}\right) \Psi_{nJK} = 0 \end{aligned} \quad (13)$$

зі сферично-симетричним потенціалом  $V(\vec{r}_1, \vec{\sigma}_1, \vec{r}_2, \vec{\sigma}_2, \beta = 0)$ . Стаціонарні стани

$$\Psi_{nJK} \equiv \Psi_{nJK}(R, \Omega) = F_{nJK}(R) \Phi_{nJK}(R, \Omega) \quad (14)$$

рівняння (13) знаходяться згідно схеми праць [2, 3] для сферичного ядра.

Підставивши (12) в (11) і помноживши всі члени шуканого рівняння на  $\Psi_{nJK}^*(R, \Omega)$  та проінтегрувавши по всій області змінних гіперсферичних координат, одержимо

$$\begin{aligned} & \sum_n \sum_J (\varepsilon_{nJ} - E) C_{nJ} \delta_{nm} \delta_{JJ'} + \\ & + \sum_n \sum_J C_{nJ} \langle \Psi_{n'JK'} | \tilde{V}(\vec{r}_1, \vec{\sigma}_1, \vec{r}_2, \vec{\sigma}_2, \beta) | \Psi_{nJK}^* \rangle = 0, \end{aligned} \quad (15)$$

де

$$\begin{aligned} \tilde{V}(\vec{r}_1, \vec{\sigma}_1, \vec{r}_2, \vec{\sigma}_2, \beta) &= V(\vec{r}_1, \vec{\sigma}_1, \vec{r}_2, \vec{\sigma}_2, \beta) - \\ & - V(\vec{r}_1, \vec{\sigma}_1, \vec{r}_2, \vec{\sigma}_2, \beta = 0) = \\ & = \sum_{i=1}^2 [\tilde{U}_i(\vec{r}_i, \beta) + \tilde{V}_{iso}(\vec{r}_i, \vec{\sigma}_i, \beta)], \end{aligned} \quad (16)$$

$$\tilde{U}_i(\vec{r}_i, \beta) = U_i(\vec{r}_i, \beta) - U_i(\vec{r}_i, \beta = 0), \quad (17)$$

$$\tilde{V}_{iso}(\vec{r}_i, \vec{\sigma}_i, \beta) = V_{iso}(\vec{r}_i, \vec{\sigma}_i, \beta) - V_{iso}(\vec{r}_i, \vec{\sigma}_i, \beta = 0). \quad (18)$$

Спін-орбітальну добавку в потенціалі (16) можна представити у вигляді

$$\tilde{V}_{so}(\vec{r}_1, \vec{\sigma}_1, \vec{r}_2, \vec{\sigma}_2, \beta) = W_1 + W_2 + W_3, \quad (19)$$

де

$$W_1 = -\chi \sum_{i=1}^2 \frac{1}{r_i} \frac{\partial \tilde{U}_i(r_i, \beta)}{\partial r_i} (p_{\theta_i} \sigma_{\phi_i} - \frac{1}{\sin \theta_i} p_{\phi_i} \sigma_{\theta_i}), \quad (20)$$

$$W_2 = -\chi \sum_{i=1}^2 \frac{1}{r_i^2 \sin \theta_i} \frac{\partial \tilde{U}_i(r_i, \beta)}{\partial \theta_i} p_{\phi_i} \sigma_{r_i}, \quad (21)$$

$$W_3 = \chi \sum_{i=1}^2 \frac{1}{r_i} \frac{\partial \tilde{U}_i(r_i, \beta)}{\partial \theta_i} p_{r_i} \sigma_{\phi_i}, \quad (22)$$

причому

$$p_{r_i} = -i\hbar \frac{\partial}{\partial r_i}, \quad p_{\theta_i} = -i\hbar \frac{\partial}{\partial \theta_i}, \quad p_{\phi_i} = -i\hbar \frac{\partial}{\partial \phi_i}. \quad (23)$$

У приведених формулах  $\sigma_{r_i}, \sigma_{\theta_i}, \sigma_{\phi_i}$  - матриці Паулі, явний вигляд яких наведено у [9].

Для того, щоб чисельно розв'язати систему рівнянь (15), необхідно мати матричні елементи від потенціалів як чисто ядерної, так і спін-орбітальної взаємодій. Для спрощення задачі будемо нехтувати спін-орбітальною взаємодією, а до уваги візьмемо лише ядерну потенціальну енергію. Для обчислення матричних елементів, які фігурують у (15), зручно провести розклад  $\tilde{V}(\vec{r}_1, \vec{\sigma}_1, \vec{r}_2, \vec{\sigma}_2, \beta)$  в ряд по сферичних функціях. Для ядерних частин  $\tilde{U}_i(\vec{r}_i, \beta)$  (17) одержимо

$$\tilde{U}_i(\vec{r}_i, \beta) = \sum_{\ell, m_i} A_{\ell, m_i}(r_i, \alpha, \beta) Y_{\ell, m_i}(\theta_i, \phi_i), \quad (24)$$

де коефіцієнти розкладу  $A_{\ell, m_i}(r_i, \alpha, \beta)$  знаходяться чисельно. Шукані коефіцієнти  $A_{\ell, m_i}(r_i, \alpha, \beta)$  мають таку властивість

$$A_{\ell, m_i}(r_i, \alpha, \beta) = A_{\ell, -m_i}(r_i, \alpha, \beta). \quad (25)$$

У розглядуваному нами випадку аксіально-симетричного ядра  $m_1 = m_2 = 0$ .

Матричний елемент від чисто ядерної взаємодії, який фігурує в рівнянні (15), у термінах гіперсферичних координат буде мати наступний вигляд:

$$\begin{aligned} & \langle \Psi_{\mu'}(R, \Omega) | \tilde{U}(R, \alpha, \beta) | \Psi_{\mu}(R, \Omega) \rangle = \\ & = \int_0^{\infty} dR \int_0^{\pi/2} d\alpha \cdot (F_{\mu}(R))^2 \cdot M_{\kappa\mu}(R, \Omega), \end{aligned} \quad (26)$$

де  $M_{\kappa\mu}(R, \Omega)$  – матричний елемент по кутовій частині, який визначається за формулою:

$$\begin{aligned} M_{\kappa\mu}(R, \Omega) &= \langle \Phi_{\mu'}(R, \Omega) | \tilde{U}(R, \alpha, \beta) | \Phi_{\mu}(R, \Omega) \rangle = \\ &= \sum_{j_1 l_1 j_2 l_2 L} \left( \Phi_{j_1 j_2 l_1 l_2}^{(\mu)}(R, \Omega) \right)^H \cdot \Phi_{j_1 j_2 l_1 l_2}^{(\mu)}(R, \Omega) \times \\ & \left[ \begin{aligned} & \left\{ \begin{matrix} l_1 & l_1 & L \\ j_1 & j_1 & 1/2 \end{matrix} \right\} \cdot \frac{(2j_1+1)(2l_1+1)}{\sqrt{4\pi(2L+1)}} \cdot C_{l_1 0 l_1 0}^{L0} \times \\ & \times \sum_{m_1} (-1)^{j_1+m_1+j_2+L+1/2} \cdot C_{j_1-m_1 j_1 m_1}^{L0} \cdot \left( C_{j_1 m_1 j_2 m_2}^{JM} \right)^2 \times \\ & \times A_L(R, \alpha, \beta) + \left\{ \begin{matrix} l_2 & l_2 & L \\ j_2 & j_2 & 1/2 \end{matrix} \right\} \times \frac{(2j_2+1)(2l_2+1)}{\sqrt{4\pi(2L+1)}} \times \\ & \times C_{l_2 0 l_2 0}^{L0} \cdot \sum_{m_2} (-1)^{j_2+m_2+j_1+L+1/2} \cdot C_{j_2-m_2 j_2 m_2}^{L0} \times \\ & \times \left( C_{j_1 m_1 j_2 m_2}^{JM} \right)^2 \cdot B_L(R, \alpha, \beta) \end{aligned} \right] \times \end{aligned} \quad (27)$$

де  $A_L(R, \alpha, \beta)$ ,  $B_L(R, \alpha, \beta)$  - коефіцієнти розкладу для першого та другого нуклонів відповідно.

Система однорідних рівнянь (15) має відмінні від нуля розв'язки при умові, що детермінант, складений із коефіцієнтів при невідомих  $C_{nJ}$ , є рівний нулеві. Розв'язуючи чисельно систему (15) можна знайти спектр енергії  $E$  деформованого ядра та коефіцієнти  $C_{nJ}$ , а значить і відповідні хвильові функції стаціонарних станів деформованого ядра. Шукану енергію  $E$  деформованого ядра можна визначити за методом збурень по параметру деформації  $\beta < 1$ . У випадку малих деформацій  $\beta < 1$  за оператор збурення можна розглядати оператор  $\tilde{V}(\vec{r}_1, \vec{\sigma}_1, \vec{r}_2, \vec{\sigma}_2, \beta)$ , що є різницею між слабо zdeформованим потенціалом Вудса-Саксона з параметром деформації  $\beta$  і сферичним потенціалом Вудса-Саксона.

Вираз для енергії довільного рівня  $E_J$  деформованого ядра в першому наближенні методу збурень матиме вигляд

$$E = E_J^{(1)} = \varepsilon_J + V_{JJ}, \quad (28)$$

де  $\varepsilon_J$  - енергія  $J$ -го рівня сферично-симетричного ядра,  $V_{JJ}$  - шуканий діагональний матричний елемент (26) для  $J$ -го рівня.

### Чисельні розрахунки спектрів парно-парних ядер

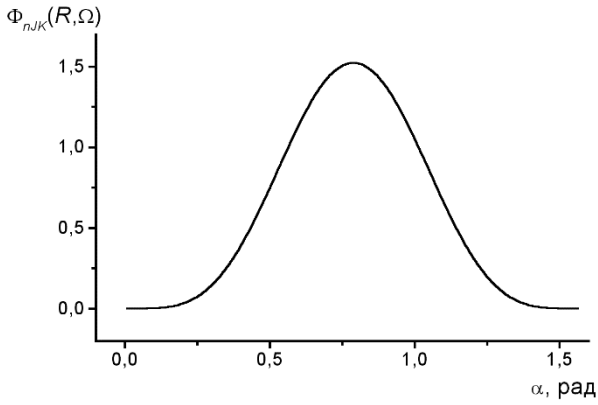
Проілюструємо нижче ефективність АТМ на прикладі розрахунку енергетичного спектру низьколежачих збуджених станів аксіально-симетричних деформованих ядер  $^{64}\text{Zn}$  та  $^{74}\text{Se}$ , у котрих в незаповнених оболонках містяться два валентні нуклони, а саме: у  $^{64}\text{Zn}$  - два протони, а у  $^{74}\text{Se}$  - два нейтрони.

У відповідності з асимптотичною поведінкою потенціальних адіабатичних термів  $U_{\mu}(R)/R^2$  розрахунки енергетичних спектрів досліджуваних ядер у припущенні сферично-симетричного ядерного поля проводились у такій послідовності. Параметри потенціалу Вудса-Саксона підбирались таким чином, щоб потенціальні терми нуклонів  $U_{\mu}(R)/R^2$  для ядер  $^{64}\text{Zn}$  та  $^{74}\text{Se}$  на асимптотиці при  $R \rightarrow \infty$  виходили на відповідні рівні ізотопів з масовим числом меншим на одиницю, тобто на рівні ізотопів  $^{63}\text{Cu}$  та  $^{73}\text{Se}$  відповідно. Визначені у такий спосіб значення параметрів наведені в табл. 1. Далі з визначеними параметрами потенціалів за схемою праць [2, 3] знаходилися спектри рівнів  $\varepsilon_{nJ}$  і відповідні їм хвильові функції стаціонарних станів у припущенні сферичного ядерного поля.

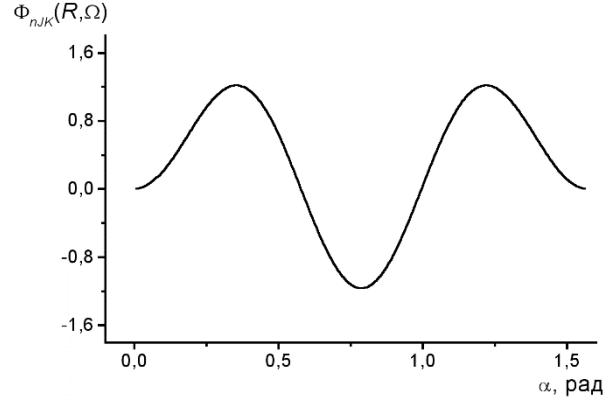
За нуль прийнято енергію, коли обидва валентні нуклони знаходяться в основному стані: для ядра  $^{64}\text{Zn}$  - два протони на рівні  $1f_{5/2}$ , для ядра  $^{74}\text{Se}$  - два нейтрони на рівні  $2p_{1/2}$ . На рис. 1 зображено відповідно кутову  $\Phi_{nJK}(R, \Omega)$  (рис. 1.а) та радіальну  $F_{nJK}(R)$  (рис. 1.б) хвильові функції основного стану ядра  $^{64}\text{Zn}$ . Хвильові ж функції основного стану ядра  $^{74}\text{Se}$  зображено на рис. 2 (кутова зображена на рис. 2.а, радіальна - рис. 2.б).

Табл. 1. Набори параметрів потенціалу Вудса-Саксона для ядер  $^{64}\text{Zn}$  та  $^{74}\text{Se}$ .

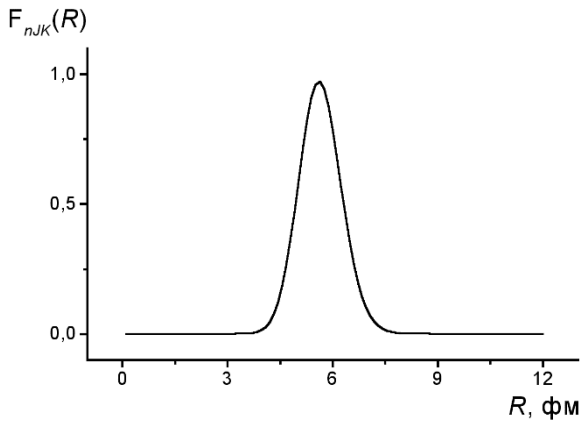
Ядро	$V_0$ , MeB	$r_0$ , фм	$a_0$ , фм	$\chi$ , фм <sup>2</sup>
$^{64}\text{Zn}$	45.50	1.24	0.63	0.295875
$^{74}\text{Se}$	59.05	1.24	0.63	0.305649



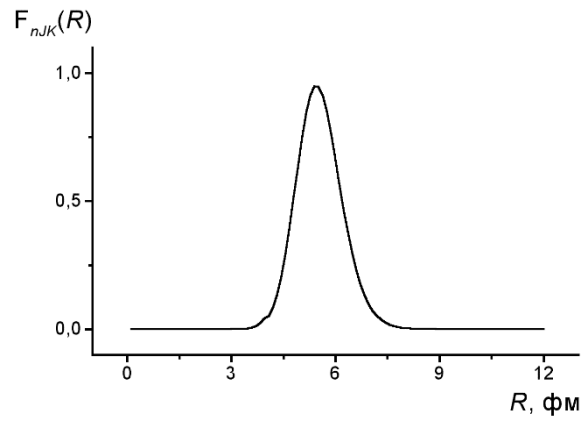
а)



а)



б)



б)

Рис. 1. Функції основного стану ядра  $^{64}\text{Zn}$ :  
а) кутова функція  $\Phi_{nJK}(R, \Omega)$  ( $R=1,2$  фм);  
б) радіальна функція  $F_{nJK}(R)$ .

Рис. 2. Функції основного стану ядра  $^{74}\text{Se}$ :  
а) кутова функція  $\Phi_{nJK}(R, \Omega)$  ( $R=1,2$  фм);  
б) радіальна функція  $F_{nJK}(R)$ .

Результати розрахунків енергетичних спектрів  $\varepsilon_{nJ}$  низьколежачих збуджених станів ядер  $^{64}\text{Zn}$  та  $^{74}\text{Se}$  наведені в табл. 2, а їхнє розміщення на адиабатичних потенціальних термах  $U_\mu(R)/R^2$  зображено відповідно на рис. 3.а і 3.б прямими лініями. У цьому форматі за нуль взято енергії відриву двох нуклонів від відповідних ядер  $E_{2p}(^{64}\text{Zn})=13.83$  MeB,  $E_{2n}(^{74}\text{Se})=20.463$  MeB [13].

Як показано вище, задача на знаходження енергетичного спектру стаціонарних станів у припущенні аксіально-симетричного деформованого ядерного поля розбивається на етапи: 1) чисельне знахо-

дження коефіцієнтів розкладу  $A_l(r_i, \alpha, \beta)$  (25) в ряд по сферичних функціях  $Y_{l0}(\theta_i)$  для чисто ядерного потенціалу  $\tilde{U}_i(\vec{r}_i, \beta)$ ; 2) розрахунок матричного елемента по кутовій частині згідно формули (27); 3) обчислення повного матричного елемента  $\langle \Psi_{\mu'}(R, \Omega) | \tilde{U}(R, \alpha, \beta) | \Psi_{\mu}(R, \Omega) \rangle$  згідно виразу (26) та енергетичного спектру деформованого ядра за допомогою формули (28).

Для чисельного знаходження енергетичних спектрів збуджених станів деформованих парно-парних ядер з аксіальною симетрією розроблено алгоритм та пакет прикладних комп'ютерних програм.

Табл. 2. Результати розрахунків енергії станів ядер  $^{64}\text{Zn}$  та  $^{74}\text{Se}$  у припущенні сферичного поля.

Ядро $^A\text{X}$	Конфігурація нуклонів	$J^\pi$	$\varepsilon_{nJ}$ , MeB	$\varepsilon_{\text{експ}}$ [7], MeB	$V_{JJ}$ , MeB
$^{64}\text{Zn}$	$1f_{5/2} 1f_{5/2}$	0+	0	0	0.17481
	$1f_{5/2} 1f_{5/2}$	2+	0.99153	0.99154	0.71354
	$1f_{5/2} 1f_{5/2}$	4+	2.30667	2.30668	0.40425
	$2p_{3/2} 2p_{3/2}$	0+	1.91028	1.91030	0.10216
	$2p_{3/2} 2p_{3/2}$	2+	2.79372	2.79370	0.13066
	$2p_{1/2} 2p_{1/2}$	0+	2.60958	2.60945	0.09985
$^{74}\text{Se}$	$2p_{1/2} 2p_{1/2}$	0+	0	0	0.11298
	$1g_{9/2} 1g_{9/2}$	0+	0.79871	0.74000	-
	$1g_{9/2} 1g_{9/2}$	2+	1.26994	1.26903	-
	$1g_{9/2} 1g_{9/2}$	4+	1.36434	1.36323	-
	$1g_{9/2} 1g_{9/2}$	6+	2.18611	2.23147	-
	$1g_{9/2} 1g_{9/2}$	8+	3.19700	3.19844	-
	$2d_{5/2} 2d_{5/2}$	0+	1.65819	1.65747	0.03328
	$2d_{5/2} 2d_{5/2}$	2+	2.02930	2.03000	1.04201
	$2d_{5/2} 2d_{5/2}$	4+	2.10775	2.10801	1.00001

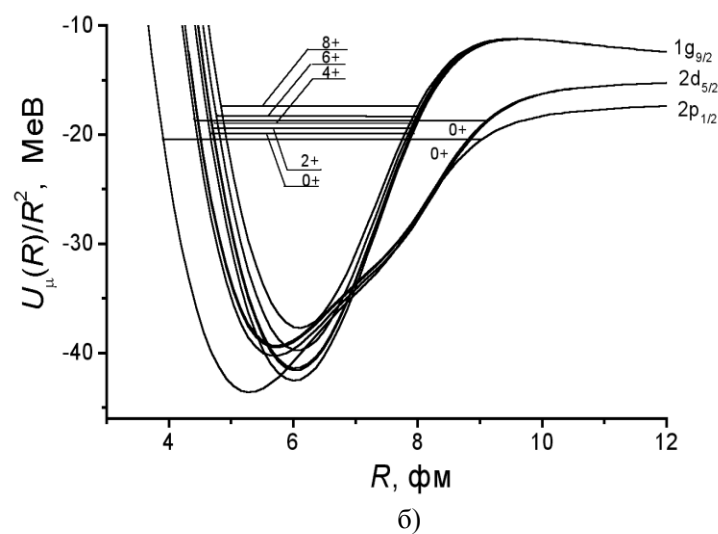
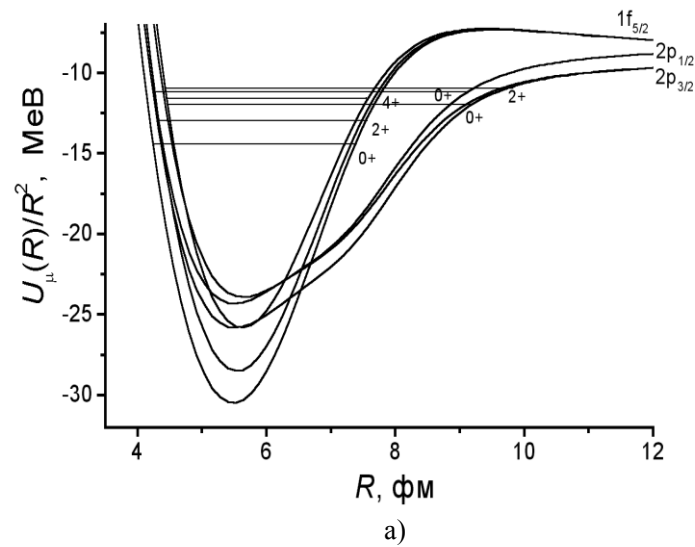


Рис. 3. Хід потенціальних кривих (термів)  $U_\mu(R)/R^2$  та енергетичні рівні ядер у припущенні сферично-симетричного поля: а) для ядра  $^{64}\text{Zn}$ ; б) для ядра  $^{74}\text{Se}$ .

На рис. 4 для  $i$ -их валентних нуклонів ядер  $^{64}\text{Zn}$  (рис. 4.а) та  $^{74}\text{Se}$  (рис. 4.б) зображено хід коефіцієнтів розкладу  $A_l(r_i, \alpha, \beta)$  (25) в ряд по сферичних функціях  $Y_{l0}(\theta_i)$  для чисто ядерного потенціалу  $\tilde{U}_i(\vec{r}_i, \beta)$ . Як і слід було очікувати, максимальний вклад

у розклад  $\tilde{U}_i(\vec{r}_i, \beta)$  дає компонента з  $l=2$ . Значну величину має і функція з  $l=4$ . Функції з  $l=0$  і  $l=6$  значно менші. Таким чином, вклад у розклад потенціалу  $\tilde{U}_i(\vec{r}_i, \beta)$  компонент з  $l > 2$  різко зменшується із збільшенням  $l$ .

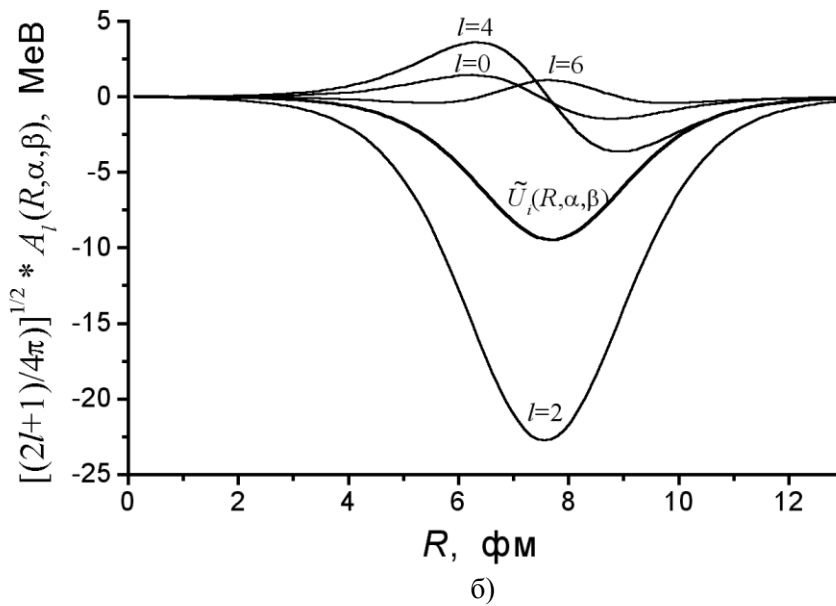
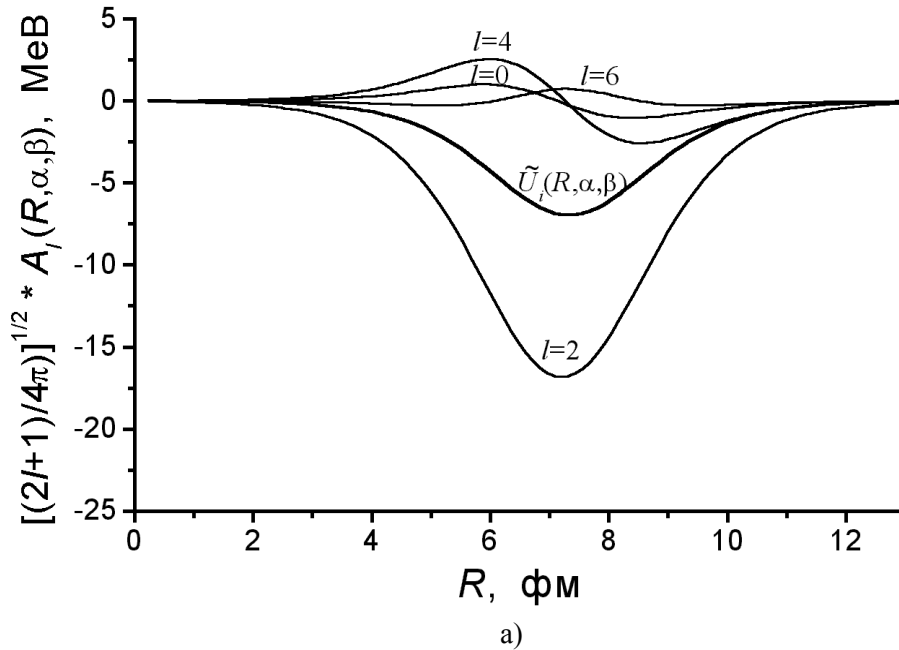


Рис. 4. Функції  $[(2l+1)/4\pi]^{1/2} A_l(R, \alpha, \beta)$  як коефіцієнти розкладу для чисто ядерного потенціалу  $\tilde{U}_i(R, \alpha, \beta)$  ( $\alpha = \pi/4$ ,  $\beta = 0.32$ ,  $\theta_i = \pi/6$ ): а) для ядра  $^{64}\text{Zn}$ ; б) для ядра  $^{74}\text{Se}$ .

Така ж поведінка компонент розкладу із різним значенням  $l$  характерна і для потенціалу спіно-орбітальної взаємодії  $\tilde{V}_{iso}(\vec{r}_i, \vec{\sigma}_i, \beta)$  (див. рис. 5.а і 5.б). На рис. 4 і 5 зображено відповідно і шукані потенціальні функції  $\tilde{U}_i(\vec{r}_i, \beta)$  та  $\tilde{V}_{iso}(\vec{r}_i, \vec{\sigma}_i, \beta)$ , які фі-

гурують у виразі (16). Явний ж вигляд самого потенціалу  $\tilde{V}(\vec{r}_1, \vec{\sigma}_1, \vec{r}_2, \vec{\sigma}_2, \beta)$  (16), а також його складових частин (як чисто ядерної, так і спіно-орбітальної) для досліджуваних парно-парних ядер представлено на рис. 6.а і 6.б відповідно.

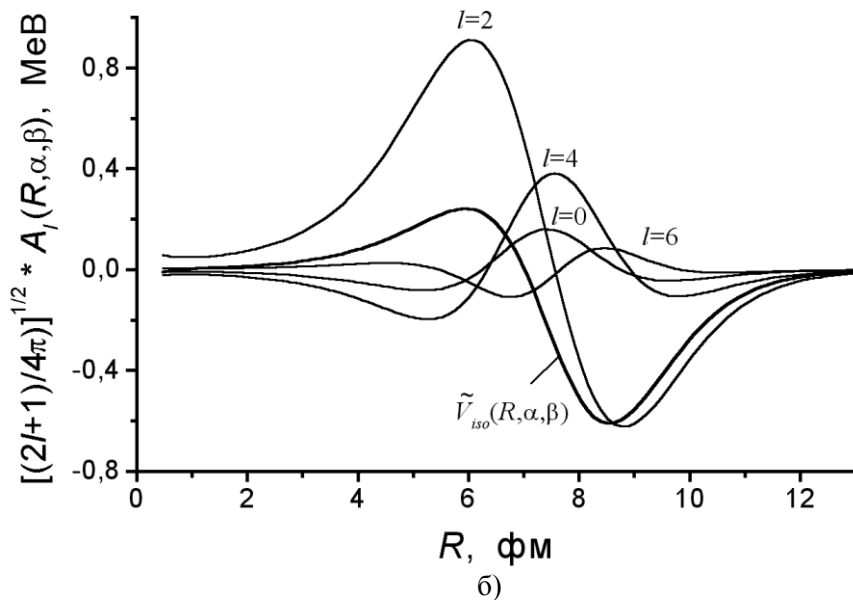
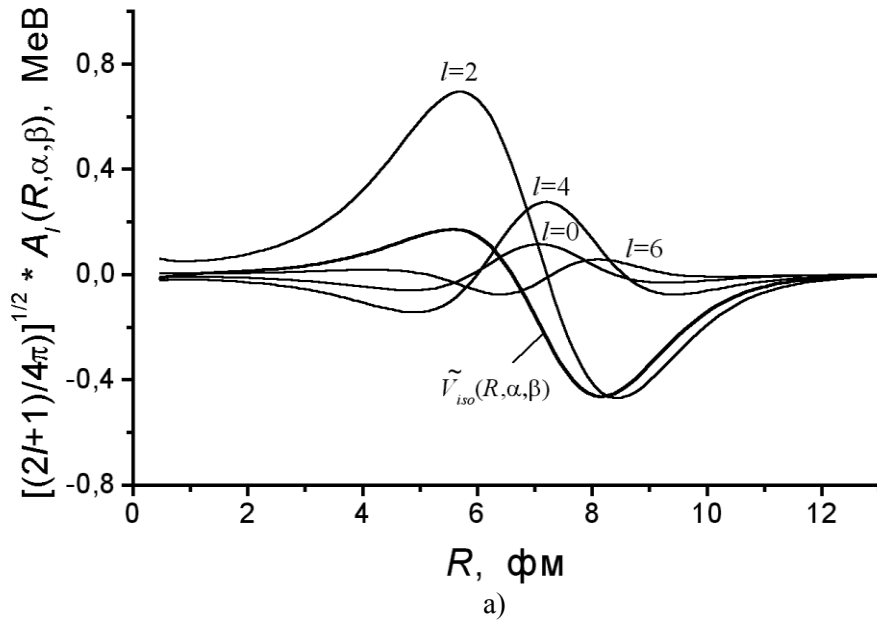


Рис. 5. Функції  $[(2l+1)/4\pi]^{1/2} A_l(R, \alpha, \beta)$  як коефіцієнти розкладу для потенціалу спіно-орбітальної взаємодії  $\tilde{V}_{iso}(R, \alpha, \beta)$  ( $\alpha = \pi/4$ ,  $\beta = 0.32$ ,  $\theta_i = \pi/6$ ): а) для ядра  $^{64}\text{Zn}$ ; б) для ядра  $^{74}\text{Se}$ .



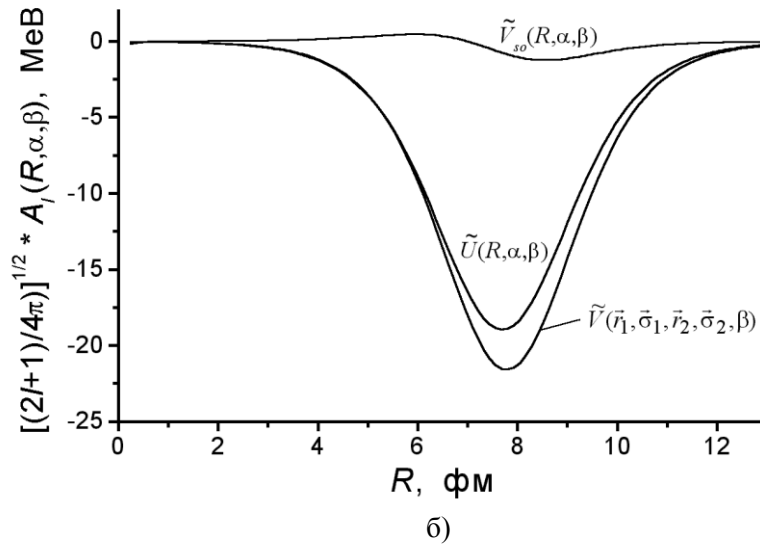
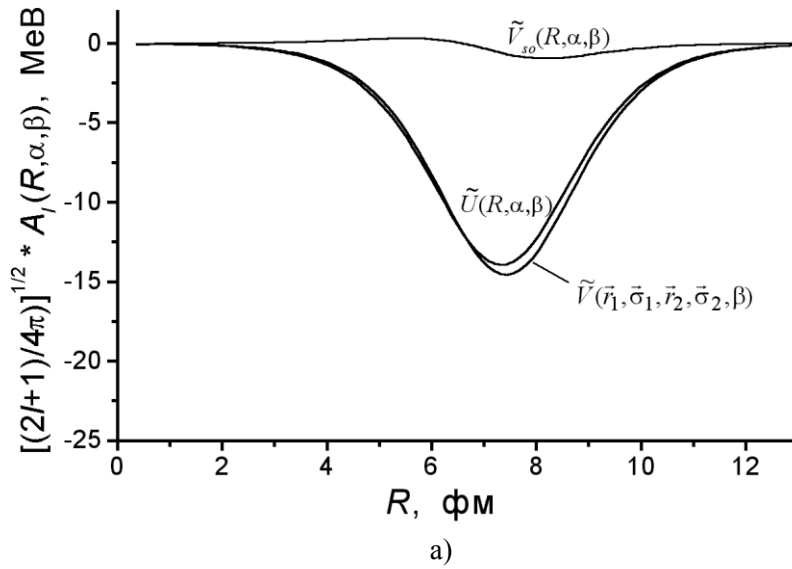


Рис. 6. Явний вигляд потенціалу  $\tilde{V}(\vec{r}_1, \vec{\sigma}_1, \vec{r}_2, \vec{\sigma}_2, \beta)$  (16) та його складових  $\tilde{U}(R, \alpha, \beta)$  і  $\tilde{V}_{so}(R, \alpha, \beta)$ : а) для ядра  $^{64}\text{Zn}$ ; б) для ядра  $^{74}\text{Se}$ .

**Вплив залишкової взаємодії на формування енергетичних рівнів**

Приведемо ряд міркувань стосовно залишкової взаємодії, роль якої в рамках розглядуваної моделі АТМ відіграє контактна взаємодія у вигляді потенціалу з нульовим радіусом дії (8), та з'ясуємо природу сил спарювання та мультипольних сил. Вибір залишкової взаємодії у вигляді (8) спрощує надалі алгоритм розрахунку енергетичного спектру, бо дозволяє в явному аналітичному вигляді обчислити її матричні елементи і в той же час, мабуть, не спотворює реальної ситуації, хоча в май-

бутньому можна буде розглянути і більш реалістичні потенціали взаємодії.

Залишкову взаємодію можна розділити на короткодіючу і далекодіючу частини. Для цього розкладемо потенціал (8) у ряд по поліномах Лежандра:

$$V_{\text{ал}}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = -V_{12} [1 - g\rho(\frac{\vec{r}_1 + \vec{r}_2}{2})] \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) = C\delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) = \sum_{l=0}^{\infty} V_l(\vec{r}_1, \vec{r}_2) P_l(\cos \theta_{12}) = \sum_{l=0}^{\infty} C\delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \frac{2l+1}{4\pi r_1^2} P_l(\cos \theta_{12}). \tag{29}$$

З останнього виразу легко бачити, що

$$V_l(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = C\delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)(2L + 1) / 4\pi r_1^2 \tag{30}$$

зростає при зростанні  $l$ , а отже, враховуючи поведінку  $P_l(\cos\theta_{12})$  при зміні кута  $\theta_{12}$  між векторами  $\vec{r}_1$  і  $\vec{r}_2$ , неважко зрозуміти, що компонента  $V_l(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$  потенціалу (30) робить внесок у взаємодію валентних нуклонів тільки тоді, коли  $|\vec{r}_1 - \vec{r}_2| \leq R_0/l$ . У такому випадку сума доданків з великими  $l > 2$  визначає короткодіючу частину взаємодії (8), яка зумовлює спарювання нуклонів, а доданок з  $l = 0$  визначає далекодіючу частину взаємодії і робить додатковий внесок в самоузгоджене поле Вудса-Саксона, яке втримує нуклони. Зрозуміло все ж, що розділення взаємодії (8) на дві частини, які відповідають за короткодіючі сили спарювання та далекодіючі мультипольні сили, є досить умовним.

З'ясовано, що за рахунок залишкової взаємодії валентних нуклонів має місце тонка структура енергетичного спектру  $E(J)$  по сумарному кутовому моменту. Сумарний спін  $J$  першого збудженого стану валентних нуклонів, що рухаються у полі відповідного парно-парного ядерного остова, рівний  $2^+$ . Енергія зв'язку таких квадрупольних  $J^\pi = 2^+$  пар нуклонів менша за енергію зв'язку монопольних пар з  $J^\pi = 0^+$ , які відповідають за формування основного стану ядра, однак вона є достатньою для розгляду таких квадрупольних пар в якості стійких утворень. Квадрупольні  $J^\pi = 2^+$  пари тотожних нуклонів, обумовлені кореляціями нуклонів за рахунок залишкової взаємодії, можна розглядати як бозони з цілим спіном, рівним 2. Таким чином, збуджені енергетичні рівні у парно-парних ядрах можуть виникати не тільки за рахунок одонуклонних переходів з однієї оболонки в іншу, але також за рахунок кореляційної залишкової взаємодії між нуклонами всередині оболонки, що призводить до тонкої структури конфігураційних рівнів.

### Висновки і заключні міркування

У роботі в адіабатичному наближенні проведено теоретичний опис енергетичного спектру деформованих парно-парних ядер з урахуванням квадрупольної деформації. Деформоване поле змодельовано анізотропним потенціалом Вудса-Саксона,

а залишкова взаємодія валентних нуклонів – потенціалом нульового радіуса дії із врахуванням відштовхування нуклонів на малих віддальях. Знайдено в явному вигляді матричні елементи взаємодії з урахуванням деформації та отримано вираз для енергій деформованих станів у першому наближенні методу збурень по параметру деформації  $\beta < 1$ .

Ефективність адіабатичного наближення проілюстрована на прикладі чисельного розрахунку енергетичних спектрів двонуклонних збуджених станів парно-парних ядер  $^{64}\text{Zn}$  та  $^{74}\text{Se}$ . Результати розрахунків узгоджуються в цілому з існуючими експериментальними даними, однак одночасно вказують на необхідність врахування поляризації парно-парного ядерного остова та проведенні змішування конфігурацій у незаповненій оболонці із-за кореляцій тотожних нуклонів.

Також надалі необхідно врахувати у потенціалі (16) спін-орбітальну частину  $\tilde{V}_{so}(\vec{r}_1, \vec{\sigma}_1, \vec{r}_2, \vec{\sigma}_2, \beta)$ , знайти в явному вигляді її матричний елемент та розробити прикладну комп'ютерну програму для його чисельного знаходження. Слід сподіватись у такому разі на покращення точності отримуваних результатів.

Таким чином, сформульована нами модель АТМ дозволяє в потенціальному підході проводити адекватний теоретичний опис ефектів спарювання нуклонів, їх кутових і радіальних кореляцій, які призводять, зокрема, до утворення надплинних ядерних станів за рахунок залишкової взаємодії і які передбачені в теорії ядра Н.Н. Боголюбовим [14]. Аналізу і опису динаміки утворення надплинних ядерних станів в адіабатичному підході буде присвячена наша подальша робота.

Насамкінець зауважимо, що до сих пір не отримало належного теоретичного обґрунтування питання про детальну структуру нейтронного гало, наявність якого експериментально встановлено для ряду легких ядер  $^6\text{He}$ ,  $^{11}\text{Li}$ ,  $^{14}\text{Be}$ . Характерною рисою гало-ядер є аномально великі середньоквадратичні радіуси розподілу валентних нуклонів, а розподіл нуклонів усього ядра не підлягає закону  $A^{1/3}$ . Представляє значний науковий інтерес у рамках адіаба-

тичного наближення проведення у майбутньому теоретичних досліджень для з'ясування структури нейтронного гало у реак-

ції передачі двох нейтронів і впливу кореляцій валентних нейтронів на його формування.

### СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Барц Б.И., Болотин Ю.Л., Инопин Е.В., Гончар В.Ю. Метод Хартри-Фока в теории ядра. – Киев: Наукова думка, 1982. – 208 с.
2. Капустей М.М., Плекан Р.М., Пойда В.Ю., Хіміч І.В. Адиабатична тричастинкова оболонкова модель ядра // УФЖ. – 2001. – Т. 46. – № 5-6. – С. 524-528.
3. Khimich I.V., Plekan R.M., Pojda V.Yu. The description of the energy spectrum of nuclei in the adiabatic approach // Radiat. Phys. and Chem. – 2003. – Vol. 68. – Iss. 1-2. – P. 159-163.
4. Plekan R.M., Pojda V.Yu., Khimich I.V. Investigation of correlations of nucleons of even-even nuclei in the framework of the adiabatic three-particle model of nuclei // Ukr. Phys. Journ. – 2004. – Vol. 49. – No 8. – P. 743-753.
5. Plekan R.M., Pojda V.Yu., Khimich I.V. Theoretical description of nucleons paired correlations of even-even nuclei in the adiabatic three-particle model // Nucl. Phys. and Atom. Energy. – 2007. – Vol. 2. – Iss. 20. – P. 47-55.
6. Lederer C.M., Shirley V.S. Table of isotopes. – New York: Wiley, 1978. – 1523 p.
7. Evaluated nuclear structure data file (National Nuclear Data Centre, Brookhaven National Laboratory, New York) [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.nndc.bnl.gov/ensdf/>
8. Nilsson S.G. Binding states of individual nucleons in strongly deformed nuclei // Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk. – 1955. – Vol. 29. – No 16. – P. 1-69.
9. Немировский П.Э., Чепурнов В.А. Нейтронные состояния в сдеформированном оптическом потенциале // ЯФ. – 1966. – Т. 3. – Вып. 6. – С. 998-1010.
10. Гареев Ф.А., Иванова С.П., Соловьев В.Г. и др. Одночастичные энергии и волновые функции потенциала Саксона-Вудса и неротационные состояния нечетных ядер в области  $150 < A < 190$  // ФЭЧАЯ. – 1973. – Т. 4. – Вып. 2. – С. 357-455.
11. Соловьев В.Г. Теория атомного ядра: ядерные модели. – Москва: Энергоиздат, 1981. – 296 с.
12. Михайлов В.М., Крафт О.Е. Ядерная физика. – Ленинград: из-во ЛГУ, 1988. – 328 с.
13. Немец О.Ф., Гофман Ю.В. Справочник по ядерной физике. – Киев: Наукова думка, 1975. – 416 с.
14. Боголюбов Н.Н. К вопросу об условии сверхпроводимости в теории ядерной материи // Доклады АН СССР. – 1958. – Т. 119. – № 1. – С. 52-55.

Стаття надійшла до редакції 3.12.2017.

Р.М. Плекан, В.Ю. Пойда

Ужгородский национальный университет, 88000, Ужгород, ул. Капитульная, 9а

## РАСЧЕТ СПЕКТРОВ ДВОНУКЛОННЫХ СОСТОЯНИЙ ЧЕТНО-ЧЕТНЫХ ЯДЕР $^{64}\text{Zn}$ И $^{74}\text{Se}$ В АДИАБАТИЧЕСКОМ ПРИБЛИЖЕНИИ

В рамках адиабатической трехчастичной модели проведено теоретическое описание стационарных состояний деформированных четно-четных ядер, среднее самосогласованное поле которых смоделировано анизотропным потенциалом Вудса-Саксона. Для численного нахождения энергетического спектра аксиально-симметрических деформированных ядер разработаны алгоритм

и пакет прикладных компьютерных программ. Эффективность адиабатического подхода проиллюстрирована на примере численного расчета спектров четно-четных ядер  $^{64}\text{Zn}$  и  $^{74}\text{Se}$ , у которых во внешних незаполненных оболочках находятся два валентных нуклона.

**Ключевые слова:** четно-четное ядро, ядерный остов, адиабатическое приближение, гипертсферический адиабатический подход, угловые и радиальные корреляции нуклонов.

PACS 21.60.-n, 21.10.-k

DOI: 10.24144/2415-8038.2017.42.178-190

R.M. Plekan, V.Yu. Pojda

Uzhhorod National University, 88000, Uzhhorod, Kapitulna Str., 9a

## CALCULATION OF SPECTRA OF TWO-NUCLEON STATES OF EVEN-EVEN NUCLEI $^{64}\text{Zn}$ AND $^{74}\text{Se}$ IN THE ADIABATIC APPROXIMATION

The present article deals with detailed theoretical studies of pairing correlations between nucleons in the potential approach in the context of the adiabatic three-particle model of nucleus. In the mentioned model the even-even spherical (or deformed) nucleus has been considered as a system of the corresponding core and two valence nucleons which are moving in the static field of the core. The model is based on the assumption that the valence nucleons motion consists of two components in the  $R^6$  space: rapid angular nucleons motion within the  $S^5(\Omega)$  sphere and adiabatic (slow) motion of nucleons along hyperradius  $R$ . Stationary states of deformed even-even nuclei whose mean self-consistent field being simulated by anisotropic Woods-Saxon potential, are described in the framework of the adiabatic three-particle model.

An algorithm and relevant software applications are elaborated in order to obtain numerically the energy spectrum of axially symmetrical deformed nuclei. The efficiency of the adiabatic approach is illustrated for the example of the numerical calculation of spectra of the axially symmetrical deformed even-even nuclei  $^{64}\text{Zn}$  and  $^{74}\text{Se}$  which have two valence nucleons in the outer unfilled shells. The calculated energies of excited states are in agreement with the experimental data for the region of lightweight nuclei while for the region of middle and heavy nuclei the effect of polarization of the even-even core must be taken into account. The thin structure of the energy spectrum by total angular momentum of the nucleus was found and was explained due to the residual interaction of valence nucleons. The results of this work will be first of all of a fundamental character and will give new information on the mechanisms of formation of low-lying even-even nuclei states.

**Keywords:** even-even nucleus, nuclear core, Schrödinger's equation, adiabatic approximation, hyperspherical adiabatic approach, correlations of nucleons.

### REFERENCES

1. Barts, B.I., Bolotin, Yu.L., Inopin, Ye.V., Gonchar, V.Yu. (1982), The Hartree-Fock method in theory of nucleus [Metod Khartri-Foka v teorii yadra], Naukova dumka, Kiev, 208 p.
2. Kapustey, M.M., Plekan, R.M., Pojda, V.Yu., Khimich, I.V. (2001), "Adiabatic three-particle shell model of nucleus" ["Adiabatychna trychastynkova obolonkova model' yadra"], Ukr. Phys. Journ. [Ukr. Fiz. Zhurn.], vol. 46, No 5-6, pp. 524-528.
3. Khimich, I.V., Plekan, R.M., Pojda, V.Yu. (2003), The description of the energy spectrum of nuclei in the adiabatic approach, Radiat. Phys. and Chem., vol. 68, iss. 1-2, pp. 159-163.
4. Plekan, R.M., Pojda, V.Yu., Khimich, I.V. (2004), Investigation of correlations of nucleons of even-even nuclei in the framework of the adiabatic three-particle model of nuclei, Ukr. Phys. Journ., vol. 49, No 8, pp. 743-753.

5. Plekan, R.M., Pojda, V.Yu., Khimich, I.V. (2007), Theoretical description of nucleons paired correlations of even-even nuclei in the adiabatic three-particle model, Nucl. Phys. and Atom. Energy, vol. 2, iss. 20, pp. 47-55.
6. Lederer, C.M., Shirley, V.S. (1978), Table of isotopes: 7-th edition, Wiley, New York, 1523 p.
7. Evaluated nuclear structure data file, National Nuclear Data Centre, Braukhaven National Laboratory, New York, available at: [www.nndc.bnl.gov/ensdf/](http://www.nndc.bnl.gov/ensdf/)
8. Nilsson, S.G. (1955), Binding states of individual nucleons in strongly deformed nuclei, Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk., vol. 29, No 16, pp. 1-69.
9. Nemirovskiy, P.E., Chepurnov, V.A. (1966), "Neutron states in a deformed optical potential" ["Neytronnyye sostoyaniya v sdeformirovannom opticeskom potentsiale"], Physics of Atomic Nuclei [Yadernaya fizika], vol. 3, iss. 6, pp. 998-1010.
10. Gareyev, F.A., Ivanova, S.P., Solov'yev, V.G. et all. (1973), "Single-particle energies and wave functions of the Saxon-Woods potential and nonrotational states of odd nuclei in the region  $150 < A < 190$ " ["Odnochastichnyye energii i volnovyye funktsii potentsiala Saksona-Vudsa i nerotatsionnyye sostoyaniya nechetnykh yader v oblasti  $150 < A < 190$ "], Physics of Elementary Particles and Atomic Nuclei [Fizika Elementarnykh Chastits i Atomnykh Yyader], vol. 4, iss. 2, pp. 357-455.
11. Solov'yev, V.G. (1981), Theory of the atomic nucleus: nuclear models [Teoriya atomnogo yadra: yadernyye modeli], Energoizdat, Moscow, 296 p.
12. Mikhaylov, V.M., Kraft, O.Ye. (1975), Nuclear physics [Yadernaya fizika], publ. by Leningrad State University, Leningrad, 328 p.
13. Nemets, O.F., Gofman, Yu.V. (1975), Reference book of nuclear physics [Spravochnik po yadernoy fizike], Naukova dumka, Kiev, 416 p.
14. Bogolyubov, N.N. (1958), "To the question of the condition of superconductivity in the theory of nuclear matter" ["K voprosu ob uslovii sverkhprovodimosti v teorii yadernoy materii"], Reports of the Academy of Sciences of the USSR [Doklady Akademii nauk SSSR], vol. 119, No 1, p. 52-55.

© Ужгородський національний університет